BIBLIOTECA NAZ.
Vittorio Emanuele III
XXXIV
F
25
NAPOLI

H 26. 166.

Del Sor Po Bach XXXIV 7 25

VITELLIONIS

MATHEMATICI DOCTISSIMI

ΠΕΡῚ ΟΠΤΙΚΗ͂Σ, ID EST, DE NATVRA, RATIO-ne, & proiectione radiorum uiſus, luminum, colorum atq; formarum, quam uulgo Perſpectiuam uocant, LIBRI X.

Habes in hoc opere, Candide Lector, quum magnum numerum Geometricorum elementorum, quæ in Euclide nuſquam extant, tum uero de proiectione, infractione & refractione radiorum uiſus, luminum, colorum, & formarum, in corporibus transpare͂ntibus atq; ſpeculis, planis, ſphæricis, columnaribus, pyramidalibus, concauis & conuexis, ſcilicet cur quædam imagines rerum uiſarum æquales, quædam maiores, quædam minores, quædam rectas, quædam inuerſas, quædam intra, quædam uero extra ſe in aere magno miraculo pendentes: quædam motum rei uerum, quædam eundem in contrarium oſtendant: quædam Soli oppoſita, uehementiſsime adurant, ignemq́; admota materia excitent: deq; umbris, ac uarijs circa uiſum deceptionibus, à quibus magna pars Magiæ naturalis dependet. Omnia ab hoc Autore (qui eruditorum omnium conſenſu, primas in hoc ſcripti genere tenet) diligentiſsime tradita, ad ſolidam abſtruſarum rerũ cognitionem, non minus utilia quàm iucunda. Nunc primum opera Mathematicorũ preſtantiſs. dd. Georgij Tanſteter & Petri Apiani in lucem ædita.



Norimbergæ apud Ioann. Petreium, Anno MDLI.

CAROLVS Quintus, diuina fauente clemẽtia Romanorum Imperator, ſemper Auguſtus, ac Germaniæ, Hiſpaniarũ, utriuſqꝫ Siciliæ, Hieruſalem, Hungariæ, Dalmaciæ, Croatiæ, &c. Rex. Archidux Auſtriæ, dux Burgũdiæ, Brabãtiæ, &c. Comes Habſpurgi, Flãdrię, Tyrolis, &c. Vniuerſis & ſingulis notũ eſſe uolumus. Quũ noſter & Imperij Sacri fidelis, dilectus Petrus Apianus Mathematicæ rei in primis peritus, nobis humilimè ſupplicauerit, ꝙ Ephemerides quaſdã, unã cũ alijs infra cõmemoratis opuſculis, maximo ſuo ſumptu, parí'qꝫ tũ inuẽtionis, tũ ædítionis labore, in cõmunẽ bonorũ ſtudioſorum'qꝫ omniũ uſum candidè & humaniter ædere ſecũ cõſtituerit. Vereatur'qꝫ iam ne eadẽ ab alijs quoqꝫ, ꝗ ex alterius incõmodo ſuũ aucupari contendũt commodũ, quiqꝫ alieno labore bene parta, in ſuũ ipſorum male conuertũt uſum, imprimeretur, id ꝗd in ſuum haud uulgare detrimentũ redũdaret, quatenus Priuilegij noſtri prerogatiua ad certũ annorũ numerũ, in quo nemo planè illud tentare auderet, ſe adiuuare dignaremur. Quum'qꝫ nos eorũ, qui tũ opera diligẽti ac ſedula, tũ uigilantia ſua nõ mediocri, quam & prouehendis bonis artibus gnauiter impendũt, & inuulgandis utilibus libris nulli nec ſumptui parcentes, nec labori, liberaliter inſumũt, Reipub. inſigniter ꝓdeſſe ſolẽt, emolumẽtũ promouere, cõtra diſpẽdiũ amouere, ꝑ germano & innato nobis ad eximia honeſtiſsima'qꝫ ingenuarũ artiũ ſtudia fauore ſtudeamus, ſic ut facilius Apiano ꝗqꝫ ꝓdicto, precibus eiuſdẽ & ſupplici petitiõi condeſcendẽtes, Gratiã noſtrã hac in re impertiamus ſingularẽ. Omnibus itaqꝫ & ſingulis chalcographis, Bibliopolis, & ꝗbuſuis alijs tenore præſentiũ diſtrictè inhibemus, ne uidelicet infraſcriptos libros, ꝗs ꝓnominatus Apianus uel iã æditiõi deſtinauit, uel æditurus, eruditis omnibus in publicũ cõmunicaturus eſt unqꝫ, puta Ephemerides ab anno ſalutis noſtrę Milleſimo quingẽteſimo triceſimoquarto ad ſeptuageſimũ ſupra Milleſimũ & quingenteſimũ duraturas, præterea libros de Vmbris, Cẽtiloquiũ Arithmetices: & aliũ adhuc de Arithmetica libellũ, cũ Regulis Coſſæ demõſtratis: De mẽſuratione uaſorũ cũ artificiali partis uacuæ inuẽtione: Schedulas diarias ſiue Almanach cũ iudicijs annalibus, ſeu (ut uulgus loqtur) Practicis, ꝗbus aëris mutatiões, dierum'qꝫ electiones ſingulæ cõtinentur: Libros itẽ de cõiunctionibus: Ptolemæũ ex nouiſsima illa Vuilibaldi Pyrckameri tranſlatiõe, ante hac nunqꝫ æditũ, cũ Tabulis correctiſsimis, & in quadrãgularẽ figurã, cuiuſmodi hactenus excuſæ nõ ſunt, cõformatis: Ptolemæi etiã libros græce, eruditos eos ſanè, & (ꝗd tãto authore digniſsimũ erat) elegantes, natiuam'qꝫ illã ſuam gratiã in propria lingua retinẽtes: Librũ de Eclipſibus: Librũ Azophi aſtrologi uetuſtiſsimi: Libros Gebri: VITELLIONIS ꝗqꝫ authoris antiqſsimi ſimul ac doctiſsimi Perſpectiuã, opus & ingens & ipſa materiæ iucũditate laudatiſſimũ: Aſtronomicũ Imperatoriũ: Librum de diebus Creticis: Libros de Iride: Tabulas reſolutas iã ꝑ eundẽ recẽs ſupputatas: Radiũ nouum Aſtronomicũ, ſimul'qꝫ & Geometricũ, unã cũ uario Sinuũ & Chordarũ uſu: Librũ de Speculo ad pulcherrimas dimẽſiones apte accõmodato: Introductionẽ Coſmographicã cũ omnis generis obſeruatiõibus itidẽ ꝑ ſinus & chordas, adiũcto inſuꝑ Meteoroſcopio duplici, plano & (ꝗd inauditũ erit pleriſqꝫ) numerorũ, Aſtrolabium'qꝫ numerorum uniuerſale, ut recẽs ita utiliſsimũ: Tabulas ſeu Mappas, ut uocant, uniuerſi terrarũ orbis generales, aut etiã quarũdã Regionũ ſeu Prouinciarũ particulares: & ꝗcquid in Mathematicis rebus dictus Apianus ſub titulo & nomine ſuo, aut ſi qua aliena rerũ Mathematicarũ monumẽta prius neutiqꝫ excuſa, ſua uero iã induſtria recognita & reſtaurata, uel etiam figuris tantũ illuſtrata, ꝑ quoſcũqꝫ uolet Impreſſores, in lucẽ ædiderit, intra ſpaciũ triginta annorũ, ab ipſo ęditiõis die cõputando, ꝑter ſuam ipſius uoluntatẽ, excudant ſeu excudere faciant, neqꝫ ſic excuſos uenũ exponant, ſeu uendant, ſub pœna decẽ Marcharũ Auri puri, ꝓ una Cameræ noſtræ Imperiali, altera uero medietate dicto Apiano irremiſſibiliter exoluendarũ, tũ amiſsionis librorũ ſic ad æmulationẽ excuſorũ, ꝗs ubicũqꝫ locorũ nactus fuerit per ſe, ſiue ſuos, aut adiumẽto Magiſtratus eius loci, ſibi uendicare, & in poteſtatem ſuam redigere poterit. Harum teſtimonio literarum Sigilli noſtri appenſione munitarum. Datum in Ciuitate noſtra Imperiali Ratiſpona, die tertia Menſis Iulij, Anno Domini Milleſimo Quingenteſimo Triceſimoſecundo, Imperij noſtri Duodecimo, & aliorum Regnorum noſtrorum Decimoſeptimo.



ILLVSTRISSIMO PRINCIPI AC DOMINO, DOMINO PHILIPPO COMITI PALATINO RHENI, ET VTRIVSQVE BAVARIAE DVCI,

&c. Domino ſuo gratioſiſsimo, Georgius Tanſteter Collimitius Regius Phyſicus & Mathematicus S. D.

CVM iam inde antiquitus moris fuerit, qui ad hanc noſtram
uſq; ætatem defluxit, ut literati uiri quoties uel ſuas ipſorum
lucubrationes uel aliena ſcripta à ſe è tenebris eruta, ac luci &
quaſi uitę reſtituta, in publicũ emittere deſtinarunt, delegerint
ex omni multitudine uirum aliquẽ ſingularem, uel bene de ſe
meritum uel uirtute præditum, uel ipſum eruditum ac literis probe tinctũ,
ac eius artis quæ in libro eo tractatur ſtudioſum, cuius nomini dedicati ſiue
proprij ſiue alieni labores auſpicato prodirent. Quorum ego in præſentiarũ
inſtitutum in primis decens atq; honeſtum rite æmulatus Illuſtriſsime Prin-
ceps, tuæ Celſitudini alienum, ſed præclarũ tamen & perutilem laborem meæ
opera primum, ac deinde tua potiſsimum ab interitu uindicatum, ac iam pri-
mum in lucem exeuntem inſcribere dedicare conſtitui. Cum præſertim cauſæ
propter quas ſingulas alij libros ſuos inſcripſerunt, in te omnes congruant.
Primum enim, id quidem mereri Celſitudinem tuam, atq; his longe maiora,
neceſſe habeo confiteri. Quandoquidem cum antea ex Petro Apiano proba-
ta fide homine ac Mathematices eximie perito cognoueram Celſitudinem tu-
am, & huiuſmodi ſtudijs maiorem in modum delectari, & eis operam inter-
dum dare ſolere. Tum anno ſuperiore, cum hic inclitus ac potentiſsimus Rex
Ferdinandus per hyemen ageret, cuius tu in Aulico famulitio Princeps prin-
cipem obtines locum, aliquoties ſtudio Mathematico illectus me domi meæ
inuiſere non es grauatus, ac non ſolum prima illa rudimenta eius artis ſcien-
ter mecum exprompſiſti, ſed etiam de illis, quæ & ſtudium accuratius & iudici-
um requirunt recondita magis & abſtruſa eleganter diſſeruiſti. Deinde tot
ſunt uirtutes tuæ ac tãtæ quibus inſigniter eniteſcit, ut ſi pro ſingulis libri ſint
tibi dedicandi, nulla unquam quamuis copioſa & affluenter inſtructa Biblio-
theca ſit ſatis futura, quas ſi ſigillatim nominare uelim modum profecto Epi-
ſtolæ egrederer. Vnam hanc è ſingularem ac notabilem cõmemorabo, quod
anno ab hinc quarto, cum grauiſsima & periculoſa obſidione Vienna Au-
ſtriæ cingeretur, circumfuſo longe lateq; Turcarum exercitu prope infinito,
tu fama exitus modo aduentus hoſtium & formidoloſæ impreſsionis ſponte
tua quod uirium de repente contrahere poteras, tecum Viennam raptim ad-
duxiſti, antequã teterrimi hoſtes urbem omni ex parte circumueniſſent. Qua
quidem in urbe toto illo obſidionis tempore omnia propugnationis munia
ſic obijſti, ut noctes dies q; ad ſigna nihil laboris ac diſcriminis refugiens pri-
mis ſemper immixtus & ipſe primus conſtiteris, aliosq; defenſanda ad mœnia
ſubinde luculenta & maſcula oratione fueris exhortatus, ſic ut fortiter dicere,

fortius

fortius agere, fortiſsimè pugnare, promptus habeare & expeditus, nihil ſtrenuiſsimo conceſſurus. Ac cum tua uirtute urbs illa ciuesq́ præcipue defenſi conſeruatiq́ fuerint, Illuſtriſsime Princeps author hic, quem tuæ Celſitudini dedico, haud minus quàm quiuis ciuis urbis illius tibi debere uidetur. Siquidem iam ingruente in Auſtriam hoſtium exercitu inter reliquam librariam ſupellectilem relictus, niſi per te, haud ſecus ac ciuis alter quiſquam defenſus fuiſſet, capta urbe ac direpta, & uerè extrema paſſus interijſſet. Itaq́ pro ciuica corona, quam author mecum una tibi debet à te conſeruatus, uindicatusq́ ab exitio, & mea nunc opera in publicum emiſſus tibi dedicationis munere grata mentis confeſsionem ultro mecum exponit. Authori porrò nomen eſt gentile Vitellio, qui ex Turingis Polonus annis ut conijcio ab hinc plus, minus DC. uixit. Et abſolutum hoc opus περὶ ὀπτικῆς ſummo iudicio pariq́ diligentia conſcripſit, exactoq́ ordine omnia tractauit adeo, ut quod ad præclariſsimæ huius artis apprehenſionem conſummatamq́ ſcientiam attinet, nihil in eo deſiderari poſsit, tum Celſitudini tuæ iam primum in lucem exeuntem nuncupatim dedico, ſimulq́ obnixe rogo, animum dantis, & affectum potius quàm ipſum oblatum munus intuearis, & Tanſtetterum, quem hactenus fouiſti, pari benignitate porrò etiam proſequi ne dedigneris. Fœliciter uale Illuſtriſsime Princeps.

AD ILLVSTRISSIMVM PRINCIPEM ac Dominum, D. Philippum Comitem Palatinum Rheni, & utriusq́ Bauariæ Ducem &c. Vrſinus Velius.

Iampridem magnis animi ſpectate periclis
  Prima Palatinæ fama Philippe domus:
Maxima ſeruatæ fueras qui cauſſa Viennæ,
  Hoſtibus innumeris urbs ubi cincta fuit.
Hic quoq́ tum obſeſſus ſe nunc tibi dedicat author.
  Hæc tibi ſeruati præmia ciuis habe.
Quod non hoſtili fuerit deperditus igni,
  Perpetuo dici geſtit, & eſſe tuus.
Huic tibi conſimilem debere fatetur honorem
  Tanſtetter, cuius prodit hic auſpicijs.
Prodit, & in toto nunc orbe Vitellio nomen,
  Diuulgat populi docta per ora tuum.

ILLVSTRISSIMO VERE
QVE MAGNANIMO PRINCIPI AC DOMI
NO D. PHILIPPO COMITI PALATINO RHENI, ET
utriuſq; Boiariæ duci &c. Domino & Mecœnati ſuo clementiſsimo
Petrus Apianus Mathematicæ ordinarius in gymnaſio Ingol-
ſtadienſi profeſſor, ſalutem precatur & incolumitatẽ.

SVbinde mecum ipſe admirari ſoleo, Princeps Illuſtriſsime, homi
num quorundam inhumanum adeo ingenium, atq; ab omni hu-
manitate alienum, ut optimas & nobiliſsimas quaſq; artes conui
cijs impetere non dubitent, illasq; miſeris proſcindere modis,
non ſine maximo contemptu, digni profecto ipſi, qui ex hominum numero
rejiciantur. Neq; multo diuerſum eſt & eorum inſtitutum, qui non quidem
ſemel omnes contemnunt literas, ſed ex ea lucroſa iſta & illiberaliter quæſtuo
ſa utilitate tantum metiuntur, ita ut in liberalium artium numero uix ali-
quam relinquant, quæ non ſit, ut ipſi loquuntur, de panę lucrando. Hinc fieri
uidemus, ut ferè pereat hoc noſtro ſeculo alioqui in bonarum artium profe-
ctu fœliciſsimo ſuus artibus honos, hinc uidemus uniuerſam iàm philoſophi
am clangueſcere, & eas quidem illius partes magis, quæ minus pani ſeruiunt
lucrando. Solari autem in hac re uiciſsim nos debet, quod omnibus retro ſe-
culis fuerunt Zoili & Momi, qui quæuis reprehendere maluerint quàm po-
tuerint imitari, neq; in uulgo tantum hominum reperti ſunt oſores huiuſmo-
di, maximi quoq; uiri uſq; adeo à genuino ueræ humanitatis ingenio defece-
runt, ut dolendum ſit Valentinianum Imperatorem Gratiani filium immen
ſo literarum odio conflagraſſe, ac deinde Licinium quoq; Imperatorem
tam infeſtum fuiſſe literis, ut uirus ac peſtem publicam eas appellarit, ſed
quur obſecro non odiſſet, quorum ipſe adeo expers fuerit, ut ne decretis
quidem ſubſcribere poſſet? Rectius ſenſerunt plærīq; omnes ueterum Rho-
manorum, quorumquiſq; habitus eſt præſtantior, quo fuit in ſolidis arti-
bus, maxime uero philoſophiæ & eloquentiæ ſtudijs uerſatior. Superflu-
um fuerit hic Fabios, Scipiones, Lælios, Cicerones, Catones, & reliquos ui-
ros ſapientiæ ſtudijs clariſsimos commemorare. Quis non eximium Auguſti
admiretur ſtudium? Ex Græcis uero quis non merito Alexandri Magni uerè
regium, & ab optimo præceptore non male inſtitutum commendat ingeni-
um? Certe, ut ex noſtratibus unicum quoq; adiungam exemplum, Sigiſmun
dus Imperator non ipſe tantum bonarum literarum ſtudia fouit, doctisq; &
literatis omnibus egregie fauit, ſed reliquos etiam Germaniæ Principes plæ
rumq; accuſauit, qui latinas odiſſent literas. Inſuper etiam à quibuſdam re-
prehenſus, quod uiros humiles & eruditos foueret. Ego, inquit, eos amo,
quos uirtutibus & doctrina, ex quibus nobilitatem metior, cæteris uideo
antecellere. Præclarum ille quidem & Imperatore dignum dedit Princi-
pibus omnibus exemplar, quod imitentur. Fruſtra autem hæc ego omnia

Celſi

Celſitudini tuæ cōmemoro, cui tantus eſt in literas & literatos omnes fauor,
tantuſq́ſ ſtudij etiam Mathematici amor, & nō infœliciter reſpondens amo-
ri profectus, ut minus iam mirum mihi fiat, quur non ignobilem hunc de Per
ſpectiua authorem illuſtriſsimæ tuæ Celſitudini dedicare inſtituerit, uir clariſ
ſimus D. Georgius Tanſtetter Collimitius Regius Phyſicus & Mathemati-
cus, qui authoris huius exemplar mihi eò facilius ex ſelectiſsimis ſuæ biblio-
thecæ libris communicauit, ut optimus hic ſcriptor ad lucem aliquando pro-
greſſus in manus ueniret quàm plurimorum, huius autem dedicationis offici-
um mihi tanquam ueteri amico demandarit. Nec potui miniſterium illud of-
ferendi authorem hinc Celſitudini tuæ optimæ de me ſemper meritæ negare,
neq́ſ uiro illi mihi multis modis deuinctiſsimo, maxime quum author ipſe
nunc ueluti recens natus atq́ſ in lucē æditus, tam præclare de Perſpectiua ſcri-
pſerit, ut unus merito omnibus qui de hac re ſcripſerunt ſit anteferendus. Nō
male quidem ſcripſit ſuper hac materia Pomponius Gauricus, ſed paucióri-
bus quàm ut ſuſcepto reſpondeat argumento, ex ueteribus ſuper ſunt monu-
menta, Alhacen, Bachonis, Rogerij, Balneoli, Ioannis Piſani Anglici, fratris
Theodorici ordinis Prædicatorum, & fortè aliorum quæ aliquando æden-
tur. Quanto plus laudis emeruit hic noſter Vitellio, in quo ædendo nihil ſa-
nè neglectum eſt, quod ad uniuerſi huius ſtudij faciat profectum, nos quoq́ſ
pro candore noſtro, & in omnes ſtudioſos beneuolentia authorem hunc fi-
guris, & omnibus ad hanc rem neceſſarijs ita illuſtrauimus, ut ne ſtudioſi ha-
beant quod in nobis deſiderent. Hic etiam aliud declarare non uolui, niſi ut
optimo uiro D. Georgio Tanſtetter ſatis uideor feciſſe, & opus hoc illuſtriſsi
mæ Celſitudini tuæ cum paratiſsimis obſequijs obtuliſſe. Bene ualeat nunc no
bis omnibus T. C. illuſtriſsime Princeps, & bonarum artium profectum ſe-
dulo adiuuet. Datum die quinto Februarij, quo die non longe ante meridi-
em Iupiter blando & amico aſpectu Venerem ſibi ueterem diuq́ſ cognitam
adiunxit comitem, quam hoc modo multis etiam ultra annum integrum die-
bus non aſpexerat. Anno M. D. XXXV.

VERITATIS AMATORI FRATRI GVILHERMO DE MORBEKA, VITELO filius Thuringorum & Polonorum, æternæ lucis irrefracto mentis radio fœlicem intuitum, & intellectũ perſpicuum ſubſcriptorum.

VNIVERSALIVM entium ſtudioſus amor te uinctum detinens, me tibi ut idem appetentem, ſic coniunxit, ut uoluntas tua mihi ſit imperium, me quoq; arceat ab effectibus tibi diſplicentium paſſionum: Quia ergo tibi, ut totius entis ſedulo ſcrutatori, dũ ens intelligibile à primis ſuis prodiens principijs, entibus indiuiduis ſenſibilibus per modum cauſæ, actu mentis coniungeres, & ſinguloꝝ cauſas ſingulas indagares, occurrit diuinarum uirtutum influentiã inferioribus rebus corporalibus per uirtutes corporales ſuperiores modo mirabili fieri. Nec enim res corporeæ inferiores in ordine partiũ uniuerſi, diuinæ uirtutis incorporaliter ſunt participes, ſed per ſuperiora ſui ordinis contractã uirtutẽ participãt ut poſſunt, ſicut & in alio ſubſtantiaꝝ intellectiuarum ordine inferiores ſubſtantias per ſuperioꝝ ſui ordinis illuſtrationem à fonte diuinæ bonitatis deriuatam, prout uniuſcuiuſq; natura fert, per modum intelligibilium influentiaꝝ fieri mentis acumine perſpexiſti: Sic ut omnis rerum entitas à diuina profluat entitate, & omnis intelligibilitas ab intelligentia diuina, omnisq; uitalitas à diuina uita. quarum influentiarum diuinũ lumen per modũ intelligibile eſt principium, medium & finis: ut à quo, & per quod, & ad quod omnia diſponunt. Corporaliũ uero influentiarũ lumẽ ſenſibile, eſt mediũ ſuperioribus corporibus perpetuis ſecundũ ſubſtantiã ſolũ in potentia ad ubi exiſtentibus infima corpora, quæ ſecundũ formas & ubi uariantur mirifice illuminans & connectens. Eſt enim lumen ſupremarum formarum corporalium diffuſio per naturam corporalis formæ materijs inferioꝝ corpoꝝ ſe applicans, & ſecum delatas formas diuinorum & indiuidualiũ artificum per modũ diuiſibilem caducis corporibus imprimẽs, ſuiq; cũ illis incorporatione nouas ſemper formas ſpecificas aut indiuiduas producẽs, in quibus reſultat per actum luminis diuinũ artificium tam motoꝝ orbium ꝙ mouentium uirtutum. Quia itaq; lumen corporalis formæ actum habet, corporalibus dimenſionibus corpoꝝ, quibus influit, ſe coæquat, & extenſione capacium corporum ſe extendit: attamen quia fontẽ, à quo profluit, habet ſemper ſecundũ ſuæ uirtutis exordiũ, proſpicere dimenſionem diſtantiæ, quæ eſt linea recta, per accidens aſſumit, ſicq; ſibi nomẽ radij coaptat. Et quoniam linea recta naturalis ſemper eſt in aliqua ſuperficie naturali. Superficierum uero paſſio, quæ per terminantes lineas eis accidit eſt angulus: ideo radio luminoſo conſideratio adiacet angularis, & rectis angulis radioꝝ perpendicularitas eſt cauſa. Obliquatio uero irradiantis corporis ſuper irradiatum corpus, acutos cauſat angulos & obtuſos, & ſecundũ huiuſmodi luminariũ influentiarũ uariantur. Cum itaq; tua ſolertis diligentia ingenij ſecundũ hæc cœleſtiũ influentiaꝝ diuinam uirtutem reſpectu rerum capacium imitari proſpiceret, & non ſolum ſecundũ uirtutes agentes, ſed ſecundum diuerſitatẽ modi actionis, res actas diuerſari uideret, placuit tibi in illius rei occulta indagine uerſari, eiuſq; diligenti inquiſitioni ſtudioſam animã applicare.

Libros itaq; ueterũ tibi ſuper hoc negocio perquirenti, occurrit tædium uerboſitatis Arabicæ, implicationis Græcæ, paucitas quoq; exarationis Latinæ, præſertim quia tibi cõmiſſum officium pœnitentiariæ Romanæ eccleſiæ, cuius curæ partẽ geris, credens plus intellectu practico ꝙ ſpeculatiuo, pœnitentibus ſuccurrere, te cohibuit à multitudine uidendoꝝ: maluiſti enim languentium animaꝝ diuino antidoto languoribus ſuccurrere, ꝙ ipſoꝝ hominum ignorantias releuare: Meq; putans uacare ocio, ſub amoris nexu, quo tibi coniungor, uoluiſti conſtringere, ut hoc laboris tibi placiti onus ſubirem, hiſq; materijs mihi nondũ cognitis, animum applicarem. At ego, qui cunctis iuſſionibus tuis obtemperare deſidero, uelle tuum ſuſcipiens pro mandato, maioris negocij, quod de ordine entium olim conſcribendum ſuſceperam capitulum, in tempus ſemoui, præſentiſq; operis diſpendium pro meæ poſſibilitatis uiribus, quibus hic impar fateor,

adij conſcribendum. Attendens quoq́;, quia eadem uis formæ immittitur in cõtrarium & in ſenſum, & ꝙ lumen ſit primum omniũ formarum ſenſibilium, quod'q; rerum ſenſibilium omniũ cauſas efficientes intendamus perquirere, quoꝝ plurimas differentias uiſus nobis oſtendit. Præmiſſorum per modũ entium uiſibilium perſcrutatio placuit, ſicut & eadem uiri, qui ante nos plurimi tractauerunt huius ſcientiæ negocium, PERSPECTIVORVM nomine nuncupantes, quoꝝ & ego nominationẽ ut placitã approbo: licet plus ad naturalium formaꝝ actionis modum occultiſſimum pertractandũ, ut opus præſens tuis affectibus reſpondeat, ſcribentis intentio ſe declinet. Quòd enim in ſenſu uiſus plus perceptibiliter agitur, hoc in ipſius ſenſus abſentia in rebus naturalibus nullatenus euitatur. Senſus enim præſentia nihil addit actionibus naturaliũ formaꝝ. Omnem itaq; modum uiſionis Mathematica uel naturali demonſtratione tranſcurrendo, ea quæ de naturalibus formarum actionibus per modum paſſionum uiſibilium iuxta triplicem uidendi modum pro meæ poſſibilitatis modulo tractabo. In omnibus em̃ illis uidendi modis, formæ naturales ad uiſum ſe diffundunt, radijq́; uiſuales non exeunt ad capeſcendas formas rerum. Vnde ſi præſentiæ formaꝝ diffuſarum per corpora naturalia ipſarum ſuſceptibilia, uiſus non affuerit, non propter hoc naturalis actio nõ erit, ſed formæ in ſubiecta corpora ſibi diſſimilia, imprimẽt quantum poſſunt. Tu itaq; uir deſideriorum omnis ſcientialis boni, ſuſcipe quod fieri mandaſti, in quo ſi quid incultũ inueneris, perſpicaciori ingenio modereris.

TOTIVS OPERIS IN DECEM LIbros diuiſio, & quid in ſingulis tractetur.

PRAESENS itaq; negociũ decem libris partialibus duximus diſtinguendum. Volentes em̃ omne ens uiſibile, ut ſuæ uiſibilitati paſſio accidit, Mathematica demonſtratione cõcludere, & hac uia eatenus ut nobis eſt poſſibile, certius ambulare, librum hunc per ſe ſtantem effecimus, exceptis his quæ ex Elementis Euclidis, & paucis quæ ex Conicis elementis Pergæi Appollonij dependent, quæ ſunt ſolum duo, quibus in hac ſcientia ſumus uſi, ut in proceſſu poſtmodum patebit. In primo itaq; huius ſcientiæ libro axiomata præmittimus, quæ præter elementa Euclidis huic ſcientiæ ſunt neceſſaria. Et in hoc ea duo, quæ demonſtrata ſunt ab Appollonio, declaramus. Plurima & hoꝝ, quæ in hoc libro præmittimus, continentur in eo libro, quem de elementatis concluſionibus nominamus, in quo uniuerſaliter omnia conſcripſimus, quæ nobis uiſa ſunt, & quæ ad nos peruenerũt à uiris poſterioribus Euclide, pro particularium neceſſitate ſcientiarum uniuerſaliter concluſa. In ſecundo quoq; hoc noſtro libro, de modo proiectionis radioꝝ per medium unius diaphani, uel plurium, ſuper figuras corpoꝝ diuerſas: Necnon de proiectione umbrarum & figuratione lucis cadentis per feneſtras tractauimus, ut de his quæ præambula ſunt actioni ſenſibili formarum naturalium, & quæ fiunt non exiſtente ſenſu. In tertio uero libro de organo uiſus, deq; eſſentiali modo uidendi ſuo modo tractauimus, ut patitur ſcientia Opticoꝝ. In quarto quoq; libro percurrimus deceptiones, quæ accidunt uiſui ſecundũ directum modũ uidendi per unum mediũ, ſiue ſint paſſiones Mathematicæ, ſiue etiã naturales. In quinto autẽ libro nos ad alium modũ uidendi, qui fit per reflectiones à politis corporibus, quæ ſpecula dicimus, transferentes tractauimus de paſſionibus communibus omni ſpeculo, ſiue ſit planum, ſiue ſphæricũ, columnare ſiue pyramidale, concauum uel conuexum. Hæc enim ſunt omnia ſpecula, à quibus regularis poteſt fieri reflectio, ut nos declarabimus ſuo loco: nec tamen intelligimus per hæc ſpecula ſolũ corpora polita artificio, ſed potius per naturam. Quia dũ demonſtrationem his ſpeculis applicamus, naturalia corpora eiuſdem figuræ intelligimus. Quòd enĩ in artificialibus corporibus irregulariter accidit, in corporibus naturalibus certius accidere neceſſe eſt. Et dum ſic per figuras ſpeculoꝝ diſcurrimus, cœleſtes

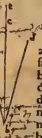
& om

& omnes naturales influentias à ſubiectis corporibus ſub quodam reflectionis modo ad alia corpora declaramus. In his enim diuerſitatibus latens eſt naturæ operatio, & ab eiſdem agentibus ſecundum huius diuerſitatis modum fit diuerſitas formarum, & accidit uiſibus, ſi ad locum reflectionis deueniant, ut ad ipſos fiat reflectio: quoniã uiſibus ut quodam poſteriori formis naturalibus & corporibus exiſtentibus ipſorum præſentia rebus naturalibus nihil addit. Horum itaqꝫ ſpeculorum cõmunes paſſiones, & omnes proprietates ſpeculorum planorum in quinto libro propoſuimus. In ſexto uero libro demonſtramus paſſiones, quæ accidunt uiſibus & rebus ex reflectione facta à ſpeculis ſphæricis conuexis. In ſeptimo uero poſuimus paſſiones accidentiũ à ſpeculis columnaribus uel pyramidalibus cõuexis, & hæc duo ſpecula ſimul coniunximus propter conformitatem plurium paſſionum. In octauo, de reflectionibus quæ fiunt à ſpeculis ſphæricis concauis prolixius tractauimus. In nono quoqꝫ de his, quæ fiunt à ſpeculis columnaribus uel pyramidalibus concauis. Et in eodem de ſpeculis quibuſdam irregularibus, à quorum totali ſuperficie fit reflectio lucis & uirtutis ad punctũ unum, quæ ſpecula comburentia dicimus, adiunximus tractatum. In decimo uero libro huius ſcientiæ, agimus de tertio modo uidendi, qui eſt per medium alterius diaphani, ut cũ per aerem fit uiſio ſub aqua uel ſub uitro. Et de deceptionibus, quæ ex hoc accidunt uiſui: nam & ſi uiſus non fuerit, eædem paſſiones uirtuti accidunt agenti. Et in hoc quoqꝫ decimo tractatu adiecimus paſſionem ſoli uiſui accidentẽ ex diuerſitate mediorum, ut eſt impreſſio arcus dæmonis, qui dicitur iris: quoniam & illius generatio ex hac præſenti ſcientia ortum habet. Sicqꝫ quaſi omnium uiſibilium generabilibus paſſionibus percunctatis, operi finem damus. Patet itaqꝫ ex præmiſſis, quòd triplex eſt modus uidendi. Quidam per unum medium tantum, qui eſt uiſio directa. Quidam uero per reflectionem formarum uiſibilium à corporibus politis. Quidam uero per refractionem formarum uiſibilium propter diuerſitatem mediorum. Hi quoqꝫ tres modi uidendi ſignum ſunt triplicis actionis formarum & omnium uirtutum cœleſtium & naturalium. Quædam enim agunt directe in obiectum ſuſceptibile, & hæc actio eſt fortior, quoniam eſt directe intenta per naturam, & fit ſecundum lineas rectas. Accidit autem illi uirtuti, quando eſt corporalis debilitas, propter remotionem maiorem agentis ab ipſo actu. Sol ẽm nõ adeo calefacit remotiora ſicut propinquiora calefactibilia quæ ſunt eiuſdem diſpoſitionis. Alia uero naturalis actio fit per reflectionem à corporibus alijs, ut radij Solis à corpore Lunæ reflectuntur: q̃uis enim propter raritatem Lunaris corporis quiddam Solaris transeat uirtutis. Plurimi tamen radiorum reflectuntur inferius, ut à ſpeculo ſphærico conuexo. Eſt ergo illi actioni conueniens omne quod diximus in paſſionibus ſpeculoꝝ aſſimilante ſe figura corporis à quo fit reflectio figuræ ſpeculari. Tertia uero maneries naturalium actionum, eſt per plura media diuerſorũ diaphonorum, quæ ſimiliter in ſuo modo agendi diuerſitatem accipit, quam uiſibus accidere dicemus. In his itaqꝫ naturalibus actionibus uiſus ſignum eſt, non cauſa, niſi forte deceptio ſit per ſe proueniens in uiſu: quoniam non exiſtente perceptione uiſiua, idem modi ſunt omnium naturalium actionum. His itaqꝫ præmiſſis, aggrediamur intentum. Hoc tamen legentem latere nolumus, quia dum ex libro Elementorum Euclidis arguimus, ſola nominatione numeri libri & theorematis contenti ſumus. Dũ uero aliquid ex hoc noſtro libro adducimus, & numerũ & theorema huius libri nominamus.

DIFFINITIONES.

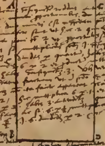
Quæ uero per modũ principiorum huic primo libro præmittimus, ſunt iſta. Kathetum dicimus lineã perpendicularem ſuper ſuperficiem aliquam erectam. Polum dicimus omnem punctũ lineæ ſuper ſuperficiem circuli à centro orthogonaliter erectæ. Conuexam lineam uel ſuperficiem dicimus, quæ extrinſecus aliquam regularem curuitatem habet. Lineam concauam uel ſuperficiem dicimus, quæ intrinſecus aliquam regularem curuitatem habet. Lineam ſuper ſuperficiem conuexam uel concauam perpendicularem dicimus, quæ ſuper planã ſuperficiẽ in puncto ſuæ incidentiæ ſuperficiẽ conuexã uel concauã cõtingentẽ eſt erecta. Circuli ſeinuicẽ ſecantes dicunt, quorum diametris eſt aliqua linea cõmunis uno reliquum non continente. Circulus magnus ſphæræ dicitur, qui tranſiens centrum ſphæræ, diuidit ipſam in duo æqualia. Minor uero circulus ſphæræ dicitur, qui neque tranſit centrum ſphæræ, neque diuidit ipſam in duo æqualia. Sphæras æquales dicimus, quarum diametri ſunt æquales. Sphæras uel circulos ſeinuicem continentes æquediſtantes dicimus, inter quas à centro maioris ductæ lineæ à conuexo minoris ad concauũ maioris ſunt æquales. Sphæras ſeinuicem cõtingentes dicimus, quæ ſe tangentes extrinſecus uel intrinſecus non ſecant. Sphæras ſeinuicem interſecantes dicimus, cũ ſphæris ſe nõ cõtinentibus diameter unius per alterã reſecat. Sphæras intrinſecus ſe interſecantes, dicimus quorum maior pars unius in altera cõtinet. Superficiem planam ſphærã contingere dicimus, quæ cũ ſphæram tangat, ad oẽm partẽ educta non ſecat. Denominatio proportionis primi ad ſecundũ, dicitur quantitas quæ ducta in minorẽ producit maiorẽ, uel quæ maiorem diuidit ſecundũ minorem. Proportio dicitur cõponi ex duabus proportionibus, quando denominatio illius proportionis producitur ex ductu denominationũ illarum proportionum unius in alteram.

PETITIONES.



Petimus autem hæc. Aequales angulos ſuper idem punctum conſtitutos, æqualem continere diſtantiam æqualium linearum, ut ſi anguli a b c, & c b d, ſint æquales, & linea a b & b d ſint æquales. tantum diſtabit linea a b à linea b c, quantum linea b d diſtat ab eadem linea b c. Item inter quælibet duo puncta lineam, & inter quaslibet duas lineas ſuperficiem poſſe extendi. Item cum duæ planæ ſuperficies ſe cõtingunt, unã ex eis fieri ſuperficiem. Item duas planas ſuperficies corpus non includere. Item omnes eaſdem proportiones ex ſimilibus proportionibus componi, & in ſimiles proportiones diuidi, & eaſdem habere demonſtrationes.

THEOREMA I.



Omnes lineæ æquediſtantes in eadem ſuperficie plana neceſſario conſiſtunt.

Sint duæ lineæ æquediſtantes, quæ a b & c d utcunque diſpoſitæ, dico quod ipſæ ſunt in eadem ſuperficie plana, copulentur enim per lineam b d. quoniam ergo lineæ a b & b d angulariter coniungũtur, palam quoniam ipſæ ſunt in eadem ſuperficie, per 2. undecimi. Similiter quia duæ lineæ a d & b d angulariter cõiunguntur, erũt ipſæ in eadem ſuperficie. Si linea b d eſt in una tantum ſuperficie plana, quoniam ipſius partem eſſe in ſublimi, partem in plano eſt impoſſibile per primã undecimi. Palam ergo, quoniã lineæ a b & c d neceſſario conſiſtunt in eadẽ plana ſu

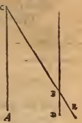
perfi

perficie contenta inter eas & inter lineas extremitates illarum linearum copulantes, quod eſt propoſitum.

II.

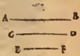
Lineam à puncto unius linearum æquediſtantium in eadem ſuperficie pertractam, cum altera indefinitæ quantitatis concurrere eſt neceſſe.

Sint duæ lineæ æquediſtātes quæ a b & c d. quarum unā ſcilicet a b ſecet linea b a in puncto b. Dico ꝙ linea b e ſecabit etiam lineam c d, quia enim linea c d indefinitæ quantitatis eſſe ſupponitur, protrahatur uerſus ipſam lineam b e, quæ ſi concurrit cum c d, habetur propoſitū. Si non concurrat palàm per diffinitionem æquediſtantiū linearum, quoniam linea b e eſt æquediſtans lineæ c d. & quia lineæ a b & b e ambæ ſunt æquediſtantes lineæ c a, erit per 30. primi linea e b æquediſtās lineæ a b, ſed palàm ex hypoteſi, quoniam concurrrunt, ut in puncto b, non ergo æquediſtat linea b e lineæ c d, ergo neceſſario concurrit linea b e cum linea c d, quod eſt propoſitum.

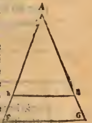


III.

Datis tribus lineis cuilibet tertiæ ſecundum proportionem aliarum duarum proportionabilem inuenire.



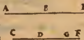
Sint datæ tres lineæ quæ ſunt a b, c d, e f, quarum uni ut a b ſecundum proportionē aliarum duarum quæ ſunt c d & e f, quarta proportionalis debe at inueuiri. Duæ itaqꝫ lineæ æquales duabus lineis quæ ſunt c d & e f, ab una linea continua abſcindatur quæ ſit a e f per 3. primi, & illi lineæ a e f angulariter tertia data ſcilicet a b, coniungatur in puncto a, & à puncto cōmuni diſtinguente duas lineas reſectas, qđ ſit punctū e. Ducatur linea e b ad extremitatem tertiæ datarum quæ eſt a b, & à puncto f ducatur linea æquediſtans lineæ e b per 31. primi, quæ ſit f g. Deinde, ꝓtrahatͬ linea a b in cōtinuū & directum, quouſqꝫ ſecet lineam f g, ſecabit autem per præmiſſam, ſit itaqꝫ punctus concurſus g. Dico, ꝙ per ſecundā 6. eadem eſt proportio lineæ a b ad lineam d g, quæ eſt lineæ e a datæ ad lineam e f datam. Similiter quoqꝫ de quolibet aliarum reſpectu reliquarum duarum demōſtrari poteſt, patet ergo propoſitum.



IIII.

Cum duabus lineis inæqualibus notæ proportionis æqualiū linearum facta fuerit additio maioris ad minorem minuitur proportio.

Sint duæ lineæ a b & c d inæquales notæ proportionis, ſitqꝫ linea a b maior ꝙ̃ linea c d, addatur quoqꝫ linea b e ipſi a b, & linea d f ipſi c d, ſintqꝫ lineæ b e & d f æquales. Dico, ꝙ minor eſt proportio lineæ a e ad lineam c f ꝙ̃ lineæ a b ad lineā c d, quoniā enim datæ ſunt tres lineæ quæ ſunt a b & c d & b e, inuenitur per præcedentem linea proportionalis lineæ b e ſecundum proportionē linearum a b & c d quæ ſit d g, quia ergo linea a b eſt maior ꝙ̃ linea c d, patet, quia linea b e eſt maior ꝙ̃ linea d g, ergo & linea d f eſt maior ꝙ̃ linea d g, abſcindatur ergo per 3. primi lineæ d f æqualis ipſi d g, quia ergo eſt proportio lineæ a b ad lineam c d ſicut lineæ b e ad lineam d g, erit per 13. quinti proportio totius lineæ a e ad totalem lineam c g ſicut lineæ a b ad lineam c d, ſed per 8. quinti minor eſt ꝓportio lineæ a e ad lineam c f maiorem, ꝙ̃ ad lineam c g minorem, eſt ergo maior proportio lineæ a b ad lineam c d ꝙ̃ lineæ a e ad lineam c f, & hoc eſt propoſitum.



V.

Cum fuerit proportio primi ad ſecundum tanꝙ̃ tertij ad quartum, erit econtrario proportio ſecūdi ad primum ſicut quarti ad tertium.

Sit enim a primum, & b ſecundum, & c tertium, & d quartum, & ſit proportio a ad b ſicut c ad d. Dico, ꝙ erit econtrario proportio b ad a ſicut d ad c, quoniam enim eſt proportio a ad b ſicut c ad d, erit per 16. quinti



permutatim proportio b ad a ſicut d ad c, ſecundi uidelicet ad primum ſicut quarti ad tertium, quod eſt propoſitum.

VI.

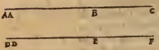
Cum fuerit quatuor quantitatum proportio, primæ ad ſecundam maior ꝗ̃ tertiæ ad quartam, erit econtrario minor proportio ſecundæ ad primam ꝗ̃ quartæ ad tertiam.



Eſto proportio lineæ a ad lineam b maior ꝗ̃ lineæ c ad lineam d. Dico, ꝙ erit econtrario minor proportio lineæ b ad lineam a ꝗ̃ lineæ d ad lineam c. Sic enim per tertiam huius ut quæ eſt proportio lineæ c ad lineam d, eadem ſit lineæ e ad lineam b, quia ergo maior eſt proportio lineæ a ad lineam b ꝗ̃ lineæ c ad lineã d, ex hypotheſi patet, ꝙ minor eſt proportio lineæ e ad lineam b ꝗ̃ lineæ a ad lineam b, ergo per 10. quinti linea a eſt maior ꝗ̃ linea e, & quia eſt proportio lineæ e ad lineam b ſicut lineæ c ad lineam d, erit per præmiſſam eadẽ proportio lineæ b ad lineam e, quæ lineæ d ad lineam c. Eſt autem per 8. quinti minor proportio lineæ b ad lineam a ꝗ̃ ad lineam e, eſt ergo minor proportio lineæ b ad lineam a ꝗ̃ lineæ d ad lineam c, qđ eſt propoſitũ.

VII.

Si quatuor quantitatum proportionabiliũ prima fuerit maior ꝗ̃ ſecunda, & tertia maior ꝗ̃ quarta, erit euerſim eadẽ proportio primæ ad augmentum ſui ſuper ſecundam, quæ tertiæ ad augmentum ſui ſuper quartam.



Sint quatuor lineæ ꝓportionales a c prima, b c ſecunda, d f tertia, & e f quarta. Sitq́ linea a b maior ꝗ̃ linea b c, & linea d f maior ꝗ̃ linea e f excedat quoq́ linea a c lineam b c in linea a b, & linea b f lineam e f in linea d e. Dico, ꝙ eadem erit proportio lineæ a c ad lineam a b, quæ lineæ d f ad lineam d e, quoniam enim eſt proportio lineæ a c ad lineã b c ſicut lineæ d f ad lineam e f, eſt ergo per 16. quinti permutatim proportio lineæ a c ad lineam d f ſicut lineæ b c ad lineam e f, ergo per 19. quinti erit proportio lineæ a b ad lineam d e ſicut lineæ a c ad lineam d f, ergo per 4. huius erit proportio lineæ a c ad lineam a b ſicut lineæ d f ad lineam d e, quod eſt propoſitum.

VIII.

Si quatuor quãtitatum prima fuerit maior ſecunda, & tertia maior quarta, erit maior proportio primæ ad quartam ꝗ̃ ſecundæ ad tertiam.



Sint quatuor lineæ a b c d, & ſit a prima maior ꝗ̃ b ſecunda, & ſit c tertia maior ꝗ̃ d quarta. Dico, ꝙ maior eſt proportio lineæ a ad lineam d ꝗ̃ lineæ b ad lineã c, quia enĩ linea c eſt maior ꝗ̃ linea d, ex hypotheſi patet per 8. quinti, quoniam maior eſt proportio lineæ a ad lineã d ꝗ̃ ad lineam c, minor uero eſt proportio lineæ b ad lineam c ꝗ̃ lineæ a ad lineam c per eandem 8. quinti, quoniam ut præmiſſum eſt, linea a eſt maior ꝗ̃ linea b, & quoniã quicquid eſt maius maiore eſt maius minore, patet, ꝙ maior eſt proportio lineæ a ad lineam d ꝗ̃ lineæ b ad lineam c, patet ergo propoſitum.

IX.

Cum quatuor quantitatum prima fuerit maior ꝗ̃ tertia, & ſecunda minor ꝗ̃ quarta, maior erit proportio primæ ad ſecundã ꝗ̃ tertiæ ad quartã.



Sint quatuor lineæ a prima, b ſecunda, c tertia, d quarta, ſitq́ a maior ꝗ̃ c, & ſit b minor ꝗ̃ d. Dico, ꝙ maior eſt proportio a ad b ꝗ̃ c ad d, quoniã enim linea a eſt maior ꝗ̃ linea c, patet per 8. quinti, quoniã maior eſt proportio lineæ a ad lineam b ꝗ̃ lineæ c ad lineã b, ſed quia

Sed quia ex hypotheſi linea b eſt minor q̃ linea d, patet per eandẽ 8. huius quinti, quoniam maior eſt proportio lineæ c ad lineam b q̃ ad lineam d, eſt ergo maior proportio lineæ a primæ ad lineam b ſecundam q̃ lineæ c tertiæ ad lineam d quartã, & hoc eſt propoſitum.

X.

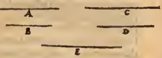
Si quatuor quantitatum fuerit maior proportio primæ ad ſecundam q̃ tertiæ ad quartam, erit permutatim maior proportio primæ ad tertiam q̃ ſecundæ ad quartam.



Sint quatuor lineæ a b c d, ſitq́ proportio a ad b maior q̃ c ad d. Dico, ꝙ erit permutatim maior proportio lineæ a ad lineam c q̃ lineæ b ad lineam d. Sit enim per 3. huius proportio lineæ e ad lineam b ſicut lineæ c ad lineã d, erit ergo ex hypotheſi & ex 10. quĩti linea e minor q̃ linea a, ergo per 8. quinti maior eſt proportio lineæ a ad lineam c q̃ lineæ e ad lineam c. Eſt autem ex præmiſſis & per 16. quinti ꝓportio lineæ e ad lineam c ſicut lineæ b ad lineam d, palàm ergò, quoniam maior eſt proportio lineæ a ad lineam c q̃ lineæ b ad lineam d, quod eſt propoſitum.

XI.

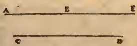
Cum quatuor quantitatum maior fuerit proportio primæ ad ſecundam q̃ tertiæ ad quartam, erit coniunctim maior proportio primæ & ſecundæ ad ſecundam q̃ tertiæ & quartæ ad quartam.



Eſto 4. lineæ a b c d maior ꝓportio a ad b q̃ c ad d. Dico, ꝙ totius lineæ a b ad lineã b maior erit ꝓportio q̃ totius lineæ c d ad lineã d. Sit eni ꝑ 3. huius ꝓportio lineæ e ad lineã b, q̃ lineæ c ad lineã d, eſt ergo ex hypotheſi maior ꝓportio lineæ a ad lineã b q̃ lineæ e ad lineã b, ergo ꝑ 10. quinti linea a eſt maior q̃ linea e. Tota ergo linea a b eſt maior q̃ tota linea e b. ergo ꝑ 8. quinti maior eſt ꝓportio totius lineæ a b ad lineã b q̃ totius lineæ e b ad lineã b, ꝑ 18. uero quĩti eſt ꝓportio lineæ e b ad lineã b, q̃ lineæ c d ad lineam d, eſt eni ex ꝑmiſſis ꝓportio lineæ e ad lineã b ſicut lineæ c ad lineã d. Eſt ergo maior ꝓportio lineæ a b ad lineã b q̃ lineæ c d ad lineã d, q̃d eſt ꝓpoſitum.

XII.

Si quatuor quantitatum proportio primæ & ſecundæ ad ſecundã ſit maior q̃ tertiæ & quartæ ad quartam, erit diſiunctim maior proportio primæ ad ſecundam q̃ tertiæ ad quartam.



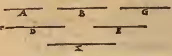
Sit proportio totius lineæ a b ad eius partem lineã b maior q̃ totius lineæ c d ad eius partem d. Dico, ꝙ erit diſiunctim proportio lineæ a ad lineam b maior q̃ lineæ c ad lineam d. Sit enim per 3. huius proportio lineæ e b ad lineam b ſicut lineæ c d ad lineã d, erit ergo ex hypotheſi maior ꝓportio lineæ a b ad lineam b q̃ lineæ e b ad eandem lineam b, ergo per 10. quinti erit linea a b maior q̃ linea e b, ablata ergo utrobiq́ linea b cõmuni, relinquitͬ linea a maior q̃ linea e, eſt ergo per 8. quinti maior ꝓportio lineæ a ad lineam b q̃ lineæ e ad eandem lineã b. Sed per præmiſſã eſt proportio lineæ e b ad lineam b ſicut lineæ c d ad lineam d, ergo per 17. quinti eſt proportio lineæ e ad lineam b ſicut lineæ c ad lineam d, erit ergo maior ꝓportio lineæ a ad lineam b quàm lineæ c ad lineã d, & hoc eſt propoſitum.

XIII.

Quarumlibet trium quantitatum quocq́ ordine diſpoſitarum, quarũ mediæ ad utramq́ extremarum aliqua ſit proportio, erit proportio primæ ad tertiam compoſita ex proportiõe primæ ad ſecundam & ſecundæ ad tertiã, ex quo patet quòd proportio extremorum ad inuicem componitur ſemper ex pro-

ex proportione mediorum ad inuicem & ad ipſa extrema.

Sint extra gradus tres lineæ quæ a b g, quarum prima quæ eſt a ſit maior ꝗ media quæ eſt b, & b ſit maior ꝗ tertia quæ eſt g, ſitq; ipſius b ad ambas extremas ꝓportio nota. Dico, ꝙ proportio lineæ a ad lineam g tertiã componitur ex proportione lineæ a ad lineam b, & ex ꝓportione lineæ b ad lineam g, quoniã enim proportio lineæ a ad lineã b eſt nota, ſit quantitas d denominatio illius ꝓportionis, & ſimiliter quia proportio lineæ b ad lineam g eſt nota, ſit denominatio illius ꝓportionis quantitas e, & ſit quantitas z denominatio proportionis lineæ a ad lineã g. Dico, ꝙ ex ductu e in d fit z, quoniã enim per diffinitionem ex ductu z denominationis ꝓportionis lineæ a ad lineam g in ipſam lineam g minorem ꝗ ſit a fit linea a, ſimiliter & ex ductu d ad lineam b fit linea a. Proponitur itaq; z

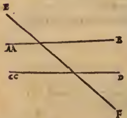


primum & d ſecundũ linea b tertium & linea g quartũ, quia itaq; illud quod fit ex ductu primi in quartum eſt æquale ei quod fit ex ductu ſecundi in tertium, patet p 15. ſexti, quoniã eſt proportio primi ad ſecundum ſicut tertij ad quartũ, eſt ergo ꝓportio z ad d, ſicut lineæ b ad lineam g, ergo denominatio ꝓportionis z ad d ex ſuppoſitiõe eſt eadem cũ denoĩatione ꝓportiõis lineæ b ad lineã g. ſed denominatio ꝓportiõis lineæ b ad lineã g eſt quãtitas e, ergo denoĩatio ꝓportionis z ad d eſt idem e, ergo ex ductu e in d fit z, quia ergo denominatio ꝓportiõis lineæ a ad lineã g quæ eſt z producit̃ ex ductu denominationis ꝓportiõis lineæ a ad lineã b in denominationẽ ꝓportionis lineæ b ad lineã g, patet per diffinitionẽ, quoniam ꝓportio lineæ a primæ ad lineã g tertiã cõponit̃ ex ꝓportiõe lineæ a primæ ad lineã b ſecundã, & ex ꝓportione lineæ b ſecundæ ad lineã g tertiã ꝙd eſt propoſitũ primum. Eodem quoq; modo poteſt faciliter demõſtrari de quocũq; medijs inter quælibet duo extrema collocatis, ſemper enim ꝓportio extremorum ad inuicem componit̃ ex omnibus ꝓportionibus mediorũ ad inuicem. Et ipſa extrema ſimiliter demonſtrandi uia diuiſionis, ſi mediam contingat eſſe maiorem qualibet extremarum, patet ergo propoſitum.

XIIII.

Si linea recta ſuper duas rectas ceciderit, feceritq; angulos coalternos inæquales, aut duos intrinſecos minores duobus rectis, uel extrinſecum inæqualem intrinſeco, illas lineas ad minorum angulorum partem concurrere eſt neceſſe, ad aliam uero partem impoſſibile, & ſi lineæ concurrunt, neceſſe eſt dictos angulos aliquo propoſitorum modorũ ſe habere.

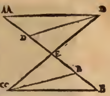
Sint duæ lineæ a b & c d, quas ſecet linea e f ſecundũ quod ꝓponitur. Dico, quoniã lineæ a b & c d concurrent, ſi enim non concurrant, patet ꝙ ſunt æquediſtãtes, ergo per 29. primi ſequitur contrariũ hypothe. ꝙ eſt inconueniens, concurrunt ergo, ad partem uero minorum angulorũ cõcurrere eſt neceſſarium, quoniã ſi ad partem maiorum angulorum cõcurrant, ſequeretur angulũ extrinſecum trigoni tanti fieri minorẽ angulo intrinſeco, & eſt contra 16. & 32. primi, & quia per præmiſſas propoſitiones ad partes minorum angulorũ concurrũt, ſi ex conceſſo ad partes maiorum angulorũ concurrerẽt, ſequeretur rectas lineas ſuperficiem includere, ꝙ eſt impoſſibile. Eſt ergo impoſſibile, ut ad partes maiorum angulorũ concurrant, quod eſt propoſitum primum. Sed & ſi detur ꝙ illæ lineæ concurrant, neceſſe eſt angulos aliquo propoſitorũ modorum ſe habere per 32. primi, patet ergo totum quod proponitur, ſeruata ſemper hypotheſi.



XV.

Cum lineis ſe inter duas lineas æquediſtantes, à quarum terminis producuntur, ſecantibus ex utraq; parte ſectionis, partes eiuſdem lineæ inter ſe fuerint æquales, neceſſe eſt lineas, inter quas fit ſectio, æquales eſſe.

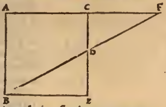
Verbi



Verbi gratia: Sint ut duæ lineæ a b & c d inter duas lineas æquediſtantes, à quarum terminis producuntur, quæ ſunt a d & c b, ſecent ſe in puncto e, ita, ꝙ linea a e ſit æqualis lineæ e b, & linea c e ſit æqualis ipſi e d. Dico, ꝙ linea a d eſt æqualis lineæ c b, q̃n enim per 15. primi angulus a e d eſt æqualis angulo c e b, erit ex hypotheſi & per 4. primi linea a d æqualis lineæ c b, quod eſt propoſitum.

XVI.

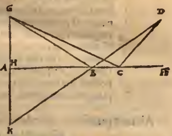
Si per terminos duarum linearum æquediſtantium & inæqualiũ rectæ producant̃, illas ad partẽ minoris lineæ cõcurrere eſt neceſſe.



Sint duæ lineæ a b & c d æquediſtantes & inæquales, ſitq́ꝫ linea c d minor ꝙ̃ linea a b, producanturq́ꝫ per terminos ipſarum lineæ a c & b d. Dico, ꝙ illæ lineæ a c & b d concurrẽt ultra lineam c d, producatur enim linea c d ultra punctũ d ad punctũ e, fiatq́ꝫ per tertiam primi linea c e æqualis lineæ a b, & ducatur linea b e. Hic itaqꝫ linea b e per 33. primi eſt æquediſtans lineæ a c, ergo per 2. huius cum linea b d concurrat cũ linea b e in puncto b. Patet, ꝙ ipſa concurrit cum linea a c, quæ æquediſtat lineæ b e, ſed & ad partem lineæ c d, quæ eſt minor ꝙ̃ linea a b concurrere eſt neceſſe per 14. huius, uel per 2. ſexti, patet ergo propoſitum, punctus enim concurſus plus qui eſt f, erit ultra lineam c d.

XVII.

Lineæ rectæ continentes angulos æquales cum linea recta, cui ad unum punctum incidunt, ſimul iunctæ, ſunt breuiores omnibus lineis ab eiſdem terminis ſuper eandem lineam ad unum punctum alium productis, continentibus cum eadem linea angulos inæquales ſimul iunctis.



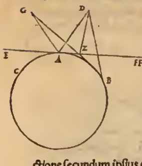
Sit linea recta quæ a b c f, & ſint duo puncta d & g, à quibus duæ lineæ g b & d b, productæ ſuper lineam a b c f, contineant angulos æquales, ita, ut angulus a b g ſit æqualis angulo c b d. Dico, ꝙ ſi à punctis d & g ad aliquod aliud punctum lineæ a b c f, ꝙ ſit c, lineæ ductæ contineant inæquales angulos, ita, ut angulus g c a ſit minor angulo f c d, ꝙ lineæ g b & b d ſimul iunctæ ſuper minores duas lineas g c & d c ſimul iunctis. Ducat̃ enim à puncto g ſuper lineam a f perpendicularis per 12. primi, quæ ſit g h, & producatur linea g h ultra punctũ h, & producatur d b donec concurrat cum linea g h producta, concurrent autem per 14. huius, ſit ergo punctus concurſus k, & coniungatur linea k c, & quoniã angulus d b c eſt æqualis angulo g b h, ex hypotheſi & angulo h b k, ex 15. primi palàm, ꝙ angulus h b k eſt æqualis g b h, ſed anguli g h b & k h b ſunt æquales, quia recti, ergo per 32. primi trigoni g h b & k h b etiam æque æqui anguli, ergo per 4. ſexti, cũ linea h b ſit cõmunis & æqualis ſibijpſi, erit linea g b æqualis lineæ k b, & linea g h æqualis lineæ h k. Et eadem ratiõe per 4. primi erit linea g c æqualis lineæ k c, quia uero per 20. primi linea k d in trigono k d c minor eſt ambabus lineis d c & k c ſimul iunctis, & linea g b æqualis eſt lineæ b k, & linea g c æqualis eſt lineæ k c, palàm, quia ambæ lineæ g b & d b ſimul iunctæ, minores ſunt ambabus lineis d c & g c ſimul iunctis, ſimiliter quoqꝫ de quibuſcunqꝫ lineis à punctis g & d ad lineam a f productis eſt demonſtrandũ, patet ergo propoſitum.

XVIII.

Lineæ rectæ continentes angulos æquales cum linea conuexa, cui ad unũ

punctum incidunt ſimul iunctæ, ſunt breuiores omnibus lineis ab eiſdem terminis ſuper eandem lineam ad unum punctum alium productis, continentibus cum eadem linea angulos inæquales ſimul iunctis.

Sit linea curua a b c, ſuper cuius conuexum à punctis g & d incidant lineæ d a & g a continentes angulos æquales, ita, ut angulus c a g ſit æqualis angulo b a d. Dico, quod ſi ducantur aliæ lineæ à punctis g & d ſuper lineàm a b c, ut g b & d b, cõtinentes angulos inæquales cum linea a b c, quod ambæ lineæ g a & d a ſimul iunctæ, erunt breuiores duabus li

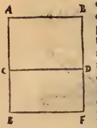


neis g b & d b ſimul iunctis. Ducatur enim linea e f, contingens arcum a b c in puncto a per 16. tertij, anguli ergo cõtingentiæ qui ſunt e a c & f a b ſunt æquales per 15. tertij, ſed anguli g a c & d a b ſunt æquales ex hypotheſi, erunt ergo anguli g a e & d a f æquales, & ad punctũ ubi linea g b ſecat lineam e f, quod ſit z, ducatur linea d z, ergo per præcedentem ambæ lineæ g a & d a ſunt breuiores ambabus lineis g z & d z, cum angulus g z a ſit minor angulo g a e, & angulus d z f ſit maior angulo d a f per 16. primi. Sed linea g b eſt maior quàm linea g z, quia totũ parte & linea d b eſt maior quàm linea d z per 19. primi, quoniã angulus d z b eſt maior angulo ſiti trigoni, patet ergo propoſitum in arcu circuli conuexo, & eodẽ modo demonſtrandum in quacunque alia columnali uel pyramidali ſectione ſecundum ipſius conuexum, patet ergo propoſitum.

XIX.

Vna linea recta in duabus ſuperficiebus planis exiſtente, neceſſe eſt ut illæ duæ ſuperficies ſecundum illam lineam ſe ſecent.

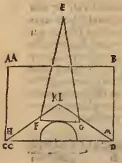
Sint duæ ſuperficies planæ a b c d & c d e f. in quarũ utraque ſit linea c d. Dico, quod illæ



duæ ſuperficies ſecant ſe ſuper lineã c d. Si enim illæ duæ ſuperficies ad lineã c d ut ad cõmunem terminũ per modum unius ſuperficiei contingentiæ cõpellerentur, tunc patet quod ipſæ ſunt partes unius ſuperficiei, & non duæ ſuperficies, quod eſt contra hypotheſim, quod ſi ipſæ ſuperficies datam lineam c d pertranſeant, nec ad ipſam, ut ad communem terminũ copulentur, palàm per 3. niſi cum ipſæ ad inuicem ſe ſecent, quod ipſis aliqua linea eſt cõmunis, aut ergo ſecant ſe ſuper lineã c d, & habetur propoſitũ, aut ſuper aliam quã continet datam, & tũc cũ illa ſit ambabus propoſitis ſuperficiebus cõmunis per prænominatã tertiã, niſi & eiſdem ſit linea c d cõmunis ex hypotheſi, ſequitur, ut duæ planæ ſuperficies illas duas lineas interiacẽtes corpus includant, quod eſt impoſſibile & cõtra ſuppoſitionẽ, patet ergo propoſitũ.

XX.

Ab uno puncto in aëre dato, ſuper unamquãque ſubſtructam planam uel cõuexã ſuperficiẽ, una tantũ perpendicularis duci poteſt.



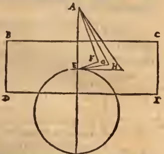
Sit data ſuperficies plana a b c d, & datus in aëre punctus e. Dico, quod à puncto e ad ſubſtructã ſuperficiem unam tantum perpendicularem duci eſt poſſibile, ſi enim impoſſibile ſit, ut ſuperficiem planã datam quæ a b c d, ducantur à puncto e duæ perpendiculares, quæ ſunt e f & e g, quia itaque lineæ e f & e g angulariter coniunguntur in puncto e, patet per 2. undecimi, quoniam illæ duæ lineæ ſunt in eadem ſuperficie, & quoniã lineæ illæ ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiem a b c d, erit ſuperficies, in qua ſunt lineæ illæ, erecta ſuper ſuperficiem a b c d. Huius itaque ſuperficiei & ſuperficiei a b c d cõmunis ſectio eſt linea f g per præmiſſam, in trigono itaque e f g ſunt duo anguli recti, ſcilicet e f g & e g f per diffinitionem lineæ erectæ ſuper ſuperficiem, hoc autem eſt im-

eſt impoſſibile & contra 32.primi, ꝙ hoc etiã patet in ſuperficiebus conuexis,quia enim ut per diffinitionem omnis linea perpendicularis ſit quã cõtinet ſuperficiẽ conuexã, eſt perpendicularis ſuper planã ſuperficiẽ ipſam conuexã, ſuperficiem in puncto incidentiæ lineæ illius contingentẽ,patet,quia in omni ſuperficie conuexa idem accidit impoſſibile.Si enim ſit ſuperficies ſphærica conuexa,in qua ſit arcus f g,ſit ut ipſam contingat in puncto f ſuperficies plana,in qua ducatur linea h f k,& in pũcto g ſuperficies plana,in qua ſit linea l g m,palàm ergo ex præmiſſis,quia anguli e f k & e g f ſunt recti,ꝓducta quæq; corda f g,palàm,quia anguli e f g & e g f ſunt maiores rectis quod eſt impoſſibile,non eſt ergo poſſibile ab uno puncto dato plus una perpendiculari duci ad ſuperficiem planã uel conuexam,patet ergo ꝓpoſitum,quoniã in quibuſcunq; alijs conuexis ſuperficiebus eſt eodem modo demonſtrandum.

XXI.

Omnium linearũ ab eodem puncto ad eandem ſuperficiem planam uel conuexam productarum,minima eſt perpendicularis.

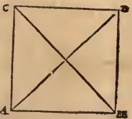
Eſto ſuperficies plana b c d,& punctum extra ſignatum a,à quo ducantur plurimæ lineæ ad ſuperficiẽ datã,ut contingit,ſcilicet a e,a f,a g,a h,ſola tamen a e ſit perpendicularis.Dico,ꝙ linea a e eſt omnium aliarum breuiſſima,ducantur a lineæ e f,e g,e h,& componantur trigona orthogonia, palàm itaq; cum per 32.primi angulus rectus ſit maior in quolibet trigono orthogonio, quoniã linea a e per 19.primi breuior eſt qualibet linearum a f,a g,a h,& etiã aliarum quarumcũq; ſic productarum,patet ergo propoſitũ in planis,ſed & in conuexis patet idem, quoniã ſi perpendicularis ſuper conuexã ſuperficiem ſit a e,& ſit b c d i ſuperficies plana contingẽs ſuperficiem conuexã ſecundum punctum e, ducanturq; lineæ a f,a g,a h ſuper ſuperficiẽ planam,erunt illæ omnes maiores perpendiculares, ſed eædem productæ ad ſuperficiem conuexam ſunt maiores,patet ergo propoſitum.



XXII.

Ductæ à ſupremo termino lineæ ſuper ſuperficiem erectæ ad lineam perpendicularem,cuicunq; lineæ à puncto incidentiæ lineæ rectæ in ſubiecta ſuꝑficie ꝓtractæ,neceſſe eſt correctã lineã ſuperiacentẽ perpẽdicularẽ eſſe.

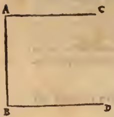
Sit punctum in aëre datum quod ſit a,à quo ad ſuperficiem planam ſubiectam quæ ſit b c d,erigatur linea per 12.undecimi quæ ſit a b,incidẽs datæ ſuperficiei in puncto b, & in ſuperficie b c d ducatur linea d c ut placuerit,& à puncto b ducatur perpendicularis ſuper lineã d c,quæ ſit b d,& copuletur,linea a d eſt perpendicularis ſuper lineam d c.Sumatur enim in linea d c quodcũq; punctum ut c,& ducatur linea a c,b c,quia itaq; linea a b eſt erecta ſuper ſuperficiem b c d,patet per diffinitionẽ lineæ erectæ, quoniã angulus a b c eſt rectus,ergo per penultimã primi quadratũ lineæ a c eſt æquale duobus quadratis linearum a b & b c,ſed & quadratum lineæ b c eſt æquale duobus quadratis c d & b d per eandẽ penultimam 10.ꝙ linea b d eſt perpendicularis ſuper lineam c d ex hypotheſi,quadratum itaq; lineæ a c eſt æquale tribus quadratis trium linearum quæ ſunt a b & b d & c d,ſed quadratum lineæ a d eſt æquale duobus quadratis duarum lineaꝝ a b & b d, quadratũ ergo lineæ a c eſt æquale duobus quadratis duarum lineaꝝ a d & d c,ergo per ultimam primi angulus a d c eſt rectus,patet ergo,ꝙ linea a d eſt ꝑpendicularis ſuꝑ lineã d c,quod eſt ꝓpoſitum.



XXIII.

Duabus planis ſuperficiebus æquediſtãtibus, una linea recta incidente, quæ ad alterã earũ erit perpẽdicularis, erit quocq; ad reliquã ꝑpendicularis.

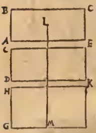
Sit ut duabus ſuperficiebus planis & æquediſtantibus incidat una linea quæ a b uni ipſarum in puncto a, & reliqua in puncto b. Dico, ꝙ ſi linea a b fuerit ꝑpendicularis ſuper unã iſtaꝝ ſuperficieꝝ, ꝙ erit ꝑpendicularis & ſuper reliquã, & à puncto a ducatur in altera ſuperficierũ illaꝝ linea recta quæ a c, & in reliqua à puncto b ducatur linea b d, palàm itaq;, quoniam lineæ a c & b d æquediſtant, in infinitum ꝓtractæ nõ concurrent, quia & ſuperficies in quibus ſunt, non concurrunt. Si itaq; alter angulorꝫ, qui b a c uel a b d fuerit rectus, palàm ſemper per 29. primi, quoniã & reliquus ipſorum erit rectus, & quoniã eodem modo poteſt hoc declarari de omnibus lineis in ſuperficiebus hinc inde ductis à punctis a & b, patet, ꝙ linea a b cum ſingulis ſibi contermin ãtibus lineis in utraq; ſuperficieꝝ illarum productis angulos rectos facit. Si eſt ergo linea a b ꝑpendicularis ſuper alterã ſuperficierũ, palàm, quia eſt perpendicularis ſuper reliquam ipſarum, & hoc eſt propoſitum.



XXIIII.

Si duæ ſuperficies uni ſuperficiei æquediſtantes fuerint, eædem inter ſe erunt æquediſtantes, ſuperficies quocq; concurrens cum una æquediſtantiũ ſuperficierum & cum reliqua concurret.

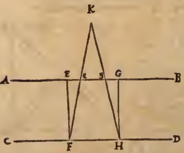
Sint duæ ſuperficies a b c & g h k æquediſtantes uni ſuperficiei quæ d e f. Dico, ꝙ illæ duæ ſuperficies a b c & g h k neceſſario adinuicem æquediſtabunt, educatur enim à puncto l ſuperficiei a b c linea ꝑpendicularis ſuper illã ſuperficiem per 12. undecimi, quæ ſit l m, palàm itaq; per præmiſſam, quoniã illa linea l m ultra alterutrum ſuorum terminoꝝ erit ipſa per eandem præmiſſam ꝑpendicularis ſuperficiem g h k, æquediſtantem ſuperficiei a b c, quia itaq; una linea l m ſuper duas ſuperficies a b c & g h k orthogonaliter inſiſtit, patet per 14. undecimi, ꝙ illæ duæ ſuperficies, etiam ſi in infinitum ꝓtrahantur, nunq; concurrent, ſunt ergo æquediſtantes, patet propoſitũ primum, & per hoc & per 2. huius patet etiã ſecundum ꝓpoſitum.



XXV.

Omnes lineæ ꝑpendiculares inter lineas uel ſuperficies æquediſtantes ductæ, ſunt æquediſtantes & æquales, & ſi lineæ rectæ lineis uel ſuperficiebus æquediſtantibus ad angulos æquales incidant, ſunt æquales.

Sint duæ lineæ a b & c d æquediſtantes, inter quas ducantur lineæ perpendiculares quæ e f & g h. Dico, ꝙ lineæ e f & g h ſunt æquediſtantes & æquales, ꝙ enim ſunt æquediſtãtes, hoc patet per 28. primi, ꝙ etiã ſunt æquales patet per 34. primi, & eodem modo demonſtrandũ eſt, ſi lineæ a b & c d ſunt in ſuperficiebus æquediſtantibus ſignatæ, qđ ſi lineæ e f & g h non perpendiculariter, ſed ad angulos æquales incidant, ductis lineis uel ſuperficiebus, ita, ut angulus g h c ſit æqnalis angulo e f d, erũt etiam lineæ g h & e f æquales, concurrent enim per 14. huius, ſic ergo punctus concurſus k, quia itaq; angulus k f h eſt æqualis angulo k h f, ex hypotheſi erit per 6. primi trigoni k f h latus k f æquale lateri k h. Sed ꝑ 29. & per 16. primi erit trigoni k e g latus k e æquale lateri k g, relinquitur ergo linea e f æqualis lineæ g h, quod eſt propoſitum, in ſuperficiebus quoq; æquediſtantibus ſignatis lineis a b & c d eadem eſt demõſtratio, patet ergo illud quod ꝓponebatur.

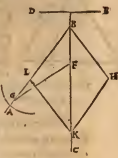


Cui-

XXVI.

Cuilibet angulo dato baſem æqualem datæ lineæ ſubtendere.

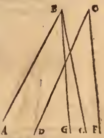
Eſt angulus datus a b c.& linea data d e, ſeparetur itaq; à linea b c,& ex parte puncti b linea b f, non maior medietate lineæ d e per 3. primi,& in puncto f poſito pede circini immobili, deſcribatur circulus ſecundum quantitatē ſemidiametri, de hoc itaq; ſecabit neceſſario latus b c per 20. primi,& cum latus b f non ſit maius medietate lineæ d e. Sit ergo ut ſecet ipſam in puncto g,& ducatur linea g f, hic itaq; neceſſario erit æqualis lineæ d e per circuli diffinitionē, patet ergo propoſitū. Poteſt & idem aliter demonſtrari, à puncto enim b ducatur linea b h angulariter, ut contingit ſuper lineā a b, quæ per 3. primi fiet æqualis datæ lineæ d e,& à puncto h ducatur æquediſtans lineæ a b per 31. primi, quæ per ſecundū huius neceſſario cōcurret cum linea b c. Sit punctus concurſus k,& à puncto k ducatur linea æquediſtans lineæ b k, quæ ſit k l, erit quoq; ſuperficies b h k æquediſtantiū laterum, ergo per 34. primi linea l k eſt æqualis lineæ l h, ergo & lineæ datæ quæ eſt d e, patet ergo propoſitum.



XXVII.

Datis duobus angulis inæqualibus, ex maiore ipſorum æquum minori reſecare.

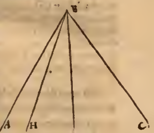
Sint duo anguli dati a b c, d e f, ſit a b c maior & d e f minor, propoſitum eſt, ut ex angulo a b c reſecetur angulus æqualis angulo d e f, hoc autē fiet per 23. primi, ſi ſuper b terminum lineæ a b intra angulum a b c fiat angulus æqualis angulo d e f, qui ſit a b g,& hoc eſt ꝓpoſitum.



XXVIII.

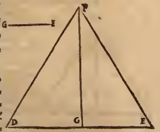
Datum angulum rectum in tres partes æquales diuidere.

Non indiguimus quo ad præſens propoſitū diuiſione aliorum angulo℞ in partes tres æquales, ſed ſolū recto,& ob hoc nō proponimus hic niſi de recto in uniuerſaliori ſcientia, ut in ea quæ de elementaits cōcluſionē uniuerſaliorē dignā ꝓpoſitū exiſtimantes. Sit itaq; angulus rectus a b c, quē in partes tres æquales uolumus diuidere, aſſumatur ergo linea quæcunq; & ſit b e, ſuper quā conſtituatur trigonum æquilaterum per primā primi, ꝙ ſit d f e, cuius angulus d f e diuidatur per æqualia per 9. primi, ducta linea f g, erit ergo angulus d f g tertia pars unius recti, cum ipſe ſit g pars duorum rectorum per 33. primi, ergo per præcedentem angulo recto a b e reſecetur angulus a b h æqualis angulo d f g,& diuidatur angulus h b c per æqualia per 9. primi patet ergo propoſitum.



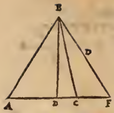
XXIX.

Linea diuidens angulum alicuius trigoni producta, baſem ſubtenſam illi angulo neceſſario ſecabit.& ſi linea ſecans baſem ad punctum, concurſus laterum trigoni producatur, illa angulum baſi oppoſitum ſecabit.



Sit ut linea d b ſecet angulum a b c trigoni a b c. Dico, ꝙ eadem linea b d producta, neceſſario ſecabit baſem a c illi angulo ſubtenſam. Si enim non ſecabit baſem a c, concurret tamen cum producta a c per 14. huius, ideo quia anguli b a c & a b f ſunt minores duobus rectis ex hypotheſi & per 32. pri-

b iij mi, ſit

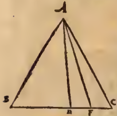


mi,ſit ergo concurſus in puncto f ultra punctum c,eſt ergo trigonoꝝ a b c & a b f angulus b a c cõmunis,& angulus b c a maior angulo b f c per 16.primi,erit ergo per 32.primi angulus a b f maior angulo a b c,non ergo ſecat linea b d f angulum a b c,cadet itaq; neceſſario inter puncta a & c,& ita ſecabit baſem a c,quia ſi etiam caderet in punctum a,uel in punctum c,non adhuc diuideret angulum a b c,patet ergo ꝓpoſitum primũ,patet etiã & reliquũ ꝓpoſitoꝝ,quoniã ſi linea b d ſecet baſem trigoni a b c,& applicetur puncto b,qd' eſt punctus concurſus laterum a b & c b,patet ꝙ linea b d ſecabit angulum a b c.Sit enim per 16.primi angulus a d b maior angulo a c b,ſed angulus b a c eſt cõmunis ambobus trigonis a b c & a b d,ergo per 32.primi angulus a b d eſt minor angulo a b c,eſt ergo reſectus angulus a b c per lineam b d,qd' eſt ſecundum propoſitorum.

XXX.

Ab angulo dati trigoni linea perpendiculariter ad baſem producta, ſi rectum angulum ſub partibus baſis contentum,maius fuerit quadrato perpendicularis,neceſſe eſt angulum à quo fit ductio obtuſum eſſe, ſi minus acutum,ſi æquale rectum.

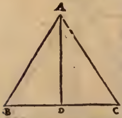
Sit datus trigonus a b c,à cuius angulo b a c ducatur linea ꝑpendicularis ſuper baſem b c,ſecetq; ipſam in pũcto d,& ſit a d,ſitq; illud qd' fit ex ductu b d in d c maius quadrato lineæ a d.Dico,quia angulus b a c eſt obtuſus, patet enim per 16.ſexti,quia non eſt ꝓportio lineæ b d ad lineã a d,quæ lineæ a d ad lineã d c.Sit ergo per 10.ſexti,ut quæ eſt ꝓportio lineæ b d ad lineam a d,eadem ſit lineæ a d ad lineã g e,erit ergo illud qd' fit ex ductu lineæ b d ad lineã g e æquale quadrato lineæ a d per 16.ſexti, & quia illud qd' fit ex ductu lineæ b d in lineã d c,eſt maius quadrato lineæ a d,patet ꝙ linea g e eſt minor ꝙ̃ linea d c per primã ſexti, abſcindatur ergo à linea d c æqualis lineæ g e per 3.primi,& ſic d f,ducaturq; linea a f, quia itaq; illud quod fit ex ductu lineæ b d in lineã d f,eſt æquale quadrato lineæ a d, patet per 16.ſexti,quoniã eſt ꝓportio lineæ b d ad lineam a d,ſicut lineæ a d ad lineã d f,erit ergo per conuerſam 8.ſexti angulus b a f rectus,ergo angulus b a c eſt maior recto.Similiterq; demonſtrandum,ꝙ ſi illud qd' fit ex ductu b d in d c ſit minus quadrato a d,quoniã angulus b a c eſt acutus, nam per eandẽ demonſtrationẽ patet etiam per eandem conuerſam 8.ſexti,quoniã ſi illud qd' fit ex ductu lineæ b d in lineã d c,ſit æquale quadrato lineæ a d,quoniã angulus b a c eſt rectus, patet ergo propoſitum.



XXXI.

Ab angulo yſocheles ducta perpendicularis ſuper baſem in duas partiales ſimiles trigonos diuidit yſochelem,ex quo patet,ꝙ linea perpendicularis ad medium punctum baſis neceſſario pertingit.

Sit yſocheles a b c,cuius latera a b & a c ſint æqualia,& ab angulo b a c ducatur ſuper baſem b c ꝑpendicularis a d.Dico,ꝙ ꝓpoſitus yſocheles diuiſus eſt in duos trigonos partiales ſimiles,quoniã enim per 5.primi angulus a b d eſt æqualis angulo a c d,ſed & per diffinitionem ꝑpendicularis anguli a d b & a d c ſunt æquales,quia recti,patet per 32.primi, quia anguli b a d & c a d ſunt æquales,ergo trigona a b d & a c d ſunt æquianguli,ergo per 4.ſexti latera illorum trigonoꝝ æquos angulos reſpicientia ſunt ꝓportionalia,ſunt ergo illa trigona partialia,quæ a b d & a c d ſimilia per diffinitionem ſimilium trigonoꝝ, patet ergo ꝓpoſitum primum,& quoniã illa trigona a b d & a c d ſunt ſimilia,& eorum latera a b & a c ſunt æqualia,& latus a d cõmune, patet, quia etiã latera c d & b d ſunt æqualia,linea ergo perpendicularis quæ a d, neceſſario pertingit



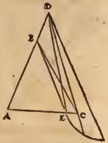
git

ſit ad medium punctum lineæ b c, quod eſt propoſitum ſecundum.

XXXII.

Linea ducta à quocunqꝫ puncto unius lateris trigoni producti, ultra trigonũ ſecãs latus ab illo pũcto remotius & ꝓpinquius illi neceſſario ſecabit.

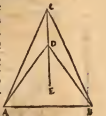
Sit trigonum a b c, cuius latus a b producatur ultra punctum b ad punctum d, & à puncto d ducatur linea d e ſecans latus trigoni a c in puncto e. Dico, ꝙ d e neceſſario ſecabit latus b c. Si non ſecabit latus b c, ſed ſolum latus a c, ducatur linea d c, & producatur in continuũ & directum, ſecabit itaqꝫ linea d c in aliquo puncto lineã d e, quoniam cum linea d c exeat à puncto d, à quo exit etiam linea d e, & terminetur ad punctum c interiacens punctum e, neceſſario illã ſecabit, ſit punctus ſectionis f, palàm itaqꝫ, quoniã duæ rectæ lineæ quæ ſunt d f & d e f includunt ſuperficiem, qđ eſt impoſſibile. Idem quoqꝫ accidit, ſi line d e ducatur extra lineam b c ultra punctum a, quod eſt propoſitum.



XXXIII.

Si à punctis terminalibus unius lateris triãguli duæ rectæ exeuntes, intra trigonum ad punctũ unum conueniant, erit angulus inferior æqualis ſuperiori, & duobus angulis inter lineas ductas, ad alia duo latera trigoni contentis.

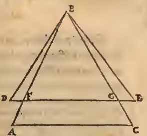
Sit trigonum a b c, à cuius unius laterũ a b punctis terminalibus quæ ſunt a & b ducantur lineæ taliter, ut intra trigonum a b c concurrãt in puncto d. Dico, ꝙ angulus a d b eſt æqualis angulo a c b, & inſuper duobus angulis c a d & c d b. ꝙ enim angulus a d b ſit maior angulo a c b, hoc patet p 21. primi. Producatur itaqꝫ linea d c ultra punctum d uſqꝫ ad punctum e, eſt itaqꝫ per 32. primi angulus e d a æqualis duobus angulis d c a & d a c, & ſimiliter angulus e d b æqualis eſt duobus angulis d b c & d c b, totus ergo angulus a d b æqualis eſt angulo a c b, & angulus d a c & d e b, quod eſt ꝓpoſitum.



XXXIIII.

Linea æqualis & æquediſtans baſi alicuius trigoni uicinior angulo ſupremo, maiori angulo neceſſario ſubtenditur.

Eſto trigonum a b c, cuius baſis a c, uicinior a b c, ducatur linea æqualis & æquediſtans quæ ſit d e. Dico, ꝙ ſi à puncto b ducantur lineæ b d & b e, quia angulus d b e eſt maior angulo a b c, quia enim linea d e eſt æqualis lineæ a c, palàm, quia ipſa ſit producta ſecat lineas a b & b c argumento 15. huius, ꝙ etiã patet ex aliis. Omnis linea cadens intra trigonum ſecans latera eius & æquediſtans b a c, eſt maior baſe per 29. primi & 4. ſexti. Secet ergo linea d e latus b a in puncto f, & latus b c in puncto g, quia itaqꝫ per 16. primi angulus b g f eſt maior angulo b e g, erit per 29. primi angulus b c a maior angulo b e d, & eadem ratione angulus b a c eſt maior angulo b d e, neceſſario ergo per 32. primi erit angulus b d e cum angulis minoribus ualens duos rectos maior angulo a b c, ualente cũ duobus angulis maioribus duos rectos, patet ergo propoſitum.

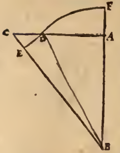


XXXV.

In trigono orthogonio ab uno reliquorum angulorum producta linea ad baſem, erit remotioris anguli ad propinquiorem recto minor ꝓportio, ꝙ partis baſis remotioris ad propinquiorem.

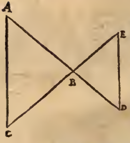
Sit trigonum orthogonium a b c, cuius angulus b a c ſit rectus, & à puncto b ducatur ad

tur ad latus a c, qď eſt baſis anguli a b c, linea recta quæ ſit b d. Dico, ꝙ minor eſt ꝓportio anguli c b d remotioris ab angulo recto ad angulum d b a propinquiorē ipſi recto, ꝙ partis baſis remotioris ab angulo recto qui eſt c d ad latus d a propinquius ipſi angulo



recto, quoniā enim angulus b a c eſt rectus, patet, quia angulus b d a eſt acutus per 32. primi, ergo patet per 23. primi, angulus b d c eſt obtuſus, ergo per 19. primi latus b d eſt maius latere a b, & minus latere b c, à centro itaq; b ſecundum quātitatem ſemidiametri b d deſcribatur arcus circuli ſecans lineā b c in puncto e, & ad ipſum producatur linea b a in punctum f, factiq; erunt duæ ſectiones b d e minor trigono b d c, & b d f maior trigono b d a, & quoniā eſt ꝓportio ſectionis ad ſectorem ſicut arcus f d ad arcū d e, ut patet per modum demonſtrationis primæ ſexti, quoniam omnes ſectores eiuſdem circuli ſunt eiuſdem altitudinis, & æque multiplicia arcuum faciunt æquemultiplicia ipſorū ſectorum, ꝓportio uero arcus d f ad arcum d e eſt ſicut anguli d b f ad angulum d b e per ultimā ſexti. Cum itaq; trigonum c d b ſit maius ꝙ ſector e d b, & ſector f d b ſit maior trigono a d b, erit per 9. huius trigoni c b d primi ad trigonum d b a ſecundum maior ꝓportio ꝙ ſectoris e b d tertij ad ſectorem d b f quartū. Eſt autem per primā ſexti trigoni c b d ad trigonum d b a, ſicut baſis c d ad baſem d a, ſectoris uero e d f ad ſectorem d b f, ut patet ex præmiſſis, eſt proportio ſicut anguli e b d ad angulum a b f, patet ergo, ꝙ maior eſt proportio lineæ c d ad lineā d a, ꝙ anguli c b d ad angulum d b a, ergo minor eſt ꝓportio anguli c b d ad angulum d b a, ꝙ lateris c d ad latus d a, quod eſt propoſitum.

XXXVI.



Cuiuslibet trigoni duo latera producta, aliud trigonum priori ſimile principiant lateribus poſitione & ſitu tranſmutatis.

Sit trigonum a b c, cuius latus a b ſit dextrum, & latus b c ſiniſtrum, quæ producantur ultra punctum b, & proportionaliter prioribus lateribus abſcindantur per 11. ſexti, linea ſcilicet a b in puncto d, & linea c b in puncto e, & coniungatū linea d e, erit itaq; trigonum d b e ſimile trigono a b c, ſed & latus d b ſit ſiniſtrum, & latus e b dextrum. Sunt itaq; latera iſtorum trigonorum poſitæ, & ſitu tranſmutata, quod eſt ꝓpoſitum primum.

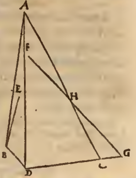
XXXVII.

Omnium duorum trigonorum rectangulorum, quorum unius unum laterum rectos angulos continentium fuerit maius altero alterius, reliquū uero minus reliquo, erit angulus acutus unius maius latus reſpiciens maior angulo alterius ſuum relatiuum latus reſpiciente.

Verbi gratia: Sint duo trianguli rectanguli a b c & a c d, ſintq; anguli a b c & a d c recti, & ſit latus b c trianguli a b c maius latere c d trianguli a c d, & reliquū laterū rectos angulos continentiū a b unius ſit minus reliquo latere alterius, qď eſt a d, ut patet in ꝓpoſita figuratione, ſi linea a b intelligatur erecta ſuper lineā b c ſuperficiem eius, & linea b d intelligatur ꝑpendicularis ſuper lineā d c in eadem ſuperficie iacentem, tunc enim erit linea a d ꝑpendicularis ſuper lineā d c per 22. huius, ꝙ etiam patet, ſi in ſuperficie iacente ducatur linea b e æquediſtanter lineæ d c per 31. primi, & quoniā linea a b eſt ꝑpendicularis ſuper ſuperficiem iacentem, in qua ſunt lineæ b d, d c, b e, palàm per diffinitionē lineæ erectæ, quoniā angulus a b e eſt rectus, ſed & angulus e b d eſt rectus per 29. primi, cum anglus b d c ſit rectus per 22. huius, & lineæ b e & d c æquediſtent, ergo per 4. undecimi linea b e eſt erecta ſuper ſuperficiem trigoni a b d, ergo per 8. undecimi linea d c eſt ꝑpendicularis ſuper eandem ſuperficiem trigoni a b d, angulus ergo a d c eſt rectus, ſed

& latus

& latus a d maius eſt latere a b per 19.primi,quoniã angulus a b d eſt rectus.Dico ergo ꝙ angulus a c d eſt maior angulo a c b,quoniã enim latus a d eſt maius latere b a per 19.primi,cum angulus a b d ſit rectus,patet,ꝙ præſens figuratio eſt conformis hypotheſi,reſecetur ergo per 3.primi à latere d a æquale lateri b a, ꝙ ſit linea d f,& quia linea d c eſt minor latere b c per 19. primi,quoniã angulus b d c eſt rectus.Protrahatur linea d c,& reſecetur in puncto g taliter,ut ſit linea d g æqualis lineæ b c,quia ergo trigoni f d g duo latera f d & d g ſunt æqualia duobus lateribus a b & b c trigoni a b c,& angulus f d g æqualis eſt angulo a b c,quia uterqꝫ rectus,erit p 4.primi baſis f g æqualis baſi a c,& reliqui anguli reliquis angulis,angulus ergo f g d æqualis erit angulo a c b,quia uero puncta a & f ſunt in linea a d,& puncta c & g ſunt in linea d g,palàm,quia lineæ a c & f g ſunt in una ſuperficie quæ a d g per 2.undecimi,ergo interſecant ſe lineæ g f &

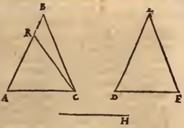


c a,ſit earum interſectio in puncto h,quia uero in trigono c h g latus g c protrahitur,palàm ex 16.primi,quoniã angulus h c d maior eſt angulo h g c,ergo & eius æquali ſcilicet angulo a c b,angulus ergo a c d maior eſt angulo a c b,quo eſt ꝓpoſitum,ſimiliterqꝫ demonſtrandum in alijs,ſi enim trigona propoſita fuerint in diuerſis locis conſtituta,palã,quia in ipſis æqualia & æquiangula trigona ſic poſſunt ordinari,ut in figura diſponuntur,& demonſtratio facta de ijs ſe extendit ad alia,patet ergo,ꝙ uniuerſaliter ꝓpoſitum,& ex hoc patet,ꝙ angulus b a c eſt maior angulo d a c,per 32.primi.

XXXVIII.

Oĩm duorũ trigonorũ rectangulorũ,quorũ latus ſubtẽſum recto angulo unius ad minus latus eiuſdem proportionem habuerit maiorem, quàm latus ſubtenſum recto angulo alterius ad minus latus eiuſdem,erit angulus linearum maioris proportionis maior angulo linearum minoris proportionis,& econuerſo.

Sint duo trigona rectangula a b c & d e f,quorũ anguli a b c & d e f ſint recti,ſitqꝫ latus b c minus latere a b,& latus e f minus latere d e,ſitqꝫ maior ꝓportio lineæ a c ad lineam c b,ꝗ̃ lineæ d f ad lineã f e.Dico,ꝙ angulus a c b maior eſt angulo d f e, quia enim maior eſt proportio lineæ a c ad lineã c b,ꝗ̃ lineæ d f ad lineã f e.Sed per 46.primi quadratũ lineæ a c ualet quadratũ duarũ linearũ a b & c b,& quadratũ lineæ d f ualet quadrata duarũ linearũ quæ ſunt d e & f e,& quia per 18.ſexti ꝓportio quadratorũ eſt ꝓportio duplicata laterũ,patet,ꝙ maior eſt ꝓportio q̃drati a c ad q̃dratũ c b, ꝗ̃ q̃drati d f ad quadratũ f e,eſt ergo per 11. huius maior proportio amborum quadratorũ linearum a b & b c ad quadratũ b c,ꝗ̃ amborũ quadratorum linearũ d e & f e ad quadratum f e,ergo p 12.huius maior eſt ꝓportio quadrati a b ad quadratum b c,ꝗ̃ quadrati d e ad quadratum e f, eſt



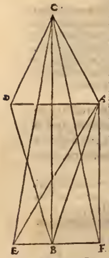
ergo per 24.ſexti maior proportio lineæ a b ad lineã b c,ꝗ̃ lineæ d e ad lineã e f. Eſto, ut quæ eſt proportio lineæ d e ad lineã e f,eadem ſit arcus lineæ ut g h ad lineã c b per 3. huius,erit ergo linea g h minor ꝗ̃ linea a b per 10.quinti.Reſecetur ergo per 3.primi ex linea a b æqualis lineæ g h & ſit b k,& cõtinetur linea c k,erunt ergo per 6. ſexti trigona d e f & k b c æquiãgula,angulus itaqꝫ b c k eſt æqualis angulo e f d, ſed angulus b c a eſt maior angulo b c k per 24.huius,angulus itaqꝫ a c b maior eſt angulo d f e,& hoc eſt ꝓpoſitum,ex quo etiam patet,ꝙ eius cõuerſa eſt uera,quoniã in talibus trigonis lineæ ma

iores angulos continentes, maiorem habent ad ſeinuicem proportionem.

XXXIX.

A puncto in aëre dato ad ſubſtratam planam ſuperficiem una linea perpendiculariter, alia oblique incidente, & linea recta inter puncta incidentiæ in ipſa ſuperficie protracta, erit angulus à non perpendiculari cum iacente linea contentus, minimus omnium angulorũ ſub illa obliqua & quacunq; linea in ſubſtrata ſuperficie protracta contentorum, & omnis angulus illi propinquior, eſt minor remotiore, & duo ex utraq; parte æqualiter approximãtes, ſunt æquales.

Sit punctus in aëre datus a, cui c ſubſtrata ſuperficies plana quæ b c d, ſuper quã ab illo puncto ducatur oblique linea a b, ducaturq́; ꝑpendiculariter linea a c, & copuletur linea b c. Dico, ꝙ angulus a b c eſt minimus omnium angulorũ contentorũ ſub linea obliqua a b, & ſub unaquaq; linearum à puncto b ductarũ in ſuperficie b c d, & ꝙ ſemper propinquior eſt ipſi minor q̃ remotior, & ꝙ duo anguli æquales ſolum ex utraq; parte ipſius conſiſtunt. Ducatur enim in data plana ſuperficie, utcunq; cõtingat linea b d, & à puncto c ducatur in eadem ſuperficie linea ꝑpendicularis ſuper lineã b d per 13. primi, & copuletur à puncto a linea a d, eſt itaq; per 22. huius linea a d perpendicularis ſuper lineã b d, & quoniam angulus a c d eſt rectus, palàm per 19. primi, quoniã obliqua linea a d maior eſt katheto. Ac linea itaq; b a ad lineã a c maiorem habet ꝓportionem q̃ ad lineã a d per 8. quinti, & anguli b c a & b d a ſunt recti, & erit itaq; per præcedentẽ proximã angulus b a c maior angulo b a d, erit ergo per 32. primi angulus a b c minor angulo a b d. Similiterq́; patet, quoniã angulus a b c minimus eſt omnium angulorũ contentorũ ſub linea obliqua incidente à puncto a lineæ b c, & ſub ipſa linea b c, ꝓpinquior quoq; illi eſt minor remotiore, ducatur enim à puncto b in ſubſtrata ſuperficie linea, ut contingit, quæ ſit b e, & à puncto c ducatur in eadem ſuperficie linea perpendicularis ſuper lineam b e, quæ ſit linea c e, & producatur linea a e, quæ per 22. huius erit ꝑpendicularis ſuper lineã b e, & quoniã angulus b d c eſt rectus, & angulus c e b rectus, & angulus b c d maior eſt angulo b c e per conuerſam præmiſſæ, quoniã lineæ e c ad lineã b c maiorem habet ꝓportionẽ q̃ linea d c ad lineã c b, linea itaq; e c eſt multo maior q̃ linea c d, ſed cathetus a c ꝑpendiculariter incidit lineis c e & c d per diffinitionẽ lineæ erectæ, maior eſt ergo linea a e q̃ linea a d per 46. primi, linea c e eſt maior q̃ linea c d Linea itaq; b a ad lineã a d maiorem habet ꝓportionem q̃ ad lineã c a per 8. quinti, & anguli a d b ſunt recti, angulus itaq; b a d eſt maior angulo b a e, per præcedentem ergo per 32. primi angulus a b d minor eſt angulo a b e. Similiter quoq; demonſtrãdum, ꝙ ſemper angulus ꝓpinquior minor eſt remotiore, ſolũ uero duo ex utraq; parte æquales conſiſtunt, ſuper punctum enim b terminũ lineæ c b in ſubiecta ſuperficie conſtituitur angulus æqualis angulo d b c per 23. primi, qui ſit c b f, & à puncto c ducatur linea c f ꝑpendiculariter ſuper lineã b f per 12. primi, & ducatur linea a f, quia itaq; angulus c b d eſt æqualis angulo c b f ex hypotheſi, & angulus c d b eſt rectus æqualis angulo c f b recto, & linea c b eſt cõmunis ambobus trigonis b c d & b c f, palàm per 26. primi, quoniã latus b d eſt æquale lateri b f, & latus d c æquale lateri c f, ſed linea a c eſt cathetus ſuper ſuperficiem b c d, eſt ꝑpendicularis ſuper ambas d c & f c. Eſt itaq; linea a d æqualis lineæ a f, quoniã itaq; æqualis linea d b lineæ b f, & linea b a eſt cõmunis ambobus trigonis d b a & b a f, & linea d a æqualis lineæ d f, erit angulus a b d æqualis angulo d b f per 8. primi, ſimiliter quoq; demonſtrandũ, quoniã angulus a b d, non erit aliquis alius æqualis, eſt ergo angulus a b c minimus etc, ut ꝓponit̃, patet itaq; intentum.

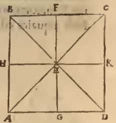


Omnium

XL.

Omnium ſuperficierum æquediſtantium laterum diagoni per æqualia ſe ſecant, ex quo patet, ꝙ punctum interſectionis diagonorum eſt medium punctum eiuſdem ſuperficiei.

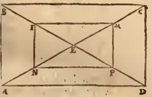
Sit ſuperficies æquediſtantiũ laterum, ſiue ſit quadrata ſiue altera parte longior, quæ a b c d, in qua ducantur diagoni qui ſint a c & b d, ſecantes ſe in puncto e. Dico, ꝙ diagoni ſecantur ſe adinuicem per æqualia, & ꝙ punctũ e eſt medium punctũ ſuperficiei a b c d, palàm enim, quia trigona b e c & a e d per 15. & per 19. primi ſunt æquiangula, & erit angulus e b c æqualis angulo e d a, quia ſunt coalterni. Similiter quoq; angulus a c e b, eſt æqualis angulo e a d, ergo per 4. ſexti erit proportio lineæ b e, ad lineam e d, ſicut lineæ c e, ad lineam e a, & ſicut b c ad lineam a d, ſed linea b c eſt æqualis lineæ a d per 34. primi. linea ergo b c eſt æqualis lineæ e d, & linea c e æqualis lineæ e a. Illi ergo diagoni diuidunt ſe adinuicem per æqualia. & per hoc manifeſtum eſt correlarium, punctum enim e æqualiter diſtat ab omnibus extremis, in quo tñ ſi aliquod dubiũ fuerit, ducantur à puncto e lineæ æquediſtantes lateribus ſuperficiei propoſitæ, per 31. primi, quæ ſint f g & h k, ſequeturq; propter æqualitatem partiũ ipſoꝝ diagonoꝝ modo prædicto argumentando, lineam f e æqualẽ fieri lineæ e g, & h e æqualẽ e k. patet ita ꝙ qm̃ in omni modo punctũ e æqualiter diſtat à punctis extremarum linearum directe, igitur oppoſitus eſt, ergo medium inter illas, quod eſt propoſitum.



XLI.

Datæ ſuperficiei æquediſtantium laterum ſimilem ſuperficiem, cuius latera æquediſtent, datæ ſuperficiei lateribus inſcribere.

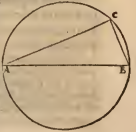
Data ſuperficies æquediſtantiũ laterum, cui altera inſcribi modo prædicto debeat, ſit a b c d, in qua ducantur diagoni a c & b d, ſecantes ſe in puncto e, palamq; per proximã præcedentem, qm̃ illi diagoni per æqualia ſe ſecant in puncto e, ſed & ipſi adinuicẽ ſunt æquales. & ſi quidem data ſuperficies fuerit rectangula, tunc patet per 34. & per 16. primi, qm̃ ipſorum diagoni ſunt æquales, & ipſorum medietates æquales, à pũcto itaq; e, à medietatibus diagonoꝝ partes æquales abſcindantur, per 3. primi, & ſi data ſuperficies nõ fuerit rectangula tunc diagoni forſitan inæquales, ab illis ergo partes proportionabiles reſecentur, ſecundũ 3. huius, utcunq; autẽ hoc contingat, abſcindantur illæ partes ex parte puncti e, quæ ſint e l e m, e n, e p, & ducantur lineæ l m, l n, n p, m p, dico itaq; ꝙ ſuperficies l m, p n, eſt datæ ſuperficiei ſimilis, & ꝙ latera ipſius æquediſtant lateribus datæ ſuperficiei, qm̃ enim in trigono b e c reſecta ſunt latera b e & c e in punctis l & m, & eſt proportio b l ad l e, ſicut c m ad m c. patet ergo per 2. ſexti. qm̃ linea l m æquediſtat lineæ b c. ſimiliter quoq; linea l n æquediſtat lateri a b, & linea n b lateri a d, & linea p m lateri c d. ergo per 29. primi anguli ſuperficiei l m, p n ſunt æquales angulis datæ ſuperficiei a b c d, & latera eorũ ſunt proportionabilia per 4. ſexti. patet ergo, ꝙ illæ ſuperficies ſunt ſimiles, & hoc proponitur faciendum. patet ergo propoſitum.



XLII.

Omnis angulus à diametro & quacunq; linea ſuper circumferentiã circuli contentus neceſſario eſt acutus.

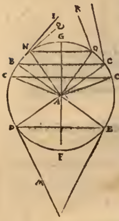
Sit circulus a b c, cuius diameter a b, & ducatur linea a c, utcunq; contingit. Dico ꝙ angulus b a c neceſſario eſt acutus. Producatur



tur enim linea b c ad peripheriam in punctum c. & qm̄ angulus a c b eſt rectus per 30 tertij, patet per 32. primi, quia angulus b a c eſt acutus, & ſimiliter angulus a b c, patet itaqꝫ propoſitum, & de hoc theoremate nō finimus intentum, ſed breuitati ſtuduimus, quia hanc demonſtrationem totiens ut occurrit repetere tædium fuit.

XLIII.

Omnes angulos æqualium uel ſimiliū portionū eiuſdē circuli ſub arcu & recta contentos æquales, angulos uero cuiuſcunqꝫ minoris portionis minores, & maioris maiores eſſe neceſſe eſt. Ex quo patet oēs angulos ſemicirculorū æquales eſſe.



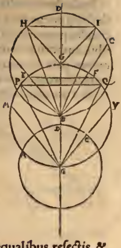
Sit circulus, cuius centrum a, & diameter g f, & in eo ſignentur arcus æquales, qui ſint b c & d e, productis cordis b c & d e dico ꝙ anguli g b c, & f d e, ſub arcubus & cordis cōtenti ſunt æquales, ducantur enim à puncto b linea cōtingens circulū, per 16 tertij, quæ ſit b d, & à puncto d linea d m, & producātur à centro lineæ a b, a d, a c, a e, erūtqꝫ per 5. primi anguli a b c & a c b æquales, & anguli a d e & a e d æquales: ſed trigona a b c & a d e ſunt æquiangula per 4. primi. angulus enim b a c eſt æqualis angulo d a e, p decimāſextā tertij. angulus quoqꝫ a b l eſt æqualis angulo a d a, qm̄ uterqꝫ eorꝫ eſt rectus per 17. tertij, ſed angulus contingentiæ l b g, eſt æqualis angulo contingentiæ m d f. qm̄ uterqꝫ ipſorꝫ eſt minus acutorꝫ per 15. tertij, relinquitur ergo angulus g b c ab arcu g b, & recta b c contentus æqualis arcui f d e ab arcu f d, & recta d e contento, ſed angulus g c b eſt æqualis angulo g b c eadem ratione, ſimiliter quoqꝫ angulus f e d eſt æqualis angulo f d e. Omnes itaqꝫ hi anguli ſunt æquales. ſit quoqꝫ angulus minor arcu b c, qui reſecetur ab arcu b c, qui ſit arcus n o, & ducantur lineæ a n, a o, ducatur quoqꝫ corda n o, & ducantur cōtingentes n o & o n, quia itaqꝫ trigoni a n o anguli ad baſem ſunt æquales, & angulus o a n minor eſt angulo c a b, per 26. tertij, erunt per 32. primi quilibet angulorum a n o & a o n maior quolibet angulorꝫ a b c & a c b, ſit itaqꝫ angulus o n a maior angulo c b a, ſed angulus contingentiæ q n g eſt æqualis angulo contingētiæ l b g. relinquitur ergo angulus g n o minor angulo g b c, cum anguli l b a & q n a ſunt æquales, quia uterqꝫ rectus, per 17. tertij, ſit enim arcus maior arcu b c, quæ ſit s c, & ducatur corda ſ c, & quia angulus c a s eſt maior angulo c a b p 16. tertij. patet tunc, ꝙ angulus a s c eſt minor angulo a b c, & ita concludatur ut prius, qm̄ angulus g s c cōtentus arcu g s, & corda s c eſt maior angulo g b c, ergo & angulo g n o. patet & hoc idem de ſimilibus arcubus, quibuſcunqꝫ eorundē circulorꝫ, qm̄ per diffinitionem ſimiliū arcuū ipſi angulos ſuſcipiunt æquales. Ex quo patet correlariū per penult. qm̄ oēs anguli ſemicirculorꝫ ſunt æquales, oēs enim ſemicirculi ſunt ſimiles, & eiuſdem circuli ſimiles & æquales. hoc itaqꝫ proponebatur.

XLIIII.

Si idem angulus ſuper centrum unius æqualium circulorum, & ſuper peripheriam alterius conſiſtat, arcus reſpondens angulo ſuper peripheriā conſtituto, reliquo arcui duplus erit. In circulis uero inæqualibus illorū arcuū proportio ad ſuas totales periferias duplicatur.

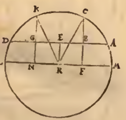
Sint duo circuli æquales, unus a b c d, cuius centrum g, & alius e f g, cuius centrū b, punctū periferiæ circuli a b c d, & producantur lineæ a b & c b, ſecantes circulū e g f in punctis e & f, palam itaqꝫ, qm̄ angulus à b c erit ſuper periferiā circuli a b c & ſuper centrum circuli e g f, dico ꝙ arcus a d c, capiens angulū a b c ſuper circūferentiā ſui circuli eſt duplus arcui e g f, capienti eundem angulum ſuper eius centrū b. ſit enim ut linea b a ſecet circulū e g f in puncto e, & linea b c in puncto f. ducatur quoqꝫ linea e f, & ducta linea

nea g h ſuper centrum g, fiat per 23. primi angulus æqualis angulo a b c qui ſit h g l, ductis lineis g h & g l ad circuli circumferentiam a b c d, & ducantur lineæ b h, b l, h l, palam itaq; per 19. tertij, quoniã angulus h g l eſt duplus angulo h b l, ergo etiã angulus a b c eſt duplus eidem, ergo ꝑ ultimã ſexti arcus a d c eſt duplus arcui h d l, ſed arcus h d l eſt æqualis arcui e g f per 25. tertij, erit ergo arcus a d c duplus arcui e g f, quod eſt propoſitũ primum. Quod ſi circulus a b c d ſit minor circulo e g f, & angulus m g n ſit æqualis angulo a g c, facto angulo p b q ſuper centrũ b, per 23. primi æquali angulo a g c, & ductis lineis g p & g q, b p & b q, erit angulus p b q duplus angulo p g q, per 19. tertij, ergo angulus a g c eſt duplus angulo p g q. ꝓportio itaq; arcus m f n ad ſui totã circũferentiã duplicatur reſpectu arcus a c ad totã ſui periferiã, q̃m enim angulus m g n eſt duplus angulo p g q, erit per ultimam ſexti arcus m f n duplus arcui p f q, ſed arcus p f p eiuſdem eſt proportiõis ad ſui periferiã, cuius eſt arcus a d c ad ſuam, arcus enim a d c ſi fuerit quinq; partiũ reſpectu ſuæ circũferẽtiæ, erit arcus m f n decem partiũ reſpectu ſuæ periferiæ, & hoc eſt ꝓpoſitum.



XLV.

A terminis lineæ intra circulũ collocatæ partibus æqualibus reſectis, & à punctis ſectionũ perpendicularibus ſuper illã lineã ad circumferentiã productis, neceſſe eſt ductas perpendiculares æquales eſſe. Et ſi ductæ perpẽdiculares ſunt æquales, neceſſarium eſt à terminis illius lineæ partes reſectas æquales eſſe.

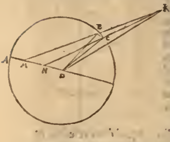


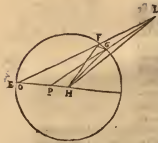
Sit circulus a k d, cuius centrum r, in quo circulo collocata ſit linea a d, à cuius terminis a & d reſecentur lineæ a b & d g æquales, & à prædictis b & g erigantur duæ lineæ perpendiculares ſuper lineam d a, quæ producta ad circũferentiã ſint g k & b c, dico q; linea g k eſt æqualis lineæ b c, ducatur enim à cẽtro r linea æquediſtans a d per 31. primi, quæ ſit l m diameter, & diuidat lineam d a in duo æqualia in puncto e per 10. primi, & à puncto e, ducatur perpendicularis ſuper l m per 12. primi, hæc ergo ꝑ primam tertij tranſibit centrũ circuli quod eſt punctũ r, eritq; linea e r, educatur autem linea k g ultra punctũ g ad diametrũ l m in punctũ n, & linea c b in punctũ f, & copulet lineæ k r & c r, quia itaq; linea d e eſt æqualis lineæ a e per tertiam tertij, et lineæ d g et b a ex hypotheſi ſunt æquales, remanet ergo linea g c æqualis lineæ c b, ſed per 34. primi, linea g c eſt æqualis lineæ n r, et linea c b æqualis lineæ c f. ſunt ergo lineæ n r et r f æquales. ſed per 46. primi, quadratũ lineæ r k ualet duo quadrata linearũ k n et r n. quia ex præmiſſis angulus k n r eſt rectus, et ſimiliter quadratũ lineæ c r ualet duo quadrata linearũ i f et r f. eſt autẽ quadratum lineæ k r æquale quadrato lineæ c r, quoniã linea p r eſt æqualis lineæ c r per diffinitionem circuli, et quadratũ lineæ n r eſt æquale quadrato lineæ f r. relinquitur ergo quadratũ lineæ k n æquale quadrato lineæ c f. eſt ergo linea k l æqualis lineæ c f. ſed per 25. huius linea g n eſt æqualis b f. relinquitur ergo linea k g æqualis lineæ c b, quod eſt primũ propoſitũ. Conuerſa etiã patet, manente totali diſpoſitione ut prius, quia enim g n eſt æqualis lineæ b f, per 34. primi, & linea k g æqualis lineæ c b, ex hypotheſi erit tota linea k n æqualis toti lineæ c f. ergo per 46. primi, erit linea n r æqualis lineæ r f. ergo & linea ipſi lineæ c b æqualis erit, & linea d g ipſi lineæ b a, quod eſt proſitum ſecundum. patet ergo quod proponebatur.

XLVI.

In duobus circulis inæqualibus duobus ſimilibus arcubus ſumptis, productisq́ præter illos ad arcus alios ſimiles ſemidiametris, ſi à punctis extra circulos proportionaliter ſemidiametris diſtantibus, ab utriſq́ extremitatibus amborũ arcuum per terminos ſimiliũ arcuum lineæ ad diametros ducantur, pars diametri interiacens lineas, arcus circuli maioris eſt maior parte interiacente lineas arcus circuli minoris.

Sint duo circuli inæquales, quorum maior ſit a b c, & eius centrum d, & ſemidiameter d a minor uero ſit e f g, cuius centrum h, & ſemidiameter h e, ſignenturq́ in ipſis arcus ſimiles in maiori circulo arcus b c, & in minori arcus f g, ſitq́ arcus a b ſimilis arcui e f, ſitq́ punctum k extra circulũ maiorẽ, & punctum l extra circulũ minorem taliter data, ut illa puncta ſecundum proportionem ſemidiametri d a ad ſemidiametrum h e, diſtent ab utriuſq́ terminis dictorum arcuum, erit ergo proportio lineæ k b ad lineã l f, & lineæ k c ad lineam l g, ſicut ſemidiametroꝝ a d ad h e, & producantur lineæ ad ſemidiametros k b in punctum m, & k c in punctũ n. Similiter quoq́ producatur linea l f in punctũ o, & l g in punctum p. Dico, q́ linea m n pars ſemidiametri a d, eſt maior q̃ linea a p pars ſemidiametri e h. Ducantur enim cordæ b c & f g, & copulentur à centris lineæ d b, d c, h f, h g, palamq́ propter æqualitatẽ circuloꝝ, quoniã linea d b eſt maior q̃ linea h f, ſed ꝓpter ſimilitudinẽ arcuum angulus b d c eſt æqualis angulo f h g, ergo per 5. primi trigona b c d & f g h propter æquiangula, ergo per 4. ſexti latera ſunt ꝓportionabilia, eſt ergo ꝓportio lineæ b c ad lineam f g, ſicut lineæ b d ad lineam f h, ergo ex hypotheſi per 11. quinti, ſicut b k ad l f, & ſicut b c ad l g, ergo per 5. ſexti angulus b k c eſt æqualis angulo f l g, & angulus k b c æqualis angulo l f g, ſed ex præmiſſis anguli d b c & h f g ſunt æquales, eſt ergo angulus d b k æqualis angulo h f l, ducantur ergo lineæ d k & h l, quia itaq́ in trigonis d b k & f h l anguli æquales, qui d b k & h f l ſunt lateribus ꝓportionabilibus contenti, patet per 6. ſexti, quoniã illa trigona ſunt æquiangula, ergo angulus b k d eſt æqualis angulo f o h, & angulus b d k æqualis angulo f h l, ſed angulus a d b eſt æqualis angulo e h f ex hypotheſi propter ſimilitudinẽ arcuum a b & d f, totus ergo angulus m d k eſt æqualis toti angulo o h l, ergo per 32. primi trigona d k m & o h l ſunt æquiangula, & angulus k m d eſt æqualis toti angulo l o h, ergo per 4. ſexti erit ꝓportio lineæ m k ad lineam o l, ſicut lineæ k d ad lineã l h, ergo per 11. quinti ſicut lineæ a d ad lineam e h, quia itaq́ ex præmiſſis angulus m k n eſt æqualis angulo o l p, & angulus k m n æqualis angulo l o p, patet per 32. primi, quoniã trigona k g n & l o p ſunt æquiangula, ergo per 4. ſexti eſt proportio lineæ m n ad lineam o p, ſicut lineæ m k ad lineam o l, ergo ſicut lineæ a d ad lineam e h, quia itaq́ a d ſemidiameter maior eſt ſemidiametro e h, erit linea m n maior q̃ linea o p, patet ergo propoſitum.



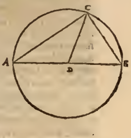


XLVII.

A quocunq́ puncto diameter circuli producta linea ad periferiam, ſi maior q̃ illa fuerit, una pars diametri erit pars illa maior reliqua ſui parte, & ſi minor, minor.

Eſto

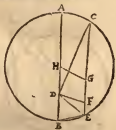
Eſto circulus a b c, cuius diameter a b, in qua ſumam punctum d, utcunq; contingit, & ducatur linea d c ad circumferentiā, itaq; pars diametri quæ eſt a d ſit maior ꝙ linea d c. Dico, ꝙ linea a d eſt maior ꝙ linea d b, quæ eſt reliqua pars ipſius diametri, qđ patet, ſi copulentur lineæ a c & b c, quia itaq; linea a d maior eſt ꝙ linea d b ex hypotheſi, ergo per 18. primi angulus a c d maior eſt angulo c a d, & angulus a c b eſt rectus per 30. tertij, palam ergo per 32. primi, quoniā angulus c b d maior eſt angulo d c b, quia enim angulus c b d cum angulo c a b ualet rectū, & angulus d c b cum angulo a c d, qui eſt maior angulo c a d ualet rectum, patet, ꝙ angulus c b d eſt maior angulo d c b, ergo per 19. primi erit latus d c maius latere d b, ſed latus a d eſt maius latere d c, ergo multo maius erit latus a d ꝙ latus d b, & hoc eſt unum propoſitum. Eodem quoq; modo demonſtrandū, ſi pars diametri quæ eſt a d, ſit minor ꝙ linea d c, quoniā erit linea a d minor ꝙ linea d b, & hoc proponetur.



XLVIII.

Si à quocunq; puncto diametri circuli duæ lineæ, quarum ſemper una ſit maior reliqua, ad circuli periferiam ducantur, erit pars diametri, cui maior linea propinquior ducitur, maior reliqua ſui parte.

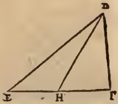
Sit circulus a b d e, cuius diameter ſit a b, in qua ſumatur punctus d, ut libuerit, ducanturq; à puncto d lineæ d c maior & d e minor, ſit autem c ſuperior uerſus a & e, inferior uerſus b. Dico, ꝙ pars diametri q̄ eſt a d, maior eſt ꝙ d b, ducatur enim linea c e, & ſuper lineā c e ducatur à puncto d per 12. primi linea ꝑpendicularis quæ ſit d f, quia itaq; quadratū lineæ d c per penultimā primi ualet ambo quadrata linearū d f & f e. Quadratum uero lineæ d c maius eſt quadrato lineæ d e, ideo, quia linea d c eſt maior ꝙ linea d e, ablato itaq; quadrato lineæ d f, relinquitur quadratū lineæ e f, maius quadrato lineæ f c. Diuidatur itaq; linea c e in partes æquales in puncto g per 10. primi, & ab illo puncto g ducatur linea g h ad diametrū æquediſtanter lineæ d f per 31. primi, erit itaq; per 29. primi linea h g perpendicularis ſuper lineam c e, ſecat autem h g ipſam c e in duo æqualia, tranſit ergo linea h g per centrum circuli per 1. tertij. & quoniā punctum h cadit in diametrum a b, palam, quia ipſum punctū h eſt centrum circuli, eſt ergo linea a d pars diametri a b maior ꝙ linea d b, & hoc eſt ꝓpoſitum.



XLIX.

Si ab angulis duorum trigonorū ad medietates ſuarum baſium æqualiū una perpendiculariter, alia oblique æquales lineæ ducantur, ſitq; quælibet ductarum maior medietate ſuæ baſis, erit angulus trigoni, à quo ducit̃ perpendicularis, maior angulo alterius trigoni à quo linea ducitur obliqua.

Sint duo trigona a b c & d e f, quorum baſes b f, b c, & e f, ſint æquales, quæ ſecent̃ per 10. primi, in partes æquales b c in puncto g, & e f in puncto h, & ducantur ab angulis ad baſes lineæ a g & d h quæ ſint æquales. Sitq; linea a g perpendicularis ſuper lineam b c, linea uero d h non ſit perpendicularis ſuper lineam e f. Sitq; linea perpendicularis a g maior linea b g parte baſis. Dico, ꝙ angulus b a c eſt maior angulo e d f, circumſcribatur enim trigono a b c circulus per 5. quarti, & producatur linea a g ad circumferentiam in punctum k, hoc autem poſſibile, quoniā uero ſuppoſitum eſt lineam d g eſſe maiorem

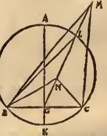


iorem linea g b,erit per 47.huius linea a g maior ꝙ̃ linea g k,ergo per primā tertij cen‑
trum circuli in linea a g inter puncta a & g,& erit a k diameter,& per 7. tertij linea g a
eſt longiſſima omnium linearũ à puncto g ad circumferentiã ꝓductarum,& linea g k e‑
rit omnium linearum minima,& quælibet ꝓpinquior lineæ g a eſt maior remotiore. Fiat
itaq; per 23.primi ſuper punctũ g termini lineæ c g angulus æqualis angulo f h d mi‑
nori angulo d h e, quæ ſit l g c, producta linea l g uſq; ad periferiã circuli,palam itaq; ex
figura tertij,q̄m linea g a f l eſt maior ꝙ̃ linea g l,ergo & linea d h,quæ ex hypotheſi eſt
æqualis lineæ a g,eſt maior ꝙ̃ linea g l.Producatur itaq; linea g l quouſq; ſit æqualis li‑
neæ d h per 3.primi,& ſit linea g m æqualis lineæ d h,& ducantur lineæ m b & m c,angu
lus itaq; b m c eſt æqualis angulo e d f,ex hypotheſi per 4.& per 13.primi, ſed angulus
b a c eſt maior angulo b m c.Producantur enim lineæ b l & c l,palam, quia angulus b l
c eſt maior angulo b m c per 21.primi,ſed angulus b a c eſt æqualis angulo b l c per 26.
tertij,erit ergo angulus b a c maior angulo b m c,ergo & angulus e d f,& hoc propone
batur,& hoc eſt propoſitum.

L.

Si ab angulis duorum trigonorũ ad medietates ſuarum baſium æqualiũ
una perpendiculariter,alia oblique æquales lineæ ducantur, ſic ꝙ quælibet
ductarum minor medietate baſis ſuæ,erit angulus trigoni,à quo ducitur ꝑ‑
pendicularis,minor angulo alterius trigoni à quo linea ducitur obliqua.

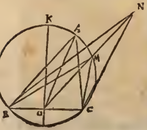
Remanet diſpoſitio præcedentis,niſi qđ perpẽdicularis a g ſit minor medietate ba
ſis b g. Dico, ꝙ angulus b a c eſt minor angulo e d f. Sit e‑
nim ut prius angulus c g l æqualis angulo d h f,& quoniã
linea a g eſt minor ꝙ̃ linea b g,& linea a k eſt diameter, pa
lam per 47.huius,quoniã centrum circuli eſt inter puncta
g & k,ergo per 7.tertij linea g a eſt minima omniũ linearum
à puncto g ad periferiã circuli productarũ,eſt ergo linea g
l minor ꝙ̃ linea g a,ergo & maior ꝙ̃ linea d h.Fiat itaq; per
3.primi linea g n æqualis lineæ d h,& copulentur lineæ b
n & c n,erit itaq; ut in præmiſſis angulus e d f æqualis an
gulo b n c,ſed angulus b n c maior eſt angulo b l c per 21.
primi,& angulus b l c æqualis angulo b a c per 26.tertij, e‑
rit ergo angulus b a c minor angulo b n c, ergo & eius æ‑
quali angulo e d f,& hoc eſt propoſitum.



LI.

Si ab angulis duorum trigonorum ad medietates ſuarũ baſium æqualiũ
duæ lineæ æquales oblique incidant ad angulos inæquales,& ſi quælibet li
nearum incidentium maior fuerit medietate ſuæ baſis,erit angulus ſuperior
illius trigoni,cuius incidens linea maiorem angulum cum baſe continet ma
ior angulo ſuperiori alterius,& ſi minor, minor.

Sint inter duo trianguli a b c & d e f,habentes baſes b c
& e f æquales, diuidaturq́; baſis b c per æqualia in pun‑
cto g,& baſis e f in puncto h,& ducãtur lineæ a g,d h quæ
ſint æquales,& utraq; ipſarum incidat oblique ſuæ baſi,ſit
autem angulus a g c maior angulo d h f.Dico, ꝙ ſi maior
ſit a g ꝙ̃ linea g c, erit angulus b a c maior angulo e d f.
Et ſi linea a g ſit minor ꝙ̃ linea g c,erit angulus b a c mi‑
nor angulo e d f,circumſcribatur enim per 5.quarti trigo
no a b c circulus,& ducatur à puncto g perpendicularis
ſuper lineam b c per 11.primi,quæ producta ad circumfe
rentiam,ſit g k per primã tertij pars diametri circuli pro‑
poſiti



poſiti quæ completa ſit k l, ſit itaq; prius linea a g maior ꝗ linea g l per 48. huius. In linea ergo g k eſt centrũ circuli, eſt ergo linea k g maior ꝗ linea a g per 7. tertij, ergo & maior ꝗ linea d h, quæ eſt æqualis ipſi a g ex hypotheſi. Fiat itaq; per 23. primi ſuper punctũ g termini lineæ c g, angulus æqualis angulo d h f qui ſit m g c, cadetq́; punctum m in periferiam circuli, eſt itaq; per 7. tertij linea a g maior ꝗ linea m g, ergo & linea d h eſt maior ꝗ linea m g, producatur itaq;, donec linea g m ſit æqualis lineæ d h, & ducantur lineæ n c & n b, erit itaq; angulus b n c æqualis angulo e d f, ſed angulus b m c eſt maior angulo b n c, eſt angulus ergo b a c maior angulo e d f per modũ præoſtenſum, ſimiliter ꝗq; demonſtrandũ, ſi linea a g ſit minor ꝗ linea g c, quia minor angulus b a c angulo e d f, quod proponebatur demonſtrandum.

LII.

Si duas lineas rectas ſecãtes circulũ æquales arcus interiaceãt, illæ neceſſario ſunt æquediſtãtes, idẽq; accidit, ſi una earũ fuerit ſecans & alia cõtingẽs.

Sit circulus a b c, cuius centrum ſit punctum o, ſecentq́; duæ lineæ a c & d e illũ circulum taliter, ut arcus d a ſit æqualis arcui e c. Dico, ꝙ linea a c & d e ſunt æquediſtãtes, aut itaq; o centrũ circuli eſt in altera illarũ linearũ, aut in neutra, & tũc uel inter utraſq;, uel extra utraſq;, ſi ſit in altera ipſarũ, eſto ꝙ ſit i linea a c, & à centro o ducatur linea ꝑpẽdicularis ſuper a c ꝑ 11. primi, & producatur ad circumferentiã, ſitq; o b ſecans lineam d e in puncto f, & ducantur lineæ o d & o e, quæ cum ſint æquales, erũt per 5. primi, anguli o d f & o e f æquales, ſed angulus f o a eſt æqualis angulo f o c, quia ſunt recti. angulus uero d o a æqualis eſt angulo e o c per 26. tertij, cũ ex hypotheſi arcus d a ſit æq̃lis arcui e c, erit angulus d o f æqualis angulo e o f, ergo ꝑ 32. primi erit angulus d o f æqualis angulo e f o. eſt ergo linea o f perpendicularis ſuper lineam d e, erunt ergo per 28. primi d e & a c æquediſtantes. Si uero centrũ o fuerit inter ipſas lineas a c & d e, ductis lineis à centro ad terminos linearũ



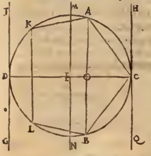
a c & d e, quæ ſint o a, o c, o d, o e, & diametro h k, fient ex utraq; parte centri quatuor anguli æquales duobus rectis, ideo, quia anguli circa centrum ualent quatuor rectos, quos ex æquo diuidit quælibet diameter, ſed angulus o e c eſt æqualis angulo d o a per 26. tertij, remanet ergo angulus d o c æqualis angulo a o c, per diffinitionẽ ergo circuli & per 6. ſexti trianguli d o e & a o c ſunt inuicem æquianguli, ergo per 5. primi erit angulus g c o æqualis angulo o d f, ſed angulus o g c eſt æqualis angulo o f d, quia uterq; rectus. ex præmiſſis ergo per 32. primi trigona g o c, d o f ſunt æquiangula, ergo per 14. primi lineæ d o & o c coniunctæ ſunt linea una, quia anguli c o h & d o h ex præmiſſis ſunt æquales duobus rectis, ergo per 27. primi patet propoſitum. Quòd ſi centrum o fuerit extra utraſq;, ducatur perpendicularis à centro o ſuper ipſarũ alterum, & ſit linea d g ꝑpendicularis ſup lineã a c, quæ diuidet ipſam a c in duo æqualia per 23. tertij, ꝑducaturq́; linea o g, ut ſecet lineam d e in puncto f, & ductis lineis o a, o c, o d, o e, palam itaq; per 4. primi, cum in trigonis a g o & g e o duo latera a g & g c ſint æqualia, & latus g o cõmune, ꝙ angulus a o g eſt æqualis angulo c o g, ſed a o d æqualis eſt angulo c o e per 26. tertij. relinquitur ergo angulus d o f æqualis angulo f o e, ſed latus d o æquale lateri e o, & latus o f cõmune, erit ergo ꝑ 4. primi angulus o f d æqualis angulo o f e, uterq; ergo eſt rectus. Eſt ergo angulus o f d æqualis angulo o g a, ergo per 28. primi lineæ d e & a c ſunt æquediſtantes, qđ eſt ꝓpoſitũ primũ. Qđ ſi una illarũ duarũ linearum ſecet circulum, & alia ipſum contingat, ſi ſecans tranſit centrum, & ſit diameter quæ h k, & linea l m contingat in puncto n, ſitq́; arcus n h æqualis arcui n k, palam, ꝙ illorum arcuũ quælibet eſt 4. circuli, ducaturq́; linea n o, ergo per 27. tertij angulus l n o eſt rectus, ſed angulus n o h eſt rectus, ergo per 28. primi lineæ l m & h k æquediſtant, qđ eſt ſcđm ꝓpoſitũ. Qđ ſi linea l m circulũ contingentẽ in puncto n, linea d e ſecet circulum, inſcri-

 batur

batur eidem ſemicirculo linea æqualis lineæ d e & æquediſtans,& ducantur lineæ o d l & o e m,& à centro o ad punctum contactus qđ eſt n,ducatur linea o n ſecans lineam d e in pũcto f,quia itaq; arcus n d eſt æqualis arcui n e,erit per 26.tertij angulus l o n æqualis angulo m o n,ſed per 17.tertij angulus o n l eſt æqualis angulo o n m,quia ambo ſunt recti. Item per 4.primi angulus o f d eſt æqualis angulo o f e, ſunt ergo recti, ergo per 28.primi patet propoſitum.

LIII.

Lineas æquediſtãtes trans circuli ſuperficiẽ productas,ſiue ambæ ſecent, ſiue ambæ contingãt,ſiue una ſecet & alia cõtingat,arcus interiacẽt æquales.



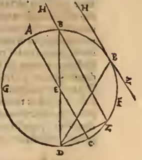
Sit circulus a b c d,cuius centrum e,contingatq; ipſum duæ lineæ æquediſtantes f g in puncto d,& h q in puncto c,& à puncto contingentiæ qđ eſt d ducatur linea d e ad centrum e. eſt ergo per 17.tertij linea d e perpendicularis ſuper lineã in illo puncto contingentẽ quæ f g,ducatur quoq; linea c e à puncto contingentiæ ad centrum e,erit ergo linea c e ꝑpendicularis ſuper lineã h k contingentẽ in puncto c, ducatur quoq; à centro e linea æquediſtans lineæ f g per 31. primi,quæ ſit n m,hoc etiam quoq; æquediſtabit lineæ h q per 30.primi,ergo per 29.eiuſdem angulus m e d eſt æqualis angulo m e c,ergo per 14.primi lineæ d e & e c coniunctæ ſunt linea una,eſt ergo linea d c diameter circuli cum tranſeat per centrum e,arcus itaq; d a c eſt ſemicirculus æqualis ſemicirculo d b c,ſed & ſi linea a b ſecet circulum æquediſtans lineæ h q contingenti in puncto e,erit iterum arcus a c æqualis arcui c b,quia enim ſemidiameter e c ſecat lineam contingentẽ quæ h q,palam per 2.huius,quoniã ſecabit & eius æquediſtantẽ quæ eſt linea e b.ſit ut ſecet ipſam in pũcto o, & quia angulus h c e per 17 tertij,palã ꝑ 29.primi,quoniã angulus b o e eſt rectus, ergo ꝑ 3.tertij linea a b diuiditur per æqualia in puncto o.ducantur itaq; lineæ a c & c b, palãq; per 4.primi,quoniã illæ erunt æquales,ergo per 27.tertij arcus a c eſt æqualis arcui b c, ꝙ ſi linea æquediſtans lineæ b c ſecet circulum qui ſit k l,palam,quoniã ſemidiameter e c ꝓducta ſecabit lineã k l per æqualia per 29.primi & per 3.tertij,ſecet ergo ipſam per æqualia orthogonaliter in puncto p,& ducantur lineæ p a,p b,k a,l b,erit ergo in trigonis p a c,p b c per præmiſſa,& per 4.primi latus p a æquale lateri p b, eſt angulus p b c æqualis angulo a p c,relinquitur ergo angulus k p a æqualis angulo b p l, ſed linea k p eſt æqualis lineæ p b,erit ergo per 4.primi linea k a æqualis lineæ l b,ergo per 27. tertij erit arcus k a æqualis arcui l b,quod eſt propoſitum.

LIIII.

Duabus cordis in aliquo circulo ſe ſecantibus,erit quilibet angulus ſectionis æqualis angulo apud circumferentiam cadenti in arcum æqualem,duobus arcubus eidem angulo & ſuo contrapoſito ſubtenſis.

Sit circulus a b c d,in quo ſecent ſe duæ cordæ a c & c b,& ſit ſectionis e. Dico,ꝙ angulus a e b eſt æqualis angulo qui eſt in circumferentia quã ſubtendunt duo arcus a b & c d,& ꝙ angulus b e c eſt æqualis angulo in circumferentia quã ſubtendunt duo arcus d g a & b z c,ducatur enim puncto b linea b z æquediſtanter lineæ a c per 31.primi. Si ergo linea b z ſecat circulũ,palam,quia arcus c z eſt æqualis arcui a b per præcedentẽ, arcus itaq; z d æqualis eſt ambobus arcubus a b & d c,qm̃ arcus d c ubiq; eſt cõmunis, ſed arcus d z reſpicit angulũ d b z,qui eſt æqualis angulo a e b per 29.primi ,angulus itaq; a e b eſt æqualis angulo in circumferentiã cadenti in arcum æqualem duobus arcubus b a & c d. Item ducatur linea d z,& ꝓducatur linea z b extra circulũ in punctum h, erit ergo angulus h b d extrinſecus æqualis duobus angulis intrinſecis b d z,b z d ꝑ 32.primi,ſed duo anguli b z d & b d z reſpiciuntur à duobus arcubus b f z & b g d,angulus ergo h

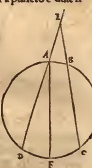
go h b d eſt æqualis angulo quem reſpiciunt duo arcus b g d & b f z, hoc autem eſt arcus d a, ſed arcus a d eſt æqualis arcui z c, arcus itaq; d a z eſt æqualis duobus arcubus d g a & b z c. Cum itaq; per 29. primi angulus h b e ſit æqualis angulo b e c, patet, quia angulus b e c eſt æqualis angulo quē in circumferentia reſpiciunt duo arcus d g a & b z c, quoniā ſi linea h b z continet circulū & non ſecat, tunc patet per 31. tertij, quia angulus e b z eſt æqualis angulo cadenti in portionem circuli quæ eſt b a d, & angulus e b h eſt æqualis angulo cadenti in portionē circuli b c d, ſed angulus e b z eſt æqualis angulo b e a per 29. primi, angulus itaq; b e a eſt æqualis angulo qui apud circumferentiam cadit in arcum b c d, ſed arcus b c eſt æqualis arcui b a per ꝓximam præcedentē, arcus ergo b c d eſt æqualis duobus arcubus b a & c d, angulus itaq; b e a eſt æqualis angulo qui apud circumferentiam reſpicit duo arcus a b & c d, quoniā angulus cadens in arcum b c d eſt conſiſtens in portione circuli qui eſt b g d, ſimiliter quoq; poteſt declarari, ꝙ angulus b e c eſt æqualis angulo apud circumferentiā quem reſpiciunt duo arcus b c & a d, quoniā angulus b e c eſt æqualis angulo h b d, cuius æqualitas per 31. tertij cadit in portionē circuli b c d, qđ eſt in arcū b a d, eſt autem ex præmiſſis arcus a b æqualis arcui b c, patet itaq; propoſitum.



LV.

Angulus à duabus lineis ab uno puncto extra circulum dato circulum ſecantibus contentus æqualis eſt angulo ſuper circumferentiā cadenti in arcū, quo maior arcuum inter illas duas lineas compræhenſus excedit minorem.

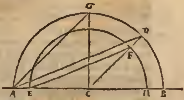
Eſto circulus a b c d, extra quem ſit datum punctum e, & ducantur à puncto e duæ lineæ ſecantes circulum quæ ſint a e d & e b c. Dico itaq;, ꝙ angulus d e c eſt æqualis angulo qui eſt apud circūferentiā circuli, quē reſpicit arcus, in quo arcus d c excedit arcum a b, à puncto enim a ducatur per circulum linea a f æquediſtans lineæ b c per 31. primi, erit ergo per 53. huius arcus c f æqualis arcui a b. eſt itaq; arcus d f exceſſus arcus d c ſuper arcum a b, ſed angulus d a f apud circumferentiā exiſtens cadit in arcū d f, & angulus d a f eſt æqualis angulo d e c per 29. primi, ergo angulus d e c eſt æqualis angulo cadenti ſuper circumferentiam in arcum d f, quod eſt propoſitum.



LVI.

In dato ſemicirculo ad unum punctum circumferentiæ duabus lineis, una à termino diametri, & alia à centro ductis ab eiſdem punctis ad aliud pūctum quodcunq; ſemicirculi dati lineas duas prioribus duabus ꝓportionales duci eſt impoſſibile. In diuerſis uero ſemicirculis hoc eſt poſſibile.

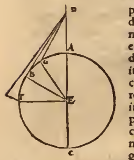
Eſto datus ſemicirculus a d b, cuius diameter a b, centrum uero c, & ſit a d punctum circumferentiæ d, & ducatur à puncto a tertio diametri ad punctum d linea a d, & à centro c linea c d. Dico, ꝙ ſi à punctis a & c duæ lineæ ad aliud punctum ſemicirculi ducantur, ꝙ illæ duæ ductæ lineæ duabus lineis a d & c d, proportionabiles non erūt, ſit enim, ſi poſſibile eſt, ut à punctis a & c ducantur ad punctum g duæ lineæ a g & c g, & quæ eſt proportio lineæ a d ad lineam c d, eadem ſit lineæ a g ad lineam c g, erit permutatim per 16. quinti ꝓportio lineæ a d ad lineam a g, ſicut lineæ c d ad lineam c g, ſed linea c d eſt æqualis lineæ c g



quoniam ambæ ſunt ex centro ſemicirculi, ergo linea a d æqualis erit lineæ a g. hoc autem eſt impoſſibile ex 7. tertij & 18. primi, maiori enim angulo ſubtenditur linea a d ꝙ̃ linea a g, & eſt uicinior diametri, patet ergo propoſitũ primum, quia á quocunq; puncto alio dato idem accidit impoſſibile, & eodem modo deducendũ, in diuerſis uero ſemicirculis hoc eſt poſſibile. Si enim ſemicirculi æquales fuerunt, tunc ex centro alterius ſemicirculi ſuper diametrũ conſtituto æquali angulo a c d, per 23. primi compleatur ꝓpoſitum, ex 4. primi & per 4. ſexti, ꝙ ſi alter ſemicirculus minor fuerit dato ſemicirculo, inſcribatur æqualis illi ſemicirculo ad idem centrum, erit ꝙ æquediſtans primo & in punctum ubi linea c d ipſum ſecabit, qđ ſit f, ducatᷓ linea á termino ſui ſemidiametri q̃ ſit e f, & patet propoſitum per diffinitionẽ circuli & 29. primi, & per 4. ſexti. & ſi dato ſemicirculo alter fuerit maior, circumſcribatur æquediſtanter eidem, & producta linea á centro primi ſemicirculi ad datum punctũ d quouſq; tangat periferiã alterius ſemicirculi, & cõiungatur á puncto contactus alia linea ad terminum diametri, & deinde compleatur ut prius demonſtrato, & patet propoſitum.

LVII.

A puncto uno ad datũ ſemicirculũ unam tantũ lineã contingentẽ poſſibile eſt duci, ex quo patet, ꝙ omnis linea ab eodẽ puncto ſub contingente ducta ſecat ſemicirculũ in uno pũcto ſuꝑ punctũ cõtingẽtiæ, & in alio ſub ipſo.



Eſto datus ſemicirculus a b c, cuius centrũ e, & ſit extra datus punctus d, á quo ad ſemicirculũ ducatur linea contingens, quæ ſit d b. Dico ꝙ à puncto d ad ſemicirculũ a b c, aliã contingentẽ ꝙ̃ lineã d b duci eſt impoſſibile, ſi enim hoc ſit poſſibile, ducatur, hoc ergo cõtingens aut cadet ultra punctũ d, aut citra, ſit primo ut cadat ultra punctũ b uerſus c in punctũ f, & ſit d f, ducantur á centro itaq; e ad puncta contingentiæ lineæ e f, e b, & ꝓducatur diameter c e a, ſed ad punctũ d, palã ergo per 17. tertij, q̃m angulus e b d, eſt rectus, ſimiliter angulus e f d eſt rectus. Sũt itaq; æquales & cadũt in trigono e f d, quod eſt contra 21. primi. Idem quoq; accidit impoſſibile, ſi linea contingens ducta á puncto d ad ſemicirculũ d b c cadat inter puncta b & a, ſit linea d g, palam ergo corollariũ, quoniã enim linea d g non contingit ſemicirculum, tangit autem, ergo ipſa producta ſecat ipſum, & hoc eſt propoſitum.

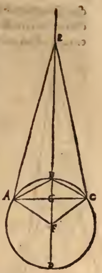
LVIII.

Quælibet duæ lineæ ab uno puncto productæ circulũ cõtingentes ſunt æquales, & arcus interiacens puncta cõtingentiæ eſt minor ſemicirculo. Linea quoq; diuidens angulũ illarum per æqualia, & arcũ interiacentẽ diuidit per æqualia, & linea per æqualia diuidens arcũ, hæc producta per æqualia diuidit & angulum à lineis contingentibus contentum.

Sit circulus a b c, cuius centrum f, & ſit ut à puncto e ducantur duæ lineæ circulũ cõtingentes ꝑ 16. tertij, q̃ ſint e a & e c, dico ꝙ ſunt æquales, & ꝙ arcus a b c interiacẽs puncta contingentiæ eſt minor ſemicirculo. & ſi producatur á puncto e linea e b, diuidẽs angulũ a e c per æqualia, dico ꝙ linea e b in pũcto b diuidet arcũ a c per æqualia, & ſi linea d e diuidet arcũ a c per æqualia, etiã diuidet angulũ a e c per æqualia. Ducatur enim primo linea d e f, diuidẽs a e c, quæ producta ſecabit circulũ, ſecet ergo ipſum in punctis b & d. palã itaq; per 35. tertij. q̃m illud quod fit ex ductu lineæ d e in lineã e b, æqualis eſt quadrato lineæ a e, & eadem ratione quadrato lineæ e c. ergo quadratũ lineæ a c eſt æquale quadrato lineæ e c, ergo & linea a e eſt æqualis lineæ c e, & hoc eſt primũ propoſitoꝝ. Sed quia ductis lineis f a & f c, erunt anguli f c e & f a e recti, per 17. tertij, ſunt ergo æquales. ergo per 4. primi linea f e diuidet angulũ a e c per æqualia. & quia lineæ c e & a e concurrunt in puncto e. palã per 32. primi, q̃m anguli e f c & e f a ſunt minores rectis, arcus ergo a b c eſt minor ſemicirculo per ultimã ſexti, quod eſt ſecundũ. Ducatur

quoq;

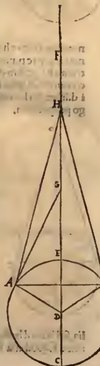
quoq; linea a c ſecans lineā e d in puncto g, & ducantur a b & a c, quia ergo linea e g ſecat angulū a e c per æqualia, patet per quartā primi, cū linea a e ſit æqualis lineæ e c, & latus e g ſit cōe, quoniā linea a g eſt æqualis lineæ c g, & angulus e g a eſt æqualis angulo e g c. Sed & trigonis a b g & c b g latus b g eſt cōmune, ergo per 4. primi erit linea a b æqualis lineæ b c, ergo per 27. tertij, arcus a b eſt æqualis arcui b c, eodē quoq; modo patet, q̄ ſi linea g e ſecat arcū a c per æqualia in puncto b, quod ipſa etiā diuidet per æqualia angulū a e c, quia eñ trigona a e b & c e b ſunt æquilatera, ut patet, palam ergo per 8. primi, qm̄ angulus a e b eſt æqualis angulo c e b, & hoc eſt totū quod proponebatur.



LIX.

Arcubus æqualibus minoribus quolibet quarta circuli ex utraq; parte diametri circuli reſectis à terminis illorum arcuū ductas contingentes in uno puncto eductæ diametri concurrere eſt neceſſe, & ab uno puncto diametri ductas contingentes in terminis æqualiū arcuū cōtingere eſt neceſſe. Ex quo patet, qm̄ oēm angulū & arcum à lineis contingentibus contentū diuidit diameter educta per æqualia.

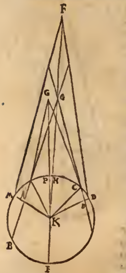
Eſto circulus a b c, cuius centrū ſit d, & eius diameter c e, quæ ꝑducam indefinite ad punctū f, & ab unaquaq; parte puncti e ſint a e & b e arcus æquales, & à punctis a & b ducantur lineæ circulū contingentes per 16. tertij. Dico q̄ illæ duæ lineæ concurrēt in uno puncto eductæ diametri e f. q̄ ſi dicat̃ ipſas nō concurrere in puncto uno diametri concurrent tñ ambæ contingentes cū diametro d f productis lineis d a, d b, erunt anguli in puncto a & b recti, ſed anguli e d a & e d b ſunt acuti per ultimā ſexti. arcus enim a e, b e ſunt minores qualibet quarta circuli, ergo per 14. huius, lineaꝝ cōtingentium utraq; cōcurret cū linea d f, ſi itaq; nō fiat, hoc in eodem puncto ſit, ut linea contingens ducta à puncto a cōcurrat cū linea d f in puncto g, & contingens ducta in puncto b cōcurrat cū d f in puncto h, & ſit utraq; punctum g, & ducatur linea a h. eritq; per 16. tertij, & ex hypotheſi angulus h d a æqualis angulo h d b, ergo per 4. primi erit angulus h a d æqualis angulo h b a. ergo per 17. tertij uterq; ipſoꝝ eſt rectus, quia itaq; angulus d a g eſt rectus per eandem 17. tertij. patet q̄ ipſe eſt æqualis angulo d a h recto, & angulus a d g eſt cōmunis. erit ergo per 32. primi, angulus a g d æqualis angulo a h d extrinſecus ſcilicet intrinſeco a h g, quod eſt contra 16. primi, & impoſſibile. patet ergo primum. Sed & ſi à puncto diametri h ducant̃ duæ lineæ circulū cōtingentes in punctis a & b, erūt arcus a e & b e æquales, trigona enim a h d & h b d ſunt æquilatera per præcedentem, ergo ſunt æquiangula per 8. primi, eſt ergo angulus a h d æqualis angulo b d h, ergo per 25. tertij. arcus a e eſt æqualis arcui b e, qđ eſt propoſitum, & patet corollarium.



LX.

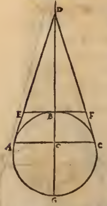
Si intra duas lineas circulū cōtingentes ab uno puncto ductas aliæ duæ lineæ eundem circulū cōtingentes ducantur, cadent puncta contingentiæ interiorū intra puncta cōtingentiæ extreriorū, & ſi arcus hinc inde interiacētes pun

ℓta cōtingentiæ fuerint æquales, erit utrarūq; concurſus ſemper in eadem diametro circuli educta, interiores quoq; ad utramq; partem productæ cū exterioribus neceſſario concurrent.



Eſto circulus a b c d e, cuius centrū k, & eius diameter e h educatur, & ſic ut ab aliquo puncto ſuo, quod ſit f, lineæ f a & f d cōtingentes circulū ducantur, & inter lineas f a & f d ducantur ab aliquo puncto ſuperficiei a f d, quod ſit g, lineæ g b & g c circulū contingentes in punctis b & c, cadent puncta a & d. ſi enim non cadunt inter puncta a & d, aut cadunt in illis punctis aut extra, ſi in illis, ducantur lineæ k a & k d à centro k ad puncta contingentiæ a & d. erit itaq; per 17. tertij angulus k a f rectus, & ſimilit̃ angulus k a g rectus, & ſic rectus maior recto. Item inter contingētē f a & circulū alia linea capit̃, ut g a. hoc aūt eſt cōtra 15. tertij, palā ergo, q̄m impoſſibile. Si uero detur, q puncta b & c cadāt extra puncta a & d, ſic punctū b ultra a punctū, ſecabit'q; linea g b productā lineā f a, per 14. huius. Et q̄m eſt contingens ſolum in puncto b, erit punctus ſectionis extra circulū, ſit ille punctus m. Palā itaq;, q̄m linea m a & m b ab uno puncto m productæ ſemicirculū cōtingunt, quod eſt cōtra 57. huius. non ergo cadit punctum b ultra punctū a, ſed intra. Similiter'q; demōſtrabitur, quia punctū c cadit intra punctū d. cadunt ergo puncta contingentiæ interiorū intra puncta cōtingentiæ exteriorū. Sed & arcubus a b & c d exiſtentibus æqualibus, punctū g neceſſario cadit in diametro e h f. ſi enim extra illā ducat̃ linea k g ſecans circūferentiā in puncto f, quia ergo arcus b f eſt æqualis arcui p c per præcedentē, arcus quoq; a b eſt æqualis arcui c d, ex hypotheſi, remanet ergo arcus c h æqualis arcui h b, ſed arcus h b eſt maior arcui p b, ergo arcus c h eſt maior arcu c p, pars ſui toto, quod eſt impoſſibile. Nō ergo cadit punctū g extra diametrum e h f, palam eſt per 14. huius, quoniā linea g b producta ultra punctū b, neceſſario concurret cū linea f a, & linea c g producta ultra punctū c concurret neceſſario cū linea f d. linea eñ k c rectū angulū cōtinens cū linea a g, continet acutū cū linea f d. patet ergo propoſitum.

LXI.



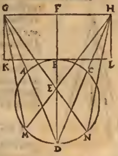
Si ad mediū punctū arcus interiacentis puncta cōtingentiæ duarū linearū ab uno puncto ad circulum productarum linea contingens circulū ad alias cōtingentes ꝑ ducantur, illa in puncto ſuo cōtingentiæ per æqualia diuiditur, & ab alijs lineis contingentibus partes abſcindit æquales.

Sit circulus a b c, quē cōtingunt duæ lineæ d a & d c, à puncto d productæ, producat̃ ergo diameter g b d, & palam per 59. huius, q̄niā ipſa diuidit angulū a d c, & arcū a c per æqualia in puncto b. à puncto itaq; b producatur linea contingens circulū per 16. tertij hoc itaq;, q̄m eſt orthogonalis ſuper diametrū g b, ut patet per 17. tertij, palam per 14. huius, quia ipſa producta ſecabit lineas d a & d c, ſic ergo ut ſecet lineam d a in puncto e. & lineā d c in puncto f. quia itaq; e d b & f d b anguli ſunt æquales per 59. huius, & anguli d b e & d b f ſunt recti, palā, quia trigona e b d & f d b ſunt æquiangula per 32. primi, ergo per 4. ſexti, latera ſunt proportionabilia, ſed latus d b eſt æquale ſibi, erit ergo linea e b æqualis lineæ b f, & linea d e æqualis lineæ d f. quod etiā ſic patere poteſt, quia enim à puncto e ducuntur duæ lineæ cōtingentes cir

tes circulũ.f.e a & e b,patet per 58.huius,quod ipſæ ſunt æquales.oẽs ergo lineæ a e,e b,b f,f e,ſunt æquales,ergo lineæ e d & f d ſunt æquales.patet ergo propoſitum.

LXII.

Duobus punctis æqualiter diſtantibus ab uno termino eductæ diametri & à linea circulũ in termino propiore diametri contingente duabus lineis ad aliũ terminũ diametri productis arcus interiacentes illarũ linearũ alteram & diametrũ ſunt æquales,illis uero ad alium punctũ circũferentiæ productis,arcus interiacent inæquales.



Sit circulus a b c d ,cuius centrũ e ,diameterq; eius d b, educat̃ ad punctũ f,ſintq; duo puncta g & h æqualiter diſtantia à puncto f eductæ diametri, ducanturq; duæ lineæ g d & h d,ad alium terminũ diametri ſecantes circulũ linea g d in puncto a,& linea h d in puncto c, & à puncto h ducatur linea contingens circulũ quæ ſit k b l, à qua æqualiter diſtẽt puncta g & h.Dico q᷑ arcus a b & b c ſunt æquales. ducatur enim linea g f h,erit ergo ex hypotheſi linea g f æqualis lineæ h f ,ideo quia puncta g & h æqualiter diſtãt à puncto f.& ducantur lineæ h l & g k perpẽdiculariter ſuper lineã k b l contingentẽ per 12.primi,erunt ergo ex hypotheſi & illæ æquales. ergo per 33.primi,linea g h æquediſtat lineæ k l.ergo per 17.tertij,& per 29.primi,anguli d h f & d f g ſunt recti.ergo per 4.primi,anguli g d f & h d f ſunt æquales,ergo per 23.tertij,arcus à b eſt æqualis arcui b c. patet quoq; manifeſte q᷑ ſi à punctis h & g lineæ ad aliud punctũ circũferentiæ q̃ ad punctũ d producantur,ut ad punctũ m uel n,q᷑ illæ lineæ arcus reſecabunt inæquales.qualibet enim illarũ quæ ſecat diametrum,abſcindit minorẽ arcũ,& alia maiorẽ.& hoc eſt quod proponebatur.

LXIII.

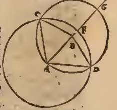
Diameter circuli diuidens exagonũ,eidem circulo inſcriptũ,ab oppoſitis angulis per æqualia duobus lateribus medijs exagoni erit æquediſtans.



Sit circulus,cuius centrũ ſit punctũ a,inſcriptus exagonus qui b c, d e,f g,& ab oppoſitis angulis illius exagoni ducatur diameter b a e,dico q᷑ illa diameter æquediſtat duabus medijs lateribus exagoni, quæ ſunt c d & g f.ducant enim lineæ a c & a d,quia itaq; lineæ b c & c d, q̃ ſunt latera exagoni ſunt inter ſe æqualia,& utrunq; ipſoꝝ eſt æquale ſemidiametro circuli, per 15.quarti,patet ergo q᷑ trigona a b c & a c d ſunt æquilatera.ergo per 8.primi,ipſa ſunt æquiangula.erit ergo angulus c a b æqualis angulo a c d,ergo per 27.primi lineæ a b & c d æquediſtant.Similiter quoq; poteſt demonſtrari de lineis a b & f g.patet ergo q̃m diameter b e æquediſtat medijs lateribus exagoni. q̃d eſt ꝓpoſitũ.

LXIIII.

Duobus circulis inæqualibus ſe ſecantibus ita,ut minor pertranſeat centrum maioris,arcum minoris interiacentem periferiã maioris in centro maioris per æqualia diuidi eſt neceſſe.



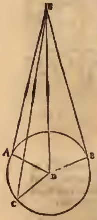
Sint duo circuli c f d maior,& centrum ſit a,& c g d minor,cuius centrum ſit b,ſecentq; hi circuli in punctis c & d,tranſeatq; minor qui c g d per centrum maioris qđ eſt a,eritq; arcus c a d minoris circuli contentus intra periferiã maioris.Dico,q᷑ arcus c a d diuiditur per æqualia in puncto a,ducatur enim linea copulans centra quæ ſit a b , & hæc producta compleat diametrũ minoris circuli quæ ſit a b g , & ad puncta ſectionum c & d,ducantur lineæ a d,a c, b d,b c, quia itaq; in

trigonis a b c & a b d, duo latera a b & b c unius ſunt æqualia duobus lateribus a b & b d alterius, quoniã omnes ſunt ex puncto b centro circuli minoris ductæ ad periferiã, & baſis a c eſt baſi æqualis a d, quoniã ſunt ex centro circuli maioris, ergo per 8. primi anguli æquis lateribus contenti ſunt æquales, angulus ergo c a b eſt æqualis angulo d a b, ergo per 25. tertij arcus c g eſt æqualis arcui d g, reliqui ergo arcus ſemicirculorum, qui ſunt a c & a d, ſunt æquales, arcus ergo c a d diuidit ꝑ æqlia in pũcto a, qđ eſt ꝓpoſitũ.

LXV.

Omnes lineæ rectæ ductæ à polo ad periferiam ſui circuli ſunt æquales.

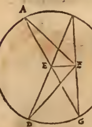
Eſto circulus a b c. cuius centrum d, & erigatur perpẽdiculariter ſupra circulũ à centro linea d e, ita, ut ꝑ diffinitionẽ polus circuli ſuper punctũ e, & ducantur lineæ e a, e b, e c. Dico, ꝙ ipſæ omnes ſunt æquales, ducantur enim lineæ a d, b c, e d, quia itaq; quadratũ lineæ a e eſt æquale quadrato lineæ e d & lineæ d a, quadratũ quoq; lineæ b e æquale eſt quadrato lineæ e d & lineæ d b, ꝑ penultimã primi. quadratũ uero lineæ e d eſt æquale ſibiipſi & quadratum lineæ d a æquale quadrato lineæ d b per circuli diffinitionem, palam, quia quadratum lineæ a e eſt æquale quadrato lineæ b e, & ſimiliter quadrato lineæ c e, palam ergo, quoniã lineæ a e, b e, c e, & quæcunq; ſimiliter ductæ ſunt, & hoc eſt propoſitum.



LXVI.

Omnis linea centrum ſphæræ cum centro circuli non magni illius ſphæræ continuans eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem illius circuli.

Sit centrum ſphæræ punctum z, ſitq; punctum e centrum circuli non magni illius ſphæræ, qui ſit a b g d, & ducatur linea z a, z b, z d & z g, omnes erunt æquales per diffinitionem ſphæræ, ſed & lineæ e a, e b, e d, e g ſunt æquales per diffinitionem circuli, linea itaq; z e exiſtente communi patet ꝙ trigona z a e, z b e, z d e, z g e, omnia ſunt æquilatera, ergo per 8. primi ipſorum anguli æqualibus lateribus contenti, ſunt æquales. oẽs ergo anguli z e a, z e g, z e b, z e d ſunt æqules, ſunt ergo recti, eodemq; modo poteſt demonſtrari de omnibus angulis cõtentis ſub linea z e, & cum ſemidiametro circuli a b g d, linea ergo z e eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem circuli a b g d, & hoc eſt ꝓpoſitum.



LXVII.

A centro ſphæræ ductam perpendicularem ſuper ſuperficiem circuli non magni ipſius ſphæræ eiuſdem circuli centro incidere eſt neceſſe.

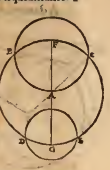
Sit ut in præmiſſa centrum ſphæræ punctum z, ſitq; punctum e centrum circuli nõ magni illius ſphæræ, quæ ſit a b g d, & ducatur à puncto z centro ſphæræ linea perpendiculariter ſuper ſuperficiẽ circuli a b g quæ ſit z. Dico, ꝙ punctũ e eſt centrum circuli a b g. ducantur enim lineæ z a, z b, z g, quæ erunt æquales per diffinitionẽ ſphæræ, quoniam ergo anguli a e z, b e z, d e z, g e z ſunt recti, patet per 46. primi, quoniã quadratũ lineæ z a ualet quadrata linearũ a e & z e, & quadratũ lineæ z d ualet ambo quadrata linearũ b e & z e, & ſimiliter quadratũ lineæ z g, ualet ambo quadrata linearũ g e & z e, lineæ uero z a, z b, z g ſunt æquales, & quadrata ipſarũ æqualia, ablato itaq; quadrato lineæ z e cõmuni, relinquitur ut quadrata linearũ a e, b e, g e ſunt æqualia, ergo & ipſæ lineæ a e, b e, g e ſunt æquales, ergo per 9. tertij punctũ e eſt centrũ circuli a b g, qđ eſt ꝓpoſitũ.

LXVIII.

Aequediſtantium in ſphæra circulorum centra in eadem diametro ſphæræ cõſiſtere eſt neceſſe, ex quo patet, ꝙ omnes circuli in ſphæra æquediſtantes eoſdem habent polos, & ſi eoſdem habent polos, ſunt æquediſtantes.

Sit

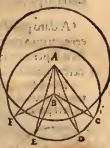
Sit ſphæra, cuius centrum ſit punctum a, & in ipſa ſint duo circuli æquediſtantes b c, cuius centrum ſit f, & d e, cuius centrũ g, & ducatur linea a f; quæ producta erit diameter ſphæræ cum ipſa trãſeat centrum ſphæræ d e, ergo per 66. huius a f eſt erecta ſuper ſuperficiem circuli b c, ergo per 23 huius erit eadem diameter erecta ſuper ſuperficiẽ circuli d e, ergo per præmiſſam ipſa tranſit per centrũ circuli d e, ſunt ergo centra illorũ circulorũ in eodem diametro ſphæræ, qđ eſt propoſitum, & ex hoc patet, ꝙ illi circuli eoſdem habent polos per diffinitionem poli. & ſi aliqui circuli eoſdem habent polos, patet per 14. undecimi, ꝙ ipſi ſunt æquediſtantes, & hoc proponitur, ꝙ ſi etiam reliquus circulorum æquediſtantiũ eſſet circulus magnus, eadem eſſet demonſtratio. duo uero circuli magni eiuſdem ſphæræ ſibi inuicem æquediſtare non poſſunt, quoniã amborum eſt idem centrum, quod eſt centrum ſphæræ.



LXIX.

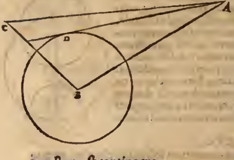
Si plana ſuperficies ſecet ſphæram, communis ſectio erit circulus, ex quo patet, quoniã à quolibet puncto in diametro uel ſuꝑficie ſpchæria dato eſt poſſibile totali ſuperficiei ſphæricæ circulum circumduci, alij etiam circulo illius æquediſtantem.

Sit ſphæra, cuius centrum a, ſeceturq́ per planam ſuperficiẽ. Dico, ꝙ communis ſectio ſuperficiei ſphæricæ & planæ eſt circulus. Si enim fiat ſectio per centrũ a, tunc patet, ꝙ omnes lineæ ductæ à centro a ad ſphæræ ſuperficiẽ, quæ ſunt in illa planã ſuperficie ſecante, & terminãtur ad cõmunẽ terminũ illorũ, ſunt æquales per diffinitionẽ circuli, illa cõmunis ſectio eſt circulus. Si autem ſuperficies plana ſecet ſphæram non per centrũ a, ducatur per 11. undecimi à centro a perpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſecantem, quæ ſit a b, & cõtinentur lineæ a c, a d, a e, a f, & ꝙ quis uoluerit ad aliam ſectionem cõmunem à centro ipſius ſphæræ, ducãtur quoq; lineæ c b, d b, e b, f b, in ipſa ſuperficie ſecante ad puncta quibus incidunt lineæ de centro ſphæræ ductæ. palam ergo per penultimã primi, quoniã quadratũ lineæ a c eſt æquale duobus quadratis linearũ a b & d b, ſed quadratũ a c eſt æquale quadrato lineæ a d, qm̃ linea a c eſt æqualis lineæ a d per diffinitionẽ ſphæræ, & quadratum lineæ a b eſt æquale ſibijpſi, relinquitur ergo quadratũ lineæ c b æquale quadrato lineæ d b, eſt ergo linea c b æqualis lineæ d b, & ſimiliter erit linea d b æqualis lineis e b & f b. ꝑ eandẽ demonſtrationẽ quotcũq; alijs lineis à centro ſphæræ a ad aliam communem ſectionem productis, omnes itaq; lineæ à puncto b ad illam cõmunem ſectionem ductæ, ſunt æquales, ergo per 19. tertij, & per diffinitionẽ circuli ut prius punctũ b eſt centrũ circuli. Cõmunis ergo ſectio iſtarũ ſuperficierũ eſt circulus, & hoc eſt propoſitũ, patet etiam ex hoc correlariũ, qm̃ à puncto dato per 12. primi ꝑducta perpendiculari ſuper diametrum ſphæræ, imaginet̃ ſuperficies plana ſecans ſphærã ſecundũ illam ꝑpendicularẽ, & patet propoſitũ per præmiſſa, ꝙ ſi alicui circulo in ſphæra ſignato æquediſtans duci debeat, à dato puncto ducatur perpendicularis ſuper ſphæræ diametrũ tranſeuntẽ circuli centrũ, cui æquediſtans debet duci circulus, & ꝑducat̃ in continuũ uſq; ad aliam ſphæræ ſuperficiẽ, & ducatur alia linea à puncto diametri utcunq; ſuper ꝑductã & orthogonaliter ſuper diametrũ ſphæræ, imagineturq́; ſuperficies plana tranſiens terminos iſtarum linearũ in ipſa ſuperficie ſphæræ, faciens ſectionẽ, quæ per præmiſſa neceſſario erit circulus, quia per 4. undecimi diameter ſphæræ ſuper quã ducitur linea à puncto dato, erit perpendicularis ſuper ſuperficiẽ in punctis illis, ut præmittitur ſphærã ſecantẽ, unde à centro ſphæræ ductis lineis ut prius, patet quod proponebatur.



LXX.

A dato puncto ad datam ſphæram lineã contingentẽ ducere.



Sit enim datum punctũ a,& centrũ dato ſphæræ ſit b,& ducatur linea a b à centro ſphæræ qđ eſt b,ducaẽ linea b c,ut cõtingit,& copuletur linea a c, palamq́; p 2.undecimi,quoniã trigonum a b c eſt in una ſuperficie plana,hoc itaq; per præcedentem ſecabit ſphæram ſecundũ circulũ cui per 16.tertij,à puncto a ducatur contingens in puncto d,quæ ſit a d, & patet propoſitum.

LXXI.

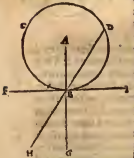
Omnis ſuperficies plana contingens ſphæram, ſecundum unicum punctum eſt contingens.

Ducatur in plana ſuperficie contingente ſphæram linea recta trans locum contactus,& in ſuperficie ſphæræ circulus magnus.ſi ergo ſuperficies plana contingit ſphæram ſecundũ aliud q̃ ſecundũ punctum,& linea recta continget circulũ ſecundũ idem, non ergo ſecundũ punctum continget linea recta circulum,qđ eſt contra 15.tertij, palam ergo propoſitum.

LXXII.

A dato puncto ſuperficiei ſphæricæ ſuperficiẽ planam contingentem ducere,ex quo patet,q; omnis linea centrum ſphæræ tranſiens,eſt perpendicularis ſuper eius ſuperficiem,& ſi eſt perpendicularis ſuper ſphæricam ſuperficiem,neceſſario tranſit centrum ſphæræ.

Eſto ſphæra,cuius centrũ ſit a,& circulus eius magnus b d c,ducaturq́; linea a b à cẽtro ad circumferentiã,& à puncto b ducatur linea contingens circulum, q̃ ſit f b e per 16.tertij,erunt ergo anguli a b c & a b f recti,imaginatis quoq; per 69.huius circulis quibuſcunq; in ſuperficie ſphæræ ſecantibus ſe in puncto b,& ductis lineis contingentibus illos circulos in puncto b,palam per 17.tertij,quoniã linea b a cum omnibus illis lineis continet 9.angulos rectos,ergo omnes illæ lineæ ſunt in una ſuperficie plana per 2.undecimi,illa itaq; ſuperficies contingit ſphæram per diffinitionẽ ſuperficiei planæ ſphærã contingentis.ex hoc itaq; patet, qm̃ cũ omnis linea à centro ſphæræ ducta,ſit erecta ſuper planam ſuperficiem,ſphærã ipſam in puncto ſuæ incidentiæ contingentem, & anguli incidentiæ ſunt æquales,quoniã ipſa eſt ppendicularis ſuper ſphæræ ſuperficiẽ,per diffinitionem perpendicularis. anguli enim ſemicirculoꝝ omnes ſunt æquales per 43.huius,quoniam linea a b producta ad punctũ g eſt adhuc erecta ſuper ſuperficiem planam,ſphæram contingentẽ in puncto b.palam,quia linea g b,& quæcunq; alia ppendicularis erigi poteſt ſuper ſuperficiẽ planam in puncto b,contingentẽ ſphæram tranſit centrũ ſphæræ a,quia ſi à puncto b poſſit alia linea erigi ſuper ſuperficiẽ contingentẽ,non tranſiens centrum ſphæræ a,ſit illa h b d,& ſit angulus h b c rectus.Sed angulus g b e eſt rectus per 13.primi,cum angulus a b e ſit rectus ex hypotheſi,erit itaq; rectus maior recto,qđ eſt impoſſibile,patet ergo ꝓpoſitum.

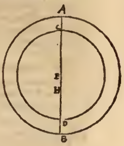


LXXIII.

Omnium ſphærarum,quarum conuexæ ſuperficies æquediſtant,uel ſecundum ſe totas ſe contingunt,neceſſario eſt idem centrum.

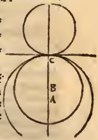
Sint

Sint duæ ſphæræ,quarũ conuexæ ſuperficies æquediſtẽt,ſectæ per æqualia per unam planam ſuperficiẽ,cõis ſectio ſuperficierũ illarũ ſphæricarũ & huius planæ,erunt circuli,ſitq́ magnus circulus maioris ſphæræ a b,& centrum eius e,minoris uero ſphæræ circulus magnus ſit c d.Dico, quod idem punctũ e etiam erit centrum circuli c d,ducatur enim linea a e b taliter, ut ſi e non ſit centrũ amborum circulorũ, linea tamen a e b tranſeat per ambo centra,qđ poteſt fieri continuatis centris per lineã rectam,& ꝓducta illa ad periferiã maioris ſphæræ huius, itaq́ erit diameter circuli a b,quoniã circuli a b & c d ſunt in eadem ſuperficie.Sit ut diameter a b ſecet periferiã circuli c d in punctis c & d,eritq́ recta c d diameter circuli c d,quia ergo ꝓpter æquidiſtantiã circulorũ linea a c eſt æqualis lineæ b d,& linea a e æqualis lineæ e b.remanet linea c e æqualis lineæ e d, & quia diameter c d diuiditur per æqualia in puncto e.patet,quod punctus e eſt centrum circuli c d,ſi enim non ſit punctus e centrũ circuli c d, ſit centrum eius punctus h,eritq́ per diffinitionẽ circuli linea h d æqualis lineæ a c,erit ergo linea h a æqualis lineæ h b,ſed linea h a eſt maior quam linea a e,ergo h b eſt maior quam linea e b,pars ſuo toto,qđ eſt impoſſibile,eſt ergo pũctus e centrũ circuli c d,& quia circulus c d eſt magnus circulus ſuæ ſphæræ,patet,quod æquediſtantium ſphærarũ eſt idem centrum,qđ eſt propoſitũ primum.& eodem modo de ſphæris ſecundum totas ſuas ſuperficies contingentibus eſt demonſtrandũ.lineæ eductæ à centro ad concauũ maioris & ad conuexũ minoris,ſunt æquales,patet ergo illud qđ ꝓponebatur.



LXXIIII.

Si duæ ſphæræ æquediſtantes fuerint, uel ſecundũ totas ſuperficies ſe contingentes,quæcunq́ linea ſuper unius earum ſuperficiem perpendicularis fuerit,ſuper alterius quoq́ ſuperficiem perpendicularis erit.



Iſtud faciliter patet,quoniã enim ex præmiſſa tales ſphæræ indem cẽtrum habere neceſſario cõprobantur,ergo per 72.huius,linea ꝑpendicularis ſuper alteram iſtarũ ſphærarũ centrum ipſius tranſit,ſed centrum ipſius eſt centrum alterius,ergo per eandem 72.huius ſuper alterius etiam ſphæræ ſuperficiem alia linea perpendicularis erit,& hoc eſt propoſitum.

LXXV.

Si duæ ſphæræ centra diuerſa habuerint,impoſſibile eſt ut lineæ perpendiculares ſuper unius ſuperficiem ſint perpendiculares ſuper alterius ſuperficiem,niſi una tantum quæ tranſit centra ambarum.

Quocunq́ modo ſe habentibus adinuicem ſphæris,ſiue extrinſecus ſiue intrinſecus ſe contingentibus,uel etiam ſe non contingentibus, uel etiam ſe adinuicem ſecantibus ſemper,patet ex 72.quoniã linea tranſiens per centra ipſarũ, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ utriuſq́,aliam quoq́ lineã ſuper utriuſq́ ſuperficiem ꝑpendicularẽ eſſe,eſt impoſſibile.Si enim ſit poſſibile, ducatur aliqua alia perpendiculariter ſuper utriuſq́ ſphæræ ſuperficiẽ,palamq́ erit ex eadem 72.huius, ipſam per utriuſq́ centrũ tranſire,qđ eſt oppoſitum hypotheſi,patet ergo,quoniam nullam aliam lineã præter eam, quæ tranſit centra ambarũ ꝑpendiculariter duci ſuper utriuſq́ ſphærarum ſuperficies eſt impoſſibile, & hoc eſt propoſitum.

LXXVI.

Si ſphæra ſphæram intrinſecus aut extrinſecus contingat,in uno tantum puncto contingere eſt neceſſe.

Si enim ſphæræ contingentes ſe intrinſecus,non in puncto ſe contingant, neceſſe eſt circulos ſuos maiores adinuicem applicatos,non ſe in puncto contingere, quod eſt

contra 12.tertij.& impoſſibile, ꝙ ſi ſphæræ extrinſecus ſe contingentes, non ſe contingant in puncto, & hoc eſt contra naturã circulorum extrinſecus ſe contingentiũ, & contra eandem 12.tertij. poteſt & hoc aliter demonſtrari. Si enim inter illas ſphæras, quæ ſe extrinſecus contingãt, imaginata fuerit ſuperficies plana, palam ex 71.huius, quoniã utraque illarum ſphærarum illam ſuperficiẽ planam contingit in puncto, ergo & ſeinuicem in puncto contingant, ꝓpinquior eſt utriuſque ſphærarum ipſa plana ſuperficies interpoſita quàm reliqua ſphærarum, & hoc eſt propoſitum.

LXXVII.

Sphærarum ſe contingentium, centra diuerſa eſſe, eſt neceſſe.

Signentur enim in utralibet ſphærarũ à puncto contactus duo circuli maiores, per 67.huius, ſecantes eorum ſuperficiebus planis ſphæras per ſua centra, & per puncta contactuum, & quia centra horum circulorum ſunt centra ſphærarum ſuarum per diffinitionem circulorũ magnorum, hos autẽ circulos centra diuerſa habere, eſt concluſio 6. tertij. patet ergo ꝓpoſitum.

LXXVIII.

Centrorum ſphærarum ſe extrinſecus contingentium, diſtantiam ſecundum lineam compoſitã ex ambarũ ſphærarũ ſemidiametris, intrinſecus uero contingentiũ ſe ſecundũ exceſſum ſimidiametri maioris ad ſemidiametrum minoris eſſe, palam eſt.

Hoc patet ex 76.huius, quoniã enim contactus ſphærarũ fit ſecundum unum tantũ punctum. punctus uero eſt, cui pars non eſt, tunc euidens eſt, ꝙ punctus ille cõmunis in utraque interſectione nihil adimit de diametrorum quantitate, indiuiſibile enim nõ fit pars quanti, nec addit nec minuit aliquid de quanto, & ſic patet propoſitum.

LXXIX.

Si concauum alicuius ſphæræ ſuperficiẽ aliquam ſecundũ eam totam contingat, neceſſe eſt ſuperficiẽ contactam partem ſphæræ minoris eſſe.

Sit ut aliqua ſphæra ſecundũ ſuum concauum contingat aliquam ſuperficiẽ ſecundum omnes illius partes, ſicut uas ſphæricũ ſuperficiem aquæ contentę. Dico, ꝙ uerum eſt quod ꝓponitur, ducantur enim lineæ plurimæ à centro ſphæræ ad locum contactus ſui cum illa ſuperficie, & quia omnes lineæ ꝓductæ ad concauũ ſphæræ, ſunt æquales inter ſe ex diffinitione ſphæræ, & ſunt æquales productis lineis ad conuexũ ſuperficiei cõtactæ. patet ex dicta diffinitione, quoniã illa ſuperficies eſt pars ſphæræ, & q̃libet intellecta extendi ſecundum concauũ ambientis ſphæræ, ſphæram minorẽ complebit, eſt ergo pars minoris ſphæræ. linea quoque in illa ſuperficie ſignata eſt pars circuli ex 9.tertij. idem habens centrũ cum circulo cui applicatur, & ſic illa ſuperficies eſt pars minoris ſphæræ, quod eſt propoſitum.

LXXX.

Si ſphæra ſphæram interſecet, communis ſectio ſuperficierum ſphæricarum ſe interſecantium, erit periferia circuli.

Qđ hic proponitur, patet, imaginetur enim ſuperficies ſecans ambas ſphæras ſecundum lineam cõmunem ſectionis ſphærarum qualiſcunque fuerit. hæc ergo ſuperficies ꝓpter ſimilitudinẽ corporum ſe interſecantiũ plana erit, cõmunis ergo ſectio illius ſuperficiei & utriuſque ſphærarum erit circulus per 69.huius. palam ergo, ꝙ cõmunis linea interſectionis ſuperficierum ſphærarũ illarum erit periferia circuli, in qua incluſa ſuperficies, erit circulus cõmunis illi ſectioni, quoniã aliàs corpus quo utræque ſphæræ cõmunicãt, eſt corpus cõmune ſphærarum interſectioni, & eſt corpus irregulare, duabus ſcilicet ſuperficiebus ſphæricis contentum, & diuerſis ſecundum diſpoſitionem ſe interſecantium ſphærarum, patet ergo propoſitum.

LXXXI.

Sphærarum ſe interſecantium maiores circulos ſe inuicem ſecare, palam eſt, ex quo patet interſecantiũ ſe ſphærarum centra diuerſa eſſe.

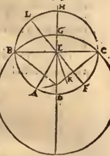
Primũ

Primum patet ex diffinitione ſphærum ſe interſecantiũ, quoniã enim interſecanti-bus ſe ſphæris, diameter unius per alteram abſcinditur, & maiorũ circuloꝝ diametri ſuarum ſpæraꝝ. diuidunt enim circuli magni ſuas ſphæras per æqualia, tunc patet, ꝙ circulus unius ſphæræ & alterius ſe interſecantium aliqua linea eſt cõmunis. Cum ergo unus circulus alium non contineat, quia nec una ſphæra aliam continet, palam, quia tales circuli ſe inuicem ſecant ex diffinitione talium circuloꝝ, quia uero ex 5. tertij circuloꝝ ſe inuicem ſecantiũ centra eſſe diuerſa neceſſe eſt, & idem eſt centrum ſphæræ qđ eſt centrũ circuli magni in illa ſphæra. patet corollariũ, ſcilicet, quia interſecantium ſe ſphærarum centra ſunt diuerſa, & hoc proponebatur.

LXXXII.

Si ſphæra ſphæram interſecet linea, quæ centra illarum ſphærarum tranſit, centrum circuli periferiæ communis ſectionis tranſire, & ſuper ipſius ſuperficiem perpendicularem eſſe, neceſſe eſt.

Circulus cõmunis ſectionis ſphærarũ aut eſt circulus maior alterius ſphærarũ ſe interſecantiũ, aut minor. ſi maior, hoc erit ſolũ, cũ maior ſphæra minorẽ interſecat. Si enĩ æq̃les ſphæræ ſecũdũ circulũ maiorẽ ſe ĩterſecarẽt, nõ eſſet ſphærarũ interſectio, ſed unius ſphæræ ex duobus hemiſphærijs æqualibus cõpoſitio. ſi ergo circulus cõis ſectionis ſphæraꝝ ſit circulus maior, non erit ille circulus maior niſi in ſphæris inæqualibus ſe interſecantibus circulus ſphæræ minoris, quoniã ipſum eſſe circulũ maiorem ſphæræ maioris eſt impoſſibile, qm̃ maior circulus ſphæræ maioris non poteſt cadere in ſuperficiẽ ſphætæ minoris. Sit itaqꝫ circulus talis a b c, & ſit centrum maioris ſphæræ d, ſphæræ uero minoris e, erit quoqꝫ e centrum circuli a b c ex hypotheſi, ducatur ergo linea d e, & patebit ꝓpoſitum primũ. Item ducantur lineæ d a, d b, d c, & linea a e, b e, c e, eruntqꝫ trianguloꝝ d a e & d b e latera æqualia, ideo, quoniã linea d e latus eſt cõmune, & latus d a æquale eſt lateri d b ex diffinitione ſphæræ, latus quoqꝫ a e æquale eſt lateri b e ex diffinitiõe circuli, ergo per 8. primi anguli æquis lateribus contenti, erunt æquales. angulus ergo d a b æqualis erit angulo d e a, ſimiliter autẽ angulus d e c erit æqualis angulo d e b, & uniuerſaliter à quocunqꝫ puncto circuli a b c ducantur lineæ a d e, centrum ſphæræ anguli ſuper centrum e ſemper erunt æquales, & quia ſuper eandem diametrũ oppoſitis punctis ſignatis linea d e æquales angulos conſtituit, patet per diffinitionẽ ꝑpendicularis, qm̃ ipſa linea d e ſuper omnes diametros perpendicularis erit, ergo per 4. undecimi linea d e ſuper ſuperficiẽ circuli a b c erecta eſt, & ſuper eam ꝑpendicularis.



Si uero circulus a b c non ſit circulus maior alicuius ſphærarũ ſe interſecantium, ſed minor, intelligatur in ipſo ꝓtracta diameter q̃ ſit l f per puncta l f, & utraqꝫ ſphærarum imaginetur recta per ſuperficiẽ planam trans centrum, & per puncta f & l, quæ ſunt in ſuꝑficie utriuſqꝫ ſphæræ, erit ergo per præmiſſa quilibet illorũ circuloꝝ circulus maior in utraqꝫ ſphæraꝝ ſe interſecantiũ. ſecabitqꝫ circulũ a b c uterqꝫ illorum circuloꝝ maiorum per æqualia, qm̃ arcus f l eſt medietas circumferentiæ circuli a b c, tranſeunt ergo ambo illi circuli maiores per centrũ illius circuli a b c, qđ eſt e. imaginenẽ item duo circuli alij maiores in eiſdem ſphæris, quorũ quilibet ſecet portionẽ circuli maioris ſuæ ſphæræ erectam ſuꝑ circulũ a b c per æqaulia, qđ fieri poterit ex 29. tertij, diuiſo arcu f l utriuſqꝫ circuli ſphæraꝝ ſe interſecantiũ per æqualia, & à puncto ſectionis utriuſqꝫ circuli imaginata ſuperficie plana tranſeunte centrum ſphæraꝝ utriuſqꝫ, fiat itaqꝫ ſectio arcus ſphæræ maioris in puncto g, & ſectio arcus ſphæræ minoris in puncto h, & ſimiliter hi circuli maiores cum illis circulis quos ſecant angulos æquales ſphærales, uel inæquales contineant, patet, cum à polo circuli a b c per centra ſphærarũ ambaꝝ tranſeant, quoniã ambo ſecabunt circulũ a b c per æqualia. tranſibunt ergo per centrum ipſi ꝙ eſt e linea, ergo d g, q̃ per diffinitionẽ maiorum circuloꝝ, & per 3. undecimi eſt cõmunis ſectio duorum circulorũ maioꝝ in ſphæra maiori ſe ſecantium, tranſeunt per centrum e,

quoniam cum centrum e ſit in ſuperficie utriuſq; illoꝝ circulorũ, neceſſe eſt, ut ſit in linea cõmuni utriuſq;. Similiter etiam linea e h, quæ eſt cõmunis ſectio circulorum maiorum in ſphæra minori ſe interſecantiũ, tranſit per centrum e, ſed quia lineæ e h, & lineæ d g per diffinitiouẽ circuloꝝ ſe ſecãtium eſt aliqua linea recta cõmunis ut e g, erit illa ꝑ primam 11. in eadem ſuperficie cum illis, ergo erunt linea una. tota ergo linea d e g h eſt linea una tranſiens per ambo centra ſphærarum ſe interſecantiũ, & per centrum circuli, qui eſt cõmunis ſectio, cũ centro in periferia cõmunis ſectionis ſuperficierum ſphæricarum ſe interſecantium, patet ergo ꝓpoſitum primũ. Secundum uero patet ex præmiſſis. Circuli enim maiores per æqualia diuidentes circulũ minorem orthogonaliter eum ſecant, & eorum cõmunis ſectio, ut linea d h per 19. undecimi ſuper eundem circulũ perpendicularis erit, & hoc eſt ꝓpoſitũ. poteſt & idem per 66. & 67. huius facilius demonſtrari diligentiam adhibenti.

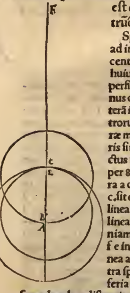
LXXXIII.

Si ſphæra ſphæram interſecet, lineam tranſeuntem centrum circuli periferiæ communis ſectionis perpendiculariter ſuper ipſius ſuperficiẽ inſiſtentem, ambarum ſphærarum centra tranſire neceſſe eſt.

Hæc eſt conuerſa præcedentis, nec oportet in ipſius demonſtratione aliter immorari, ſi enim ſit poſſibile, ducatur linea per e centrum circuli cõmunis ſectiõis ſphærarum, qui eſt a b c, perpendiculariter ſuper ipſius ſuperficiẽ ad alium aliquẽ punctum, præter centrum amboꝝ, uel alterius ſphærarũ, & ſit linea e k, & ducatur idem per centra amboꝝ ſphærarũ alia linea, quæ ſit d h. patet autem per præcedentẽ, quoniã hic erit tranſiens ꝑ centrum e, & erit perpendicularis ſuper ſuperficiẽ circuli a b c. ab eodem ergo puncto ſuperficiei circuli a b c utpote centro e duo exeunt ꝑpendiculares ſuper eandem circuli ſuperficiem a b c, quæ ſunt e d & e k, qd' eſt contra 13. undecimi, & impoſſibile, patet ergo ꝓpoſitum.

LXXXIIII.

Si ſphæra ſphæram intrinſecus interſecet, neceſſe eſt centra illarũ ſphærarum reſpectu ſitus ſui contactus ſecundum quantitatẽ periferiæ circuli, qui eſt communis ſectio ſuarum ſuperficierũ plus diſtare, centrũq; ſphæræ continentis plus profundari.



Sphæræ datæ interſecare ſe debentes, ſi æquales fuerint, & taliter ad inuicem collocentur, ut non ſe interſecent, tunc ipſaꝝ idem erit centrum. facta uero interſectiõe ipſarum centra diuerſantur per 8. huius. & ſecundũ ꝙ circuli periferia, quæ eſt cõmunis ſectio illarũ ſuperficierum ſphæricaꝝ ſit maior uel minor, ſecundũ hoc plus uel minus diſtabunt centra, ꝙ ſi ſphæræ fuerint inæquales, quarum una alterã intrinſecus cõtingere poterint, tunc in ſitu ſuæ cõtingentiæ centrorum ſuoꝝ diſtantia per 78. huius eſt exceſſus ſemidiametri ſphæræ maioris ad ſemidiametrũ minoris. Demus ergo, ꝙ centrũ maioris ſit a, centrum minoris b, punctus contactus ſit c, & quia contactus ſit in puncto per 76. huius, interſectio uero ſit ſecundũ circulum per 80. huius. palã, quia facta interſectione ſphæraꝝ, abſcindet ſphæra a diametrum b c in puncto alio ꝙ̃ in termino ſuo qui eſt punctus c. ſit ergo punctus in quo ipſum a b ſcindit punctus e, ponaturq; ut linea f e ſit æqualis diametro ſphæræ b, quoniã itaq; linea a c excedit lineam b c in linea a b. linea uero f e eſt æqualis ſemidiametro b c, ꝙ̃niam ſunt diametri eiuſdem ſphæræ. linea ergo a c excedat lineam f e in linea a b, ſed linea f e eſt maior ꝙ̃ linea e c, ergo a e, in qua linea a c excedit lineam e c, eſt maior ꝙ̃ linea a b, plus ergo diſtãt centra ſphærarum in interſectione ꝙ̃ in ſitu contactu, & ſecundũ ꝙ periferia circuli, quæ eſt cõmunis ſectio ſuarum ſuperficierũ minoratur, ſecundum hoc diſtantia centroꝝ augetur, & ſecundũ ꝙ illa periferia augetur, ſecundum

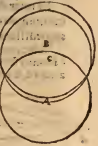
hoc

hoc diſtantia centrorum minuitur, & reſpectu partis uniuerſi ad quã fit interſectio plus profundatur centrum ſphæræ continentis reſpectu contactus in tanto, quanto linea a e ſit maior ꝙ linea a b, & hoc eſt quod proponebatur.

LXXXV.

Si duæ ſphæræ intra tertiam ſecundũ circulum æqualem circulo maiori ſphæræ, intra quam fit interſectio, ſe interſecent, utraqꝫ illarum ſphærarum ſphæram, intra quam fit interſectio, interſecabit, & omnium illam ſuperficierum ſphæricarum cõmunis ſectio erit periferia circuli unius.

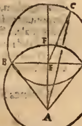
Verbi gratia: Sit in ſphæra, cuius centrum a interſecet ſphæram, cuius centrum ſit b intra ſphæram, cuius centrũ ſit c ſecundũ circulum æqualẽ circulo maiori ſphæræ c, dico ꝙ ſphæra a & ſphæra b interſecabunt ſphæram c, & omnium ſuperficierum ſphæricarũ illarum ſphærarũ erit cõmunis ſectio periferia circuli ſecundũ qđ ſphærarũ a & b fiebat interſectio. hic eſt cuiuſdam circuli magni ſphæræ c, quoniã enim circulus maior diuidit ſphæram ꝑ æqualia, quia tranſit per centrũ eius ex diffinitione, tunc patet, ꝙ æqualis eidẽ utcunqꝫ contingat eum in ſphæra ꝓduci, diuidet eam per æqualia & ſic interſecabit ſecundũ illum circulũ utraqꝫ ſphærarum. ſ. a & b ſphærã c. Sphæra autem a interſecante ſphæram b, communis ſectio eſt periferia circuli per 79. huius, diuidit autẽ iſte circulus ſphæram c per æqualia, ergo interſecat. eſt ergo eius periferia in ſuperficie c, ſed & eadem periferia eſt in ſuperficiebus ſphærarũ a & b, In omnium ergo ſphærarũ illarũ trium ſuperficiebus eſt illa circuli periferia, eſt ergo ipſa cõmunis ſectio omnium ſuperficierum dictarum ſphærarum, quod eſt propoſitum.



LXXXVI.

Lineam à centro ſphæræ per centrum circuli ſphæram ſecantis orthogonaliter ductam, medio abſciſæ portionis, eſt neceſſarium applicari.

Sit ſphæra cuius centrũ a, & ſit circulus b c d, cuius centrũ ſit e, abſcindens portionẽ ſphæræ, ducaturqꝫ linea a e, & ꝓducatur uſqꝫ ad ſuperficiẽ ſphæricam, cui incidat in pũcto f. Dico, ꝙ linea a e neceſſario applicatur puncto, qui eſt medium abſciſæ portionis ſphæræ in conuexo uel concauo ipſius, & ꝙ hoc eſt punctum f. ducantur enim lineæ a b & a c, & copulenẽ lineæ e b, e c, e d, erunt itaqꝫ trigona a e b, a e c, a e d omnia ſecundũ latera æquales angulos reſpicientia, adinuicem ꝓportionabilia, q̄m illa ipſorũ latera ſunt adinuicẽ æqualia, ut patet per ſphæræ & circuli diffinitiones, & quia latus a e eſt omnibus cõmune. anguli itaqꝫ b a e, c a e, d a e omẽs ſunt æquales per 5. ſexti, ergo per 25. tertij angulus b f, c f, d f ſunt æquales, & quoniã productis quibuslibet lineis à centro a ad periferiam circuli b c d, idem ſemper accidit. palam, quia punctus f eſt in medio portionis abſciſæ de ſphæra, & hoc proponebatur.



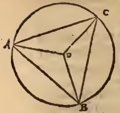
LXXXVII.

Proportionem partis ſuperficiei ſphæricæ ad totalem ſuperficiem ſuæ ſphæræ, ſicut anguli ſolidi in ipſam à centro ſphæræ cadentis ad octo rectos ſolidos neceſſe eſt eſſe.

Verbi gratia. Sit a b c pars ſuperficiei ſphæricæ alicuius ſphæræ, cuius ſit d & ducantur lineæ a d, d b, d c, & in ipſa ſuperficie ducantur lineæ a b, b c, a c, fietqꝫ pyramis, cuius uertex eſt punctum d, & baſis a b c. palam quoqꝫ, quoniam angulus circa punctum d eſt ſolidus, tribus angulis ſuꝑficialibus contentus, Dico, ꝙ quæ eſt ꝓportio illius anguli ad 8. rectos angulos, qui replent locum ſolidum circa centrum d, eadem erit proportio ſuperficiei ſphæricæ quæ eſt a b c, ad totam ſphæricam ſuꝑficiem ſuæ ſphæræ. Imaginentur enim plurimi circuli magni, tranſeuntes per omnia puncta illius ſuperficiei,

non

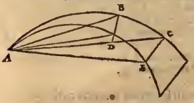
non ſecantes ſe ſuper illam. patet itaq;, quoniam aliqui arcus illorum circulorum determinantur per lineas terminales illius ſuperficiei. omnium autem illorum arcuum partialium ad totos ſuos circulos eſt ꝓportio, ſicut angulorum contentorũ ſub linea à centro d ad ipſorum terminos, productis ad 4. rectos ſpales per ultimam ſexti, patet ergo propoſitum. & etiam poteſt patere ex hoc, quoniam ſicut ille angulus correſpondet illi parti ſuperficiei ſphæricæ, ſic reſiduum 8. ſolidorum angulorũ rectorũ totali reſiduo ſuperficiei illius ſphæræ reſpondet, ergo ꝑ 16. quinti, erit ꝑmutatim anguli ad angulum, ſicut ſuperficiei ad ſuperficiem, & per 18. quinti, & per 5. huius econtrario patet ꝓpoſitum.



LXXXVIII.

Si inter duas quartas circulorum æqualium in ſphæræ ſuperficie ſe ſecantium, ad extremitates arcuum æqualium lineæ rectæ ducantur, illæ erũt æquediſtantes, & remotior à puncto ſectionis erit longior.

Sint arcus magnorum circulorum in ſuperficie alicuius ſe ſecantium, qui a b c & a d e, ſecantes ſe in puncto a, in quibus ſignantur arcus æquales, ita, ut arcus a b ſit æqualis arcui a d, & arcus b c arcui e d, & continentur lineæ rectæ, quæ b d & c e. Dico, ꝙ lineæ c e & b d ſunt æquediſtantes. & ꝙ linea c e eſt maior ꝗ linea d b, quia itaq; arcus a b eſt æqualis arcui a d. palam per 28. tertij & per 65. huius, quoniam punctus a & polus circuli tranſeuntis per puncta d & b, ideo ꝙ rectæ lineæ quæ a d & a b ſunt æquales, & ſimiliter eſt de circulo tranſeunte puncta e & c, circumducatur ergo ſuperficiei ſphæræ per puncta d b circulus erectus ſuper diametrum ſphæræ ꝑ 69. huius, & ſimiliter per puncta e & c, erunt ergo illi circuli æquediſtantes per 14. undecimi. erunt ergo lineæ c d & b d æquediſtantes ꝑ 16. undecimi, imaginata ſuperficie plana in qua ſunt puncta b c d e, circulos ſecundum illas lineas ſecante. ſed & linea c e eſt maior ꝗ linea d b, ſi enim ſit æqualis cum ſit æquediſtans, palam, quia circuli a b c & a e d æquediſtantes erunt, qđ eſt contra hypotheſim; ſupponunt enim ſe ſecare in puncto a, aut ſequatur circulum tranſeuntem per puncta b & d æqualem fieri circulo tranſeunti per puncta c & d, quorum circulorũ polus eſt punctum a, qđ iterum eſt impoſſibile. & ſi linea c e ſit minor ꝗ linea b d, concurrent circuli a b c & a d e ultra lineam c e potius ꝗ ultra lineam b d, eſt ergo linea b d remotior à puncto ſectionis, quod eſt ꝓpoſitum hypotheſis, ergo patet ꝓpoſitum.



LXXXIX.

Omnes lineæ longitudinis unius pyramidis rotundæ, ſunt æquales, & cum ſemidiametris baſis æquales, ſed acutos angulos continentes, ex quo patet omnem punctũ uerticis pyramidis eſſe polum circuli ſuæ baſis, omnemq; lineam longitudinis eſſe in eadem ſuperficie cum axe, ipſam quoq; axem centrum circuli baſis orthogonaliter attingere.



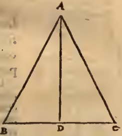
Qm̃ enim per principiũ 11. Euclidis pyramis rotunda fit per tranſitum trianguli rectanguli, alterutro ſuorũ laterum rectum angulũ continentiũ fixo, donec ad locũ ſuum unde incipit redeat, triangulo ipſo circumducto, qui triangulus, ſi fuerit duorum laterũ æqualium, ſecundum unum laterum æqualiũ rectum angulũ continentium

tium fuerit fixũ, cauſabiť pyramis rectangula, ideo, ꝙ angulus duplicati ſui trianguli ad uerticem pyramidis eſt rectus, per 5. & per 32. primi. & ſi fixum latus fuerit minus latere moto, erit pyramis ambigonia, qm̃ per 19. primi angulus ad uerticem fit obtuſus. & ſi latus fixum fuerit maius latere moto, erit pyramis oxigonia, quia per eandem 19. primi, angulus eius ad uerticem remanet acutus adiuuante ſemper 32. primi. ſic ergo diuerſantur formæ pyramidum ſecundum diuerſitatẽ ꝓportiõis lateris fixi ad alterum latus motum, rectum angulũ continens cum fixo, & quia latus ſubtenſum angulo recto, cauſat omnes lineas longitudinis in qualibet pyramide. palam, ꝙ omnes lineæ longitudinis totius rotundæ pyramidis uni lineæ, ſunt æquales ei. ſ. quæ in trigono rectangulo recto, ergo & omnes inter ſe ſunt æquales. Si ergo trigonũ orthogoniũ cauſans pyramidem ſit a b c, cuius angulus a b c ſit rectus, erit per 32. primi angulus a c b acutus, & eſt a c b angulus cui omnes anguli contenti à lineis lõgitudinis & ſemidiametris baſis ſunt æquales, & hoc ꝓponitur, patet enim ex ĳs, qm̃ punctus uerticis pyramidis cuiuslibet, eſt polus circuli ſuæ baſis per 65. huius, & quoniã linea a c eſt in eadem ſuperficie trigona cum linea a b. patet, quoniã omnes lineæ longitudinis ſunt in eadẽ ſupeficie cũ axe a b, & quoniã linea b c motu ſuo deſcribit circulũ baſis, patet ꝙ axis a b centrum circuli baſis orthogonaliter attingit per 8. primi, quia ex circuli diffinitione & prima parte axis exiſtente cõmuni, omnes anguli ad centrum b conſtituti ſunt æquales, patet ergo propoſitum.

XC.

Omnis ſuperficiei planæ ſecantis pyramidem rotundam uel lateratam ſecundum axis longitudinẽ & ſuperficiei conicæ, cõmunis ſectio eſt trigonũ duabus lineis longitudinis pyramidis & diametro baſis contentum, ex quo patet, quoniã illa ſuperficies diuidit pyramidem per æqualia, & ꝙ ſuperficies quæ pyramidẽ ſecundum lineam longitudinis per æqualia ſecuerit, ſecundum axem neceſſario ſecabit.

Eſto pyramis rotunda a b c, cuius uertex a, & diameter baſis b c, & ſit centrum baſis d, & palam per præmiſſam, qm̃ linea a d eſt axis illius pyramidis. ſuperficies itaq; plana ſecans pyramidẽ rotundam, ſecundũ axis longitudinẽ pertranſit puncta a & d, erit itaq; illa ſuperficies plana orthogonaliter erecta ſup baſem pyramidis per 18. undecimi. cõmunis itaq; ſectio baſis pyramidis & illius ſuperficiei planæ eſt linea recta p 3. undecimi, qd' eſt diameter baſis, & ſit hoc b c. trigonũ itaq; a b c eſt in ſuperficie ſecante, ſed & idẽ trigonum eſt in ſuperficie conica pyramidis, & quoniã trigonum orthogoniũ b a d eſt illud, ex cuius ꝑtranſitu deſcribitur pyramis a b c, & trigonũ a b c eſt duplum illi per 1. ſexti. patet illud ꝙ primo ꝓponitur de pyramide rotunda, patet etiam, ꝙ illa ſupficies taliter pyramidem ſecans, diuidit ipſam per æqualia, qm̃ tranſiens uerticem & concluſa diametro per æqualia diuidit & baſem, in laterata uero pyramide, aut ſupſicies plana ſecans tranſit latus aut angulum, eritq; ꝓductis lineis ad terminũ axis pyramidis, illa cõmunis ſectio ſemper trigonis maior uel minor, patet ergo propoſitum, quoniam & cõuerſa per ſe, & ex præmiſſis patet.

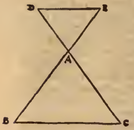


XCI.

Omnis pyramidis rotundæ uel lateratæ lineæ longitudinis ſuper axem in uertice tantũ ſe interſecant, productæ quoq; aliam ſimilem pyramidem principiant, cuius lineæ longitudinis ſecundum poſitionẽ & ſitum priori pyramidi modo contrario ſe habent,

Quoniam omnes lineæ longitudinis pyramidis cuiuſcunq; ꝓductæ, ſe ſuper axem

in uertice ſecent, euidens eſt, quoniam concurrunt omnes in illo puncto uerticis, & quoniam omnes ſunt æquales per 89. huius. patet, quia circa uerticem nulla ipſarum aliam interſecat, ꝙ etiã ꝓductæ aliam pyramidẽ priori ſimilẽ principiant, patet, ſecet enim ſuperficies plana pyramidẽ ſecundum axis longitudinẽ, erit ergo ꝑ præcedentẽ cõmunis ſectio iſtius ſuperficiei & ſuperficiei conicæ pyramidis, trigonum æquum duplo trigoni rectanguli pyramidẽ cauſantis, ſed palã per 36. huius, ꝙ latera cuiuslibet trigoni ꝓducta principiant aliũ trigonũ priori ſimile, cuius latera poſitionem & ſitum prioris trigoni lateribus contrariã habent. & quoniã tot poſſunt imaginare planæ ſuperficies trãs axem pyramidẽ ſecantes, quot ſunt lineæ longitudinis pyramidales immediatæ pyramidis, patet, quoniã omnes lineæ longitudinis productæ, principiant aliam pyramidẽ priori ſimilem, lineis longitudinis à dextra prioris procedentibus in ſiniſtrũ poſterioris, & à ſiniſtro prioris in dextrum poſterioris, & econuerſo. patet ergo ꝓpoſitum.



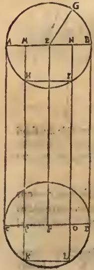
XCII.

Omnes lineæ longitudinis unius columnæ rotundæ ſunt æquales, rectos angulos cum ſemidiametris ſuarum baſium continentes, & in eadem ſuperficie cum axe exiſtentes, ex quo patet, quoniã axis cuiuslibet columnæ rotundæ centris ſuarum baſium orthogonaliter inſiſtit.

Hoc non indiget demonſtratiõe alia niſi ſimili illi, quæ fit in 89. huius. ſicut enim trigonum orthogoniũ altero laterum rectum angulũ cõtinentiũ fixo, ꝑ reuolutionẽ ſuam cauſat pyramidẽ rotundam, ſic quadrilaterũ rectangulũ quoq; ſuoꝝ laterum fixo manente, alijs tribus quouſq; ad locũ ſuum redeãt, circũductis cauſat motu ſuo figurã columnarẽ rotundam, fiet ergo ꝓtractio omniũ eorum quæ ꝓponuntur hic, ut in illa, quia patet totum euidenter.

XCIII.

Omnis ſuperficiei planæ ſecantis columnã rotundam, ſecundũ axis longitudinẽ & ſuperficiei columnæ, cõmunis ſectio eſt rectangulũ ſub duabus lineis longitudinis columnæ, & duabus diametris baſium contentũ; ex quo patet, quoniã illa ſuperficies per æqualia diuidit columnã.



Colũna rotunda ſit, cuius axis e f, ſecetq; ipſam per e f ſuperficies plana, ſitq; cõmunis ſectio ſecundũ puncta a b c d. Dico, ꝙ ſectio a b c d eſt quadrangula rectangula ſub lineis longitudinis columnæ, & duabus diametris baſiũ cõtenta. ducatur enĩ linea e a in baſe columnæ & in ſuperficie ſecãte, hoc eſt ergo ſemidiameter circuli baſis colũnæ. Cõpleat itaq; e g diametrũ baſis, cadetq; in ſuperficie plana columnã ſecante. ſi enĩ linea e g nõ eſt ducta in ſuperficie plana columnã ſecante, ducatur linea b e in illa ſuperficie ſecante. lineæ ergo b e & e a ſunt linea una, quũ ſunt in una ſuperficie, ꝓductæ ambo orthogonaliter ſuper axem e f cõtinue, ſimiliterq; linea e g cõplet diametrũ a e, nõ in ſuperficie ſecãte, ſed alia, erit ergo linea a g pars in plano, pars in ſublimi, qđ eſt contra 1. undecimi. palam itaq;, quoniam linea a b eſt diameter baſis, & ꝙ punctus g cadit ſuper punctum b. Similiterq; declarandum de linea c d, quoniã eſt diameter alterius baſis, lineæ quoq; a c & b c ſunt lineæ longitudinis columnæ, qđ eſt propoſitum, ex hoc itaq; patet, quoniam cum illa

illa ſectio diuidat per æqualia baſes columnæ,qđ etiam diuidit ꝑ æqualia columnam.

XCIIII.

Sup̃ficiei ſecãtis columnã rotundã æquediſtãter ſup̃ficiei per axem ſecanti,& ſuperficiei columnaris cõmunis ſectio,eſt rectangulũ ſub duabus lineis lõgitudinis columnæ,& duabus lineis minoribus diametris baſiũ cõtentũ.

Sit,ut in præcedenti ꝓpoſitione,columna ſecta per planã ſup̃ficiem ſecundũ ſectionem rectangula a b c d,cuius axis ſit e f,ſitq́ nunc ſup̃ficies plana columnã ſecãs, æquediſtans ſuperficiei a b c d,cuius cõmunis ſectio cum ſuperficie columnæ ſit h i, k l,ducanturq́ à punctis h & i lineæ ꝑpendiculares ſuper diametrũ a b per 12.primi,quæ ſint h m, i n,erit itaq́ linea m n æqualis lineæ h i,ut patet per 34.primi,lineæ enim a b & h i ſunt æquediſtantes ex hypotheſi,& lineæ h m & i n ſunt æquediſtantes per 28.primi. eſt ergo linea h i minor diametro a b,ſimiliter quoq́ i k minor eſt diametro c d,ductis ꝑpendicularibus lineis,quæ l o & k p,ſed lineæ h k & i l ſunt lineæ longitudinis columnæ,patet ergo ꝓpoſitũ.

XCV.

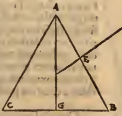
Omnis ſuperficies plana contingens pyramidem,uel columnam rotundam,ſecundum lineam longitudinis eſt contingens.

Non enim ſecundũ punctũ contingit ſup̃ficies plana ꝓpoſita corpora ſicut ſphærã, qm̃ in ipſis eſt longitudo,quæ non eſt in ſphæra,ſed utcunq́ contingit ipſa ſecundum ſuperficiem,qm̃ cum in quolibet iſtorũ corporũ ſunt infiniti circuli ſuis baſibus æquediſtantes & ipſæ baſes,accideret illos ſecundũ lineas in ſuperficie plana contingente,ductas ad ipſorũ contactum,non contingi ſecundũ punctum,ſed ſecari,qđ eſt contra 15.tertij, & impoſſibile,non ergo continget ſup̃ficies plana ꝓpoſita corpora ſecundũ ſuperficiem, reſtat ergo,ut ſecundũ lineam contingat,& quia cõtingit in pyramide uerticẽ & baſem & in columna ambas baſes,patet,ꝙ utrunq́ illorũ ſecundum lineas ſuarum longitudinum eſt contingens,patet ergo propoſitum.

XCVI.

Omnis linea perpendicularis ſuper curuam ſuperficiem pyramidis ,uel columnæ rotundæ,neceſſario tranſit per ipſarum axem.

Pyramis rotunda uel columna ſit,cuius linea longitudinis ſit a b,& eius axis a g, & ſit linea d e ꝑpendicularis ſuper curuã illius ſup̃ficiem. Dico,ꝙ linea e d tranſit per axem a g,ducatur enim ſemidiameter baſis,quæ ſit b g, quia ergo linea e d eſt ꝑpendicularis ſuper curuam ſup̃ficiem ꝓpoſitam, palam ꝑ diffinitionẽ,qm̃ linea e d eſt ꝑpendiculariter erecta ſuper ſuperficiem contingentẽ pyramidem ſuper aliquã lineam ſuæ longitudinis,ſit hoc ſuper lineam a b,cadit ergo linea e d ſuper lineam a b.palam ergo per 2.undecimi,qm̃ lineæ d e & a b ſunt in eadem ſuperficie,& quia linea d e eſt ꝑpendicularis ſuper curuam ſuperficiem pyramidis.patet,ꝙ illa ſuperficies erit erecta ſuper ſuperficiem conicam pyramidis,& in ipſa eſt linea a b.ꝓducta ergo trãs pyramidẽ,ſecabit ipſam ſecundũ lineam longitudinis a b ꝑ æqualia diuidẽs pyramidẽ,& trãſibit ꝑ axem a g per 90.huiꝰ .trigonũ a b g cum linea d e eſt in eadem ſuperficie,quia ergo linea e d cum uno latere trigoni b a g,qđ eſt a b,continet angulum rectum,qui eſt d e a,angulus uero e a g eſt acutus,palam,quia linea d e cõcurret cum linea a g per 14.huius,tranſit ergo per axem pyramidis uel columnæ rotundæ, qđ eſt ꝓpoſitum,qm̃ in columna rotunda eodem modo demonſtrandũ,in illis enim, quia linea longitudinis a b æquediſtat axi,& lineæ d e & a b & axis ſunt in eadem ſup̃ficie,patet per 2 huius,quia linea d e concurrens cum una linearum æquediſtantium,ideo cum a b & cum axe neceſſario concurret ,& hoc ꝓponebatur.



XCVII.

Omnis ſuperficies plana ſuperficiei contingenti,pyramidem uel colum-

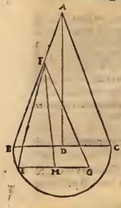
nam in loco contactus orthogonaliter inſiſtens, neceſſario ſecat pyramidē uel columnam per ipſius axem.

Sit pyramis uel columna rotunda, quam contingat ſuperficies plana, palam ergo per 95. huius, q̄m continget illam ſecundū lineam longitudinis. ſuperficies itaq; huic ſuperficiei orthogonaliter in loco contactus inſiſtens, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiē curuam pyramidis uel columnæ, & ipſoꝝ cōmunis ſectio eſt linea longitudinis, ſup quā in ſuperficie erecta ducantur perpendiculares. eæ itaq; lineæ per præmiſſam tranſibunt axem pyramidis uel columnæ rotundæ, ergo & ſuperficies illam axem tranſiens, ſecabit pyramidem uel columnam ſecundum axem, & hoc ꝓponitur.

XCVIII.

Omnis ſuperficiei planæ ſecantis pyramidem rotundam non per uerticem, & ſuperficiei conicæ pyramidis, communem ſectionem figuram triangularem eſſe impoſſibile.

Eſto pyramis, cuius uertex a, diameter baſis b c, centrum baſis d, & axis a d, quā ſecundum axis longitudinē ſecet ſuperficies plana ſecundū trigonum a b c per 90. huius,



ſecetq; ipſam alia ſuperficies erecta ſuper trigonum a b c, nō per uerticem ſecundū ſectionē, quæ ſit e f g, cuius ſupremus punctus ſit f, & ſit linea e g æquediſtans alteri diametro baſis pyramidis, cuius medius punctus ſit h, & ducatur linea f h à ſupremo puncto ſectionis ad medium ſuæ baſis, & quia linea e g eſt linea recta, quæ eſt æquediſtans diametro baſis pyramidis, & punctū f ſignatū eſt in ſupficie conica in ſupremo, ſupficies e f g ſecat conicā ſupficiē. Si itaq; ſectio e f g ſit trigonū. ſ. rectilineū, patet, q̄m duæ lineæ lōgitudinis pyramidis, quæ ſunt e f & g f, concurrunt in puncto f. præter uerticem pyramidis, quod eſt impoſſibile & contra 91. huius. Trigonū quoq; circuli lineam fieri eſt impoſſibile, quoniā ſuperficies ſecās ſupponit̄ eſſe plana, & ſuperficies illius trigoni eſt curua, ut patet ex diffinitione, erit ergo linea e f g linea una. cum itaq; illa ſectio ſit linea una, dicat̄ ſectio conica uel pyramidalis, ſi itaq; axis pyramidis q̄ eſt a d ſit æqualis ſemidiametro baſis, quæ eſt b d. palam, quia pyramis a b c eſt orthogonia, q̄m angulus b a c trigoni a b c eſt rectus. Si ergo linea f h, quæ eſt cōmunis ſectio ſuperficiei e f g, & trigoni a b c æquediſtet lineæ a c, quæ eſt latus trigoni, & linea longitudinis pyramidis, palam per 29. primi, cum angulus b a c ſit rectus, & etiam angulus b f h erit rectus, & ſimiliter angulus h f a, tunc itaq; ſectio e f g dicetur ſectio rectangula, uel parabola, & eſt illa, quā Arabes dicunt mukefi. Si uero lineæ h f & a c non æquediſtant, ſed cōcurrant, ſi concurſus fiat ad partem puncti a, quæ eſt uertex pyramidis, tūc patet per 14. huius, ꝙ angulus h f a erit obtuſus, & tunc ſectio e f g dicetur ampligonia uel hyperbole uel mukefi addita. Si uero lineæ d f & a c concurrant uerſus punctū c, qui non eſt uertex pyramidis, tunc per 14. huius, erit angulus h f a acutus, & tunc ſectio e f g dicetur oxigonia, uel elipſis uel mukefi diminuta, & ſecundum hunc modum iſtæ ſectiones & earum paſſiones ampliſſime uariantur.

XCIX.

Omnis ſuperficiei planæ ſecantis pyramidem uel columnam lateratam trās axem, æquediſtanter baſi & ſuperficiei pyramidalis uel columnaris cōmunis ſectio eſt ſimilis periferiæ baſis. & ſi illa ſectio periferiæ baſis eſt ſimilis, ſuperficies ſecans æquediſtat baſi pyramidis uel columnæ.

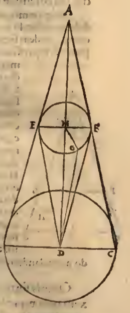
Si enim illa ſectio baſis æquediſtat, om̄es trigoni laterales totius pyramidis & partiales trigoni ſunt æquianguli per 29. primi. patet ergo per 4. ſexti, ꝙ tota periferia ſectionis eſt ſimilis baſi pyramidis, quoniā omnia latera trigonoꝝ totalium & partialium

erūt ꝓportionalia.& ſi illa ſectio eſt baſi ſimilis,eſt etiā baſi æq̄diſtās,q̄m ſi nō eſt æq̄diſtās,erit alia ſcd̄m idē punctū ſecās per axē,æq̄diſtās baſi ſimilis ꝑiferiæ baſis ꝑ ꝑmiſſā, ſequit̃ itaqꝫ,ut una ſimilis,alia quoqꝫ non ſimilis,ſecundū idem punctū ſecent axem pyramidis,alia uero æquediſtās baſi fieri poterit ꝑ 31.primi,ducta ab uno puncto primæ ſectionis linea æquediſtante alicui lineaꝝ baſis pyramidis,& à ternis illius alijs lineis æquediſtantibus reliquis lineis baſis ꝓductis,ex hoc autem accidit impoſſibile,q̄m ſequit̃ ex hypotheſi angulum extrinſecū ꝓpter trigonoꝝ ſimilitudinē æqualem fieri intrinſeco,cum ab uno puncto exeant duæ lineæ æquales angulos cōtinentes angulis illis, qui fiunt per lineam periferiæ baſis,patet ergo ꝓpoſitum in pyramidibus, & eodem modo demonſtrandū eſt in columnis lateratis,& facilius ꝓpter æqualitatē lineaꝝ ꝑ 34.primi.

c.

Omnis ſuperficiei planæ ſecantis pyramidem uel columnam rotundam tranſaxem æquediſtanter baſi,& curuæ ſuperficiei pyramidis uel columnæ cōmunis ſectio eſt circulus,& ſi illa ſectio eſt circulus ſuperficies ſecans eſt æquediſtans baſi,ex quo patet,ꝙ omnis plana ſuperficies æquediſtāter baſi ſecans pyramidē uel columnā,nouam pyramidē conſtituit uel columnā.

Sit pyramis rotūda a b c,cuius uertex a,diameter b c,& centrū baſis d,ſecetqꝫ ipſam ſuperficies plana æquediſtanter baſi,& ſit cōmunis ſectio ſuperficiei illius & ſuperficiei conicæ pyramidis linea e f g.Dico,ꝙ linea e f g eſt periferia circuli,ſecet enim alia ſuperficies plana pyramidē per uerticem & per axem,quæ eſt a d,cōmunis itaqꝫ ſuperficiei & pyramidis ſectio,eſt trigonum,qđ ſit a b c per 90.huius. ſecetqꝫ ſuperficies e f g axem a d in puncto h,& trigonum a b c ſecet ſuperficiem e f g in linea e h f,erit ergo linea e h æquediſtans lineæ b d ꝑ 16.undecimi,eſt ergo per 29.primi & per 4.ſexti ꝓportio lineæ b a ad e a,ſicut lineæ c a ad lineam e f,ergo per 7.huius,erit euerſim ꝓportio lineæ b a ad lineam b e,ſicut lineæ c a ad lineam e f, ergo per 16.quinti erit permutatim ꝓportio lineæ b a ad lineam c a, ſicut lineæ b e ad lineam e f.Sed linea b a eſt æqualis ipſi c a per 89.huius, & anguli quos continent lineæ lōgitudinis pyramidū cum ſemidiametris baſium,ſunt æquales.palam per 4.primi,quia linea d e eſt æqualis lineæ d f,& angulus e d b eſt æqualis angulo f d c, quia uero angulus h d b æqualis angulo h d c,q̄m ambo ſunt recti.& angulus e d b æqualis angulo f d c,remanet angulus e d h æqualis angulo f d h,quoniā ſunt reſiduæ partes rectorū ſuper angulos æquales. palam ergo per 4.primi,q̄m linea e h eſt æqualis lineæ h f.Similiterqꝫ ductis lineis h g & d g,& completa ꝓut in præmiſſis figuratione declarabitur,quoniā linea f h eſt æqualis lineæ g h,ſunt enim trigona æquiangula,ut patet intendenti,ergo per 19.tertij punctū h eſt centrum circuli,eſt ergo e f g linea circūferentia circuli, qđ eſt ꝓpoſitum.Et ſi ſectio e f g eſt circulus,palam,q̄m ſuperficies plana ſecundum illum circulū ſecans pyramidē,eſt æquediſtans baſi,erit enim e a f pyramis,cuius axis a h,& centrum baſis h,erit itaqꝫ linea longitudinis,quæ eſt e a,æqualis lineæ f a per 89.huius. Sed linea b a æqualis eſt ipſi c a,remanet ergo linea b e æqualis ipſi e f,erit quoqꝫ linea e d æqualis lineæ f d per 4. primi,& quia trigona e h d & f h d ſunt æqualia inter ſe latera habentia,ergo per 8.primi angulus e h d eſt æqualis angulo f h d,ergo per diffinionē lineæ ſuper ſuperficiem erectæ patet,ꝙ linea d h erecta eſt ſuper ſuperficiē e f g,ſed eadem linea h d eſt erecta ſuper baſem pyramidis,cuius diameter eſt b c,ergo per 14.undecimi ſuperficies e f g eſt æquediſtans baſi datæ pyramidis,quod eſt ꝓpoſitum,q̄m ſimpliciter ſecundū præmiſſum in pyramidibus modū,in columniſqꝫ rotundis poteſt demonſtrari, & propter



æquediſtantiã lineaꝝ longitudinis columnæ facilitas accedit demonſtrationi. fiunt eñi lineæ d f, d g, d e æq̃les, ergo & linæ h e, h g, h f, eritq́ꝫ ſectio e g f circulus per 9. tertij, & conuerſa ſimpliciter, patet per 14. undecimi ut prius, & hoc ꝓponebatur. Per hæc itaqꝫ patet manifeſte, qm̃ omnis plana ſuperficies ſecans quamcũqꝫ pyramidẽ æquediſtanter ſuæ baſi, nouam conſtituit pyramidẽ, cuius in pyramide rotunda baſis eſt circulus, & in laterata pyramide, ſuperficies ſimilis baſi illius ſectæ pyramidis, ut patet per 99. huius, ſemper tamen uertex illius pyramidis abſciſæ, eſt idem cum uertice prioris, & axis abſciſæ, pars axis ipſius prioris, datæ baſis quoqꝫ æquediſtat baſi. Similiter quoqꝫ fit in columnis rotundis uel lateratis, ſuperficies enim æquediſtanter baſibus ſecans quamcũqꝫ columnam, nouam efficit columnã rotundam uel lateratã, imò duas. ſ. abſciſam & ipſam reſiduam, qđ non accidit in pyramidibus, patet ergo totum qđ ꝓponebatur.

C I.

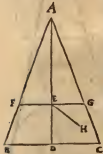
In qualibet columna uel pyramide à dato in eius ſuperficie puncto, lineam longitudinis ducere.

Imaginetur enim ſuperficies plana ſecans pyramidẽ uel columnam trans illius punctum & trans axem, ꝙ fiet, ſi à puncto dato ducatur linea recta ſuper axem, illa ergo linea & axis ſunt in una ſuperficie per 2. undecimi, quæ ſuperficies ſecabit pyramidem ſecundum lineam longitudinis per illud punctũ tranſeuntẽ per 90. huius, columnã quoqꝫ per 92. huius, patet ergo propoſitum.

C II.

A dato puncto, ſiue in axe, ſiue in ſuperficie curua datæ pyramidis rotundæ uel columnæ circulum circumducere.

Eſto pyramis, cuius uertex pũctum a, axis uero a d, in quo ſit datus punctus e, à quo debemus circulũ totali ſuperficiei conicæ circũducere. Sit itaqꝫ, ut ſuperficies plana ſecet pyramidem ſecundũ axem a d tranſpunctum e, cõmunis itaqꝫ ſectio illius ſuperficiei planæ & ſuperficiei conicæ, erit trigonum per 90. huius, cuius baſis ſit b c, quæ erit diameter baſis pyramidis. In hac itaqꝫ ſuperficie per 11. primi ducatur à pũcto e linea perpendiculariter ſuper axem a d, quæ ꝑducta ad conicã ſuperficiem ſit e f. & item ab eodem puncto e ducatur linea perpendiculariter ſuper a d, cadatq́ꝫ punctum e in conica pyramidis ſuperficie, & ſimiliter ducatur linea e b ꝑpendiculariter ſuper axem a d, cadatq́ꝫ punctus h in conica ſuperficie, quia ergo linea a e ſuper cõmunem terminũ lineaꝝ e f, e g, e h orthogonaliter inſiſtit, palam per 5. undecimi. qm̃ illæ lineæ ſunt in una ſuperficie, eritq́ꝫ per 8. undecimi linea a e perpendiculariter erecta ſuper illam ſuperficiẽ f g h, & quoniã linea a d erecta eſt perpendiculariter ſuper baſem pyramidis per 89. huius, & per diffinitionẽ pyramidis, patet per 14. undecimi, qm̃ ſuperficies f g h æquediſtat baſi pyramidis. eſt ergo per 100. huius f g h circulus, ꝙ ſi punctus datus ſit in ſuperficie conica, ſit ille punctus f, & ducatur à puncto f ꝑpendicularis ſuper axem a d, quæ ſit f e, per 12. primi, educanturq́ꝫ à puncto e lineæ e g & e h perpendiculares ſuper axem a d, per 11. primi, & deinde, ut plus cõpleatur demonſtratio, patet itaqꝫ ꝓpoſitum, quoniam ſimpliciter eodem modo negociandum eſt in columnis.



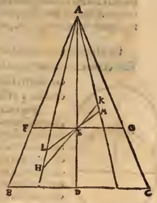
C III.

Omnis ſuperficiei ſecantis pyramidem uel columnam rotundã trans axem non æquediſtanter baſibus, & ſuperficiei curuæ, cõmunem ſectionem circulum eſſe eſt impoſſibile.

Sit pyramis, cuius uertex a, diameter baſis b c, & centrum baſis d. & axis a d, ſecetq́ꝫ ipſam ſuperficies plana trans axem a d in puncto e non æquediſtanter baſi, & ſit cõmunis ſectio huius ſuperficiei planæ & ſuperficiei conicæ f g, h k. Dico ꝙ hæc ſectio nõ eſt poſſibile, ut ſit circulus. Eſto enim, ut circa punctum e in pyramidis conica ſuperficie du

catur

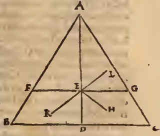
catur circulus per præmiſſam, hoc itaqꝫ æquediſtabit baſi per 100. huius, ſitqꝫ f g l m, & ſignentur lineæ lõgitudinis pyramidis a f, a g, a l, a m, eæ itaqꝫ oẽs erũt æquales ꝑ 89. huius, ideo, ꝙ ſupficies æquediſtans baſi pyramidis, nouam pyramidẽ abſcindit per 100. huius, & quoniã ſectio f g, h k non æquediſtat baſi pyramidis, patet, ꝙ non æqualiter diſtat à uertice pyramidis, quæ eſt punctum a, ſit itaqꝫ punctus h remotior à uertice a, & cadat in linea a l ꝓducta, & punctus k ſit ꝓpinquior uertice a, & cadat in linea a m, erit itaqꝫ linea a h maior ꝙ̃ linea a l, & linea a k minor eſt ꝙ̃ linea a m, & continuentur lineæ h e, k e, f e, g e, & lineæ e l, e m, & quoniã angulus a l e eſt acutus per 89. huius, erit angulus h l e obtuſus per 13. primi, ergo per 19. primi latus h e trigoni h e l eſt maius latere e l, ſed latus e l eſt æquale lateri e f per diffinitionẽ circuli. linea uero e f uenit à puncto axis ad punctum ſectionis, quia eſt cõmunis ſectio circuli & ſuperficiei obliquæ pyramidem ſecantis, inæquales itaqꝫ lineæ ab hoc puncto e ꝓducuntur ad periferiam ſectionis. non eſt ergo ſectio illa circulus per circuli diffinitionẽ. Dicemus ergo illã ſectionẽ in pyramidibus pyramidalẽ, & in colũnis colũnalẽ, eſt tñ illa in 98. huius prius dicta ſectio oxigonia uel elipſis. & qm̃ talis ſectio eſt figuræ oblongæ, patet, ꝙ ipſa habet diametros plurimas oẽs inæquales, & per illud punctũ axis ſecti corporis trãſeuntes ipſam quoqꝫ ſectionẽ per æqualia diuidentes, quorum maxima eſt, quæ tranſit longitudinem ſectiõis, minima uero eſt, quæ pertranſit latitudinem, & eſt ſuper maximam diametrum orthogonaliter erecta, patet itaqꝫ propoſitum.



CIIII.

Omnium duarum planarũ ſuperficierum ſecantium pyramidem uel columnã rotundam trans idem punctũ axis, ſi una æquediſtanter baſi, & alia non æquediſtanter ſecuerit, cõmunis ſectio eſt linea recta tranſiens pyramidem uel columnã orthogonalis ſuper axem, ex quo patet, ꝙ ſiue circuli periferia, ſiue ſectio alia quæcunqꝫ non in eadem ſuperficie, quamcunqꝫ ſecuerit ſectionem, in duobus tantum punctis ipſam interſecabit.

Sit ut pyramis, cuius uertex a, & axis a d ſecetur ſecundũ punctum axis e, & per duas planas ſuperficies, quarum una ſecet æquediſtanter baſi ut f g h, alia uero non æquediſtanter ut f g k l. Dico, ꝙ cõmunis ſectio iſtarum ſuperficierum eſt linea tranſiens pyramidem orthogonalis ſuper axem, ut eſt linea f e g, ꝙ enim illæ ſuperficies ſe interſecẽt, patet per hoc, ꝙ aliquæ lineæ in ipſis ꝓductæ, ad unum cõmunem terminũ copulentur, & in illo ſe interſecant, ut in pũcto e. Quòd enim illarum ſuperficierũ cõmunis ſectio ſit linea recta, patet per 3. undecimi. ꝙ autẽ illa linea, quæ eſt illarum linearum cõmunis ſectio, ſit orthogonalis ſuper axem pyramidis, quæ eſt a d, patet ꝑ 14. undecimi, axis a d eſt ꝑpendicularis ſuper baſem pyramidis & ſuper ſuperficiem f g h, qm̃ illæ ſuperficies ſunt ex hypotheſi æquediſtantes, ergo per diffinitionẽ lineæ ſuper ſuperficiem erectæ, omnis linea ducta à puncto axis e in ſuperficie f g h eſt ꝑpendicularis ſuper axem a d. linea uero quæ eſt cõmunis ſectio iſtarum ſuperficierũ ſecantium, neceſſario in ſuperficie cadit f g h, alioquin non eſſet cõmunis ſectio, palam ergo ꝓpoſitum primum. qm̃ cõmunis ſectio ſuperficierũ taliter, ut ꝓponitur pyramidẽ ſecantium, eſt orthogonalis ſuper axem pyrami-

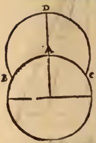


rami-

ramidis, & eodem modo demonſtrando. Idem patet in columnis rotundis, ex quo patet & corollarium, quoniam ſi communis ſectio talium ſuperficierum eſt linea recta. In duobus autem tantum punctis, qui ſunt termini illius lineæ, fiet interſectio illarum ſectionum, q̃uis in pluribus punctis hoc ſit fieri poſſibile, cum ſe interſecant in eadem plana ſuperficie, patet ergo propoſitum.

CV.

Ex aliquo puncto baſis periferiæ columnæ rotundæ ſemicirculo in ſuperficie conuexa uel concaua columnari circumducto, neceſſe eſt lineam ſemicirculum illum per æqualia diuidentem ad ſuperficiem baſis erectam eſſe.



Sit ut ex aliquo puncto periferiæ baſis columnæ rotundæ ꝙ ſit a, circumducatur ſemicirculus in ſuperficie columnæ concaua uel conuexa, quæ ſit b c d, & eius centrum erit punctum a, ſitq́ ita, ut linea a d diuidat illum ſemicirculum per æqualia in puncto d. Dico ꝙ linea a d eſt erecta ſuper ſuperficiem baſis columnæ, quoniam enim arcus b d eſt æqualis arcui d c, patet, ꝙ angulus d a b eſt æqualis angulo d a c per 26. tertij. eſt igitur linea a d pars unius linearum longitudinis columnæ, eſt ergo erecta ſuper baſem per 92. huius, patet ergo ꝓpoſitum.

CVI.

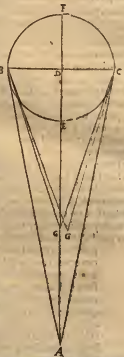
Datæ pyramidi rotundæ pyramidem eiuſdem uel diuerſæ altitudinis inſcribere, ex quo patet inſcriptæ angulum ad baſem, angulo circumſcribentis maiorem eſſe: & ſi inſcripta pyramis ad aliam baſim priori baſi æquediſtantem producatur, anguli productæ ad baſem, angulis datæ pyramidis maiores erunt, & quantumcunqꝫ anguli ad baſem augmentantur, tantum anguli ad uerticem minuuntur.

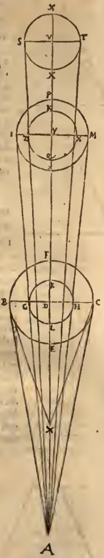
Eſto exempli gratia, ut pyramis, cui alia eiuſdem altitudinis debet inſcribi, ſit orthogonia, & ſit a b, a c, a e, a f lineis ſuæ longitudinis ſignata, & axis eius ſit a d, abſcindatur itaqꝫ ſemidiameter baſis quæ eſt d c, ut libuerit, & ſit abſciſa in puncto h, producatur itaqꝫ linea a h, & habetur triangulus a d h, cuius latera a h, d h latere a d fixo manente, reuoluantur ad locum unde moueri inceperunt, proueniet'qꝫ pyramis a g h i k, cuius axis a d, & ſic poteſt fieri inſcriptio ad q̄dcunqꝫ punctum lineæ d c, & hoc eſt qđ proponebatur primum. Qđ ſi diuerſæ altitudinis pyramidem ad baſem communē inſcribere placuerit ſimilem priori datæ, ſignato puncto ubi uolueris in linea axis a d, uel extra, tum intra corpus pyramidis, quod ſit x, producātur lineæ à puncto x ad totam periferiam, ut x b, x c, x e, x f, & patet propoſitum. Similiter erit faciendum, ſi quis inſcribere uoluerit pyramidem ad baſem minorem baſe pyramidis datæ. patet autem ex præmiſſis, cum omnes anguli cuiuſcūqꝫ pyramidis ad baſem, ſint æquales per 89. huius, quoniā ex motu anguli unius trianguli, omnes illi anguli cauſantur. palam, ꝙ quicquid in triangulo cauſante maiorem pyramidem reſpectu trianguli cauſantis minorem pyramidem proueniet, in oībus ſimilibus & æqualibus triangulis maioris pyramidis ad ſimiles triangulos maioris prouenire neceſſe eſt. Cum ergo in triangulo d h a angulus a h d ſit per 16. primi maior angulo a c d, trianguli d c a, quoniam eſt extrinſecus. patet, ꝙ omnes anguli pyramidis a g h i k ad baſem ſunt maiores oībus angulis pyramidis a b c e f ad baſem exiſtentibus, & eodem modo poteſt demonſtrari in pyramide inſcripta pyramidi a g h i k, & hoc eſt ſecundum propoſitum. Qđ ſi linea longitudinis, quæ eſt a h, protrahatur ad punctum m, & axis a d ad punctum n, fiatq́ angulus a m n rectus, & ſecundum eum compleatur pyramis a l m o p ſuper axem a n, patet tertium propoſitum, quoniam anguli ꝓductæ pyramidis, qui fiunt ad baſem, erunt maiores angulis ad baſem primæ datæ pyramidis, quoniam ex 29. primi angulus n m a æqualis eſt angulo d h a, & angulus d h a maior eſt angulo d c a, ergo angulus n m a maior eſt angulo d c a, omnes ergo anguli

ad baſem pyramidis a l m o p angulis ad baſem pyramidis a b c e f ſunt maiores, quilibet.ſ.ſuo correſpondenti. Eodem autē modo demōſtrari poterit, & ſi pyramis inſcripta pyramidi a g h i k, producatur ad baſem dictæ pyramidis priori baſi æquediſtantem, eſt enim idem modus, patetq́ ex prædictis ultimum ꝓpoſitum.ſ.quia quantum anguli ad baſem amplientur, tantum aguli ad uerticem eiuſdem pyramidis minuuntur, quilibet enim anguli cuiuslibet trianguli cum ſint æquales duobus rectis per 32.primi, angulo ergo recto in omnibus permanente, reliqui duo ualent unum rectum, ꝙ ergo in uno illorum addit̄, neceſſe eſt ut in reliq̄ minuatur, & hoc eſt totū qđ ꝓponebat̄.

CVII.

Si pyramis rotunda pyramidi rotundæ inſcribatur, ſic ut ambarum eadem baſi exiſtente diuerſæ ſint axes, centrum axis, & uertices ambarum pyramidum in eadem linea conſiſtere eſt neceſſe.

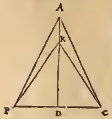




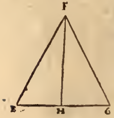
Eſto pyramis data, quæ ſit a b c e f, cuius baſis ſit circulus b c e f & eius centrum d, ſitq́ axis pyramidis a d, & ſit exempli gratia orthogonia, inſcribaturq́ ei per præcedētem ad eandē baſem pyramis breuioris axis taliter, ꝙ intra illam contineatur. Dico ꝙ centrū circuli baſis ambaꝝ pyramidū, qđ eſt d, & uertex datæ pyramidis, q̄ eſt a, & uertex inſcriptæ pyramidis qui ſit g, omnes erunt in eadem linea a d, & hoc quidē patet de punctis a & d, ꝙ autē punctum g in eadem ſit linea, ꝓbatur. Si enim non eſt in eadem, ergo ad aliquā partem extra illam lineam declinat, ſit ergo nunc eius declinatio ad partem dexterāuerſus lineam a c in ſuperficie trianguli a d c. producatur g d linea, quia itaq; p 89. huius, omnes lineæ longitudinis eiuſdē pyramidis ſunt æquales. patet, ꝙ latera g b & g c ſunt æqualia, ſed & b d eſt æqualis ipſi c d, & axis g d cōmunis, ergo per 8. primi, angulus g d c eſt æqualis angulo g d b uterq; ergo eſt rectus. Sicut autē angulus a d c eſt rectus, ſic & angulus g d c erit rectus, ergo rectus eſt pars recti, hoc autē eſt impoſſibile. patet ergo, cum ubicunq; extra lineam a d ſignato puncto g, ſemper idem accidit impoſſibile, quoniā punctus g neceſſario erit in linea a d, hoc eſt ꝓpoſitum. Qđ ſi à puncto g ad baſem pyramidis productus, axis dicatur non cadere in puncto d centrum circuli baſis, ſequitur aliud impoſſibile contra hypotheſim.ſ.ꝙ ad eandem baſim illa pyramis non ſit inſcripta, qđ eſt contra præmiſſa, uel ſequitur, ꝙ lineæ ductæ à centro ad circūferentiā non ſint æquales, qđ

totum eſt impoſſibile, patet ergo illud quod proponebatur.

CVIII.



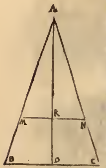
Duarum pyramidum rotundarum uel lateratarũ æqualium baſium & inæqualium altitudinũ, uerticem altioris, acutioris anguli eſſe neceſſe eſt.



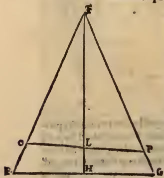
Duarum pyramidũ rotundarũ uel lateratarũ ſit a b c altior, cuius axis a d, & uertex a, & pyramis e f g, cuius uertex f, & axis f h ſit baſſior, ſintq; ipſarum baſes b c & e g æquales, & axis f h breuior axe a d. Dico ꝙ angulus b a c eſt minor angulo e f g. Reſecet̃ enim ab axe a d æqualis axi f h, quæ ſit a k, & ducantur lineæ b k & c k, erit itaq; pyramis b c k æqualis e f g, ſecetq; ſuperficies plana ambas pyramides a b c & b k c, eruntq; per 90. huius communes ipſarum ſectiones trigoni. ſit ergo ut ſecetur pyramis a b c ſecundum trigonum b a c, & pyramis b k c ſecundum trigonũ b k c, erit ergo angulus b k c maior angulo b a k, & per 33. huius, ductis alijs ſuperficiebus ſecantibus, erunt ſemper trigona iſtis æqualia & æquiangula, patet ergo ꝓpoſitum.

CIX.

Si à uerticibus duarum pyramidũ rotundarum uel lateratarũ inæqualiũ altitudinũ & æqualiũ baſiũ, duæ pyramides æqualis inter ſe altitudinis abſcindãtur, neceſſe eſt baſem pyramidis abſciſæ ab altiori baſe alterius abſciſæ minorẽ eſſe.



Duarum pyramidũ rotundarũ ambarum, uel lateratarũ ambarum æqualium baſium ſit altior a b c, cuius axis ſit a d, & uertex a, & baſſior pyramis ſit e f g, cuius axis ſit f h, & uertex f, abſcidaturq; ab axe a d linea a k æqualis lineæ f l, abſciſæ ab axe h f. ſecetur itaq; pyramis altior per ſuperficiẽ planam per axem, eritq; per 90. huius ſectio cõmunis trigonus qui ſit a b c. & ſimiliter ſecetur altera pyramis per axem, & ſit ſectio trigonus e f g, & à puncto k ducatur linea k m æquediſtanter baſi b d. & ſimiliter à puncto l ducatur linea l o æquediſtanter baſi e h ꝑ 31. primi, eritq; per 29. primi, & per 4. ſexti ꝓportio lineæ b d ad lineam k m, ſicut lineæ d a ad lineam a k, & ꝓportio lineæ e h ad lineam o l, ſicut lineæ h f ad lineã f l, eſt autem linea a k æqualis lineæ f l, & linea d a maior q̃ linea f h ex hypotheſi. ergo per 4. quinti maior eſt ꝓportio lineæ d a ad lineam a k, q̃ ſit linea h f ad lineam f l. eſt ergo maior proportio lineæ b d ad lineam m k q̃ lineæ e h ad lineã o l, ſed linea bd eſt æqualis ipſi e h ex hypoteſi, ergo per 10. quinti linea o l eſt maior q̃ linea k m, & ſimiliter producta k m ad latus trigoni a c, & linea o l ad latus trigoni f g, ſequitur lineã l p eſſe maiorem q̃ ſit linea k n, & tota linea o p erit maior q̃ linea m n, circũducãtur itaq; per 102. huius pyramidibus datis duo circuli, quoꝝ unius diameter ſit m n, & alteri9 o p, eritq; o p maior circulo m a, & qa circuli illi æquediſtãt baſibus pyramidis, patet ꝑ 100. huius, q̃m à uerticibus abſcindunt pyramides, quarum axes ſunt a k & f l, quæ ex præmiſſis ſunt æquales. Idemq; penitus accidit in lateratis pyramidibus aſſumptis trigonis, & ductis lineis æquediſtantibus baſibus trigoni, hoc eſt lateribus baſis datæ pyramidis & lineis ad axes æquediſtantibus, quibuſdam lineis ꝓductis à trinis laterum baſium ipſarum pyramidum ad punctum terminantem axem ſuper baſem, patet ergo propoſitum per 99. huius.



CX.

Si pyramis rotunda ſphæram interſecet, nec eius conica ſuperficies à ſuperficie ſphæræ interſecetur, cõmunis ſectio ſuperficierum ſphæræ & pyramidis erit circumferentia circuli baſis pyramidis.

Quoniam enim per 69. huius ſuperficies plana ſecundũ circulum ſecat ſphæram, baſisq́; pyramidis ſuperficies plana eſt, quia circulus, palam, ꝙ illa baſis ſphærã ſecundum circulum interſecabit, interſecat autẽ pyramis ſphæræ ſuperficiẽ ſecundum totam ſuam baſem, quia ſuperficies eius conuexa conica à ſuperficie ſphæræ non interſecatur, ut patet per hypotheſim. patet itaq;, ꝙ cõmunis ſectio ſuperficierũ dictarũ, erit circumferentia circuli baſis pyramidis, ſuperficiesq́; illa circumferentia contenta, quæ eſt circulus, q eſt baſis pyramidis, erit ſuperficies cõmunis. & ſi aliàs corpuſculũ, qđ eſt pars ſphæræ reſectum à ſphæra per illam ſuperficiẽ, ſit corpus uterq; dictorũ corporũ cõmune.

CXI.

Si pyramis ſphæram interſecet, ſit ut circulus baſis pyramidis in ſphæræ ſuperficie circulo maiori ſphæræ æquediſtet, diametrum ſphæræ ſuper illũ circulum maiorem erectam, centrum circuli baſis pyramidis orthogonaliter tranſire neceſſe eſt, ex quo manifeſtum eſt, diametrum ſphæræ & axem pyramidis coniunctas eſſe lineam unam.

Quia enim per præcedentẽ circulus, qui eſt baſis pyramidis, cõmunis eſt ſphæræ, ſicut pyramidi, tunc per 68. huius patet ꝓpoſitum, quia enim circulus, qui eſt baſis pyramidis, æquediſtat circulo magno ſphæræ, & ij circuli æquediſtantes ſunt ambo in ſuperficie ſphæræ, erit diameter ſphæræ centrũ circuli baſis pyramidis orthogonaliter tranſiens, tranſit enim orthogonaliter centra amborũ illorum circulorũ, & q̃m à termino alicuius lineæ ductæ à centro cõmuis circuli ad circumferentiã exeunt duæ lineæ orthogonaliter ſuper ipſam inſiſtentes. ſ. axis pyramidis, ut patet per 89. huius, & diameter ſphæræ, ut præmiſſum eſt, patet ex 14. primi, q̃m illæ duæ lineæ coniunctæ, ſunt linea una, diametrum ergo ſphæræ & axem pyramidis coniunctas eſſe lineam unam neceſſe eſt, & hoc eſt quod proponebatur.

CXII.

Omnium linearum perpendiculariũ ſuper periſeriam oxigoniæ ſectionis productarũ, trans eius ſuperficiem unica eſt, perpendicularis ſuper ſecti corporis axem, & ipſa eſt minima diametrorum ſectionis.

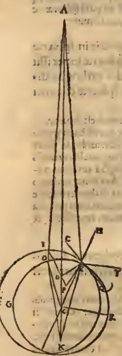
Sicut enim patet per 104. huius, cõmunis ſectio ſupficiei ipſius ſectionis oxigoniæ & circuli ſecundũ idem punctum axem ſecantiũ, eſt linea orthogonalis ſuper axem ſecti corporis, in alijs autem omnibus punctis ſectionis, perpendiculares ſuper ſectionẽ ꝓductæ, oblique incidunt axi, quoniã ſi aliqua ipſarũ ipſi axi ꝑpendiculariter inciderit, tunc per 4. undecimi, axis ſuper ſuperficiẽ ſectionis ꝑpendicularis erit, qđ eſt contra naturã ſectionis, patet ergo propoſitum.

CXIII.

In ſectiône pyramidali tranſeunte punctum datum ſuperficiei pyramidis rotundæ, à puncto dato perpendicularẽ in ſuperficie ſectionis, ductam ſuper ſuperficiẽ pyramidis cum perpendiculari ducta à puncto eiuſdem ſectionis remotiore à uertice pyramidis ſuper lineam in illo puncto ſectionẽ contingentem ſub axe pyramidis concurrere eſt neceſſe: Dum tamen linea ducta à puncto inferiori cum perpendiculari, ducta à puncto ſuperiori ſuper axem pyramidis, angulum contineat acutum.

Eſto pyramis, cuius uertex ſit a, & eius axis ſit a c k, ſitq́; in ſuperficie conica huius pyramidis ſignatus punctus e, quẽ ꝑtranſeat ſectio pyramidalis quæ ſit b f, e z, in qua

etiam ſit punctus z, remotior à puncto a uertice pyramidis quàm ſit punctus e, contineatq́ꝫ
linea ducta à puncto z ad axem cum perpendiculari ducta à puncto e angulum acutũ.
Dico quòd ſi ducatur à puncto z linea perpendicularis ſuper lineam in illo puncto z, ipſam
ſectionem oxigoniã contingentẽ, & alia perpendicularis ſuper ſuperficiẽ contingentẽ
pyramidem in puncto e, ducatur à puncto e, quòd illæ duæ perpendiculares concurrẽt ſub
axe a c b, ſit enim, ut ſuperficies plana ſecet pyramidem ſuper punctum z æquediſtanter
baſi, & hoc quidẽ per 100. huius, ſecabit eam ſecundũ circulum, ſit ille circulus g b r z, cu
ius centrum ſit c, cõmunisq́ꝫ ſectio huius circuli & ſectionis oxigoniæ ſit diameter ut
corda circuli, quæ eſt g b r z per 104. huius, & à puncto uerticis pyramidis per 101. huius,



ducantur per ſignata in ſuperficie pyramidis puncta e & z lineæ lõ
gitudinis pyramidis quæ ſint lineæ a z & a e, & producatur linea a e,
donec ipſa ſit æqualis lineæ a z. Veniet quidẽ ad circulum, eo quòd eſt
linea longitudinis, & quia punctus propinquior eſt uertici pyrami
dis quàm ſit punctus z, cadat ergo linea a c producta in punctũ circuli
o, & à puncto dato qui eſt e, ducatur linea perpendicularis ſuper ſuperfi
ciem contingentẽ pyramidem, hoc quidẽ per 96. huius. concurret
cum axe pyramidis qui eſt a c k, concurrat ergo in puncto d, & ſit il
la perpendicularis e d, copuletur quoq́ꝫ linea z d, continens angulũ
acutum cum perpendiculari e d, qui ſit angulus z d e, & quoniam linea d z
eſt in ſuperficie ſectionis per 1. undecimi, ſicut & puncta d & z, tunc
à puncto o lineæ longitudinis a e o ducatur perpendicularis ſuper li-
neam a d per 11. primi, & ducatur à centro circuli g b r z, quod eſt c ſe
midiameter c o, quia ergo per 89 huius, angulus c o a eſt acutus, pa-
tet, quòd perpendicularis ſuper lineam a c ducta à puncto o, cadet ſub
centro circuli quod eſt c in aliud punctum axis. Sit ergo ut concurrat
cum axe in puncto k, & ſit o k æquediſtans lineæ e d per 6. decimi, &
ducatur linea k z, & ducatur linea contingens ſectionẽ in puncto z
quæ ſit t q, & ducatur alia contingens circulũ b g z in puncto z per
16. tertij, quæ ſit z u, & ducatur diameter circuli quæ ſit b c z, & à
centro c ducatur ſemidiameter perpendicularis ſuper diametrum
b c z, quæ ſit c r, & quia axis a c k orthogonaliter erigitur ſuper cen-
trum circuli b g z per 89. huius, erit linea c r perpendicularis ſuper
axem a c k, quoniam eſt ſemidiameter circuli, ergo per 4. undecimi linea
c r eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ a c z ſecantem pyramidem
per axem. Sed & linea c r eſt æquediſtans lineæ contingenti circulũ
in puncto z, qui eſt y z per 28. primi, ergo per 8. undecimi linea z
y eſt perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ a c z, linea ergo t q contingẽs
ſectionem oxigoniã b f e z in puncto z continet angulũ acutum
cum linea y z, & quia linea t q continet angulũ acutum cũ z y. pa-
tet quòd linea t q non eſt perpendicularis ſuper illam ſuperficiẽ a c z, ue-
rum, quia punctus k, qui eſt punctus axis, ut patet per 89. huius, & per diffinitionẽ poſt
factam, in principio eſt polus ad circulũ b r z, palam per 65. huius, quia lineæ k o & k z
ſunt æquales, & axis a k cõmunis, ſed & linea a o eſt æqualis lineæ a z per 89. huius, cum
ſint lineæ 4. longitudinis, ut patet per præmiſſa, ergo per 8. primi trianguli a o k & a z k
ſunt æquianguli, erit ergo angulus a o k æqualis angulo a z k, & quoniam angulus a o k eſt re
ctus, ideoq́ꝫ linea o k ducta eſt perpendiculariter ſuper lineam a c, ut patet per præmiſſa,
erit ergo etiam angulus a z k rectus. Cum ergo linea k z ſit perpendicularis ſuper lineã
a z, quæ eſt linea longitudinis pyramidis, palam, quia linea k z erit perpendicularis ſuper
ſuperficiem contingentem pyramidẽ ſecundum lineam a z lineam longitudinis, ſed li-
nea t q eſt in ſuperficie illa contingente, quia eſt cõmunis ſectio ſuperficiei contingen-
tis, & ſuperficiei ſectionis b f e z, quoniam eſt in ſuperficie contingente pyramidẽ ducta, con-
tingens ſectionem, eſt igitur linea k z perpendicularis ſuper lineam t q per diffinitionẽ

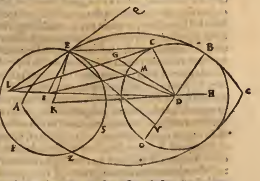
lineæ

lineæ ſuper ſuperficiem erectæ. ducatur quoqꝫ à puncto z in ipſa ſuperficie ſectionis per 11. primi, ꝑpendicularis ſuper lineã t q, quæ ſit linea z h. Cum itaqꝫ linea k z ſit extra ſuperficiem ſectionis concurrens cum linea h z in puncto z, palam ꝙ ipſa ſecabit lineã h z, nec erit una linea cum illa per 1. undecimi. Sunt itaqꝫ lineæ k z & h z in una ſuperficie per 2. undecimi, ſuperficies ergo k z h ſecat ſuperficiem ſectionis ſuper lineã eis ambobus cõmmunẽ, quæ eſt h z, & per 19. huius, & ſecat lineam t q in puncto z, & ſuperficies h z k ſecat ſuperficiem d z h ſuper lineam cõmunem ambobus illis ſuperficiebus, q̃ eſt linea h z p. Verum linea d z e eſt in ſuperficie ſectionis, ut ſupra patet, & ſecatur à linea k e in puncto z, & punctus t eſt ſupra ſuperficiẽ k z h, & punctus q infra illam, & ita ſuperficies k z h ſecat ſuperficiẽ d z q ſuper lineam cõmunẽ, quæ eſt ꝑpendicularis ſuper lineam t q, & eſt linea z h, quia linea illa eſt in ſuperficie h z k, & ſuper eam eſt perpendicularis linea t q, ut patet ex præmiſſis, & qm̃ ſuperficies h z k ſecat ſuperficiẽ d z q. & declinatio ſuperficiei h z k à ſuperficie ſectionis, cuius pars eſt ſuperficies d z q, fit ex parte ſemidiametri z c, erit linea quæ eſt cõmunis ſectionis illarum ſuperficieꝝ, & eſt linea h z p, cadens inter lineas q z & d z, & ita linea z h, quæ eſt à puncto z ducta perpendiculariter ſuper lineam ſectionẽ oxigoniam b f e z, in illo puncto contingentẽ concurret cũ ꝑpendiculari e d ſub axe a c b, qm̃ perpendicularis e d ſecat axem pyramidis, quæ eſt a c k in puncto d, ꝙ autem concurrant, patet per 14. huius, producatur enim linea h z ultra punctum z ultra ſectionem in puncto p, quia ergo angulus z d e eſt acutus, & angulus d z p acutus, palam, quoniam concurrent lineæ z k & e d ſub puncto d, & ſit cõcurſus punctum p, patet ergo propoſitum.

CXIIII.

Ab altero duorum punctorũ in ſectione columnari ſignatorũ ducta perpendicularis ſuper axem columnæ in ipſa ſuperficie ſectionis, & à reliquo puncto ducta linea acutum angulũ cum illa perpendiculari ſuper axem columnæ continente, ſi ab eodem puncto reliquo ducatur perpendicularis ſuper ipſam ſectionem, hoc concurret cum priori perpendiculari ſub axe, & ſub puncto concurſus prioris lineæ cum perpendiculari.

Sit ſectio columnaris quæ a e, b e, in qua ſignata ſunt duo puncta, quæ ſunt b & e, ſitqꝫ columnæ, in cuius ſuperficie cadit illa ſectio, axis linea h d k, & ab altero ſignatorũ punctorum, ut à puncto b, ducatur in ipſa ſuperficie ſectionis linea b d, perpendiculariter ſuper axem incidens puncto d, & ducatur item in ſuperficie ſectionis à reliquo datorum punctoꝝ qđ eſt e linea e d, acutum angulũ continens cum perpendiculari d b, quæ ſit e d b, ſitqꝫ linea contingẽs ſectionem in puncto e, quæ ſit exempli cauſa linea l e q. Dico ꝙ perpendicularis à pũcto e ducta ſuper lineã l e q, concurret cum perpendiculari b d ſub axe b k, & ſub puncto d, q eſt punctus concurſus lineæ e d cũ perpendiculari b d. Fiat enim per 102. huius ſuper pũctũ ſectiõis qđ eſt b circulus æquediſtans baſibus columnæ, qui ſit b c o, cuius centrũ ſit d, & ducatur a puncto e linea lõgitudinis columnæ per 101. huius, quæ ſit e c, & à puncto d per 11. primi, ducatur linea d g perpendicularis ſuper lineam b d in ipſa circuli ſuperficie. palam ergo, ꝙ ſuperficies h d g cũ ꝑ axem tranſeat, quæ erecta eſt ſuper circuli ſuperficiem, perpendicularis ſuper eandem circuli ſuperficiem per 18. undecimi. Superficies uero contingens columnam in puncto b, erit



æquediſtans ſuperficiei b d g, ideo enim, quia linea longitudinis columnæ ducta à puncto b eſt æquediſtãs axi h k per 92. huius, & 28. primi. & linea circulum b c o contingẽs ſuper punctum b, eſt æquediſtans lineæ g d per 28. primi, angulus enim g d b eſt rectus ex præmiſſis, & angulus contentus ſub linea d b, & ſub linea contingente in puncto b eſt rectus per 17. tertij, ergo illæ ſuperficies æquediſtant per 15. undecimi, igitur ſuperficies in qua ſunt lineæ l e & e c, non eſt æquediſtans ſuperficiei h d g per 24. huius, qm̃ ſuperficies contingens ſectionẽ oxigoniam in puncto b, non eſt æquediſtans ſuperficiei contingenti eandem ſectionẽ in puncto e, in quo ſunt lineæ l e q contingens ſectionẽ, & linea longitudinis quæ eſt e c, angulus enim e d b eſt acutus ex hypotheſi. Superficies ergo h d g non æquediſtat ſuperficiei l e c, ergo concurret cum illa, concurrat ergo in linea l g per 3. undecimi, & ducatur linea g c, quæ neceſſario erit contingens circulum b c o, cuius ſuperficies, in qua ipſa ducitur columna, ſit contingens. ducta autem linea c d, erit angulus g o d rectus per 17. tertij, quoniã linea c d eſt ſemidiameter circuli, & linea g t contingit circulum in puncto t, fiat quoqꝫ ut prius ſuper e punctũ ſectionis circulus æquediſtans baſibus columnæ qui ſit e s z p, & centrũ huius circuli ſit punctus axis qui k, & ducatur linea k e, & ducatur in linea d l, quæ quidẽ ſecabit ſuperficiẽ e s p, ſecet ergo illam in puncto f, quia itaqꝫ punctũ d eſt in ſuperficie ſectionis, ut patet ex præmiſſis & ex hypotheſi, & punctũ l, qđ eſt punctum lineæ contingentis ſectionẽ, eſt in eadem ſuperficie ſectiõis, ergo per 1. undecimi tota linea d l eſt in ſuperficie ſectionis, punctum ergo f eſt in ſuperficie ſectionis & circuli e s z p. Sed & punctũ e eſt in ambabus ſuperficiebus, ergo per 1. undecimi linea e f ꝓducta erit in ambabus illis ſuperficiebus, ergo per 19. huius ſecundũ lineam e f ſecans ſe ſuperficies ſectionis & circuli e s z p. ducatur itaqꝫ linea k f, & à puncto f ducatur linea ꝑpendicularis ſuper ſuperficiẽ circuli b c o per 11. undecimi, quæ ſit f m, cadetqꝫ punctus m in linea d g, ut patet ex præmiſſis, & ducatur linea t m. palam ergo, qm̃ linea k d æqualis, & æquediſtans eſt lineæ f m per 25. huius. Sunt enim lineæ k d & f m ambæ ꝑpendiculares ſuper ſuperficiem circuli b c o & ſuper ſuperficiem circuli e s z p, quoniam illi circuli æquediſtant per 32. huius, utraqꝫ enim ipſarum æquediſtat ambabus baſibus columnæ per 100. huius, quia itaqꝫ linea f m eſt æqualis & æquediſtans lineæ d k, quæ eſt pars axis, ergo per 33. primi linea k f æqualis & æquediſtans eſt lineæ d m, & ſimiliter erit linea f m æqualis & æquediſtans lineæ longitudinis quæ eſt e t per 30. primi, quoniã linea t e eſt æqualis & æquediſtans axi k d per 92. huius, cum ſit linea longitudinis, & erit ut prius linea k d æqualis & æquediſtans lineæ d t, & linea e f æqualis & æquediſtãs lineæ t m per eandẽ 33. primi. Verum etiam ſuperficies k d l s, quia tranſit axem columnæ, & angulus g d b eſt rectus & orthogonalis ſuper ſuperficiem ſectionis oxigoniæ a e b c, per diffinitionẽ ſuperficiei erectæ ſuper ſuperficiem, & eadem ſuperficies k d l eſt orthogonalis ſuper ſuperficiem circuli e s p, qm̃ enim illa ſuperficies k d l tranſiens per axem per 18. undecimi, erecta eſt ſuper baſes columnæ, ergo & ſuper ſuperficiem circuli e s p, æquediſtans baſibus c a, eſt eadem ſuperficies k d f, quia itaqꝫ dicta ſuperficies k d l eſt erecta ſuper ſuperficiẽ ſectionis oxigoniæ & circuli e s p, ergo per 10. undecimi eſt ipſa orthogonalis ſuper lineam cõmunem dictæ ſectioni & circulo quæ eſt linea e f, quia linea e f eſt erecta ſuper ſuperficiem k d l, in qua ducta eſt linea k f, igitur per diffinitionẽ lineæ ſuper ſuꝑficiem erectæ, angulus e f k eſt rectus, ergo angulus m d eſt rectus per 10. undecimi, latera enim illos angulos continentia, neqꝫ in æquediſtantibus circuloꝝ ſuperficiebus ꝓtracta, æqualia ſunt & æquediſtantia, ut patet ex præmiſſis. Cum ergo angulus d m t ſit rectus, & angulus g d c ſit rectus per 17. tertij, in trigono autẽ orthogonio d t g ducta eſt ab angulo ad baſem ꝑpendicularis quæ t m, ergo per 8. & per 16. ſexti illud qđ fit ex ductu lineæ d m in lineã g m, eſt æquale quadrata lineæ m t, & qm̃ linea g t contingit circulum b t o, cum ſit in ſuperficie contingente ducta ad punctum contingentiæ qđ eſt t, palam, quoniam linea l g eſt æquediſtans axi k d, qm̃ enim ſuperficies ſecundũ lineam longitudinis columnã contingens, quæ eſt l e t g, & ſuperficies ſecans columnã trans axem quæ eſt h d g l ſunt erectæ ſuper baſiũ columnæ ſuperficies per 92. huius, & per 18. undecimi, ergo per 19. undecimi earum com

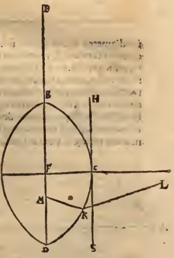
munis

munis ſectio,quæ eſt in ꝓpoſita linea l g ſuper eaſdem ſuꝑficies baſium, ꝑpendicularis erit.æquediſtabit ergo axi h k per 6.undecimi,ergo f æquediſtat lineæ f m per 30.primi,quia ergo in trigono l d g linea f m æquediſtat baſi l g,patet per 2.ſexti,ꝙ linea f m ſecat illa latera ꝓportionabiliter, eſt ergo proportio lineæ d f ad lineam f l,ſicut lineæ d m ad lineam m g,ergo ꝑmutatim per 16.quinti erit ꝓportio lineæ d f ad lineam d m, ſicut lineæ f b ad lineam m g,ſed d f maior eſt ꝗ̄ linea d m per 19.primi, q̄m in trigono d m angulus f d m eſt rectus per 8.undecimi,ergo & linea f l eſt maior ꝗ̄ linea m g, ergo illud qđ fit ex ductu lineæ f d ad lineam f l,maius eſt illo qđ fit ex ductu lineæ d m ad lineam m g,ergo & quadratū lineæ t m eſt æqualis lineæ y f, ut patet ex præmiſſis, ergo illud qđ fit ex ductu lineæ d f ad lineam f l maius eſt quadrato lineæ e f,eſt ergo trigono d e l angulus l e d maior recto per 30.huius,quia ſi eſſet rectus cum linea e f,ſit perpendicularis ſuper lineam d l,eſſet per 8.& 16.ſexti illud qđ fit ex ducto lineæ d f in lineam f l æquale quadrato lineæ e f.reſtat ergo ut linea ſit perpendicularis ſuper lineam cõtingentem ſectionē a e b c,quæ eſt q l,ducta à puncto e,cadat ſub linea e d,non pertenient in puncto d,ſit ergo illa ꝑpendicularis linea e u,& quia angulus e d b eſt acutus, & angulus d e b eſt acutus,q̄m angulus u e q eſt rectus,ergo per 14.huius lineæ e u & d b productæ,concurrent in puncto aliquo ſub axe h k,& ſub concurſu lineæ e d cum linea b d. qđ eſt euidens,patet ergo ꝓpoſitum.perpendicularis enim ſuper lineam ſectionē contingentem,eſt ꝑpendicularis ſuper ipſam ſectionem columnarem per diffinitionem factam in principio huius libri.

CXV.

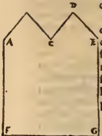
Omnis recta perpendicularis ſuper oxigoniam ſectionem producta, taliter diuidet ſectionem,ut in unaquaq; illarum partium unicus tantum ſit punctus,à quo ducta contingens æquediſtet ipſi perpendiculari.

Eſto oxigonia quæ a b c d,quā ꝑpendicularis e b d ſecet in duas partes quæ ſint b c d & b a d.Dico ꝙ unaquæq; illaꝝ partium eſt unicus tantum punctus,à quo ducta contingens æquediſtat ꝑpendiculari e b d,quoniā enim ꝑpendicularis e b d diuidit ſectionē, diuidatur eius pars b d,cadens intra ſectionē per æqualia per 10.primi in puncto f,& ab illo puncto f exigat per 11.primi,ꝑpendicularis ſuper lineam b d, quæ ꝓducta ad periferiam ſectionis in punctū c ſit f c, & à pūcto c ducatur ꝑpendicularis ſuper lineam f c quæ ſit g c h,eritq; linea g c h contingens ſectionē, quoniā ad utranq; partem ꝓducta,non ſecabit illam.palā itaq; q̄m linea g c h æquediſtat ꝑpendiculari ſuper ſectionem quæ eſt e b d per 28.primi. Qđ ſi ab alio aliquo puncto partis ſectionis quæ b c d,ut à puncto k producatur linea contingens ſectionē quæ ſit k b, patet, quoniā illa concurret cum linea g c h per 14.huius, quia ducta linea recta c k à puncto contactus c ad illud aliud punctū k,fient anguli c k l & k c g minores duobus rectis,ideo,ꝙ angulus f c g eſt rectus, & linea k l cum aliqua linea ſecante lineam b d, continet angulū rectum,ut forte cum linea k m,quia itaq; anguli c k l & k c g ſunt minores duobus rectis,ergo ꝑ 2.huius illa linea contingens quæ k l concurret cum ꝑpendiculari e b d.ſimiliter quoq; in parte ſectionis quæ eſt b a d facta deductione,patet ꝓpoſitum.



CXVI.

Omnes oxigoniæ pyramidales ſectiones amplianitur ex parte baſis pyramidis,qđ non accidit in columnis. Hoc

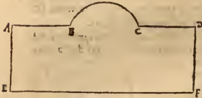


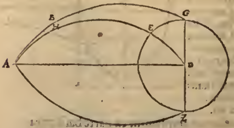
Hoc qđ ꝓponitur accidit, ꝓpter corporis pyramidalis acuitatem, & propter columnarum æqualitatem. ſi enim ſecundũ punctum axis pyramidis, cui incidit linea ꝑpendicularis ſuper ſectionem pyramidalẽ ꝑpendiculariter per 113. huius, circumducatur pyramidi circulus per 101. huius, & imagineť columna, cuius baſis ſit ille circulus. patet ꝙ inferior pars pyramidis excedit illam columnam, & columna excedit ſuperiorẽ partem pyramidis, & ſic inferior pars ſectionir pyramidalis continebit inferiorẽ partem ſectionis columnaris, & ſuperior pars ſectionis columnaris continebit ſuperiorẽ ſectionis partem pyramidalis. Partes autẽ ſectiõis columnaris ſunt æquales propter æqualitatẽ corporis & angulorum ſuper axem per 92. huius, patet ergo propoſitum.

CXVII.

Omnis ſuperficiei planæ ſuper axem fixum reuolutæ, donec ad locum unde exiuit redeat, linea mota deſcribit ſuperficiem corporis ſibi ſimilẽ, cuius ſuperficiei corporis & ſuperficiei planæ ipſum corpus per axem ſecantis, cõmunis ſectio eſt linea ſimilis motæ lineæ illã ſuperficiẽ cauſante.

Qđ hic ꝓponitur, patet ſatis euidenter in illis lineis rectis motis, quælibet enim illarum linearꝫ circa axem aliquã mota deſcribit ſuperficiẽ, cuius omnes lineæ ſunt ſimiles ipſi lineæ motæ, cauſante motu ſuo illam ſuperficiẽ, hoc enim patet in ſuperficie rectangula, quæ uno latere fixo ſuo & alijs tribus motis deſcribit columnã rotundam, cuius ſuperficiẽ & ſuperficiei planæ columnã per axem ſecantis, cõmunis ſectio eſt linea ſimilis lineæ priori motæ, & hoc idem patet in triangulo moto, qui motu ſuorum duorꝫ laterum fixo tertio efficit pyramidẽ rotundam, ut patet ꝑ 90. huius, omnis ſuperficiei planæ ſecantis ipſam pyramidẽ per axem, & ſuꝑficiei conicæ pyramidis, cõmunis ſectio eſt triangulus continẽs lineas ſimiles prioribus lineis motis & axi. hoc idem etiã in ſemicirculo motu, cuius diametro fixa deſcribitẽ ſphæra, & omnis ſuꝑficiei planæ ſecantis ſphærã per axem, quæ eſt diameter, & ſuperficiei ſphæricæ cõmunis ſectio eſt circulus, ut patẽt hæc omnia ex principijs lib. 11. Qđ ſi linea mota circa axem fixum, quæ ſit f g, fuerit compoſita ex lineis rectis, ut ex a b & b c & c d & d e, continentibus angulos a b c, b c d, c d e, uel ſi linea mota fuerit compoſita ex lineis rectis & curuis actu, ut ſi a b & c d ſint rectæ, quarum media b c utramꝗ rectarꝫ illarũ copulans ſit curua, fiatꝗ motus circa axem fixum qui e f, fiet adhuc ſuꝑficies corporis deſcribi ſimiles habens lineas ipſis lineis cauſantibus illam rotundam ſuꝑficiẽ motu ſuo. ꝙ ſi linea mota fuerit compoſita eſſentialiter ex natura linearum rectarꝫ & curuarũ, ut ſunt multæ lineæ quæ fiunt per motum, uerbi gratia, aliqua ſectio conica, ut ſi ſectionis parabolæ medietas quæ mouetur ſit a b g, cuius axis a d, & ſit linea g d ꝑpendicularis ſuper ipſam axem a d, figuraꝗ axis a d, & reuoluať a b g, donec redeat ad locum à quo exiuit, tunc fiet ex motu illius lineæ ſuperficies cõcaua uel conuexa, cuius baſis erit circulus ꝓueniẽs ex motu lineæ rectæ quæ eſt d g, ſitꝗ ille circulus g e z, & eius centrũ eſt punctũ d, qm̃ punctum g motu ſuo illius circuli periferiã deſcribit, eritꝗ uertex illius





illius cauſati corporis punctum a, egreditur quoq; ex axe illius corporis quæ eſt a d ſuperficies plana, utcunq; illius ſit poſſibile accidere, & ſecet illius corporis ſuperficiem, palam itaq; per 3. undecimi, q̃m illius ſuperficiei & ſuperficiei corporis cõmunis eſt linea quæ ſit a h e. Dico q̃ linea a h e eſt ſectio parabola æqualis & ſimilis ſectiõi a b g, ducatur enim linea d e, & imaginetur moueri ſectio a b g circa axem a d. Cum ergo punctũ g ꝑuenit ad punctum e, cooperit tota ſuperficies a b g d totam lineã a h e d, & fient ſupficies una, & quoniã ſectio a b g d facit euenire ſuperficiem concauam uel conuexam, palam, quoniam linea a b g d ſemper ubicunq; reuoluatur ſectio, eſt cõmunis differentia inter ſuperficiem ſibi continuam & inter ſuperficiem planam ſecantẽ. Cũ itaq; ſupponitꝰ ſectio a b g d ſectiõi a h e d, erit cõmunis ſectio inter ſuperficiem ſecantẽ & ſuperficiẽ corporis linea a b g d, ſed & eadem cõmunis ſectio eſt linea a h e d, linea ergo a b g d & linea a h e d ſibi adinuicem ſuperpoſitæ ſunt linea una, linea ergo a h e eſt periferia ſectionis parabolæ æqualis & ſimilis lineæ a b g. ſuperficies ergo a h e d eſt ſectio parabola, & idem patet in omnibus lineis illius corporis, quæ ſunt cõmunes ſectiones ſuperficiei planæ ſecantis corpus per axem a d, & omnis ſuperficiei illius corporis, patet ergo ꝓpoſitum in illis ſectionibus conicis quibuſcunq;. patet etiam eodem modo ꝓpoſitum de quacunq; linea regulari uel irregulari, & hoc eſt propoſitum principale.

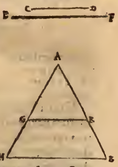
CXVIII.

Omnis ſuperficies conuexa uel concaua regularis, aut eſt pars ſuperficiei ſphæræ, aut columnæ, aut pyramidis rotundæ.

Omnis enim linea regularis quæ uniformis eſt in qualibet ſui parte, aut eſt circulus, aut linea recta. Circulus uero motu ſuo facit ſphæram, quoniã ſphæra eſt tranſitus circumferentiæ dimidij circuli, ut patet ex principio undecimi. Linea uero recta una motu ſuo nõ poteſt cauſare niſi pyramidẽ, cum eſt latus trigoni, uel columnã, cũ eſt latus quadranguli, q̃ñ in omnibus alijs figuris motis uno latere remanente fixo, eſt angulus cauſans diuerſitatẽ formæ in ſuperficie figuræ ꝓductæ, non ergo efficit conuexam ſuperficiem uel concauam regulare, patet ergo, q̃ omnis ſuperficies conuexa uel concaua regularis eſt talis, ut proponitur.

CXIX.

Lineam datam ſecundum quamlibet proportionem duarum datarum diuidere.



Sit linea a b data, quæ debeat diuidi ſecundum ꝓportionem duarum datarũ linearũ c d & e f, & à puncto itaq; a datæ lineæ a b ducatur linea indefinite angulariter coniuncta cum linea a b, & à puncto a incipiendo abſcindatur æqualis lineæ c d per 3. primi, quæ ſit a g, & à puncto g incipiendo, abſcindatur linea g h æqualis lineæ e f, & ducatur linea b h, & à puncto g ducatꝰ linea æquediſtanter lineæ b h per 31. primi, hæc itaq; ꝓducta ſecabit lineam b per 2. huius. ſecet ergo in puncto k. linea itaq; a b indiuiſa ꝓpoſita erit diuiſa ſecundũ modum diuiſionis lineæ a h diuiſæ, erit enim per 2. ſexti ꝓportio lineæ a k ad lineam k b, ſicut lineæ a g ad lineam g h, ergo ſicut lineæ c d ad lineam e f per 7. quinti, & hoc eſt propoſitum.

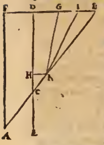
CXX.

Ducta à puncto dato linea, aliam lineam ſecundũ datam proportionem partium illarum linearũ ſecante, ab eodem puncto inter eaſdem rectas, quæ prius diuiſam ab eiſdem terminis ſeruata denominatione proportionis, ſecundum eandem proportionem ſecet aliam lineam duci, eſt impoſſibile.

Verbi gratia: Sit ut linea a b ducta à dato puncto a, ſecet lineam d e in puncto c ſecundũ aliquã datã ꝓportionẽ. Dico q̃ à puncto a non poteſt duci alia linea ad lineam d e, quæ ipſam ſecet ſecundum eandẽ datam ꝓportionẽ, ita, ut denominato ꝓportionis, ſeruetur ab eiſdem terminis lineæ d e. ſi enim à puncto a lineam aliam duci taliter ſit poſ

h ſibile

ſibile, fiat ſuper punctum d terminũ lineæ e d per 23. primi, angulus maior recto uerſus punctum b terminũ lineæ a b, & producatur linea d b, fiatq́ꝫ angulus c d b obtuſus, & ꝓ-

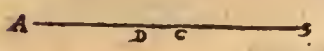


ducatur linea d b in continuũ uerſus punctũ a, & à puncto a ducatur linea ꝑpendicularis ſuper lineam d b quæ a f, & ducatur linea a g ſecans lineã e d in puncto h ſecundũ ꝓportionem prius datam, quæ eſt lineæ d c ad lineam c e. & ducatur linea h i æquediſtans lineæ c b per 31. primi, erit itaqꝫ linea h i maior ꝙ linea h g, per 18. primi, angulus itaqꝫ i g h eſt maior recto b f a per 16. primi; angulus uero b f a rectus eſt maior angulo f b a per 32. primi. Sed angulus g i h eſt per 29. primi æqualis angulo f b a, angulus uero i g h eſt maior angulo g i h, ergo per 19. primi linea i h eſt maior ꝙ linea h g. & ducatur à puncto h linea h k æquediſtans lineæ a b, erit ergo per 34. primi linea h k æqualis lineæ i h, ſed linea b c eſt maior ꝙ linea k b, ergo linea c b eſt maior ꝙ linea h i, ergo c b eſt maior ꝙ linea h g, ſed & linea h e maior eſt ꝙ linea c e, quoniam totum maius eſt ſua parte, erit ergo per 9. huius maior ꝓportio b c ad lineam c e, ꝙ lineæ g h ad lineam h e, non eſt ergo eadem ꝓportio quod eſt cõtra hypotheſim, aut ſequitur lineam e c eſſe maiorem ꝙ ſit linea e h per 14. quinti, quia totũ eſt impoſſibile, faciliter uero idem patet in linea d e, cum linea d h ſit minor ꝙ linea d c, & a e ſit maior ꝙ c e, per 9. ergo huius concludatur ut prius, non eſt ergo poſſibile à puncto a duci aliam lineam ſecantem lineam d e ſecundum datam ꝓportionem, quod eſt propoſitum.

CXXI.

Lineam datam in duobus punctis taliter ſecare, ut ſui totius proportio ad unam ſuarum extremarũ partium ſit ſimilis proportiõi alterius extremæ partis ad eam partẽ quæ utraſqꝫ interiacet ſectiones.

Eſto data linea a b, quã ſecundũ modũ ꝓpoſitum debemus diuidere, diuidatur itaqꝫ ſecundum ꝓportionem quam libuerit per 119. huius, ꝙ ſit diuiſa in puncto c, & ſit pars

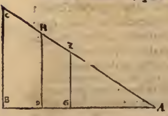


eius a c maior ꝙ pars eius c b, quia itaqꝫ ꝓpoſitæ ſunt nobis tres lineæ a b, a c, c b, diuidatur ergo per eandẽ 119. huius linea a c ſecundũ ꝓportionem lineæ a b ad lineam c b, fiatq́ꝫ diuiſio in puncto d, ita, ut ſit proportio lineæ a d ad lineam d c, ſicut lineæ totius a b ad lineam c b. palam ergo, ꝙ linea a b eſt modo ꝓpoſito diuiſa, eſt enim ꝓportio totius lineæ a b ad unam extremarum ſuarũ partium quæ eſt c b, ſicut reliquæ ſuæ partis extremæ quæ eſt a d ad partem, quæ utraſqꝫ interiacet ſectiones quæ eſt d c, patet ergo factũ eſſe quod ꝓponebatur.

CXXII.

Diuiſa linea recta taliter, ut ſui totius proportio ad unam ſuarum extremarum partium ſit ſimilis portioni partis alterius extremæ ad eam ſui partem, quæ utraſqꝫ interiacet ſectiones, ſi fuerint lineæ ductæ ab uno termino datæ lineæ, & à punctis ſectionũ æquediſtantes inter ſe, à terminoq́ꝫ reliquo datæ lineæ producatur linea ſecans illas tres æquediſtantes, erit linea producta ſecundum eandem proportionem diuiſa.

Sit linea diuiſa a b in puncto g & d taliter, ut lineæ a b ad lineam d b ſit ꝓportio, ſi-



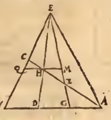
cut lineæ a g ad lineam d g, & ab uno termino datæ lineæ qui eſt b, & à punctis ſectionũ g & d per 31. primi, ducantur lineæ adinuicem æquediſtantes quæ ſint h c, d h, g z, & ab altero termino datæ lineæ quæ eſt a, ꝓducatur linea ſecans illas æquediſtantes in punctis z h c, quæ ſit a z h c. Dico ꝙ linea a c ſecundũ hanc ꝓportionem cum linea d h ſit æquediſtans lineæ g z ex hypotheſi, erit ex 2. ſexti ꝓportio lineæ a z ad lineam z h, ſicut lineæ a g ad li-

ad lineam d g.& cum linea b c ſit æquediſtans lineæ d h,erit per eandem 2. ſexti, & per 5.proportio lineæ a b ad lineam b d,ſicut lineæ a c ad lineam c h.Sed ex hypotheſi fiat ꝓportio lineæ a b ad lineam b d,ſicut lineæ h g ad lineam d g,erit ergo per 11.quinti ꝓportio lineæ a c ad lineam c h,ſicut lineæ a z ad lineam z h,linea ergo a c quæ producit̃ à puncto h termino lineæ datæ,ſecat ductas lineas æquediſtãtes b c,d h,g z,& ſecatur ꝑ illas ſecundũ ꝓportionẽ partium diuiſionis lineæ datæ a b,& hoc eſt propoſitum.

CXXIII.

Linea in duobus punctis taliter diuiſa,ut ſui totius proportio ad unam ſuarum extremarũ partium ſimilis ſit proportioni alterius extremæ partis ad eam ſui partem,quæ utraſqꝫ interiacet ſectiones.ſi ab uno termino unius lineæ,& à punctis ſectionis ducantur tres lineæ concurrentes in punctum unum,& ab alio termino producatur linea ſecans illas tres ductas,erit linea producta ſecundum prædictum modum proportionabiliter diuiſa.

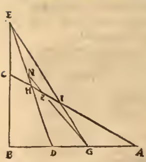
Eſto linea ꝓpoſita a b taliter diuiſa in punctis g & d,ut ſit proportio totius lineæ a b ad lineam b d,ſicut lineæ a g ad lineam g d,& à puncto b,& à punctis ſectionũ g & d ducantur tres lineæ concurrentes in unum punctũ e,quæ ſint g e,d e,b e,& à puncto a ducatur linea quæ ſit a c,ſecans illas tres lineas.ſ.g e in puncto z, & d e in puncto h,& b e in puncto c.Dico ꝙ erit proportio lineæ a c ad lineam c h,ſicut lineæ a z ad lineam z h,ducatur enim à puncto h lineæ æquediſtans lineæ a b per 31.primi,quæ ſit q h,palam ergo per 13. huius,qm̃ proportio lineæ a b ad lineam b d,conſtat ex proportionibus lineæ a b ad lineam h q,& lineæ h q ad lineam b d. Sed qm̃ linea q h æquediſtat lineæ a b,erit per 29.primi angulus c q h æqualis angulo c b a,ſed angulus c b a eſt cõmnis ambobus trigonis a b c & q h c,ergo per 32.primi illa trigona ſunt æquiangula,ergo per 46. ſexti erit ꝓportio lineæ a b ad lineã q h,ſicut lineæ a c ad lineã c h.ſimiliter ꝗꝙ trigona q e h & b e d ſunt ſimilia.eſt ergo ꝓportio lineæ q h ad lineã b d,ſicut lineæ h e ad lineã e d.Proportio ergo lineæ a b ad lineã b d per 13.huius cõponit̃ ex ꝓportiõe lineæ a c ad lineã e h,& lineæ h e ad lineã e d,ꝓducit̃ itaqꝫ in directũ linea q h ad lineã g e, quã ſecet in pũcto m,ꝓportio itaqꝫ lineæ a g ad lineã g d ꝑ 13.huius,cõſtat ex ꝓportiõe lineæ a g ad lineã g d,& lineæ h m ad lineã g d.Sed cũ angulus e m h ſit æqualis angulo z g d per 29.primi,erit per 13.primi ꝑ eandem 29.primi angulus h m z æq̃lis angulo z a g,ergo per 15.& 32.primi triangulus a g z erit æquiangulus triangulo h z m, ergo ꝑ 4.ſexti erit proportio lineæ a z ad lineam h z,ſicut lineæ a g ad lineam h m,ſed triangulus h e m,ut ſupra patet,ſimilis eſt triangulo g e d,erit ergo proportio lineæ h m ad lineam d g,ſicut lineæ h e ad lineam d e,ergo proportio lineæ a g ad lineam d g conſtat ex ꝓportione a z ad lineam z h,& lineæ h e ad lineã e d.Sed ex hypotheſi eadem eſt proportio lineæ a b ad lineam b d,quæ lineæ a g ad lineam d g,proportio lineæ a b ad lineam b d conſtat ex proportione lineæ a z ad lineam z h,& lineæ h e ad lineam e d. conſtat aũt ex proportione lineæ a c ad lineam c h,& lineæ h e ad lineam e d,ablata ergo utraqꝫ ꝓportione lineæ h e ad lineam d e.Reſtat,ut ſi eadem proportio lineæ a c ad lineam c h, q̃ lineæ a z ad lineam z h,& hoc eſt propoſitum.Non tamẽ oportet,ꝙ lineæ a b & a c ſint eiuſdem ſpeciei proportionis reſpectu ſuarũ partium,qm̃ cum ex præmiſſis lineæ a b ad lineam q h ſit proportio quæ lineæ a c ad lineam c h,& linea q h ſit maior ꝗ̃ linea b d ꝑ 4.ſexti,palam per 8.quinti,qm̃ minor eſt proportio lineæ a b ad lineam b d ꝗ̃ ſit linea a c ad lineam c h.Sunt ergo proportionabiles ſecundũ generalem ſimilitudinẽ proportionis.Eadem quoqꝫ demonſtratio eſt,quæcunqꝫ lineæ ducantur à puncto a , ſecantes illas tres lineas à tribus punctis a d g ad quodcunqꝫ punctum productas,ut ſupra e,uel ſub e, uel etiam ad aliam partem lineæ a b, ſemper enim linea ducta à puncto a , ſecans illas tres lineas,ſecabitur modo dicto,patet ergo propoſitum.



CXXIIII.

Duabus lineis angulariter cõiunctis, diuiſisq́ſic ambabus, ut cuiuslibet ipſarum proportio ad unam ſuarum extremarũ partium ſit ſicut alterius extremæ partis ad illam ſui partem, quæ utraſq́ interiacet ſectiones, ſi producta baſi à punctis diuiſionis unius ducantur lineæ ad puncta diuiſionis alterius, non æquediſtantes adinuicem, neq́ baſi, neceſſe eſt productas lineas ambas cõcurrere cum baſe, producta in puncto uno.

Sit data linea a b taliter, ut proponitur diuiſa in punctis d & g. ſ. ut ſit proportio totius lineæ a b ad lineam b d, ſicut lineæ a g ad lineam g d, adiunctaq́ ſibi angulariter linea a c, eodem modo diuiſa in punctis h z, ita, ut ſit ꝓportio lineæ a c, ad a h, ſicut lineæ a z, ad z h, ſi producatur baſis b c, ut fiat triangulus b c a, & protrahatur b c in directũ, & ducantur lineæ à punctis ſectionũ unius ad punctum ſectionis alterius, ut d h, g z, protrahanturq́ omnes lineæ illæ in continuũ & directum. Dico ꝙ omnes concurrent in puncto uno. Cum enim lineæ b c & d h non ſunt æquediſtantes, ex hypotheſi patet, ꝙ neceſſario concurrent, cõcurrant ergo in puncto qđ ſit e, linea quoq́ g z neceſſario concurret cum illis. Cum non æquediſtet alicui illarũ, aut ergo ad idem punctũ e, ſic habemus propoſitum, aut ad aliũ punctum cum aliqua illarũ concurret, ſit illud punctũ n, in quo concurrit cum linea d e, ducatur itaq́ linea e g, ſecabit ergo linea e g lineam a c in alio puncto ꝗ in puncto z, quoniã in puncto z ſecat ipſam linea n g, ſit illud punctum l, erit ergo per præmiſſa proportio lineæ a c ad lineam c h, ſicut lineæ a l ad lineam l h. fuit autẽ ex hypotheſi proportio lineæ a c ad lineam c h, ſicut lineæ a z ad lineam h z, ergo ꝑ 11. quinti erit proportio lineæ a l ad lineam l h, ſicut lineæ a z ad lineã z h, ergo per 18. quinti erit proportio lineæ a h ad lineam h z, ſicut lineæ a h ad lineã h l, erit ergo per 9. quinti linea h z æqualis lineæ h l, maior minori, qđ eſt impoſſibile. Idẽ etiam patet per 12. huius, qm̃ à puncto g productæ ſunt quatuor lineæ ſecantes lineam a h, palam ergo, ꝙ linea g z concurret cum lineis b c, d h in alio puncto ꝗ in puncto e, quod eſt propoſitum. Similiter ſi ponatur ꝙ linea g z concurrat cum linea d h in puncto e, erit producto modo demonſtrandũ, ꝙ linea b c concurret cum ambabus illis in puncto e. & ſi lineæ b c & g z concurrant in puncto e, concurret linea d h cum eiſdem in eodem puncto e, patet ergo propoſitum.



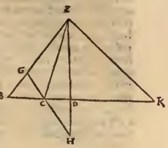
CXXV.

Linea taliter diuiſa, ut ſui totius ad alteram ſuarum extremarũ partium ſit proportio, ſicut alterius ſuæ partis extremæ ad eam ſui partẽ, quæ utraſq́ interiacet ſectiones, ſi à puncto concurſus linearum à termino, & à duobus punctis ſectionis productarum in puncto concurſus æquales angulos continentium, linea ad alium eius terminũ ducatur, neceſſe eſt ipſam ſuper mediam productarum perpendicularem eſſe.

Sit linea b k in punctis c & d taliter diuiſa, ut proponitur, ſitq́ proportio lineæ b k ad lineam k d, ſicut lineæ b c ad lineam c d, producanturq́ à punctis b c d lineæ nõ æquediſtantes, quæ per proximam concurrent in puncto uno, ſit punctus concurſus z, & lineæ productæ ſint b z, c z, d z, ſitq́ angulus b z c æqualis angulo c z d, & ducatur linea z k. Dico ꝙ angulus c z k eſt rectus, à puncto enim c ducatur per 31. primi linea æquediſtans lineæ z k quæ ſit c h, quæ producta ſecabit lineã z b per 2. huius, ſecet ergo ipſam in puncto g. & producatur linea z d, donec concurrat cum linea g c h, concurret autem per 2. huius, & ſit concurſus punctus h, quia igitur ex hypotheſi eſt ꝓportio lineæ b k ad lineam k d, ſicut lineæ b c ad lineam c d, erit per 16. quinti permutatim proportio lineæ

b k ad

b k ad lineam b c,ſicut lineæ k d ad lineam c d,ſed per 29.primi trigona b z k & b g c
ſunt æquiangula,ergo per 4.ſexti eſt proportio lineæ b
k ad lineam b c,quæ eſt lineæ z k ad lineam g c, ergo ꝑ
11.quinti erit proportio lineæ z b ad lineam g c,ſicut li-
neæ k d ad lineam d e.Sed quæ eſt proportio lineæ k d
ad lineam d c,eadem eſt lineæ k z ad lineam c h per 15.
& per 29.primi,& per 4.ſexti,quia trigona k d z & c d
h ſunt æquiangula,habet itaq; linea z k ad ambas lineas
g c & h c eandem proportionē,ergo per 9. quinti linea
g c eſt æqualis lineæ c h,ſed per 3.ſexti eſt proportio li-
neæ g c ad lineam c h,ſicut lineæ g z ad lineam z h,cum
linea z e diuidat angulum g z h per æqualia. eſt ergo li
nea g z æqualis lineæ z h,& quoniā linea g c eſt æqualis
lineæ c h,& linea g z æqualis lineæ z h, & latus c z eſt
cōmune ambobus trigonis g z c & h z c,erit per 8.pri

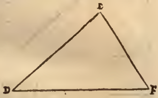


mi angulus z c h æqualis angulo z c g,uterq; ergo ipſorum eſt rectus,ergo per 29.primi
k z c eſt rectus,lineæ z k & c k ſunt æquediſtantes,patet ergo propoſitum.

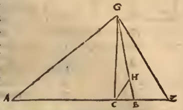
CXXVI.

Diuiſa linea per inæqualia ,poſſibile eſt minori ſuæ parti lineā adiungi,
ita,ut ſi illud quod fit ex ductu totius lineæ diuiſæ cum adiecta in ipſam ad-
iectam,æquale ſit quadrato eius , quæ conſtat ex minore & adiecta.

Sit data linea a b diuiſa per inæqualia in puncto c,ſitq; linea a c maior ꝗ̃ linea b c.
Dico ꝙ eſt poſſibile inuenire quandam lineam,quæ adiecta ipſi lineæ b c,id efficiat, ut
hoc qđ fit ex ductu lineæ compoſitæ ex linea a b,& ex adiecta in ipſam adiectā ſit æqua
le quadrato lineæ quæ conſtat ex b c parte minore,& ex adiecta,aſſumatur enim quæ-
dam alia linea æqualis,uel minor linea a b,quæ ſit d e,& quæ eſt proportio lineæ a c ad
lineam b c,eadem ſit proportio lineæ d e ad quandā ali
am lineam per 3.huius,quæ ſit e f,aſſumaturq; linea d f
æqualis lineæ a b,& qm̃ ex lineis d e,e f,d f quæcūq; duæ
ſimul iunctæ maiores ſunt tertia ,ut patet ex præmiſſis,
poſſibile eſt conſtitui triangulū per 25.primi,conſtitu-
atur ergo & ſit d e f,ſuper terminū itaq; lineæ a b quæ eſt
a,conſtituatur angulus æqualis angulo e d f per 23. pri
mi,qui ſit g a b,& reſecetur linea a g ad æqualitatē lineæ
d e,& ducatur linea g b,ergo per 4.primi, cum linea d f



ſit æqualis lineæ a b,& linea a g æqualis lineæ d e, & an-
gulus g a b ſit æqualis angulo e d f,erit linea g b æqualis
lineæ e f,& reliqui anguli trigoni a g b æquales erunt re
liquis angulis trigoni d e f,ducatur itaq; linea g c,& qm̃
proportio lineæ d e ad lineā d f, ſicut lineæ a c ad lineam
c b,erit proportio lineæ a g ad lineam g b,ſicut lineæ a c
ad lineam c b per 7.quinti,ergo per 3.ſexti angulus a g
b diuiſus eſt per æqualia:palam autē,ꝙ angulus g c b eſt
acutus, ſi enī ſit rectus,tūc trianguli a g c & g c b æqui-
anguli per 32.primi,quoniā ad punctum g duorū ipſoꝝ



anguli ſunt æquales,ergo latera eoꝝ ſunt ꝓportionabilia per 4.ſexti,erit ergo propor-
tio lateris a c,ad c b, ſicut lateris g c ad ſeipſum:æqualis eſt ergo linea a c lineæ c b, quod
eſt contra hypotheſim & impoſſibile,Si uero angulus g c b detur eſſe obtuſus maior an-
gulo g c h,palam per 32.primi,qm̃ angulus g b c eſt minor angulo g a c,ergo per 18.pri
mi in trigono a g b latus g b maius eſt latere a g,& quia eſt proportio lineæ l g ad lineā g
a,ſicut lineæ b c ad lineā c a,erit per 5.huius ꝑ ꝓportionē.ſ.econtrario latus b c maius ꝗ̃
latus a c,qđ eſt contra hypotheſim,palam ergo,qm̃ angulus g b c eſt acutus.ducatͬ itaq;

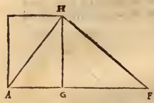
per 31.primi à puncto c linea c h æquediſtans lineæ g a,ſecans lineam g b in puncto h, erit ergo per 29.primi angulus g c b æqualis angulo c g a,ergo & angulus c g h,erit ꝗq; angulus h c b æqualis angulo g a c.Super punctũ itaq; g terminũ lineæ b g fiat per 23. primi angulus æqualis angulo g a c,ergo & angulo h c b qui ſit b g i,& quia angulus g c b eſt æqualis duobus angulis c g a & c a g,ut patet ex præmiſſis,& per 32. primi erit an gulus a g c æqualis angulo g c b,& q̃m angulus g c b eſt acutus:palam,quia ergo ꝑ 14. huius,q̃m lineæ g i & c b concurrent,ſit punctus concurſus i,ergo per 6.primi erit latus g i æquale lateri c i,quia itaq; angulus b g i eſt æqualis angulo g a i,& angulus g i a cō-munis ambobus trigonis a g i & b g i,erit per 32.primi angulus a g i æqualis an-gulo g b i,ergo per 4.ſexti erit proportio lineæ a i ad lineam a g,ſicut lineæ i g ad lineam b i.Sed linea i c eſt æqualis lineæ g i,ergo per 7.quinti eſt proportio lineæ a i ad lineam c i,ſicut lineæ c i ad lineam b i,ergo per 16.ſexti illud q̃d fit ex ductu lineæ a i ad lineam b i eſt æquale quadrato lineæ c i,eſt autẽ linea b i lineæ b c adiecta,palam ergo ꝓpoſitũ.

CXXVII.

Propoſitis duabus lineis,poſſibile eſt uni ipſarum lineam aliam adiun-gere,ita,ut illud quod fit ex ductu totius lineæ cum adiuncta in adiunctam æquale ſit quadrato reliquæ datarum.



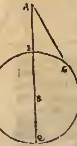
Verbi gratia:Proponantur duæ lineæ q e & a g,dico ꝙ poſſibile eſt uni ipſarum ut lineæ q e adiungere quandã aliam lineam cuiuſcunq; ſit quan-titatis,ita ꝙ id quod fit ex ductu lineæ q e,cũ adiuncta in ipſam adiunctam æqualis ſit quadrato lineæ h g. quadretur ergo li-nea a g per 45.primi,& ſit eius quadratũ a h,& linea a g produ-cta reſecetur in puncto f,ita,ut linea g f ſit æqualis lineæ a g, ducaturq́; linea b f,palam,q̃m triangulus a h f æqualis eſt qua drato lineæ a h,eſt ergo paralellũ a h duplum trigono a h g per 41.primi,& trigonum a b f eſt duplum eidem trigono a h g per 1.ſexti,hac ergo triangula ſuperficie ꝓ poſita,& linea q e,poſſibile eſt per 18.ſexti ſuper datam lineam q e datæ ſuperficiei trilatere a h f æquum paralel lum conſtituere,q̃d addat ſuper cōpletionẽ datæ lineæ q e ſuperficiem quadratã dato quadrato a h ſimile, ſit er-go conſtituta,& paralellũ ſit q m æquale trigono a h f conſtitutũ ſuper lineam q e,addens ſuper completionem



datæ lineæ q e quadratũ e m ſimile quadrato a h.palam ergo, ꝙ il-lud quod fit ex ductu datæ lineæ q e,cum adiecta e z in ipſam adie-ctam lineam e z,uel eius æqualem lineam z m,eſt æquale propoſi-to trigono a h f,ergo & eius æquali.ſ.quadrato lineæ a h.& hoc eſt propoſitum,q̃m lineæ e z eſt lineæ q e taliter,ut proponitur adiun-



cta.poteſt & idem declarari aliter:deſcribatur enim circulus,cuius diameter ſit q e,& eius centrum b,ducaturq́; linea contingens circulũ,ut contingit in puncto g per 16.tertij,re ferent ad æqualitatem lineæ a g,& ſit g a,& ab eius termino a ducatur linea per centrum b,ſecans periferiam circuli in puncto e & q,quia ergo id q̃d fit ex ductu lineæ q e in lineam a e.eſt æquale quadrato lineæ a g per 35.tertij,patet ꝙ lineæ q e eſt adiecta linea e a,ut proponebatur.

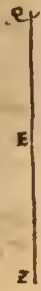


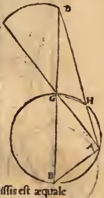
CXXVIII.

Sumpta circuli diametro,& ſumpto in circumferentia pun cto æqualiter diſtante à terminis diametri,poſſibile eſt ab eo dem puncto ad diametrum eductam,extra circulũ ducere li-neam rectam,quæ à circumferentia circuli extra circulũ uſq; ad concurſum cum diametro ſit datæ lineæ æqualis.

Eſto data linea q e,ſitq́; g b diameter dati circuli quæ ſit a b g.& ſit a punctus

punctus datus in circuli circumferentiã æqualiter diſtans ab extremis terminis diame-
tri quæ ſunt g & b. Dico ꝙ poſſibile eſt ab a puncto periferiæ circuli duci lineam uſqꝫ
ad eductã diametrũ g b, quæ ſit æqualis datæ lineæ q e, ducant̃ quoqꝫ duæ lineæ a b & a
g, illæ ergo neceſſario erũt æquales ex hypotheſi, qm̃ punctus a æqualiter diſtat à
terminis diametri g & b, & adiungatur lineæ q e linea talis, ut illud qđ fit ex ductu
totius lineæ cum adiuncta in adiunctã æquale ſit quadrato lineæ a g per præce-
dentem proximæ, & ſit adiuncta e z. Cũ ergo id qđ fit ex ductu q z in e z ſit æqua
le ei qđ fit ex ductu lineæ a g in ſeipſam, erit linea q z maior ꝙ̃ linea a g, & linea e
z minor illa, ſi enim linea e z fuerit maior, uel æqualis lineæ a g, tunc eſt impoſſibi
le, ut id qđ fit ex ductu q z in lineam e z, ſit æquale quadrato lineæ a g, qm̃ linea q
z eſt maior ꝙ̃ linea e z, ut totum parte. Si autẽ linea e z ſit minor ꝙ̃ linea a g, pa-
lã, quoniã linea q z eſt maior ꝙ̃ linea a g, ꝓducat̃ ergo linea a g donec fiat æqua-
lis lineæ e q per 3. primi, & ſit a g e, poſito ergo pede circini ſuper punctũ a, fiat cir
culus ſecundũ quantitatẽ lineæ a g c, qui circulus ſecabit diametrum b g eductã, ſe
cet ergo ipſam in puncto d, & ducatur linea a d, quæ neceſſario ſecabit circulũ, q-
niã concurrit cum diametro: ſi enim non ſecet circulũ, contingens erit & æquedi-
ſtans diametro g b, nunqꝫ concurrrens cum eadem, quia ex hypotheſi lineæ a g &
a b ſunt æquales, & punctum a æqualiter diſtat ab utriſqꝫ terminis diametri. ſ. b &
g, ſecet ergo d a circulum a g b in puncto h, & ducatur linea g h, palam
ergo, ꝙ cum ſuperficies a b g h ſit quadrãgulum ſuper circulum deſcri-
ptum, ꝙ duo eius anguli oppoſiti. ſ. a g b & g h a ualent duos rectos per
21. tertij, ſic a g b æqualis eſt angulo a b g per 6. primi, angulꝰ ergo a g
b cum angulo a g h ualet duos rectos. Cum itaqꝫ per 13. primi angulus
g d a cum angulo a g b ualeat duos rectos, palã, quia angulus a h g erit
æqualis angulo d g a, & angulus a h g cõmunis eſt totali triangulo a d
g, & partiali trigono, qui eſt h a g, reſtat ergo per 32. primi, ut angulus
h d g ſit æqualis angulo h g a, & totalis triangulus d g a æquiangulus
triãgulo g h a, ergo per 4. ſexti latera ipſorum æquos angulos reſpiciẽ
tia ſunt proportionalia, eſt ergo ꝓportio lateris d a ad latus a g, ſicut la
teris a g ad latus a h. Illud uero qđ fit ex ductu lineæ d a in lineam a h,
eſt æquale quadrato lineæ a g per 16. ſexti, ſed linea d a eſt æqualis li-
neæ a c, per diffinitionẽ circuli, ergo linea d a eſt æqualis lineæ q k a, q-
niam linea c a ex præmiſſis eſt æqualis lineæ q z, quia uero illud qđ fit
ex ductu lineæ d a in lineã h a eſt æquale quadrato lineæ a g, qđ ex præmiſſis eſt æquale
ei qđ fit ex ductu lineæ q z in lineã e z, ꝑ illud patet, q̃d fit ex ductu lineæ a d ad lineã h a,
eſt æq̃le ei q̃d fit ex ductu lineæ q z in lineã e z, & linea d a eſt æqualis lineæ q z, reliquitẽ
ergo ut linea a h ſit æqualis lineæ e z, erit ergo linea d h æqualis ipſi lineæ q e, q̃ eſt data
linea, eſt aũt à dato in ꝑiferia circuli pũcto a ad cõcurſum diametri b g ſic ꝓducta, patet
ergo ꝓpoſitũ.

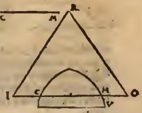




CXXIX.

Inter duas rectas angulariter coniunctas à dato puncto rectam ducere, cuius una partium interiacens unam coniunctarum, & datum punctum ſit cuicunqꝫ datæ lineæ, & inſuper reliquæ ſuæ parti datum punctum & alterã coniunctarum interiacenti æqualis.

Exempli cauſa: Sit, ut duæ lineæ rectæ in puncto uno angu
lariter coniungantur, quæ ſunt f r & c r concurrẽtes in puncto
r, inter quas ſit datus punctus m, & ſit data linea m c, propoñit
nouus, ut à puncto m ducatur linea recta intra lineas c r & f r, ſe
cans illas in puncto o uel l, ita, ut eius pars quæ eſt l m, ſit æqua-
lis datæ lineæ a c, & inſuper reliquæ ſuæ parti quæ eſt m o. ad
hoc autem per lineas rectas uel circulares demonſtrandũ, lon-
gus labor & multæ diuerſitatis nobis incidit, & non fuit nobis
hoc poſſibile complere per huius lineas abſqꝫ motu & imagina



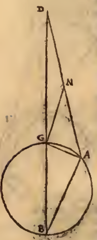
tione

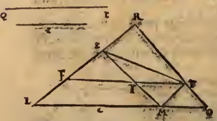
tione mechanica, ita, cum lineæ f r & c r datæ ſint nobis indefinitæ, linea l o fixa in puncto m, imaginetur mechanice quouſq; nobis accidat res quæſita, hoc enim Appollonius Pergeus, in libro ſuo de conicis elementis libro ſecundo, propoſitione quarta, per deductionem ſectionis ampligoniæ à dato puncto inter duas lineas aſſumpto, nulli earum linearum ſecante demonſtrauit, cuius nos demonſtrationem, ut à multis ſui libri principijs præambulis dependentem hic ſupponimus, et ipſa utimur ſicut demonſtrata.

CXXX.

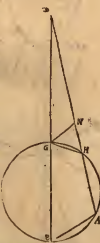
Sumpta circuli diametro, & ſumpto in circumferentia puncto inæqualiter diſtante à termino diametri, poſſibile eſt aſſumpto puncto ad eductam diametrum lineam ducere, quæ uel cuius pars interiacens periferiam & diametrum ſit datæ lineæ æqualis.

Diſponantur omnia ut in 128 huius, niſi quod punctus datus in circumferentia circuli qui ſit a inæqualiter diſtat à terminis diametri quæ ſint g & b, eruntq; lineæ a b & a g inæquales, ideo quod punctum a inæqualiter eſt diſtans à punctis g & b, protrahatur ergo à puncto g linea æquediſtans lineæ a b ex 31 primi, quæ ſit g n, & ſumatur linea quæcunq; utpote z c, & fiat ſuper punctum eius z angulus æqualis angulo a g d per 23 primi, qui ſit angulus c z f ducta linea z f, & ducatur à puncto c linea æquediſtans lineæ z f ut prius, quæ ſit c m, & ex angulo c z f ſecetur angulus æqualis angulo a d g per 27 huius, qui ſit c z m, ducta linea z m, quæ per 2 huius neceſſario concurret cum linea c m, cum ſit ducta inter æquediſtantes, ſit ergo punctum concurſus m, reſtat ergo ut angulus m z f ſit æqualis angulo a g n. à puncto itaq; c ducatur linea æquediſtans lineæ z m quæ ſit c o, & quoq; neceſſario concurrent cum linea f z per 2 huius, ſit ergo earum concurſus in puncto r, ſumatur quoq; per 3 huius linea, cuius proportio ad lineam z c ſit, ſicut diameter g b ad lineam q c lineam datam, & hæc ſit linea i, deinde à puncto m dato inter duas lineas r f & r o ducatur a d per præmiſſam linea quæ ſit l c m e, ſecans lineam l r in puncto l, & lineam r o in puncto o, ita, ut eius pars c m ſit æqualis datæ lineæ i, & eius pars l c ſit æqualis lineæ m o, & à puncto c ducatur linea c f æquediſtans lineæ l o per 31 primi hic quoq; per 29 primi huius ſecabitur à linea z m, ſit ergo punctus ſectionis y, fiat ergo ſupra punctum a terminum lineæ g a punctum s, quod eſt in circumferentia circuli, angulus d a g æqualis angulo z f c per lineam a n d. palam autem, quod hæc linea concurret cum producta diametro g d, cum enim angulus d a g ſit æqualis angulo z f c, & angulus a g n æqualis angulo f z m, & angulus n d g eſt æqualis angulo c z m, totusq; angulus a d g æqualis toti angulo f z c, & cum lineæ f c & z c concurrant, ergo & lineæ a d & g d concurrent, ergo linea a d continget circulum aut ſecabit ipſum. Sit ergo linea a d primo contingens circulum in puncto a, cum ergo angulus g a n ſit æqualis angulo z f c, & angulus g a n ſit æqualis angulo f z m, palam per 32 primi quia angulus a n g erit æqualis angulo z y f, eritq; triangulus a g n æquiangulus triangulo z f y, ergo per 4 ſexti proportio lineæ a n ad lineam a g, ſicut lineæ f y ad lineam f z. Similiter cum angulus a g d ſit æqualis angulo f z c, etiam angulus g a d æqualis angulo z f c, erit per eandem triangulus a g d ſimilis triangulo f z c, ergo ut prius quæ eſt proportio lineæ a g ad lineam g d, eadem eſt lineæ f z ad lineam z c. Si ergo quæ eſt proportio lineæ a n ad lineam a g, eadem eſt lineæ f y ad lineam f z, & quæ eſt proportio lineæ a g ad lineam g d, eadem eſt lineæ f z ad lineam z c, erit ergo per æquiproportionalitatem per 22 quinti ut quæ eſt proportio

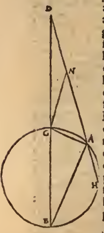




portio lineæ a n ad lineam g d, eadem ſit lineæ f z ad lineam z t, quia uero linea t m eſt
æquediſtans lineæ f l, & linea f t æquediſtans lineæ l m, erit ſuperficies l f c m æquediſtā
tibus contenta lateribus. palam ergo per 34. primi, q̄m linea f t eſt æqualis lineæ l m,
quaſi erit linea f t æqualis lineæ c d, quoniā linea m o eſt æqualis ipſi l c per præmiſſam,
linea ergo c m addita utriq; adhuc ſunt æquales, eritq; l m æqualis lineæ c o, ſed linea m
o eſt æqualis lineæ y t per eandem 34. primi, & linea y m eſt æqualis lineæ t o, reſtat er-
go, ut linea f y ſit æqualis lineæ c m, ſicut linea c m ex præmiſſis eſt æq̄lis lineæ i, eſt au-
tem ex præmiſſis & per 5. huius proportio lineæ i ad lineam z c, ſicut diameter b g ad li
neam e q, erit ergo per 7. quinti proportio lineæ f y ad lineam t z, ſicut diameter b g ad li
neam e q, quia uero eſt proportio lineæ a n ad lineam g d, ſicut lineæ f y ad lineam z t,
ergo per æquiproportionalitatē per 22. huius erit proportio lineæ a n ad lineam g d, ſi-
cut lineæ g b ad lineā e q, uerum angulus g a n eſt æqualis angulo g b a ex 31. tertij, ſed
angulus n g d eſt æqualis angulo g b a per 29. primi, quia linea n g æquediſtat lineæ b a,
igitur angulus n g d æqualis eſt angulo n a g, & angulus n g d eſt cōmunis ambobus tri
gonis n d g & a d g, ergo per 32. primi erit angulus d n g æqualis angulo d g a, ſunt ergo
dicti trianguli æquianguli, erit ergo per 4. ſexti proportio lineæ a d ad g d, ſicut lineæ g
d ad n d, ergo p 16. ſexti erit id qđ fit ex ductu lineæ a d in d n æquale quadrato g d. Sed
id qđ fit ex ductu lineæ b d & g d, per 35. tertij eſt æquale quadrato d a, quadratū uero li-
neæ d a eſt æquale ei qđ fit ex ductu lineæ a d in d n & a d in a a per 2. ſecundi. & id qđ fit
ex ductu lineæ b d in d g, eſt æquale quadrato lineæ d g, & ei qđ fit ex ductu b g in d g p
3. ſecundi. Ablatis ergo æqualibus hinc inde quæ ſunt quadratū g d & rectangulū a d n,
reſtat id qđ fit ex ductu lineæ a d in a n ſit æquale ei qđ fit ex ductu lineæ b g in d g, erit-
q; per 15. ſexti proportio lineæ a n primæ ad lineam g d ſecundā, ſicut lineæ b g tertiæ
ad lineam a d quartā. oſtenſum eſt autem ſupra, ꝙ eſt proportio lineæ a n ad lineā g d,
ſicut lineæ b g ad lineam e q, erit ergo per 9. quinti linea e q æqualis li-
neæ a d, qđ eſt propoſitum, q̄m ipſa linea a d eſt datæ lineæ æqualis, in
teriacet autē periferiā circuli & eductā diametrum, eo, ꝙ eſt contingēs
circulum. Qđ ſi linea a d non ſit contingens, ſed ſecans circulum, aut
igitur linea a g eſt maior q̄ linea a b, aut econtrario. Sit autem nunc li-
nea a g maior q̄ linea b a, palam, quia linea à puncto a ad diametrū b g
extra circulum ducta, ſecabit circulū in arcu a g. ſit ergo ut ſecet ipſum
in puncto h, & ductam lineā h g, galam itaq;, cum quadrangulū a b g h
ſit inſcriptum circulo, quia duo anguli a h g & a b g per 21. tertij ſunt
æquales duobus rectis. ducatur quoq; linea g n æquediſtans lineæ b a,
erit ergo per 29. primi angulus n g d æqualis angulo g b a, ergo angu-
lus n g d, & angulus a h g ſunt æquales duobus rectis. Sed per 13. primi
angulus n h g cum angulo a h d ualet duos rectos, ergo a g d eſt æqualis
angulo n h g, angulus uero n g d eſt cōmunis ambobus trigonis g d n
& h g d, erit ergo tertius angulus qui eſt d n g, æqualis tertio qui eſt d g
h per 32. primi, ergo per 4. ſexti latera æquos angulos reſpicientia ſunt
proportionalia, eſt igitur proportio lineæ h d ad lineam d g, ſicut lineæ
d g ad lineā d n, ergo p 16. ſexti illud qđ fit ex ductu h d in d n eſt æquale
quadrato g d. & illud qđ fit ex ductu a d in d h eſt æquale ei qđ fit ex du
ctu b d in d g per 35. tertij. Item illud qđ fit ex ductu a d in d h eſt æqua-
le ei qđ fit ex ductu d h in d n, & d g in a n per 1. ſecundi. Illud uero quod
fit ex ductu b d in d g, eſt æquale ei qđ fit ex ductu b g in g d, & quadra-
to g d per 3. ſecundi. Ablatis igitur æqualibus ab utriſq;. ſ. quadrato a g ex una parte in
illo qđ fit ex ductu d h in d n, ex altera reſtat, ut illud qđ fit ex ductu d h in a n, ſit æquale
ei qđ fit ex ductu b g in d g, erit ergo per 15. ſexti proportio a n primi ad g d ſecundū, ſi-
cut b g tertij ad d h quartū, ſed probatum eſt in præcedentibus, ꝙ proportio lineæ a n ad
lineam d g eſt ſicut diameter b g ad lineam e q, igitur per 9. quinti linea d h eſt æqualis li
neæ e q, qđ eſt ꝓpoſitum. Si uero linea a g a g ſit minor q̄ linea h a, ſecabit linea d a cir-
culum in arcu a b. Sit ergo ut ſecet ipſum in puncto h, & ducatur linea g h in linea g e,

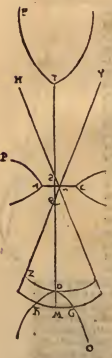


i æque



æquediſtans lineæ b a, palam ergo per 29. primi, quoniam angulus n g d eſt æqualis angulo a b g, ſed angulus a b g eſt æqualis angulo a h g per 26. tertij, quoniam ambo cadunt in arcu g a, & ſunt ſuper circumferentiã circuli, ergo angulus n g d eſt æqualis angulo a b g, ſed angulus a b g eſt æqualis angulo a h g per 26. tertij, qm̃ ambo cadunt in arcu g a, & ſunt ſuper circũferentiam circuli, ergo angulus n g d eſt æqualis angulo a b g, & angulus n d g cõmunis eſt ambobus trigonis. ſ. n d g & d b g, eſt ergo tertius d n g æqualis tertio. ſ. d h g per 32. primi, ergo per 4. ſexti erit proportio lineæ h d ad lineam d g, ſicut lineæ d g ad lineã d n, ergo per 16. ſexti illud quod fit ex ductu h d in d n, eſt æquale quadrato lineæ g d. Sed illud qđ fit ex ductu b d in d g per 35. tertij, eſt æquale ei ꝙ fit ex ductu h d in d a. Illud autem qđ fit ex ductu h d in d a, eſt per 1. ſecundi æquale ei qđ fit ex ductu lineæ h d in d n, & lineæ h d in n a. Illud uero qđ fit ex ductu lineæ b d in d g per 3. ſecũdi, ualet illud qđ fit ex ductu lineæ b g in g d & quadratũ g d. Ablatis ergo æqualibus hinc inde, erit illud quod fit ex ductu h d in n a æquale ei, qđ fit ex ductu b g in g d, erit ergo ut prius proportio lineæ a n ad lineam d g, ſicut lineæ b g ad lineã h d. Sed iam oſtenſum eſt ſupra qđ eſt proportio lineæ a n ad lineam d g, ſicut lineæ b g ad lineam e q, igitur linea e q eſt æqualis lineæ h d per 9. quinti, quod eſt ꝓpoſitum, qm̃ à puncto a dato, ducta eſt linea ſecans circulum, cuius pars à puncto ſectionis uſq; ad concurſum cum diametro producta, æqualis eſt datæ lineæ, patet ergo quod proponebatur.

CXXXI.



Inter duas rectas ſeſecantes ex una parte à puncto dato hyperbolem, illas lineas nõ contingentem ducere ex alia parte, cõmunis puncti illarum linearum hyperbolem ptiori oppoſitam deſignare, ex quo patet, ꝙ cum fuerint duæ ſectiones oppoſitæ inter duas lineas, & producatur linea minima ab una ſectione ad aliam, erit pars illius lineæ interiacens unam ſectionum, & reliquã lineam æqualis ſuæ parti aliam ſectionũ, & reliquã lineam interiacenti.

Quod hic proponitur, demõſtratum eſt ab Appollonio in libro ſuo de conicis elementis, ducuntur autẽ ſectiones ampligoniæ ſiue hyperbolæ oppoſitæ, quando gibboſitas unius ipſarũ ſequit̃ gibboſitatem alterius, ita, ut illæ gibboſitates ſe reſpiciant, & ambarũ diametri ſint in una linea recta. Verbi gratia: Sit ut duæ lineæ h l & z n ſecẽt ſe in puncto x, & ex una parte ipſarum. ſ. ſub angulo b x z, uel ſub angulo h x n à dato puncto qui ſit t, & ducatur ſectio ampligonia quæ ſit t p, & ex altera parte ſub angulo n x l, uel ſub angulo z x l, ducatur ſectio illi oppoſita quæ ſit c u, ita, ꝙ diametri quarumlibet oppoſitarũ ambarũ ſectionum illarũ ſint in una linea quæ ſit t c, à uertice unius ad uerticẽ alterius producta, quæ neceſſario eſt minima omniũ linearum inter illas duas ſectiones productarũ, & ex ijs declarauit Appollonius illud qđ correlatiue proponitur. ſ. ꝙ ſi linea t c ſecet lineam h l in puncto f, & lineam z n in puncto q, ꝙ linea t q erit æqualis lineæ c f. & ſi linea t c pertranſeat punctum x, erit linea t x æqualis lineæ x c, & nos utimur hoc illo, ut per Appolloniũ demonſtrato, & propter conformitatẽ portionis ſectionum reſpectu linearum ſe interſecantium, patet ergo propoſitum.

CXXXII.

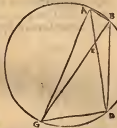
In uertice alterius conicarum ſectionum poſito pede circini

cini immobili, ſecundum quantitatẽ lineæ breuiſſimæ inter illas ſectiones ductæ, deſcriptus circulus ſectionem reliquã continget, ſecundum uero maiorem, in duobus tantum punctis reliquam ſecabit.

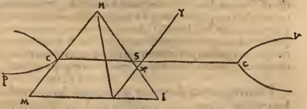
Quod hic proponitur, facile eſt, & ſola indiget declaratiõe: Sint enim ut in præcedẽti propoſitione duæ ſectiões conicæ oppoſitæ adinuicem, quæ ſint t p & c u, inter quas linea minima uertices. ſ. ambarũ ſectionum continuans, ſit linea t c, ſit & poſito in altero puncto t uel c pede circini, utpote in puncto t deſcribatur circulus ſecundum quantitatem diametri t c, hic ergo circulus, quia ſectionem c u non attingit niſi in puncto c, & omnes aliæ lineæ ducibiles inter ipſas ſectiones, ſunt maiores ꝙ linea t c, ſunt ergo maiores ſemidiametro circuli, ſecabuntur ergo omnes per circulũ, nec attinget circulus alicubi ſectionem niſi in pũcto c, patet ergo primũ propoſitorum, ꝙ ſi linea t g ſemidiameter circuli ſit maior ꝙ linearũ minima, ſunt oppoſitas ſectiones productarum ut eſt t c, patet, qm̃ illa minima linea inter ſuperficiẽ ſectionis producetur ad periferiã circuli, ut in punctum m, aliqua ergo ſuperficies cõmunis erit circulo & ſectioni, circulus ergo & ſectio ſecabunt, hæc itaque ſectio nõ erit niſi in duobus tantũ punctis g & k, qđ per modũ 10. tertij conuinci poteſt, patet ergo propoſitum.

CXXXIII.

A puncto dato in circuli circumferentia extra diametrũ, poſſibile eſt ducere lineam per diametrum ad circumferentiã, ita, ut pars eius interiacens diametrum & reliquam partem circumferentiæ ſit æqualis lineæ datæ eidem circulo inſcriptibili præmiſſo modo, ſed harum linearum æqualium ab eodem puncto dato in eodem circulo producibiles ſunt tantum duæ.

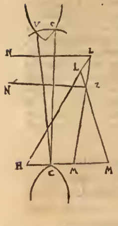


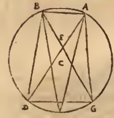
Eſto circulus a b g, cuius diameter ſit b g, & pũctus dat9 ĩ ſui circũferẽtia ſit a, & ſit h z linea data minor diametro b g, p̃miſſo modo poſſibile inſcribi circulo. Dico, ꝙ à puncto a poſſibile eſt ducere lineã trãſeuntẽ p diametrũ b g, cui9 pars interiacẽs diametrũ b g & circũferentiã ſit æq̃lis lineæ datæ q̃ h z, ducanẽ enĩ in circulo lineæ b a & a g, & ſup punctũ h lineæ datæ h z, fiat angulus æq̃lis angulo a g b, q ſit m h z, ducta linea m b ſup idẽ punctũ h, fiat angulus æqualis angulo a b g, q ſit l h z, ducta linea h l, & à pũcto z ducatẽ linea æquediſtãs lineæ h m q̃ ſit z n, q̃ qđe ſecabit lineã h l. ſit ut ſecet ipſam in pũcto x, & à pũcto z iterum ducatẽ alia linea æquediſtãs lineæ h l quæ ſit z c, ſecans lineã h m in puncto t, ſecabit autem per 4. huius, & à puncto t ducatur ſectio conica quæ ſit t p, ſicut præmiſſum eſt in 131. huius. hæc itaque ſectio nõ contingit aliquã linearum z n & h i, inter quas ipſa iacet. Similiter fiat ſectio alia conica, iſti oppoſita, inter eaſdem lineas ex parte alia quæ ſit c u, & inter illas ſectiones dictarum omniũ linearũ minima ducta à puncto t ad ſectioem c u ſit



linea t c. hæc ergo linea t c ſi fuerit æqualis diametro circuli b g, circulus factus ſecundũ ſemidiametrum t c, poſito puncto circuli in puncto t, palam, quia ſectionem c u continget. Si uero linea t c fuerit minor diametro b g, circulus factus modo prædicto ſecundũ quantitatẽ lineæ b g, ſecabit ſectionem c u in duobus punctis, ut patet per præmiſſam. ſit ergo nunc primũ linea t c æqualis diametro b g, cum ergo linea t c ducatur ad ſectionem co

nem conicam, quæ interiacet lineas h l & z n, neceſſario ſecabit linea t c illas ambas lineas, quas ſi in puncto x, qui eſt punctus cõmunis ſectionis illarum linearũ ſecauerit, erit linea t x æqualis lineæ x c, ꝙ ſi ipſas in alijs punctis ſecuerit, ſecet ergo lineam z n in puncto q, & lineã h l in puncto f, & ducatur à puncto z per 31. primi linea æquediſtans ipſi lineæ t c, quæ per 2. huius ſecabit lineas h m & h l, ſicut etiã ſua æquediſtans t c, ſecet ergo eas in punctis l & m, & ſit ipſa linea m z l, ſuper diametrũ ergo g b terminum g per 23. primi, fiat angulus æqualis angulo h l m, qui ſit angulus b g d, & ducantur duæ lineæ a d, b d. palam ergo, cum angulus g a b ſit rectus per 30. tertij, ꝙ alij duo anguli trianguli g a b & a b g ualent rectum per 32. primi, angulus ergo l h m, qui æqualis eſt illis duobus angulis, eſt rectus, ergo æqualis angulo g a b, angulus uero h l m eſt æqualis angulo d g b, ergo per 32. primi angulus tertius unius trigonorũ g b d & h l m erit æqualis angulo tertio alterius. ſ. angulus h m l, angulus g d b, erit ergo per 4. ſexti proportio lineæ g b ad b d, ſicut lineæ l m ad m h. ſit aũt punctus in quo linea a d ſecat diametrũ b g punctus e, quia ergo per 26. tertij angulus a d b eſt æqualis angulo b a g, quia cadunt in eundem arcum qui a b, & angulus b g a æqualis angulo m h z, ex præmiſſis erit ergo angulus a d b æqualis angulo m h z. & patuit prius, ꝙ angulus d b g eſt æqualis angulo h m z, erit ergo tertius angulus trianguli d e b per 32. primi æqualis tertio angulo trigoni m h z. ſ. angulus d e b angulo m z h, quia ergo trigona d e b & m z h ſunt æquiangula, erit per 4. ſexti proportio lineæ b d ad d e, ſicut lineæ m h & h z, oſtenſum eſt autẽ ſuperius, ꝙ eſt proportio lineæ g b ad b d, ſicut lineæ l m ad m h, ergo per 22. quinti erit per æquã proportionẽ, ꝓportio lineæ b g ad d e, ſicut lineæ l m ad h z. Sed ſicut per 131. huius declaratum eſt, patet ꝙ linea q t eſt æqualis lineæ f c, ſed linea t q eſt æqualis lineæ m z per 32. primi, cum paralellũ m t q z ſit æquediſtantiũ laterum, ut patet ex præmiſſis. eſt igitur linea m z æqualis lineæ f c, ſed per eandem 34. linea z l eſt æqualis lineæ t h, eſt igĩ totalis linea m l æqualis totali lineæ t c, ergo per 7. quinti eſt proportio lineæ t c ad h z, ſicut lineæ l m ad h z, eſt ergo proportio lineæ g b ad lineam d e, ſicut lineæ t c ad h z, & permutatim. Cum ergo linea t c ſit æqualis lineæ g b, erit linea e d æqualis ipſi h z datæ lineæ, quod eſt ꝓpoſitum. Si autem linea t c ſit minor diametro b g, producatᷣ ultra ſectionem, donec ipſa ſit æqualis diametro b g, & ſecundum quantitatẽ eius fiat circulus, palam per præmiſſam, ꝙ ille ſecabit ſectionem in punctis duobus, qui ſint c & u. à quibus lineæ ductæ ad punctũ t, ſunt æquales lineæ b g per diffinitionẽ circuli, & tunc à puncto z ducatur linea æquediſtans alteri illarũ, & item alia æquediſtans alteri, & tunc erit ducere à pũcto a per modum prædictum duas lineas e d æquales lineæ datæ, & erit idem penitus probandi modus, qui ſupra, patet ergo propoſitum.



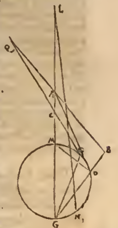


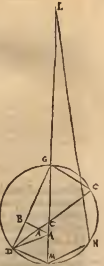
CXXXIIII.

Dato trigono orthogonio, & dato puncto in uno ſuorum angulum rectum continentiũ, poſſibile eſt ducere à puncto illo ad aliud laterum continentiũ angulum rectum lineam ſecantẽ baſem, ita, ꝙ pars ductæ lineæ interiacens punctum ſectionis, & latus in quo non eſt punctus datus, ſe habeat ad partem baſis, quæ eſt in ſectione ad latus, in quo eſt punctus datus, ſicut data linea ad datam lineam.

Eſto

Eſto a b g triangulus datus, cuius angulus a b g ſit rectus, & in latere illius b g ſit punctus datus qui ſit d extra angulum aut intra, ſintq́; datæ lineæ duæ e & z. Dico ꝙ à puncto d poſſibile eſt ducere lineam ſecantē baſem a g, & concurrentem cum latere a b, ita, ꝙ pars lineæ ſecantis interiacens latus a b & baſem a g, ſit eiuſdem proportionis ad partem baſis a g, quæ eſt ab illa linea uſq; ad punctum g, cuius eſt data linea e ad datam lineā z. Sit enim primo pūctus d in ipſo trigono a b g, & ducatur ab eo linea æquediſtans lineæ a b per 31. primi, quæ ſit d m, & fiat circulus ſuper tria puncta g d m per 5. quarti, eritq́; linea g m diameter huius circuli per 30. tertij, ſupertenditur enim angulo recto per 29. primi, ꝓtrahatur linea a d, & quia per eandem 29. primi angulus g m d eſt æqualis angulo g a b, palam, quia angulus g m d erit maior angulo g a d, cum angulus g a b ſit maior angulo g a d, ſecetur ergo ex angulo g a d angulus æqualis angulo g a d per 27. huius, ducta linea m n ad periferiam circuli, ſitq́; angulus d m n, quæ autem eſt ꝓportio lineæ e ad lineam z, eadem ſit per 3. huius ꝓportio lineæ a d ad lineā b, & à puncto qui eſt punctus in periferia circuli, ducatur linea ad diametrū g m quæ ſit n l, ſecans circulum in puncto c, ita, ut eius pars interiacens periferiā circuli & diametrum quæ eſt c l, ſit æqualis lineæ datæ h per 128. uel per 130. huius, & ducatur linea c g, & à puncto d ducatur linea ad punctum c, quæ cum cadat inter duas lineas æquediſtantes q̄ ſunt d m & b a, tenens angulum acutum cum earum altera ut cum m d, ſi producatur neceſſario concurret cum reliqua per 2. huius, concurrat ergo in puncto q, quia itaq; per 26. tertij angulus g m d eſt æqualis angulo g c d, & angulus g m d eſt æqualis angulo g a b per 29. primi; palam, ꝙ angulus g c d eſt æqualis angulo g a b, ergo per 13. primi erit angulus g c q æqualis angulo b a l, per 15. primi eſt æqualis angulo g a q, angulus ergo g c q eſt æqualis angulo g a q. Sit autem t punctus, in quo linea d q ſecat lineā a g, erit ergo per 15. primi angulus g t c æqualis angulo g c q, quia ergo trigonorum a t q & t c g duo anguli ſunt æquales, erit & triangulus tertio æqualis trianguli, ergo a t q & t c g ſunt æquianguli, ergo per 4. ſexti erit proportio lineæ q t ad t g, ſicut lineæ a t ad t c, uerum angulus n m d ex præmiſſis eſt æqualis angulo t a d, q̄m enim anguli g m d & t a b ſunt æquales, & anguli g m n & d a g æquales, relinquitur n m d æqualis angulo t a d. Sed & angulus n c d ex 26. tertij eſt æqualis angulo n m d, quia angulus n c d eſt æqualis angulo t a d, ergo per 15. primi angulus t c l, qui eſt contrapoſitus angulo n c d, eſt æqualis angulo t a d, quia ergo angulus t c l eſt cōmunis duobus trigonis. ſ. trigono t c l & trigono t a d, quia ergo angulus t c l & t a d ſunt æquales, erunt per 32. primi trigona t c b & t a d æquiangula, ergo per 4. ſexti eſt proportio lineæ t a ad lineam t c, ſicut lineæ a d ad lineam l c. Fuit autē oſtenſum ſuperius, ꝙ eſt proportio lineæ t q ad lineam t g, ſicut lineæ a t ad lineam t c, ergo per 11. quinti erit proportio lineæ a d ad l c, ſicut lineæ q c ad t g, ſed linea l c eſt æqualis lineæ h, & ꝓportio lineæ a d ad lineam h eſt ſicut proportio lineæ e ad z, ergo per 7. & 11. quinti erit proportio lineæ q t ad lineā t g, ſicut lineæ e ad lineā z, quod eſt propoſitum. Si uero d punctus datus in latere trigoni ꝙ eſt b g extra triangulū producto, ducatur prius à puncto d linea æquediſtans lineæ a b, & ſit d m, & ducatur linea a g donec cōcurrat cum linea d m puncto m, & fiat ut prius circulus tranſiens per tria puncta g d m, erit ergo ut prius m g diameter iſtius circuli, & ducatur linea a d, erit quidā angulus g a d maior angulo g m d per 16. primi, fiat ergo ut prius ſuper punctum m lineæ d m angulus æqualis angulo g



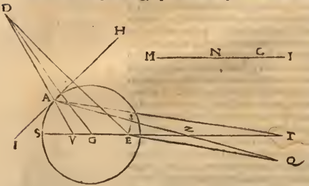


a d per lineam m n qui ſit angulus d m n, & à puncto n, qui ſit in circumferentia circuli, ducatur ut prius per 128. uel per 130. huius linea ad eductã diametrum m g, concurrens cum ipſa in puncto l, & ſecans periferiã circuli in puncto c. ita, ut lineæ c l ſit æqualis lineæ h aſſumptæ ut prius. ſ. ut per 3. huius ſit proportio lineæ a d ad ipſam h, ſicut lineæ datæ e ad lineam datam z, & ducatur linea d c ſecans lineam a g in puncto t, & lineam a b in puncto q. Cum ergo angulus n m d, & angulus n c d per 21. tertij ſunt æquales duobus rectis, & angulus n m d ſit æqualis angulo t a d ex præmiſſis: palam ex 13. primi, quoniam erit angulus t c l æqualis angulo t a d, erunt ergo duo trianguli t c l & t a d per 15. & 32. primi æquianguli, erit ergo per 4. ſexti, proportio lineæ d a ad lineã c l, ſicut lineæ t a ad lineã t c. cum autem per 26. tertij duo anguli g c d & g m d ſint æquales, quoniam cadũt in eodem arcum qui eſt d g, angulus uero t a q per 29. primi eſt æqualis angulo g m d, erit angulus t a q æqualis angulo t c g, ſed & anguli q c a & g c t ſunt æquales per 15. primi, erunt ergo trigona g t c & t a q æquiangula per 32. primi, erit ergo per 4. ſexti proportio lineæ a c ad lineã c l, ſicut lineæ q t ad lineã t g, eſt ergo per 11. quinti proportio lineæ e ad z, ſicut lineæ q t ad lineam t g, quod eſt propoſitum.

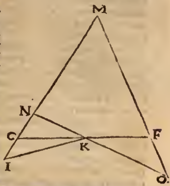
CXXXV.

Datis duobus punctis uno in circulo alio extra circulũ, uel utroq; extra circulum, poſſibile eſt inuenire punctum in circumferentia dati circuli, ita, ut angulum contentum à lineis à prædictis punctis ad punctum inuentum ductis diuidat per æqualia, linea in illo puncto circulum contingens.

Eſto duo puncta data quæ e & d, quorum unum qui ſit e primũ ſit in circulo, & reliquũ extra illum, & ſit datus circulus, cuius centrum ſit g. Dico quod poſſibile eſt in periferia circuli g inuenire punctum, in quo linea contingens circulum ducta, ſecet angulũ contentum â lineis & à punctis d & e ad illum punctũ ductis per æqualia, ducatur enim à puncto e ad centrum g linea e g, & producatur uſq; ad circumferentiã & ſit e g s, deinde ducatur linea d g, eritq; ex præmiſſis linea e g minor quàm linea d g, aſſumatur quoq; linea m l quæ in puncto c taliter diuidatur, ut proportio lineæ l t ad lineam c m, ſit ſicut lineæ d g ad lineã g c per 119. huius, diuidaturq; linea m l per æqualia in puncto n, à quo ſuper lineã m l ducatur perpendicularis per 11. primi quæ ſit n o, & ſuper punctũ m per 23. primi fiat angulus æqualis medietati anguli d g l diuiſa per 9. primi per æqualia, ducaturq; linea m o: palam autẽ, quod angulus i m o erit minor recto, quoniam angulus d g s eſt minor duobus rectis. Sed angulus o n m eſt rectus, igitur per 14. huius linea m o concurret cum linea n o. ſit autem punctũ concurſus o, à puncto uero c ducatur linea ad triangulũ m n o qui ſit c k f, ita, ut proportio lineæ k f ad lineã f m ſit ſicut proportio lineæ e g ad lineã g s, quod fieri poteſt per præcedentẽ. ducatur quoq; linea m k, & ſuper punctũ g terminũ lineæ e g per 23. primi fiat angulus æqualis angulo m f k, per lineã uſq; ad circumferentiã productam, quæ ſit a g, & ſit angulus a g e, & ducantur duæ lineæ a g & a d. Dico quod a eſt quæſitus punctus, ducãtur enim lineæ e a. Cum ergo ex præmiſſis angulus m f k ſit æqualis angulo a g e, & proportio lineæ f k ad lineã f m, eſt ſicut proportio lineæ e g ad lineam g s, ergo per 7. quinti erit proportio lineæ f k ad lineã f m, ſicut lineæ e g ad lineam g a æqua-



æqualem g s,quia ambæ ex centro,erit triangulus a g e ſimilis triãgulō m f k per 6. ſexti igitur angulus f m k eſt æqualis angulo e a g,& angulus a e g æqualis angulo m k f,igit̃ à puncto a ducatur linea tenens cum linea a e angulum æqualem angulo n m k,& ſic linea a z quæ neceſſario concurrat cum linea e g,quoniã eſt proportio e g ad a g,ſicut k f ad f m,& angulus g a z æqualis eſt angulo f m c,fuit enim prius angulus e g æqualis angulo f m k,ſicut ergo linea m o concurrit cum linea k f in puncto f,ſic cõcurret linea a z cum linea g e.Sit ergo concurſus in puncto z,& ꝓducatur linea a z uſq; ad punctũ q,donec linea a c ſe habeat ad lineã q z,ſicut linea m c ad c i per 3. huius,erit ergo proportio lineæ a z ad lineã q z,ſicut lineæ d g ad lineã g e,& ducatur linea e q,deinde à puncto a ducatur linea æquediſtans lineæ e q,quæ ſit linea a c per 31. primi,& erit angulus a q e æqualis angulo q a c per 29.primi,& quoniã duo anguli z e a & e a c ſunt minores duobus rectis,idem per 29.primi anguli q e a & e a c ualent duos rectos,concurret linea a c neceſſario cum linea e z per 14.huius.Sit ergo punctus concurſus c,quia uero angulus e a z eſt æqualis angulo n m k,ut ſupra patet, ducta à puncto e linea perpendiculari ſuper lineã a z ꝑ 4.primi quæ ſit e l,erunt trigona a e l & n m k æquiangula per 32.primi,erit ergo angulus a e l æqualis angulo m k l,& angulus a b e æqualis angulo m n k,qa uterq; eſt rectus,ſed etiam angulus a e g eſt ex præmiſſis æqualis angulo m k f. Reſtat ergo per 13.primi,ut angulus l e z ſit æqualis angulo n k c,& angulus e l z rectus eſt æqualis angulo k n c recto,erit ergo per 32.primi angulus e l z æqualis angulo k c n, igitur per 13.primi erit angulus e z q æqualis angulo k c i:palam ergo ex præmiſſis,ꝙ angulus a e g eſt æquiangulus triangulo f m k,& triangulus e a l æquiangulus eſt triangulo k z n, & triangulus e l z æquiangulus triangulo k n c,& triangulus c a z æquiangulus triangulo k m c,eſt igitur per 4.ſexti proportio a z ad e z,ſicut m c ad c k,eſt autem proportio q z ad z a,ſicut proportio i c ad c m,ut patet ex præmiſſis,erit ergo per 22.quinti ꝓportio q z ad z e,ſicut i c ad c k,eſt ergo triangulus q z e per 6.ſexti æquiangulus triangulo i c k.Cum ergo triangulus e l z ſit æquiangulus triangulo k n z,erit totus triangulus q l e æquiangulus toti triangulo i k n,eſt ergo per 4.ſexti proportio e l ad l q, ſicut k n ad n i.& ſimiliter eſt proportio a b ad l e,ſicut m n ad m k,erit ergo per 22.quinti proportio n m ad n i,ſicut a l ad l q,ſed linea n m eſt æqualis n i ex hypotheſi, ergo linea a l eſt æqualis l q,ergo ꝑ 4.primi linea e q erit æqualis e a,& angulus l q e æq̃lis angulo l a e.Sed & angulus e q z ꝑ 29.primi eſt æqualis angulo t a l,angulus ergo e a l eſt æqualis t a l,quia angulus e q z eſt æqualis angulo t a l,& angulus e z q eſt æqualis a z t per 15. primi,igit̃ tertius tertio,eritq; triangulus z e q æquiangulus triãgulo z a t, eſt ergo ꝑ 4 ſexti proportio q z ad z a,ſicut e z ad z c,& ſicut e q ad a c,eſt autem ex præmiſſis linea e q æqualis lineæ e a,ergo per 7.quinti eſt proportio q z ad z a,ſicut a e ad a t,ſed q z ad z a eſt ex præmiſſis ſicut e g ad g d,igitur per 11.quinti eſt proportio lineæ a e ad a c ſicut e g ad g d. Fiat autem ſuper punctũ a angulus æqualis angulo g a e,qui ſit u a g,ꝓducta linea a u,ſi poſſibile fuerit,uſq; ad lineã g l:palam ergo ex præmiſſis,qm̄ angulus g a l eſt medietas anguli u a t,cum enim angulus e a q ex præmiſſis & per 5.primi, ideoq; lineæ a e & e q ſunt æquales,angulus e q c,qui per 29.primi eſt æqualis angulo q a t: patet ꝙ angulus e a l eſt æqualis angulo l a t,ſed angulus g a e eſt æqualis angulo u a g eſt ergo angulus g a l medietas anguli u a t,ſed angulus g a l,cum ſit ex præmiſſis æqualis angulo f m c,qui cõſtitutus eſt æqualis medietati anguli d g s, æqualis medietati anguli d g n.angulus uero u a t eſt æqualis angulo d g u,ſed anguli t a u & t u a ſunt minores duobus rectis arguendo 32. primi,cum lineæ a t & u t concurrant in puncto t,quia duo anguli t u a,d g b ſunt minores duobus rectis,igitur linea a b concurret cum linea d g per 14.huius. Dico autem,ꝙ concurrent in puncto d,efficiet enim linea u a producta



ad li-

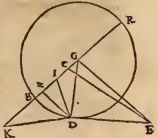
ad lineam g d cum lineis u g & g d, triangulum ſimilem triangulo a b t, quoniam iſti tri
goni habent angulum a u g cōmunem, & angulus t a u eſt æqualis angulo d g u, erit er-
go tertius tertio æqualis, ergo per 4. ſexti eſt proportio a u ad a c, ſicut u g ad lineā, quā
ſecat a u ex g d, & proportio e a ad a u, eſt ſicut e g ad g u per 3. ſexti, qui angulus u a g eſt
æqualis angulo g a e. Cum ergo ex præmiſſis eadem ſit proportio e a ad a t, quæ e g ad
g d, & proportio e a ad a t ſit compoſita ex proportione e a ad a b, & a u ad a t, q̄m ꝑ 13.
huius proportio extremoꝝ componitur ſemper ex proportione cuiuſcunq; mediæ ad
ambas extremas, erit proportio e g ad g d compoſita ex eiſdem proportionibus, quia e-
rit compoſita ex proportione e g ad g b, & g u ad lineā quā ſecat u a ex linea g d, ſed eſt
compoſita ex proportionibus e g ad g u, & g u ad g d, igitur linea quā ſecat a b ex g d,
eſt linea g d, ergo a b ſecat g d in puncto b, producatur ergo per 16. tertij à puncto a li-
nea contingens circulū quæ ſit a h, erit ergo angulus g a h rectus per 17. tertij. Sed an-
gulus g a l eſt medietas anguli a g b, ut patet ex præmiſſis, igitur angulus l a h eſt medi
etas anguli d g e, ideò, quia anguli a g u & d g e ualent duos rectos, per 15. primi trian-
gulus g a h eſt rectus, ſed cum angulus t a u ſit æqualis angulo d g u, erit angulus t a d æ-
qualis angulo d g e per eandem 13. primi, & angulus l a h eſt medietas anguli t a d, & an
gulus e a l eſt medietas anguli e a t, igitur angulus e f l h eſt medietas anguli e a d, quia
patet, ꝙ linea a h contingens circulū diuidit angulum e a d per æqualia, quod eſt propo-
ſitum. Cum uero angulus u a g ſuper punctum a terminū lineæ g a factus ſit æqualis
angulo g a e, tunc ſi linea a u non cadit ſuper lineā e s extra circulum uel intra circulum:
palam, quia linea a u eſt æquediſtans lineæ e s, quia in infinitū protracta cum illa non
concurrit, erit quoq; per 29. primi angulus u a g æqualis angulo a g e, ſed per præmiſſa
angulus g a e eſt æqualis angulo u a g, ergo angulus g a e æqualis erit angulo a g e, ergo
per 6. primi in trigono a g e latus a e eſt æquale lateri e g. ſimiliter angulus t a d erit æ-
qualis angulo a t g per 29. primi, ſunt enim coalterni lineaꝝ æquediſtantiū ex hypothe-
ſi. Sed iam oſtenſum eſt, ꝙ angulus t a d eſt æqualis angulo d g t, ſed angulus a t g eſt æ-
qualis angulo d g t. & ſimiliter duo anguli a d g & d g t ſunt æquales per 28. primi, ergo
duo anguli a d g & a t g ſunt æquales, ſed & duo anguli t a d, a g t ꝑ 29. primi ſunt æqua-
les, ergo per 32. primi trigona a d g & a t g ſunt æquiangula, ergo per 4. ſexti latera ipſo
rum ſunt proportionabilia, ſed a g eſt cōmune, æquale ſibijpſi, ergo latus a d eſt æquale
lateri g t. Sequitur ergo ex ijs, ꝙ linea quā ſecat a b ex linea g d ſit æqualis lineæ a t, &
iam præoſtenſum eſt, ꝙ linea e g eſt æqualis ipſi a e, eſt ergo per 7. huius ꝓportio lineæ
c g ad lineā quam ſecat a b ex d g, ſicut a e ad a c. Etiam oſtenſum eſt, ꝙ a e ad a t eſt ſicut
e g ad d g, igitͬ linea quā ſecat a b ex d g eſt g d. & cum ex præmiſſis angulus c a d ſit æ-
qualis angulo d g t, erit angulus l a h medietas anguli t a d, ut ſupra patuit, & angulus e
a l medietas anguli e a t, erit ergo e a h medietas anguli e a d, quod eſt propoſitum. Eo-
demq; modo demonſtrandum, ſi ambo puncta e & d data ſint extra circulum, patet er-
go propoſitum totum.

CXXXVI.

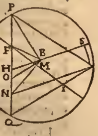
Dato circulo & in eo diametro, punctoq; extra circulum, poſſibile eſt à
dato puncto ad diametrum ducere lineám ſecantem circulum ſic, ꝙ pars du
ctæ lineæ interiacens circumferentiam & diametrum, ſit æqualis parti dia-
metri interiacenti ipſam & centrum.

Eſto datus circulus, cuius centrum ſit g, & in eo data diameter ſit x g b, ſit quoq; pū
ctus e punctus extra circulum. Dico ꝙ poſſibile eſt duci à puncto e ad diametrū x g b li-
neam ſecantem circulū ſecundum prædictū modum. ducatur enim à puncto e perpendi-
cularis ſuper diametrū x g b per 12. primi, quæ ſit e c, & ſit exempli cauſa ut cadat illa ꝑ-
pendicularis ſuper ſemidiametrū b g, & ducatur linea e g, & aſſumatur linea q t æqualis
lineæ e t, & fiat per 32. tertij ſuper lineā q t portio circuli talis, ut quilibet angulus cadēs
in hanc portionem, ſit æqualis angulo e g b. & compleatur circulus, & à medio puncto q
t lineæ qđ ſit i ſuper ipſam q t ducatur perpendicularis per 10. & 11. primi, & ducatur ex
utraq; parte uſq; ad circumferentiā circuli, erit ergo ducta perpendicularis diameter cir

culi illius per 1.tertij,& à puncto q ducatur linea ad hanc diametrũ,ſecans ipſam in pun
cto f,& producatur uſq; ad p punctũ circũferentiæ,ita,ut eius pars quæ s p ſit æqualis
medietati lineæ g b ſemidiametri dati circuli,ꝙ fiet per 133.huius,& ducanẽ lineæ p t
& t f,& ducatur à puncto p linea p b æquediſtans diemetro
concurrens cum linea t f in puncto u, concurret autem per
2.huius,& à puncto u ducatur linea æquediſtans lineæ q t, q̃
ſit u o,ſecans diametrum f l in puncto m,& lineã p q in pun
cto o,& à puncto t ducatur perpendicularis ſuper lineã p q
per 12.primi,quæ ſit t n,& à puncto t ducatur linea æquedi-
ſtans lineæ p q per 31.primi quæ ſit t s,& à puncto u ducaẽ
perpendicularis ſuper lineam p q,quæ ſit u h,deinde ex angu
lo b g e ſecetur angulus æqualis angulo q p u per 27.huius.
qui ſit b g d,ducta linea g d ad periferiã circuli, & à puncto
e ducatur linea e d z.Dico ꝙ linea d z eſt æqualis parti dia-
metri quæ eſt z g,ſicut proponitur,ducatur enim à puncto
d perpendicularis ſuper lineam b g, quæ ſit m, & ducatur à
puncto d linea contingens circulum per 16.tertij,quæ ſit d
k:palam itaq;,cum ex præmiſſis diameter f l ſit perpendicu

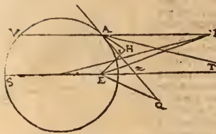


laris ſuper lineam q t,& ſuper eius æquediſtantem o u per 29.primi,linea uero p u ſit æ-
quediſtans illi diametro,ꝙ angulus o u p erit rectus per eandem 29.primi, & cum li-
nea o u diuidatur per diametrum f l in partes æquales,& orthogonaliter per 2.ſexti, &
per 29.primi,eo ꝙ linea q t ſibi æquediſtans ſimiliter eſt diuiſa,
erunt per 4.& per 29.primi trianguli o f m & u f m æquianguli,
ergo per 4.ſexti cum latus f m ſit æquale ſibijpſi, erit d m æquale
m u,& f o æquale f u.Sed cum duo anguli p o u & o p u ualeant
unum rectum per 32.primi,ideo ꝙ angulus p u o eſt rectus, ut
patet ex præmiſſis & 29.primi,erit angulus æqualis angulo f p
u,ideo,quia ut præmiſſum eſt,angulus k o u æqualis eſt angulo f
u o.Sed angulus f p u cum angulo f o u ualet unum rectum, ut
præoſtenſum eſt,& angulus f u p cum angulo f u o ualet unum
rectum,eſt ergo angulus f u p æqualis angulo f p u,quia ſi ab æ-
qualibus æqualia demas,quæ relinquuntur &c.eſt ergo per 6. pri
mi latus f p æquale erit lateri f u,erit ergo f p æquale ipſi f o, ſic
ergo erit linea p o æqualis ſemidiametro g u,ergo & ipſi g d per



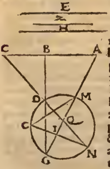
diffinitionẽ circuli,& ita erit per 7.quinti proportio lineæ e c,quæ eſt æqualis lineæ q t
ad lineam g d,ſicut lineæ q t ad p o æqualem g d.Sed cum angulus k d g ſit rectus ꝑ 17.
tertij,æqualis eſt ipſi angulo recto g i d,& angulus i g d eſt cõmunis,erit ergo ꝑ 32.pri-
mi triangulus i g d æquiangulus triangulo k g d,erit ergo per 4.ſexti proportio lineæ g
d ad d i,ſicut lineæ g k ad k d,ſed angulus k g d eſt æqualis angulo q p u,& angulus g d k
qui rectus eſt per 17.tertij,eſt æqualis angulo recto o u p,erit ergo per 32. primi tertius
tertio æqualis,& triangulus k d g æquiangulus triangulo o u p,eſt ergo per 4. ſexti pro
portio lineæ b g ad k d,ſicut lineæ o p ad o u,& q̃m ex præmiſſis eſt proportio lineæ g d
ad d i,ſicut lineæ o p ad o u,& quoniã ex præmiſſis eſt proportio lineæ g k ad k d,ſicut li
neæ g d ad d p,ergo per 11.tertij eſt proportio lineæ g d ad d l,ſicut lineæ o p ad o u.Fu-
it autem ex præmiſſis proportio lineæ e c ad g d,ſicut lineæ t q ad p d,ergo per 22.quin-
ti erit proportio lineæ e c ad d i,ſicut lineæ q t ad o u,ſed proportio q t ad o u eſt ſicut t f
ad f u per 29.primi & per 4.ſexti,cum triangulus t f q ſit æquiangulus triangulo o f u,
uerum angulus u t s eſt æqualis angulo h f u per 29.primi,eſt enim coalternus illi inter
lineas æquediſtãtes,q̃ ſunt h q & f c.Sed & angulus u s t eſt rectus æqualis angulo f h u
recto,& angulus f u h æqualis eſt angulo s u t per 15.primi,erit ergo triangulus u s t æ-
quiangulus triangulo h u f,ergo per 4.ſexti erit proportio lineæ t u ad u f, ſicut lineæ s
u ad u h,ergo per 18.quinti erit coniunctim proportio lineæ t f ad f u, ſicut s h ad h u,
ſed linea t u æqualis eſt lineæ s h per 34.primi,ergo per 7.quinti erit proportio lineæ t n

ad lineam h u, ſicut lineæ e f ad f u. Sed ſicut patuit ex præmiſſis, quæ eſt proportio lineæ c k ad f u, eadem eſt lineæ q t ad u e per 4. ſexti, ergo per 11. quinti proportio lineæ q t ad u o eſt ſicut lineæ t n ad h u, ergo proportio lineæ e c ad d i eſt ſicut lineæ t u ad u h. Sed cum angulus g i u ſit rectus, eſt æqualis angulo p h u recto, & angulus i g d æqualis angulo h p u ex præmiſſis, erit ergo tertius tertio æqualis per 32. primi, eſt ergo triangulus i g d æquiangulus triangulo h p u, eſt ergo per 4. ſexti ꝓportio lineæ i d ad d g, ſicut lineæ h u ad u p: quare erit per 22. quinti proportio lineæ e c ad g d, ſicut lineæ t u ad u p. Sed cum angulus c g e ſit æqualis angulo e p c ex hypotheſi, & angulus g c e rectus æqualis angulo p u t, erit trigonorũ u p t & g c z e angulus reliquus reliquo æqualis, ergo per 4. ſexti erit proportio lineæ e g ad e c, ſicut lineæ p t ad n t, eſt igitur proportio lineæ g e ad g d, ſicut lineæ p t ad u p per 22. quinti, ſed & angulus d g e æqualis eſt angulo u p c ex hypotheſi, quia enim angulus q z t eſt æqualis angulo b g e, & angulus q p u æqualis angulo g d e, remanet angulus u p t æqualis angulo d g e, igitur triangulus d g e eſt æquiangulus triangulo u p t per 6. ſexti, ergo angulus g u x æqualis eſt angulo p u t. Reſtat ergo per 13. primi, ut angulus g d z ſit æqualis angulo f u p, ſed in trigonis g d z & p f u eſt angulus d g z æqualis angulo u p f, quia tertius tertio per 32. primi, eſt ergo ꝓportio per 4. ſexti lineæ d z ad z g, ſicut lineæ u f ad f p, ſed linea u f eſt æqualis ipſi f p, ex præmiſſis igitur linea d z æqualis eſt ipſi z d, qđ eſt ꝓpoſitum. Eſt autem uniuerſalis hæc proportio ſiue intra circulũ ad aliquã partem diametri fiat ductio, ſiue ad ipſam periferiã circuli, ita, ut lineæ ductæ pars intra circulũ fiat æqualis ſemidiametro, ſiue fiat ductio ad aliquẽ punctum diametri extra circulum, ſit ꝗ linea à puncto quo tangit circuli periferiam ſit æqualis parti diametri quã abſcindit, patet ergo, quoniam hæc omnia eueniunt ſecundum quantitatem anguli k g d, hoc eſt propoſitum.



CXXXVII.

Dato trigono orthogonio, datoq; aliquo puncto in maiore ſuorum laterum rectum angulum continentium, poſſibile eſt à dato puncto ducere lineam ad baſem ex alia ſui parte cum reliquo latere concurrentem, quæ ſe habeat ad inferiorem partem abſciſam baſis, ſicut linea data ad lineam datam.



Sint datæ duæ lineæ z minor & e maior, & ſit datum trigonum orthogoniũ a b g, cuius a b g ſit rectus, contentus à lineis g b & b a, & dato exempli cauſa in g b latere maiore illius trigoni puncto d. Dico ꝙ poſſibile eſt à puncto d ad baſem g a ducere lineam ſecantem baſem a g cum puncto q, & ex alia ſui parte cũ linea a b concurrentẽ in puncto c, ſit ut ipſa totalis linea t q habeat proportionem ad lineã q g, illam quã habet linea e ad lineã z, ducatur enim à puncto d linea æquediſtans lineæ d a per 31. primi, quæ ſit d n, & fiat circulus tranſiens per tria puncta d m g & per 5. quarti, & qm̃ angulus g d m eſt rectus per 26. primi, qm̃ angulus a b g eſt rectus, erit linea m g diameter circuli per 30. tertij, & ducatur linea d a, ſit quoq; h quædam linea a d, ad quam ſe habeat linea d a ſicut linea e ad z per tertiam huius, & cum per 29. primi angulus d m g ſit æqualis angulo b a g, ſecetur ex angulo d m g angulus æqualis angulo d a g per 27. huius, & ſit angulus

gulus c m d, & ducatur m c donec ſecet circumferentiã in puncto c, & a puncto c ducatur linea ad diametrum m g, & uſq; ad circumferentiã quæ ſit linea c n, ſecans diametrũ m g in puncto l taliter, ꝙ linea l n ſit æqualis lineæ h datæ per 133. huius, & ducatur linea a g, & producatur d n linea concurrens cum linea a g in puncto q. Cum igitur angulus d m c ſit æqualis angulo d n c per 26. tertij, cadunt enim in eundem arcum qui eſt d c: palam, quia erit angulus q a l æqualis angulo d a q, & angulus a q l eſt æqualis angulo d q a per 15. primi, erit ergo per 32. primi angulus n q l æquiangulus triangulo d q a, igitur per 4. ſexti erit proportio lineæ a q ad q n, ſicut lineæ a d ad a l. Sed cum angulus d m g ſit æqualis angulo d n g per 26. tertij, qui cadunt in eundem arcum d g, eſt autẽ per 29. primi angulus d m g æqualis angulo b a g: patet, quia angulus q n g æqualis angulo b a g. Sit itaq; t punctus, in quo linea d m cõcurrit cum a b, eritq; per 15. primi angulus t q a æqualis angulo n q g, ergo per 32. primi erit triangulus t q a æquiangulus triangulo g q n, erit ergo per 4. ſexti proportio lineæ a q ad lineam q n, ſicut lineæ t q ad lineam q g, eſt igitur per 11. quinti proportio lineæ t q ad lineam a g, ſicut lineæ a d ad lineam n l, ſed linea n l eſt æqualis h aſſumptæ lineæ per 3. huius, & ꝓportio lineæ a d ad lineam h, eſt ſicut lineæ e ad lineã z, eſt ergo proportio lineæ t q ad lineam g a, ſicut lineæ e ad lineam z, q̃d eſt ꝓpoſitũ. Et ſi cõtingat ꝙ à pũcto c poſſint duci duæ lineæ ſimiles lineæ c l n, erit poſſibile à pũcto d duci duas lineas ſimiles lineæ t q, ita ſimiliter, ut utriuſq; ad partẽ quã ſecet ex baſe a g ſit ꝓportio ſicut lineæ e ad lineã z, & erit eadẽ demõſtratio. Plures aũt huius lineas q̃ duas nõ eſt poſſibile duci, ut patuit p 133. hui9, patet ergo ꝓpoſitũ, & licet hoc qđ hic ꝓponit̃ nõ uideat̃ penitus uniuerſale quantũ ad quælibet pũcta data, & quaslibet lineas datas, ad quarũ ꝓportionẽ fieri debeat ipſius baſis ꝓportio, nos tñ hoc ꝓpoſito theoremate niſi modo couenienti & poſſibili in ſequẽtibus utemur.

LIBER SECVNDVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS

VNiuerſalibus huius ſcientiæ axiomatibus mathematicis præmiſſis, in hoc ſecundo libro, ut præmiſimus, uniuerſali actioni ſenſibilium formarũ quædam præambula naturalia præmittentes, de modo proiectiõis luminis per medium unius diaphoni, uel plurium ſuper diuerſas figuras corporum, & de proiectione umbrarũ, & de figuratione lucis cadentis per feneſtras aggrediamur tractatum, ut de ijs ſine quibus ſermonem uiſibilium formarũ aggredi conueniens non fuit, prout in proceſſu poſtmodũ patebit, quæ uero præmittimus, ut nota ſenſui ſunt iſta.

DIFFINITIONES.

Corpus luminoſum, dicitur omne corpus qđ eſt ſui luminis diffuſiuum. Corpus diafonum dicitur omne corpus per quod lumini patet tranſitus. Corpus umbroſum dicitur corpus, per quod lumini non patet tranſitus. Lux prima dicitur illa quæ efficit ſecundã, ſicut lux intrans domum per feneſtrã, & illuminans domum reſiduam in loco cui incidit, dicitur prima, in angulis uero domus dicitur lux ſecunda. Lux minima dicitur, quæ ſi diuidi intelligatur, non habebit amplius actum lucis. Radius dicitur linea luminoſa. Linea radialis dicitur linea per quam fit diffuſio formarũ. Linea refracta dicitur linea, cuius partes angulum continent. Pyramis radialis, dicitur pyramis cuius baſis eſt in ſuperficie corporis ſuam formã diffundentis, & uertex in punctis alterius corporis cuiuſcunq;. Pyramis illuminationis dicitur illa, cuius uertex eſt in puncto corporis luminoſi, & baſis in ſuperficie rei illuminatæ.

PETITIONES.

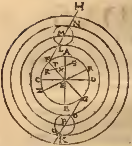
Petimus autem hæc, ut per ſe ſenſui nota, lucem compreſſam fortiorem eſſe luce diſ-

gregata. Item lucē fortiorē uehementius illuminare, & longius ſe diffundere. Item in abſentia luminis umbram fieri. Item in allatione luminis umbram deficere. Itē aliquā umbram in ſui termino acui, & ad punctum terminari. Item lucem ad omnē poſitionis differentiam æqualiter diffundi. Item lucem res coloratas pertranſeuntem illarum coloribus colorari, ut patet de luce tranſeunte uitrias feneſtras, quæ illoꝝ uitrorum coloribus informantur, ſecum formas illoꝝ colorū ſuper obiecta corpora deferendo. Item ꝙ natura nihil fruſtra agit, ſicut nec deficit in neceſſarijs.

THEOREMA I.

Radij quorumcunqꝫ luminum & multiplicationes formarum, ſecundum rectas lineas protenduntur.

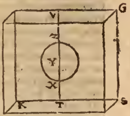
Hoc qđ hic proponitur, nō demonſtratione, ſed inſtrumentaliter pōteſt declarari, diuerſitas tamen antiquoꝝ ad hoc probandū pluribus & diuerſis uſa eſt inſtrumentis, nos uero utimur iſto qđ hic ſubſcribimus, ꝙ regularius huic ꝓpoſito credimus cōuenire. Aſſumatur itaqꝫ uas æneum rotundum conuenienter ſpiſſum, ad modum matris aſtrolabij, cuius fundi latitudo ſit unius cubiti, uel maior, & altitudo oræ eius ſit æqualis latitudini duorū digitoꝝ perpendicularis ſuper baſem uaſis, & in medio dorſi huius uaſis ſit perpendiculariter erectum aliquod corpus plurimū rotundū columnare, cuius lōgitudo ſit æqualis latitudini trium digitoꝝ, latitudo uero eius ſit minor uno digito, & ponatꝰ hoc uas ſecundū ſui puncta media in tornatorio, & torneturr quouſqꝫ periferia eius ſit intrinſecus & extrinſecus ueræ rotunditatis, & adæquentur planæ ſuperficies ipſius, & corpus columnare qđ eſt in medio dorſi, fiat rotundum. Signentur itaqꝫ in interiori ſuperficie fundi huius uaſis duo diametri orthogonaliter ſe ſecantes, quæ ſint a b & c d: palam, q̄m



illæ diametri tranſeunt per centrum circuli fundi ꝙ ſit e, deinde ſignetꝰ in baſi oræ iſtius uaſis, qui eſt circulus a c d, in diſtantia extremitatis alterius diametroꝝ productarū, ut diameter a b ſecundū latitudinem unius digiti punctū qđ ſit f, & ex hoc puncto tertia trahatur diameter per centrum e, quæ ſit f g, & à duobus terminis iſtius diametri f g ducantur duæ lineæ in intrinſeca ſuperficie oræ uaſis, quæ neceſſario erunt perpendiculares ſuper ſuperficiem fundi lamine, ideo, ꝙ ſuperficies oræ, in qua perpendiculares iſtæ producantur, ſunt erectæ ſup ſuperficiem fundi, ut patet ſupra. Illæ quoqꝫ perpendiculares ſint f h & g k, & in altera iſtaꝝ linearū ut in f h ſignentur tria puncta æquediſtantia ſecundū quantitatem medietatis grani hordei, quæ ſint l m n, quoꝝ primū qđ eſt l ſit propinquius baſi uaſis & ipſi puncto f, à quo diſtet per quantitatē medietati grani hordei, & deinde reducatur uas ad tornatoriū, & ſignenꝰ in ipſo tres circuli æquediſtantes, tranſeuntes per illa tria puncta l m n, qui circuli diuident lineam g k, iſtæ diuiſæ lineæ quæ eſt f h oppoſitam proportionaliter prius diuiſæ per 17. undecimi, ſintqꝫ diuiſiones lineæ g k puncta o p q. & fient in unoquoqꝫ iſtorū trium circuloꝝ duo puncta oppoſita, quæ ſunt extremitates alicuius diametri illorū circuloꝝ in puncto diuiſionis lineæ f h, qđ eſt punctum l, opponitur in linea g k puncto o, & ſit linea l o diameter circuli æquediſtantis circulo a b c d. & ſimiliter linea m p ſit diameter alterius circuli, & linea n q ſit diameter circuli tertij, diuidatur itaqꝫ medius iſtorū circuloꝝ in 360. partes, & ſi poſſibile fuerit per minuta, deinde ſuper lineam f h alterām duarum linearū ꝑpendiculariū quæ ſunt f h & g k punctū medium qđ eſt m, ꝑforetur foramen rotundū, & ſit medietas diametri foraminis ſecundū quantitatem diſtantiæ circuloꝝ quæ eſt linea m l, attinget ergo foramen illud ambos circulos extremos, & medius circuloꝝ diuidet circulum foraminis per æqualia, q̄m tranſit per centrum foraminis. Deinde accipitur lamina ænea plana aliquantulū ſpiſſa, & ſit eius ſpiſſitudo ſicut horæ ipſius inſtrumenti, & eius longitudo ſit duorū digitoꝝ ſicut & ora uaſis, & eius latitudo ſit prope hoc, & ſit æquediſtantiū ſuperficieꝝ, planeturqꝫ adeo, ut cōmunis ſectio ſuperficieꝝ ſuæ latitudinis & ſpiſſitudinis ſit linea recta, quæ ſit e s, diuidaturqꝫ in duo æqualia per 10. primi, &

ab

ab eius medio puncto qđ ſit t ducatur linea recta perpendiculariter ſuper ipſam lineam r g in ſuperficie latitudinis quæ ſit t u,& hæc,ut patet ex præmiſſis & per 29.primi,neceſſario æquediſtabit ambabus lineis longitudinis,diuidens ſuperficiem tabulæ per æqualia,& in hac linea perpendiculari quæ eſt t u,& à parte lineæ r s cui ſuperſtat incipiendo ſignentur tria puncta æqualiter diſtantia ab inuicem ſecundũ quantitatem medietatis grani hordei quæ ſint x y z,& à medio iſtorũ punctoꝝ quæ eſt y perforetur lamina foramine rotundo,ſicq; foraminis periferia ad alia duo puncta ꝑtingat,eritq; hoc foramen æquale foramini l m n prius facto in ora uaſis. Deinde in duo æqualia diuidatur ſemidiameter uaſis fundi quæ eſt f e,cuius extremitati in hora uaſis ſuperſtat una lineaꝝ ꝑpendiculariũ quæ eſt f h,ſitq; punctus diuiſionis t,& ab hoc puncto t ducatur linea perpendicularis ſuꝑ eãdem diametrũ quæ ſit k t s,deinde ponatur baſis paruæ laminæ ſuper hanc lineã,donec linea quæ eſt differentia cõmunis latitudinis & profunditatis laminæ quæ eſt r t s, ſupponitur lineæ iſti ꝑpendiculari ductæ ſuper diametrũ quæ ſimiliter eſt r t s,ſitq; punctus diuidens lineã laminæ,quæ eſt cõmunis differentia ſuperficieꝝ latitudinis & profunditatis,qui eſt punctus t,ſuperpoſitus puncto t,ſignato in linea f e ſemidiametro uaſis,deinde conſolidatᷓ parua lamina fundo uaſis,erit quoq; tunc foramen x y z qđ eſt in parua lamina,quæ eſt r u s, directe oppoſitum foramen l m a,quæ eſt in uaſis ora, & erit linea recta m y,copulans centra iſtoꝝ foraminum in ſuperficie circuli medij trium circuloꝝ prius ſignatorũ,cuius diameter eſt linea m p,eritq; linea m y æquediſtans diametro uaſis quæ eſt f e,deinde reſecetur ex ora uaſis pars interiacens duos diametros orthogonaliter ſe ſecantes,quæ ſit pars 4. proxime ſequens quartã illam in qua eſt foramen,cui foramen laminæ opponitur, & eſt in circulo a c b d,correſpondens arcui a d,& planetur locus ſectionis donec fiat una ſuperficies cum ſuperficie fundi uaſis,& ducta 4.circuli quæ ſit a d,ſecundũ quantitatem circuli horæ diuidatur per 90.grad.& diuidantur grad. in minuta,& iſti uaſi taliter informato & figurato,deinceps damus nomen inſtrumenti. Deinde accipiᷓ regula ænea quadrangula,cuius longitudo ſit unius cubiti,& ſint 4.ſuperficies ipſam continentis latitudinis duorũ digitoꝝ,& adæquatur ſuperficies eius,donec fiant æquales rectangulæ. Deinde in medio puncto longitudinis regulæ, & in medio alicuius illarũ ſuperficieꝝ fiat foramen rotundũ,cuius amplitudo ſit capax corpis,qđ eſt in dorſo inſtrumenti,& ſit foramen perpendiculare ſuper ſuperficiẽ regulæ tranſiens ad aliam partem ſuperficiei oppoſitæ,fiatq; taliter ꝙ reuoluatur in ipſo inſtrumentũ non leui reuolutiõe,ponaturq; inſtrumentũ ſuper regulam immiſſo corpore,ꝙ eſt in eius dorſo in foramen regulæ,donec ſuperficies inſtrumenti coniungatur ſuperficie regulæ,eritq; longitudo regulæ æqualis diametro inſtrumenti, fiantq; duæ pinnulæ latitudinis & ſpiſſitudinis regulæ, ſed longitudinis pluſq; unius digiti,quæ conſolidentur ſuper extremitates regulæ,ita,ꝙ ipſorũ præeminentia ſuper extremitates regulæ ſit unius digiti,uel parum plus,uel minus,& pinnulæ illæ conſolidatæ ſint ſuꝑ ſuperficiem regulæ non perforatã,& quia latitudo regulæ eſt duorũ digitoꝝ, altitudo uero corporis in dorſo inſtrumenti eſt trium digitoꝝ,ille tertius digitus quo corpus pinni et regulæ perforetur,ſicut in aſtrolabio,& imitatᷓ cuſpis continens regulã cum inſtrumento. Deinde aſſumatur alia regula ænea,cuius latitudo ſit dupla ſuæ ſpiſſitudini, ſpiſſitudo uero ſit æqualis diametro foraminis qđ eſt in ora inſtrumenti,& longitudo eius ſit æqualis medietati cubiti,fiatq; hæc regula recta & uera,& eius ſuperficies æquales & æquediſtantes. Deinde ſecetur illa regula in una ſui partẹ oblique,donec finis longitudinis eius cõtinuat cum tertio latitudinis angulum acutũ,ut facilius ualeat moueri. In parte uero altera ſit finis latitudinis eius perpendicularis ſuper finem longitudinis. Deinde diuidatur linea eius latitudinis in duo æqualia,& à puncto ſectionis ducatur linea æquediſtans lineis longitudinis quæ erit perpendicularis ſuper lineam latitudinis per 29.primi. Cum itaq; hæc re-





gula fuerit ſuperpoſita ſuperficiei fundi inſtrumenti taliter, ut eius ſpiſſitudo ſit orthogonaliter erecta ſuper fundum inſtrumenti, & ſuperficies latitudinis applicetur ſuperficiei fundi ipſius inſtrumenti, tunc eius ſuperior ſuperficies in ſuperficie circuli medij trium circulorum in ora inſtrumenti protractorum, cuius diameter eſt linea m p, ideo, quia ſpiſſitudo regulæ eſt æqualis diametro foraminis, & diameter foraminis quæ eſt n l, eſt æqualis lineæ perpendiculari exeunti à centro foraminis ſuper ſuperficiẽ planam inſtrumenti, quæ eſt linea m f, cui adiacet linea ſpiſſitudinis regulæ æqualis ipſi. Cum itaq; propoſitam concluſionẽ experimentaliter placuerit declarare, opponatur inſtrumentũ præmiſſum corpori ſolari, uel alteri corpori luminoſo cuicunq;, uel etiam candelæ, & applicetur centrũ foraminis inſtrumenti qđ eſt punctũ m, oppoſito corporis luminoſi ſecundũ qđ melius fuerit poſſibile, tranſibitq; radius luminoſus centra amborum oppoſitorum foraminũ unius in ora inſtrumenti, & alterius in tabella perforata exeuntia, quæ ſunt m & y, deſcribeturq; circulus luminoſus ex parte horæ inſtrumenti oppoſito foramini l m n directe per diametrũ m p, eritq; centrum illius circuli luminoſi in puncto p. qđ faciliter patere poteſt, ſi à puncto p ad utranq; partem periferiæ circuli medij illorum trium circulorũ, ſecundũ gradus & minuta diuiſi, partes interiacentes luminoſi circuli periferiã computentur, inuenientur enim æquales numeri hinc inde, eſt ergo punctum p centrum illius circuli luminoſi, linea itaq; m p, ſecundũ quã incidit radius, tranſiens per centrũ circuli utriuſq; foraminis, & per centrũ circuli luminoſi, tota eſt in ſuperficie plana circuli medij illorũ trium circulorum, & eſt diameter illius circuli, eſt ergo linea recta. & ſi aliqđ corpus forti colore medio coloratum, ut uiride uel rubeum, ponatur extra foramen oræ inſtrumenti, ita, ut lumen ſolis uel alterius corporis tranſiẽs per illud corpus, poſtmodum incidat foraminibus inſtrumenti, & tranſeat per illa, tunc ut patuit per ultimam præmiſſarum ſuppoſitionũ, circa punctum p in ora inſtrumenti deſcribetur circulus luminis colorati illo colore, color ergo mixtũ cum lumine diffudit formã ſuam ſecundũ lineas rectas, ſicut & ipſum lumen: patet ergo, quod radij quorumcunq; luminum & multiplicatiões formarum ſecundũ lineas rectas protenduntur, & hoc eſt propoſitum.

II.

Lumen non impeditum, per totum ſibi proportionatum medium in inſtanti neceſſarium eſt deferri.

Sit linea proportionata delationi luminis fortioris, ut eſt in lumine ſolis mundi diameter, quæ ſit linea a b c d, & ſit corpus fortiter luminoſum in puncto a. ſi ergo dicatur, quod lumen in tempore defertur per lineam a b c d, & non in inſtanti, ergo in parte illius temporis defertur per lineam a b, & in minimo tẽpore ſenſibili feretur per minimã partem ſenſibilẽ lineæ a b, quoniã ſi in tempore ſenſibili feretur per ſpaciũ inſenſibile, contingeret ſpacium ſenſibile ex inſenſibilibus componi, ſicut tempus menſuratũ poſt illud ſpaciũ compoſitũ ex temporibus ſenſibilibus in ſuis partibus feretur, ergo in tempore minimo ſenſibili per minimũ ſpacium ſenſibile, ſed in eodem tempore feretur per idem ſpacium forma luminoſi corporis debilioris, minus illo corpore fortiori luminoſo, quoniam minimo ſpacio ſenſibili non eſt aliqđ ſpaciũ ſenſibile minus, etiã minimo tempore ſenſibili non eſt aliqđ ſenſibile tempus minus, æqualis ergo uirtutis erunt lumen fortius & debilius, quod eſt impoſſibile, quoniam implicantur contradictoria, eſt ergo impoſſibile lumen in tẽpore per proportionatũ ſibi mediũ diffundi. neceſſe eſt ergo quod illa diffuſio fiat in inſtanti, qđ eſt propoſitum. Ad hoc etiam aliquæ deſeruiunt naturales rationes Ariſtotelis, quas, qui uoluerit percurrat, quia ſufficit nobis hoc unum inconueniens ſecutum.

III.

Omnis linea qua peruenit lux à corpore luminoſo ad corpus oppoſitũ, eſt linea naturalis ſenſibilis, latitudinem quandam habens, in qua eſt linea mathematica imaginabiliter aſſumenda.

Lux enim non procedit niſi à corpore, quoniam non eſt niſi in corpore, unde patet, quia in minima luce, quæ ſumi poteſt, eſt latitudo: quoniam minimã lucem dicimus, quæ ſi diuidatur, non habet amplius actum lucis, quia non erit uiſibilis, ſed utraq; pars extinguetur, quia

quia neutra pars ei9 erit lux, neq; apparebit ſenſui. Eſt ergo in linea radiali, ſecundũ quã ſit diffuſio luminis, aliqua latitudo ꝑpter quã ineſt ei ſenſibilitas, & in medio illius lineæ eſt linea mathematica imaginalis, cui omnes aliæ lineæ mathematicæ in illa linea naturali æquediſtantes erunt, & qm̃ lux minima ꝑcedit ad minimã corporis partem quam lux occupare poteſt, neceſſe eſt, ꝙ ꝑceſſus eius ſit ſecundũ lineam mathematicã, quæ eſt in medio lineæ ſenſibilis, & ſecundũ lineas extremas æquediſtãtes lineæ mediæ, neq; cadit lux minima in punctum mathematicũ corporis oppoſiti, ſed in punctum ſenſibilem correſpondentẽ omnibus prædictis mathematicis indiuiſibilibus, ad quos lineæ mathematicæ ipſius lineæ poſſunt terminari, & ob hoc utemur in demonſtrandis paſſionibus lucis figuratione linearum mathematicarum in proceſſu.

IIII.

Corpora diafona ſunt apta penetrationi luminis & coloris ſine eſſentiali ſui traſmutatione.

Hæc enim corpora ꝓprietatem habent, ut non prohibeant formas lucis & coloris ſe penetrare, attamen non mutantur à lucibus uel coloribus, nec alterantur ab eis alteratione fixa. Sed fit per illa diffuſio lucis & coloris ſecundum lineas rectas per primã huius, quaꝵ aliquæ ſunt æquediſtãtes, aliquæ ſecantes ſe, & quædã diuerſi ſitus, & omnium iſtarũ lineaꝵ diſtinctio fit per diſtinctũ ſitum corporis luminoſi, à quo fit diffuſio illius lucis uel coloris. Formæ itaq; lucis & coloris extenſæ à coloribus diuerſis in eodem diafono, extenduntur quælibet ipſaꝵ ſecundũ lineam rectam, & pertranſibunt ad corpora oppoſita. Corpus uero diafonũ non tingitur per luces uel colores, ſed ſolum penetratur, neq; enim talia corpora ꝓpter luces & colores perdunt ſuas formas, neq; tinguntur per luces & colores tinctura fixa, quia in eis non remanent formæ lucis uel coloris poſt receſſum lucis uel coloris ab ipſaꝵ oppoſitione, nõ ergo tranſmutantur illa corpora eſſentiali tranſmutatione per luces & colores, quod eſt propoſitum.

V.

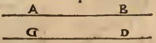
Luces & colores in corporibus diafonis non admiſcentur adinuicem, ſed penetrant diſtincti.

Huius rei experimentaliter declarandæ cauſa, ponantur in loco aliquo candelæ multæ localiter diſtinctæ, & ſint omnes oppoſitæ uni foramini pertranſeunti ad locum obſcurũ, & opponatur foramini in loco obſcuro aliqđ corpus non diafonũ, Luces itaq; candelaꝵ apparent ſuper illud corpus diſtincte ſecundũ numerũ candelaꝵ, & quælibet illarũ apparet oppoſita uni candelæ ſecundũ lineam rectam tranſeunte per foramẽ & per medium luminis lumen candelæ, & ſi cooperiatur una candela, deſtruetur unum lumen oppoſitũ illi candelæ tantũ, & diſcooperta candela, reuertitur lumen: palam itaq;, ꝙ luces in medio foraminis, ubi ſe interſecant omnes uel plures in puncto uno, non admiſcentur in eodem puncto, ſed ſunt diſtinctæ per ſui ipſaꝵ eſſentias, & ob hoc cum ulterius ꝓtenduntur, tunc ſecundũ locoꝵ, quibus incidunt, diuerſitatẽ localiter diſtinguuntur, & qm̃ lux res coloratas pertranſiẽs, illarũ coloribus coloratur, ut ſuppoſitũ eſt: palã, ſi lumen penetrat diſtinctũ & colores qui feruntur cum lumine, penetrabunt diſtincti, patet ergo propoſitum.

VI.

Proportio uirtutis totius corporis luminoſi ad totũ corpus luminoſum, eſt ſicut determinatæ partis uirtutis ad partẽ corporis ſibi ꝓportionabilẽ.

Sit corpus aliqđ luminoſum a b. Dico ꝙ ꝓportio uirtutis totius corporis a b ad totum corpus a b, eſt ſicut ꝓportio partis uirtutis q̃ eſt a, ad partem corporis quæ eſt a. Si enim nõ eſt iſtorũ eadem ꝓportio, aut ergo maior aut minor: ſit primũ maior, & ſit uirtus totius corporis a b ſignata per lineam g d, ſitq; g uirtus partis corporis quæ eſt a & d, ſit uirtus partis corporis quæ eſt b: quæ eſt ergo ꝓportio g ad a, eadem eſt d ad b, ergo per 18. quinti erit coniunctim g d ad a b, ſicut g ad a. Si ergo ꝓportio g ad a eſt maior ꝓportione g d ad a b, erit

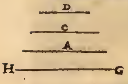


erit quoq; maior ꝓportio g d ad a b, q̃ g d ad a b, qđ eſt impoſſibile, non enim potuerint eſſe unius rei ad aliam duæ ꝓportiones, quarũ una maior alia, idem quoq; accidit impoſſibile danti, ꝙ minor ſit ꝓportio g partis uirtutis ad partem corporis quæ eſt a, quæ g d uirtutis ad a b corpus. Si enim minor eſt ꝓportio g ad a q̃ g d ad a b, & quæ eſt g ad a, eadem eſt d ad b per 3. primi huius, erit ergo per 18. quinti coniunctim ꝓportio totius uirtutis, quæ eſt g d, ad corpus a b minor ꝓportione g d ad a b, qđ eſt impoſſibile, eſt ergo ꝓportio g ad a, ſicut g d ad a b. & hoc eſt ꝓpoſitum, & eſt uniuerſale, niſi forte aliqd conferat unio uirtuti, qm̃ uirtus unita ſemper eſt fortior ſe ipſa diuiſa; unde tenet noſtra demonſtratio, quando partes non diuiſæ à toto agunt in ipſo toto non actualiter diſtinctæ, cum enim diſtinctæ ſunt à toto, tunc non ſunt partes, quia nomen partis, id qđ dicit ſignat potentiã non actum, & de hoc completius in alijs ſermo fuerit.

VII.

Omnis corporis luminoſi intranſmutabilis ſecundum formam uel ſitum in corpus aliud æquale & omogeneum, eidem immediate uel per medium uniforme oppoſitum, eſt ſemper actio æqualis & uniformis.

Sit enim dati alicuius corporis luminoſi uirtus a, & ſit corpus æquale & omogeneũ eidem oppoſitũ b g, & ſit impreſſio uirtutis a in b g corpora ſignata per c. Dico ꝙ a ſemper imprimit in corpus b g impreſſionem c, quæ eſt ſemper æqualis ſibijpſi & uniformis. Si enim detur ꝙ a quandoq; imprimit in b g impreſſionem quæ eſt c, qñq; uero nõ imprimit c, ſed aliud maius uel minus ipſo c, ut d, tunc cum corpus obiectum ſit omogeneũ & uniforme, erit diuerſitas impreſſionis non à corpore b g patiente, ſed à uirtute a diuerſificata in ſe, hoc autem eſt impoſſibile, cum corpus luminoſum poſitũ ſit intranſmutabile ſecundum formam & ſitum, eſt ergo ipſius actio ſemper æqualis & uniformis in corpus eidem immediate uel per medium uniforme oppoſitum, & hoc eſt ꝓpoſitum.



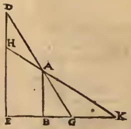
VIII.

Neceſſe eſt terminũ lõgitudinis cuiuslibet umbræ radiũ lumioſum eſſe.

Quod hic ꝓponitur, ſatis patet per præmiſſa principia, quoniam enim per tertiam ſuppoſitionem ſolum in abſentia luminis fit umbra, & p 4. ſuppoſitionẽ in allatione luminis umbra deficit, tunc neceſſario oportet in tanto ſpacio umbram cauſari, in quanto lumen deficit, & ubi lumen accedit, ibi umbra deficit. Terminus ergo longitudinis cuiuslibet umbræ cum ſit linea, patet ꝙ oportet, ut illa linea ſit luminoſa, eſt ergo illa linea radius luminoſus per diffinitionem radij, patet ergo ꝓpoſitum.

IX.

A terminis æquediſtantium altitudinum corporis luminoſi altioris, & corporis umbroſi baſſioris productæ lineæ, concurrentes ſunt ſuis altitudinibus proportionales, ex quo patet, ꝙ eadem altitudo corporis umbroſi ex lumine baſſiori longiorem proijcit umbram q̃ ex lumine altiori.



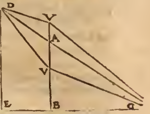
Sit altitudo corporis umbroſi cuiuſcũq; linea a b, & ſit altitudo alia illi æquediſtãs ipſius corporis luminoſi, quæ ſit d e, ſitq; linea d e maior q̃ linea a b, ꝓducanturq; lineæ e b & d a, quæ ꝓtractæ concurrant ad aliquã partem in puncto g per 2. primi huius. Dico ꝙ erit ꝓportio lineæ g b ad lineam g e, & linea g a ad lineã g d, ſicut lineæ a b ad lineam d e, quia enim linea b a æquediſtat lineæ d e ex hypotheſi: palam ergo per 29. primi, qm̃ angulus g b a eſt æqualis angulo g e d, & angulus g a b æqualis angulo g d e, angulus quoq; b g a cõmunis eſt ambobus trigonis d g e & a g b, ergo per 4. ſexti eſt ꝓportio lineæ g b ad lineam g e, ſicut lineæ b a ad lineam e d, ergo per 5. ptimi huius, erit econtrario ꝓportio lineæ g e ad lineam b g, ſicut li-

eut lineæ e d ad lineam a b: palam ergo eſt ꝓpoſitum, quoniã eodem modo demonſtrari poteſt de lineis g a & g d, & ex hoc patet, qm̃ eadem altitudo corporis umbroſi ex lumine baſſiori longiorem proijcit umbram q̃ ex lumine altiori. Eſto enim ꝙ aliqđ corpus luminoſum ſit in puncto h, cadatq́ꝫ radius h a in punctum lineæ e g, qđ ſit k, eritqꝫ ꝑ præmiſſum modum proportio e k ad b k, ſicut h e ad a b, ſed per 8. quinti proportio lineæ h e ad a b eſt minor q̃ d e ad a b, ergo per 11. quinti proportio e k ad b k eſt minor q̃ e g ad b g, multum ergo excreuit umbra b k reſpectu umbræ b g, ut patet per 10. quinti & per 4. primi huius, & ex hoc accidit, ꝙ umbræ lunares ſemꝑ ſunt lõgiores q̃ umbræ ſolares, & ita de alijs corporibus luminoſis altioribus & baſſioribus quibuſcunqꝫ, patet ergo ꝓpoſitum.

X.

Omnem radium luminoſum per medium unius diafoni trans uerticem alicuius corporis umbroſi protenſum, neceſſe eſt eſſe lineam unam rectam.

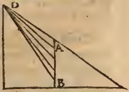
Remaneat totalis diſpoſitio proximæ præcedentis, & ſit punctus g finis umbræ, qa utiqꝫ, ut patet per 8. huius, cuiuslibet umbræ terminus eſt radius luminoſus. Dico ꝙ ille radius terminans umbram eſt linea recta, ut eſt in ꝓpoſita figura linea d a g, ſi enim non eſt recta linea d a g, tunc d a linea fit recta per primam huius, ideo, ꝙ nullam habet cauſam impedimenti in progreſſu, & linea a g ſimiliter eſt recta per idem, coniungitur ergo lineæ d a & g a angulatiter in puncto a: ſubtendatur illi ergo angulo utcunqꝫ contingat baſis à punctis d & g, & ſit linea d u g recta, & protrahatur uel abſcindatur linea a b, trigonum itaqꝫ e d b g diuiditur per lineã d u æquediſtantem lineæ e d, ergo per 29. primi erunt trigoni e d g & b u g æquianguli, ergo per 4. ſexti erit ꝓportio lineæ g e ad lineam g u, ſicut lineæ e d ad lineam d u. Sed per proximam præmiſſam eſt ꝓportio lineæ g e ad lineam b g, ſicut lineæ d e ad lineam b a, eſt ergo ꝑ 11. quinti eadem ꝓportio lineæ d e ad ambas lineas b u & b a, qđ eſt contra 8. quinti, & impoſſibile, ad minorẽ enim maior, & ad maiorem minor eſt proportio, uel ſequetur maiorem lineam eſſe æqualem minori ꝑ 9. quinti, hoc autẽ eſt impoſſibile. Oportet ergo ut radius d a g ſit linea una recta, quod eſt propoſitum.



XI.

Omnia corpora denſa non diafona in partem luminoſo corpori aduerſam umbrã proijciũt uſqꝫ ad incidentiã radij per rei denſæ uerticẽ ꝓducti.

Quia enim in corporibus denſis nõ diafonis natura diafoneitatis & tranſparentiæ eſt impedita per admixtionẽ corporũ opacoꝝ terreorum, ſunt enim omnia talia naturæ terreæ à dño, neceſſe eſt ergo, ut tranſitum luminis impediant, ergo per petitionem in abſentia luminis umbroſitatem efficiunt in ea parte, in qua per ipſas luminis exceſſus impeditur, hoc autem eſt in parte aduerſa corpori luminoſo. Sit autem aliqđ talium umbroſoꝝ corporũ, cuius altitudo ab horizonte ſit a b, & eius uertex a, & ſit corpus luminoſum altius q̃ linea a b, cuius aliquis ſupremus punctus ſit d, radij itaqꝫ in tota linea a b incidentes, impediuntur à tranſitu ꝓpter corporis opacitatem, cadat uero radius d c proximus ſuꝑ radiũ d a, hic ergo radius, quia non impeditur, tranſit ultra corpus a b, in ſua ergo incidentia quæ ſit c affert lumẽ, deficit ergo umbra, & patet propoſitum.

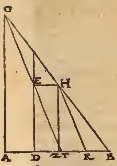


XII.

Aequalium altitudinum corporum umbroſorum, quod fuerit corpori luminoſo ſe altiori propinquius, breuiorem facit umbram.

Sit ſupremus punctus corporis luminoſi g, ꝙ ſit altius duobus corporibus umbroſis, cuius altitudo à ſuperficie horizontis ſit linea a g, ſintq́ꝫ duorum corpoꝝ umbroſorũ æquales altitudines erectæ ſuꝑ lineam a b, productam in ipſa ſuperficie horizontis quæ

ſint d e & z h, quarum d e ſit propinquior corpori luminoſo a g & z h remotiore, ducaturq́ per uerticẽ corporis d e radius g e t, qui erit linea una ꝑ 10. huius, & per uerticem corporis z h ducatur radius g h b, erit itaq; per præmiſſam corporis d e umbra d e t, & corporis z h umbra z h b. Dico ꝙ umbra d e t eſt minor ꝗ̃ umbra z h b, ducatur enim à puncto h linea æquediſtans lineæ e t ꝑ 31. primi, quæ ſit h k: palamq́ per 2. primi huius, quoniã linea h k concurret cum linea a b cum qua concurrit eius æquediſtans quæ eſt linea e t, & quoniã lineæ h b & e t concurrũt in puncto g ſupremo puncto corporis luminoſi, cadet ergo punctũ k ꝑ 2. & ꝑ 14. primi huius inter duo pũcta t & b, copuletur ergo linea e h, quæ ꝑ 33. primi ex hypotheſi æqualis & æquediſtans erit lineæ d z. Sed ꝑ 34. primi lineæ e h & t k ſunt æquales, lineæ ergo t k & d z ſunt æquales, addita ergo linea z t, utrobiq; erit linea d t æqualis lineæ z k, ergo ꝑ primam ſexti umbra z h k eſt æqualis umbræ d e t, quoniã ſunt eiuſdem altitudinis ex hypotheſi, ſed umbra z h k eſt minor ꝗ̃ umbra z h b, quoniam eſt pars eius, ergo & umbra d e t eſt minor ꝗ̃ umbra z h b, patet ergo propoſitum.



XIII.

Vmbra lineæ rectæ perpendiculariter corpori luminoſo oppoſitæ, infixæ ſuperficiei corpori denſi nulla eſt, eleuatæ uero eſt linearis, apparet autem punctualis.

Si enim per ſuppoſitionẽ 3. in abſentia luminis ſit umbra, tunc patet, ꝙ ſi lineã mathematicam naturalis corporis ſupficiei infixam, accidit luminoſo corpori ꝑpendiculariter offerri, non impedietur, niſi unita linea radialis à tranſitu cum alijs lineis radialibus quæ tranſeunt ad ſupficiem illius corporis, nulla uero aliarum lineaꝝ radialiũ impeditur ꝓpter obiectũ illius lineæ, aliàs enim accideret duas uel plures lineas radiales cum una linea ꝑpendiculari ipſis obiecta in uno puncto cõcurrere, qđ eſt impoſſibile, quia indiuiſibilia in nullo ſe excedunt. Cum autẽ radius non ſit aliud ꝗ̃ linea luminoſa, ut patet per diffinitionem, palam, ꝙ radius ad modũ lineæ incidit ſupficiei corporis ſecundum punctum, ergo & impedĩ ſecundũ punctum. Sed in allatione luminis umbra deficit per 4. ſuppoſitionẽ, quia ergo unicus radius eſt impeditus, & ille incidit ſecundũ punctum, palam ꝙ non manet aliqua umbra. Cum uero linea eleuatur ſuper denſi corporis ſuperficiem, ubicunq; ſub linea ponatur denſa ſupficies, umbra inuenitur: & ſi per diuerſa puncta fiat deſcenſus, palam, quia umbra proijcitur linearis, eo, ꝙ intra quælibet duo puncta eſt lineam mediam ducere, apparet autem ſemꝑ punctualis in concurſu ſui cum ſuperficie corporis denſi, quia ibi ſolũ cum umbra denſitatis ſuperficiei commiſcetur, patet ergo illud quod proponebatur.

XIIII.

Vmbra ſuperficiei planæ cuiuſcunq; figuræ perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis luminoſi infixæ, corpori denſo nulla eſt, eleuatæ uero eſt ſuperficialis, ſed apparet linearis recta.

Hoc patet per præcedentẽ, ad ꝗdlibet enim punctũ lineæ terminantis quãcunq; datam ſuperficiẽ corpori luminoſo ꝑpendiculariter oppoſitam, contingit ducere lineam ꝑpendiculariter oppoſitam corpori luminoſo. Vmbra ergo cuiuslibet illarum lineaꝝ ſupficie ꝓpoſita exiſtente infixa corpori denſo, nulla eſt, ergo neq; umbra totius ſuperficiei ſit aliqua eleuata niſi ſuperficie oppoſita ab illo denſo corpore, umbra cuiuslibet illarum lineaꝝ ꝑ præcedentẽ ꝓpoſitionem eſt punctualis, aggregata uero talia puncta, uidentᷣ lineam conſtituere, apparet ergo umbrã ſuperficiei taliter eleuatæ umbra linearis, & quoniam ſupficies circulares ex ſuis diametris ex alijs ꝑpendiculariter ſuper corpus luminoſum ꝓductis, non accipiunt niſi puncta umbraꝝ, quæ ad lineam rectam inferius concurrunt, quia impediunt tranſitũ rectæ lineæ ipſarũ umbra linearis recta, non enim cauſantᷣ umbræ à figura quorũlibet obiectaꝝ, niſi ſecundũ ꝙ tranſitus luminis impeditur, cuiuſcunq;

cunq; ergo figuræ fuerit ꝓpoſita ſuperficies, umbra apparens ſemp erit ſuperficialis, uidebitur autem linearis ꝓpter præmiſſas cauſas, patet ergo propoſitum.

XV.

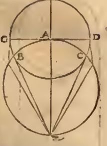
Omnis corporis denſi, cuius æqualis uel amplior eſt baſis contrapoſita ſibi ſuperficie perpendiculariter corpori luminoſo oppoſito infixi corpori denſo, umbra nulla eſt, eleuati uero eſt corporalis, uidetur aũt ſuperficialis.

Verbi gratia: Sit columna rotunda, uel aliud corpus, cuius baſis ſit æqualis uel amplior ſupficie illius eiuſdẽ corporis contrapoſita ipſi baſi, ſi ipſius corporis ſuperficies terminetur ad unum punctũ, ut eſt in pyramide, ꝙ infigatur ſupficiei alicuius corporis ſolidi, & perpendiculariter opponatur corpori luminoſo, dico ꝙ uerum eſt qđ ꝓponebat. Si enim illud corpus ſit columna rotunda uel aliud corpus, cuius baſis ſit æqualis ſuperficiei contrapoſitæ baſi, & aduerſæ corpori luminoſo, patet, qm̃ radij luminoſi ex omni parte ſecundũ lineas longitudinis perueniunt ad baſem, nulla ergo fit umbra, & idem patet, ſi illud corpus ſit pyramidale, uel ſi baſis ſit maior ſibi contrapoſita ſupficie aduerſi corporis luminoſi, tunc enim lumen nullatenus impeditur, ꝙ tñ accideret, ſi ſuperficies aduerſa corpori luminoſo eſſet amplior ipſa baſi corporis umbroſi, tunc enim impedito tranſitu luminis cauſaretur umbra. Sed quacunq; figura corporis exiſtente, ſi ipſum eleuetur ab alio corpore cui fuit infixum, apparebit umbra ſuperficialis: ſuperficies enim ſecantes corpus, & ꝑpendiculariter ſuperficiei corporis luminoſi incidentes, umbram conſtituunt linearem per præmiſſam, & quia tota ſuperficies corporis oppoſita luminoſo corpori per tales ſuperficies exhauritur, lineæ uero tales cõiunctæ ſuperficiem conſtituunt, palam, omnis corporis ſic diſpoſiti umbram ſuperficialẽ apparere, erit autẽ illa umbra neceſſario corporalis, quoniã erit dimenſionata dimenſionibus corporis, qđ poteſt declarari ut prius, patet ergo propoſitum.

XVI.

Longior radius ad ſphæram uel circulum columnæ uel pyramidis rotũdarum perueniens, quaſi linea contingens eſt.

Sit circulus magnus ſphæræ uel columnæ uel pyramidis rotũdæ, qui d g, cuius centrum ſit punctum a, & diameter g d, & qm̃ lumen ad omnem differentiã poſitiõis ſe diffundit, ſicut patet ꝑ 6. ſuppoſitionẽ, ſit punctum corporis luminoſi z, cuius lumen ſe diffundit ſup circulum d g, ducaturq; linea z a à puncto corporis luminoſi ad centrum illuminati circuli, & ſecundũ diametrum a z deſcribatur circulus, ſecans circulum d g in punctis e & b, & copulentur radij z e, z b. Dico ꝙ radij z e & z b ſunt contingentes ſphæram, uel aliud aliorum corpoꝝ, & ꝙ nulli radij longiores illis poſſunt ad illa corpora peruenire: ducantur enim à centro circuli g d, qđ eſt punctum a, ad puncta ſectionum b & e, lineæ a e & a b, palam ergo ꝑ 30. tertij, q̃niam duo anguli z e a & z b a ſunt recti, ergo per 15. tertij patet, ꝙ lineæ z e & z b contingunt circulum g d, ꝑductæ ergo non ſecabunt circulum g d: ſunt itaq; lineæ z e & z b longiores lineæ, quæ à puncto z ad illa corpora duci poſſunt. Si enim detur, ꝙ aliqui longiores radij duci poſſunt à puncto z ad illa corpora, patet per 8. tertij, ꝙ illæ nõ cadent in arcum e b, ipſæ ergo productæ ſecabunt lineas z e & z b prius ꝙ̃ perueniant ad arcus e g uel b d, duæ itaq; lineæ rectæ includent ſuperficiem, qđ eſt impoſſibile, & hoc quidem nõ ſolum demõſtrabile eſt in corporibus illuminandis, ſed etiam per eundem modum demonſtrari poteſt de corporibus luminoſis, quia & ab illis longior radius obiecta corpora incidens, ipſa corpora luminoſa eſt contingens, patet ergo ꝓpoſitum.

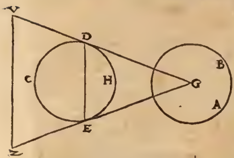


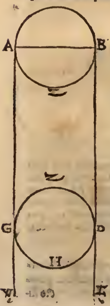
XVII.

Impoſſibile eſt, ut lumen egrediens à corpore luminoſo, egrediatur tantum à centro corporis luminoſi, ex quo patet, ꝙ neceſſe eſt à quolibet pun-

cto ſuperficiei corporis luminoſi diffundi radios luminoſos.

Si enim dicatur ꝙ radij luminoſi tantum egrediuntur à centro corporis luminoſi, ſit corpus luminoſum circulus a b, cuius centrum g, ſitq́ corpus illuminatũ circulus d e, à centro g corporis luminoſi egrediuntur duo radij longiſſimi, qui poſſunt ab illo pũcto a corpori illuminando incidere, qui ꝑ præmiſſam erunt duæ lineæ contingentes fines corporis illuminati, quæ ſint g d u, g e z, & puncta contactuũ quæ ſint d & e copulentur per lineam d e & ei, æquediſtanter ducatur linea u z, ꝑ 31. primi, erit q́ pars corporis illuminati ſuper quã cadit lumen pars d h e, & pars obſcura ſuper quã nõ cadit lumẽ, quæ d c e, & quia pars ſupra quã non cadit radius, non illuminatur, ergo ꝑs contenta ſub terminis u d c p e z eſt umbroſa, obſcurans lineas d e & u z æquediſtãtes: ſunt itaq́ per 29. primi trigoni u g z & d g e æquianguli, quia angulus d g e eſt cõmunis ambobus trigonis, eſt ergo ꝑ 4. ſexti ꝓportio lineæ g e ad lineam g z, ſicut lineæ d e ad lineam u z, ſed linea z g eſt maior ꝙ̃ linea e g, ergo linea u z eſt maior ꝙ̃ linea d e, umbra ergo corpoꝝ omniũ cuiuſcunq́ ſint ꝓportionis ipſarũ diameter ad diametros corporis luminoſi ſemper eſt maior corpore umbroſo, & ſemper augmẽtantur ſecundũ modum q̃ elongãtur ultra corpus umbroſum, cuius contrariũ notũ eſt ſenſui. Unde fuit ſuppoſitũ in principio aliquã umbram in ſui termino acui, & ad punctum terminari, palam ergo eſt ꝓpoſitum. Et cum lumen egrediatur à corpore luminoſo, & non ſolum à centro, ut oſtendimus, manifeſtum eſt corollariũ, quoniã à quolibet puncto ſuperficiei corporis luminoſi neceſſe habet egredi ad corpora illuminanda, corpus enim luminoſum ſecundũ qđ huius unigeneum eſt, unde qua ratione dabitur ab uno puncto ſuæ ſuperficiei lumen diffundi, eadem ratione dabitur de quolibet aliorum punctorum, patet ergo propoſitum.





XVIII.

Impoſſibile eſt, ut à ſuperficie corporis luminoſi egrediantur radij ſolum æquediſtanter corpori illuminando incidentes.

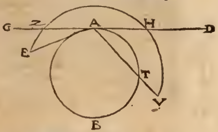
Si enim hoc dicatur eſſe neceſſarium, tunc ſequeretᷓ euidens impoſſibile. Sit enim corpus luminoſum, cuius diameter a b, & corpus illuminatũ d g, & ꝓducantᷓ à corpꝫ luminoſi duo radij lõgiores, q per 16. huius erũt duæ lineæ cõtingentes fines corporis g d, quæ ſint a g e & b d h, & ſint æq̃diſtantes ex hypotheſi, pars ꝗq́ illuminata ſuper quã cadit lumẽ ſit g z d, & pars ſuꝑ quã cadit umbra ſit g h d, umbra ergo cõtinetᷓ à duabus lineis e g & d u, quæ ſint æq̃diſtãtes. Si ergo unicuiq́ corpori illuminãdo correſpõdeat æqualis ſibi pars corporis illuminãtis, tũc enĩ ſolũ ſecundũ lineas æquediſtantes radij incident per 33. primi, patet ergo, ꝙ omnis umbra in omni ſui parte æqualis erit ſuæ rei umbroſæ, igitur nõ augebitur umbra, neq́ minuetur, ſed ꝓtendetur ſuper in infinitum, qđ eſt contra ſuppoſitionem, habet enim aliqua umbraꝝ terminũ acutum, eſt ergo hoc impoſſibile, oppoſitum eſt ergo neceſſarium, & hoc eſt ꝓpoſitum.

XIX.

Oĩs punctus corporis luminoſi eam partẽ corporis umbroſi illuminat, ad quã ab eodẽ pũcto rectas lineas poſſibile eſt

le eſt produci, ex quo patet, ꝙ unus punctus luminoſi corporis non illuminat omne umbroſum corpus.

Sunt enim corpora luminoſa unigenea in ſuis partibus, non ergo diuerſificatur effectus ſuarum partium, neq; eſt poſſibile, ut ab una parte illuminet, & non ab alia, non tamē ab uno puncto corporis luminoſi ad ꝗdlibet punctum umbroſi corporis poſſunt rectæ lineæ ꝓduci, & ob hoc unus punctus non illuminat omnia, ſed illuminantur corpora umbroſa à diuerſis punctis corporis luminoſi. Sit enim corpus luminoſum circulus a b, qđ contingat linea d g ſuꝑ punctum a per 16. tertij, ſitq; corpus illuminatum concauū arcus e b, & ſecet ipſa linea d g ſuper duo puncta z & h. Dico ꝙ poſſibile eſt omnē arcum z h illuminari à puncto a corporis luminoſi, qm̄, ut patet, poſſibile eſt, ut ab omni puncto arcus z h ducatur linea recta ad punctum a, & ab arcu z e, & ab arcu h u aliquas lineas duci ad punctum a eſt impoſſibile ꝑ 15. tertij, qm̄ inter lineam g d contingētem circulum a b aliquā lineam rectam intercipi eſt īpoſſibile. Si ergo aliqua linea ab aliquo punctoꝝ illorum arcuū ducatur ad punctum a, illa neceſſario ſecabit circulum, ſicut linea u a ſecat circulū a b in puncto t priuſq; ꝑueniat ad punctum a, & ſimiliter eſt de oībus lineis à quocunq; puncto arcuum u h & z e ad punctū a ꝓductis, omnes enim ſecāt circulum a b in alio puncto ab ipſo puncto a priuſq; ꝑueniant ad punctum a: radius itaq; exiens à puncto a, non illuminat ambos arcus u h & z e, ſed ſolum arcum h z, ſed illos arcus ab alijs punctis luminoſi corporis circuli a b, à quibus ad eoſdem arcus rectę poſſunt ꝓduci lineæ nihil prohibet illuminari. Et ſimiliter eſt de alijs quibuſcunq; corporibus illuminantis, qm̄ ſi corpora concaua de quibus plus uidetur, ꝙ poſſint ab uno puncto illuminari, non illuminātur ab uno puncto coporis luminoſi, ergo multo minus corpora recta plures planas ſuperficies habentia, uel corpora ſphærica, uel alia cōuexa, poſſunt ab uno puncto luminoſi corꝑis illuminari, patet ergo ꝓpoſitū & eius corollarium.



XX.

A puncto cuiuslibet corporis luminoſi lumen diffunditur ſecundum omnem rectam lineam, quæ ab illo puncto ad oppoſitā ſuperficiē duci poteſt, unica tantum linea perpendiculariter ſuperficiei obiecti corporis incidente, ex quo patet lucem cuiuslibet puncti corporis luminoſi ſecundum pyramidem illuminationis diffundi.

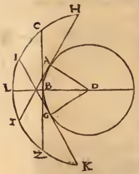
Quod enim lux cuiuslibet corporis luminoſi diffundatur ſecundū omnem lineā ducibilem ab illo puncto ſuper ſuperficiem corporis obiecti ad omnem poſitionis differentiam, hoc patet per præmiſſam. Qđ autem unica tantū lineaꝝ ab aliquo uno puncto corporis luminoſi ꝓductarū ad ſuperficiem unam corporis oppoſiti ſit perpēdicularis, hoc patet ex 20. primi huius. Vnica ergo linea perpendiculariter incidit ſuperficiei ſibi oppoſitæ, omnes uero aliæ lineæ ab eodem puncto ꝓductæ, incidūt oblique, patet ergo ex hoc, ꝙ cuiuslibet puncti corporis luminoſi lumen ſecundū pyramidem illuminationis diffunditur, cuius uertex eſt in pūcto corporis luminoſi & baſi in ſuperficie corporis obiecti, & hoc quidā inſtrumentaliter, patet per primam huius, lumine enim tranſeunte foramen inſtrumenti, cuius centrum eſt punctū m, & diffuſo in ipſo in partem oppoſitā oræ inſtrumenti ſecundum circulū, cuius centrum eſt punctū p, erit circulus p maior circulo m, qđ ſenſibiliter poteſt uideri. Computatis hinc inde partibus in ora inſtrumēti, quæ interiacent periferias illorum circuloꝝ & centra, patet ergo ꝓpoſitum.

XXI.

Corporis umbroſi pars, cui à pluribus partibus corporis luminoſi lumen

incidit, plus illuminatur, ꝙ̃ pars cui à paucioribus, ex quo patet unũquodqꝫ umbroſum circa radium ſibi perpendiculariter incidentẽ plus illuminari.

Sit corpus luminoſum circulus a b g, cuius centrum ſit d, ſitqꝫ arcus ſui concauitate reſpiciens corpus illuminandũ qui a b g, diuiſus per æqualia in puncto b, & ducatur linea z e contingens circulum in pũcto b per 16. tertij, & à puncto g contingat circulũ linea i k, & in puncto a linea t h, ſitqꝫ corpus umbroſum arcus k z t i c h, ducatᷣ quoqꝫ linea ꝑ b l à centro corporis luminoſi ad corpus umbroſum, eritqꝫ hæc ꝑpendicularis ſuper lineam c z, cõtingentem circulum in puncto b per 17. tertij, unaquæqꝫ igitur partium arcus h t illuminatur à puncto a corporis luminoſi per 19. huius, punctus ergo b illuminatur à puncto a, ſimiliterqꝫ arcus k i illuminatur à puncto g, & punctus l, totusqꝫ arcus z c illuminatur à puncto b, ergo & punctus l, punctus itaqꝫ l illuminatᷣ à tribus punctis corporis luminoſi. ſ. punctis a b g, & totus arcus t i eſt cõmunis illuminationi trium punctoꝝ a b g, arcus uero c i eſt cõmunis duabus tantũ illuminationibus punctoꝝ a & b, arcus quoqꝫ z t eſt ſimiliter cõmunis duabus tantũ illuminationibus punctoꝝ l & g, qm̃ eſt cõmunis arcubus z c & k i ab illis duobus punctis illuminatis, arcus uero h c illuminatur tantũ ab uno puncto a, & arcus z k ab uno tantũ puncto g. Illuminatio ergo

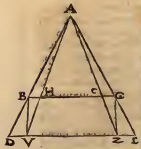


arcus t i triplicatũ habet lumen, ꝙ arcus z t & c i habent duplum, & ꝙ arcus c z & z k habent ſimplum, magis ergo omnibus alijs arcubus illuminatur arcus t i, qui eſt circa lineã ꝑpendicularem, quæ eſt l d, & illuminatio duorũ arcuũ z t & c i eſt æqualis, qm̃ à totidẽ punctis corporis luminoſi illuminatur unus ut alius, ipſorũ uero amboꝝ illuminatio maior eſt illuminatione duorũ arcuum c h & z k, eritqꝫ ſemper ꝓportio exceſſus illuminationis ſecundũ numerum punctoꝝ corporis illuminantis reſpicientis partem corporis illuminati, patet itaqꝫ ex ijs, qm̃ ſemper id qđ eſt ꝓpinquius perpendiculari fortius illuminatur illo, qđ eſt remotius ab eadem perpendiculari, ſuper ipſam namqꝫ plus luminis cadit, ꝙ à pluribus luminoſis partibus illuminatur, quod enim nunc demonſtratum eſt in arcu k h, ſimiliter accidit in alio corpoꝝ quocunqꝫ, exemplificauimus autem iſtũ in corpore concauo, quoniam illud uidetur plus uniformiter debere illuminari, patet ergo ꝓpoſitum.

XXII.

Omne corpus umbroſum puncto luminoſo ꝓpinquius, illuminatur ab illo puncto fortius corpore plus diſtante.

Sit corpus luminoſum in puncto a, & corpus illuminatũ ſit apud lineam b g, & copulentur lineæ a b & a g, uirtus itaqꝫ corporis a illuminans corpus b g, illuminat in aërem medium, qui continetur in triangulo a b g, & ducatur linea d e æquediſtans lineæ b g e per 31. primi, ſitqꝫ linea b g ꝓpinquior corpori luminoſo in puncto a exiſtenti ꝙ̃ corpus d e. Dico ꝙ corpus b g fortius illuminatur ꝙ̃ corpus d e, ſit enim ut radius a b cadat in puncto d, & arcus a g in punctum e, & à puncto b ducatur ſuper lineam b e linea perpendicularis ꝙ̃ ſit b u, & à puncto g perpendicularis quæ ſit g z per 12. primi, erit ergo per 34. primi linea u z æqualis lineæ b g, & linea b u æqualis lineæ z g. Ducantur itaqꝫ lineæ u a & z a, hæc ergo ſecabunt lineam b g per 2. primi huius, ſecet ergo ipſam linea u a in puncto h, & linea z a in puncto t, quia ergo uirtus imprimens lumen in corpus b g eſt diffuſa per totum triangulum a b g, uirtus autem illuminans corpus u z æquale corpori a b, eſt diffuſa ſolum per trigonum a h t, & quia per primã ſexti triangulus a b g eſt maior triangulo a h t, quoniã baſis b g eſt maior baſe h t, plus itaqꝫ luminis diffuſum eſt in trigono a b g, ꝙ̃ in trigono a h t, in quolibet enim iſtorum trianguloꝝ puncto eſt lumen æqualiter



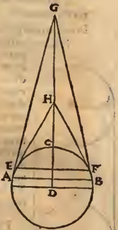
diffuſum

diffuſum. Lumē ergo incidēs corpori exiſtenti in linea u z, illud corpus debilius illuminat ꝙ corpus b g, quia paucius ſibi lumen incidit, ꝓportio enim uirtutis luminis incidētis lineæ h t ad impreſſionem ſuam in corpus u z, eſt minor ꝓportione uirtutis incidentis lineæ b g ad impreſſionē ſuam in corpus u z per 8. quinti, qm̄ ut patet ex præmiſſis, lumen incidens lineæ b g eſt plus lumine incidente lineæ h t. Proportio uero uirtutis incidentis lineæ h t ad impreſſionem ſuam in corpus u c, eſt ſicut ꝓportio uirtutis incidentis lineæ b g ad impreſſionē ſuam in corpus b g per 6. huius, ergo per 16. quinti erit permutatim ꝓportio uirtutis peruenientis ad lineam h t, ad uirtutem peruenientē ad lineam b g, ſicut impreſſionis factæ in corpus u z ad impreſſionē factā in corpus b g. Sed per præmiſſa lumen perueniens ad lineam h t eſt debilius lineæ ꝑueniente in lineam b g, ergo impreſſio perueniens à linea h t in corpus u z, eſt debilior impreſſione perueniente à uirtute luminis incidentis lineæ b g in corpus b g, corpus itaq; ꝓpinquius corpori luminoſo fortius illuminatur ꝙ remotius ab eodem, & hoc eſt propoſitum.

XXIII.

Puncto remotiori à corpore luminoſo incidunt radij à pluribus punctis corporis luminoſi ꝙ puncto propinquiori.

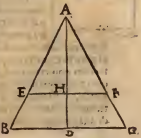
Sit corporis luminoſi circulus a b c, cuius cētrum d, & ducatur ꝑpendicularis d g, in qua ſignent̄ duo puncta g remotior, & h ꝓpinquior. Dico ꝙ puncto remotiori qui eſt g, incidunt radij à pluribus punctis corporis luminoſi ꝙ ipſi puncto h, ducantur enim radij longiſſimi à corpore luminoſo ad punctū h, erunt itaq; per 16. huius illi radij contingentis ſphæram. Contingāt itaq; radij incidentes puncto g in pūctis a & b, & radij incidentes puncto h contingant ſphærā in punctis e & f, palam, quia per 60. primi huius, qm̄ puncta contingentiæ e & f cadent intra puncta d & b, quia itaq; punctum h ſolum irradiatur à punctis arcus e c f, & non ab alijs. Punctū uero g irradiatur à punctis arcus a c b, qui eſt maior arcu e c f, patet propoſitum, quoniā punctum g illuminabitur à ſuperficie corporis luminoſi, quā per æqualia diuidit arcus a c b, & punctū h illuminabit̄ à ſuperficie corporis luminoſi, quā per æqualia diuidit arcus e c k tamē ꝓpter radiorum fortitudinē quæ ſequitur ipſorꝯ breuitatē fortius illuminabitur punctum h à paucioribus radijs ꝙ punctū g à pluribus, multiplicitas enim luminis in puncto remotiori eſt ex concurſu radiorꝯ multorū oblique incidentiū & debilium, ſed in puncto propinquiori fortificabit̄ lux ex breuitate radij ſecundum quā à corpore luminoſo immittitur plus uirtutis.



XXIIII.

Omne corpus luminoſum minus ſpacium à quo non egreditur fortius illuminat ꝙ ſpacium maius illo.

Quod hic proponitur, ſatis patet per exemplum, una enim candela paruam camerā fortius illuminat ꝙ domum uel cameram maiorē, poteſt tamē idem figuraliter demōſtrari: Eſto enim, ut ſit punctus aliquis corporis luminoſi a, à quo per ſpacium magnū, in quo ſit linea b g, diffundantur radij a g, a b, a d, & ſit radius a b perpendicularis ſuper lineam b g, illuminatur itaq; ſpacium totum b g ſecūdum has lineas à puncto a ſibi incidens, abſcindatur itaq; à linea a b linea a e ut placuerit, & à linea g e abſcindetur linea a f æqualis lineæ a e, productaq; linea e f, ſecet lineam perpendicularem quæ eſt a d in puncto h. Si ergo in linea e h f terminetur ſpacium ne lumen ultra pertranſeat, erit illud ſpacium minus ſpacio terminato per lineam b g d per 2. ſexti. Omnes autem radij peruenientes ad lineam b g, perueniāt ad lineam e f,



plus

plus ergo aggregantur radij in ſpacio e f ꝗ in ſpacio b g, fortiores ergo fiunt cū ſint uirtutis plus unitæ, magis ergo agunt ꝗ in ſpacio b g, in quo ſunt diffuſiores, plus ergo illuminatur ſpacium minus, cum ad eius terminos uirtus luminis terminatur, ꝗ ſpacium maius illo, & hoc eſt propoſitum.

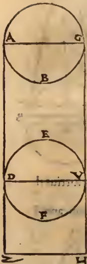
XXV.

Omnis axis uel diameter corporis umbroſi non perpendiculariter reſpiciens ſuperficiem corporis ſphærici luminoſi, alicui diametro illius corporis æquediſtat.

Sit enim axis uel diameter corporis umbroſi linea a b, non perpendiculariter reſpiciens ſupficiem corporis luminoſi ſphærici, cuius centrum ſit punctum c. Dico ꝙ linea a b æquediſtat alicui diametrorū corporis c, ducatur enim linea a c à termino lineæ a b ad centrum corporis luminoſi, & ſuper punctum c terminū lineæ a c, fiat angulus æqualis angulo b a c per 23. primi, quæ ſit d c a, ꝑducta linea d c taliter, ut anguli b a c & a c d fiant coalterni, lineæ ergo d c & a b æquediſtant adinuicem per 27. primi, & quoniam linea c d eſt ducta à centro corporis luminoſi, patet ꝙ ipſa eſt pars diametri ſphærici illius corporis, producta ergo diameter d c e, patet ꝙ ipſa æquediſtat lineæ a b, & hoc eſt ꝓpoſitum.

XXVI.

Diametro corporis luminoſi ſphærici exiſtente æquali diametro corporis illuminandi, tantum eius medietas illumimatur, & umbra fit æqualis rei in infinitum protenſa.



Eſto corporis illuminãtis diammeter a g, cuius pars aſpiciens corpus illuminandū ſit a b g, diameter uero corporis illuminandi ſit d ꝑ æqualis ex hypotheſi, & per præmiſſam æquediſtans diametro a g, & ſuperficies illuminata ſit d e b. Dico ꝙ d e b eſt medietas ſuperficiei corporis illuminandi: ducantur enim radij a d & g b, & quia itaq; diameter a g eſt æqualis & æquediſtans diametro d u ꝑ hypotheſim & per præmiſſam, palam ꝙ radij a d & d u ſunt æquediſtantes & æquales per 33. primi, ergo in infinitum ꝓtracti nunꝗ concurrent, non ergo illuminatur aliqua pars corporis d e u ultra diametrum d u, eius ergo corporis tantū medietas illuminatur, protenditur enim umbra in infinitum æqualis diameter cum diametro corporis, & eſt extenſa intra lineas d z & u h, & eſt linea z h æqualis lineæ d u, portio itaq; arcus d f u, quæ eſt medietas totius ſuperficiei corporis d e b, & lineæ d z & u h continent umbram æqualem rei umbroſæ, quæ protenditur in infinitum, patet ergo propoſitum.

XXVII.

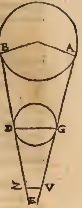
Diametro corporis luminoſi ſphærici exiſtente maiore diametro corporis ſphærici illuminandi, plus medietate corporis illuminantur, & baſis umbræ eſt minor magno circulo corporis illuminati concurrens ad punctum unum retro corpus.

Sit corpus luminoſum contentum circulo a b, & ſit corpus umbroſum illuminandum contentum circulo g d & ſit diametros a b maior diametro g d, & ſint radij incidentes a g & b d, ij ergo radij neceſſario concurrent ultra corpus g d. Si enim non concurrant, tunc æquediſtabunt, neceſſarium ergo erit diametros a b & g d eſſe æquales, qđ eſt contra hypotheſim, concurrunt itaq; in puncto e: patet ergo, ꝙ radij a g & b d non traſeunt terminos diametri circuli g & d: ſi enim non tranſeant, palam, cum illi radij per 16. huius circulum g d contingant, quia anguli e g d & e d g erunt recti per 17. tertij. In triangulo ergo g d e ſunt duo anguli recti, qđ eſt impoſſibile & contra 32. primi, palam ꝙ radij a e & b e non tranſeunt per terminos diametri circuli g d, ſed ultra illos contingunt ſuperficiem corporis illuminandi, magis ergo medietate corporis illuminatur, & quia minor circulus illius ſphærici

corpo-

corporis continet umbram, patet ꝙ baſis umbræ minor eſt magno circulo corporis illuminati, quod eſt propoſitum.

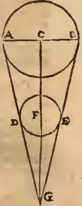
XXVIII.



Diametro corporis luminoſi ſphærici exiſtente minore diametro corporis illuminandi ſphærici minus medietate illuminatur, & eſt umbra multo maior corꝑe illuminato in infinitū ꝓtēſa.

Sit corpus luminoſum, cuius maior circulus ſit d g, & corpus illuminandum, cuius maior circulus ſit a b, & ſit diameter circuli d g minor diametro circuli a b, cōcurrēt itaqꝫ radij g a & d b ultra corpus luminoſum g d ꝑ præmiſſam diametrorum portionem, concurrant ergo in puncto e ultra diametrū corporis d g, ij ergo radij non contingunt terminos diametri circuli a b, quaſi ſic erunt ut in præmiſſa per 15. tertij trigoni a b e duo anguli recti, qđ eſt impoſſibile, minus ergo medietate corporis a b illuminatur, & quoniam magnus circulus corporis a b cadit intra umbram, & umbra intra illum ꝓtenſa ſemper dilaratur, cum per 14. primi huius radios g a & g b ad illā partem concurrere ſit impoſſibile, patet ꝙ umbra extendetur in infinitū, & hoc eſt qđ proponitur, & per hæc præmiſſa penitus ſimiliter in columnis & pyramidibus poteſt demonſtrari, idem enim in illis eſt demonſtrandi modus.

XXIX.



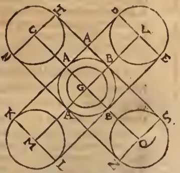
Superficiem planam ſuper medium umbræ erectam corpus umbroſum & corpus luminoſum per æqualia diuidere eſt neceſſe.

Sit corpus luminoſum a b, cuius centrum e, & corpus umbroſum ſit d e, cuius centrum f, ſitqꝫ pūctum in medio umbræ qđ ſit g. & copuletur linea e f g, cadet itaqꝫ linea f g in medio umbræ, ſuperficies itaqꝫ erecta ſuper medium umbræ, neceſſario erit erecta ſuper lineam g f, tranſit ergo illa ſuperficies centrum corporis umbroſi & centrum corporis luminoſi, neceſſario ergo diuidet illa corpora per æqualia per ea quæ oſtenſa ſunt in principio huius, patet ergo propoſitum.

XXX.

Superficiem planam corpus luminoſum & corpus umbroſum per æqualia diuidentem, ſuper medium umbræ erigi eſt neceſſe, ex quo patet tot eſſe umbras eiuſdē umbroſi corporis, quot ipſum opponitur corporibus luminoſis.

Sit corpus ſuper qđ cadit lumen qđ continetur à circulo a b, cuius centrū eſt g, & ſit unum corporū luminoſorum cōtentum à circulo d e, cuius centrū aliud corpus luminoſum contentum à circulo z b, cuius centrum eſt t, uidebiſ itaqꝫ umbra oppoſita luminoſo corpori d e, contenta à lineis a k, b l, cuius medius punctus ſit m. Cum ergo aliqua ſuperficies diuiſerit corpus luminoſum & corpus umbroſum per æqualia, illa neceſſario tranſibit per lineā u g m, ſecabit ergo per æqualia ipſam umbram, quia perpendiculariter erecta tranſit per ipſius corporis centrum qđ eſt pūctum g. Similiter & qꝫ ſuperficies diuidens per æqualia ambo corpora z a & a b tranſit per lineam t g, ductā per centra illorum corporum, ſed eadem pertranſit centrum umbræ cōtentæ ſub lineis a n & u s ſecundum punctū medium ipſius qui ſit q, illa ergo ſuperficies diuidens corpora z h & a b in duo media, diuidet & umbram ꝑ duo æqualia, & qm̄ ſuperficies planæ ſecantes corpora umbroſa & luminoſa hinc inde per



æqualia ſunt diuiſæ, patet φ ſecundum ipſas numerantur etiam & umbræ, patet ergo ꝓpoſitum. Vniuerſaliter enim tot erunt umbræ eiuſdem umbroſi corporis, quot ipſum opponitur corporibus luminoſis.

XXXI.

Corporis umbroſi remotioris à corpore luminoſo umbra minus umbreſcit, propinquioris uero magis.

Quoniam enim, ut patet per 22. huius, omne corpus umbroſum corpori luminoſo ꝓpinquius illuminatur fortius corpore plus diſtante, patet φ umbra corporis ꝓpinquioris plus priuat luminis, radij quoq; ipſam terminantes ſunt fortioris luminis, umbra ergo inter illos radios apparet nigrior & plus umbreſcit, quoniã radij terminantes illas umbras ſunt plus luminoſi, ꝓpter qđ etiam plus apparent umbræ in præſentia illorum, corporis uero remotioris à corpore luminoſo umbra minus priuat luminis, radij quoq; continentes ipſam umbrã ſunt debilioris luminis, umbra ergo inter illos radios apparet debilior, minus ergo umbreſcit, patet ergo propoſitum.

XXXII.

Omnis umbra multiplicata plus umbreſcit.

Eſto enim, ut ſit unũ corpus umbroſum obiectũ pluribus corporibus luminoſis. palam ergo per 30. huius, quoniã tot erunt umbræ eiuſdem umbroſi corporis, quot ipſum opponunt luminoſis corporibus. Si itaq; accidat, ut umbræ ſe interſecent, dico φ umbra multiplicata plus umbreſcit, quælibet enim umbrarũ aufert aliquod lumen, multiplicata ergo umbra plura aufert lumina, quæ remanẽt in alijs partibus medij in quibus umbra non multiplicatur, ſed remanet ſimpliciter umbra, ergo illa ſimplex profunditur aliquo lumine qđ ad umbrã multiplicantẽ non pertingit, multiplicata ergo umbra plus umbreſcit, q̃m plurimũ lumine priuatur locus illius umbræ, patet ergo ꝓpoſitum.

XXXIII.

Duo corpora, quorũ unum obumbrat reliquũ ſecundum ſui medium in eadẽ ſuperficie erecta, ſuper corpus luminoſum conſiſtere neceſſe eſt: & ſi in eadem ſuperficie propinqua adinuicem conſiſtunt, unum reliquum ſecundum ſui medium obumbrabit.

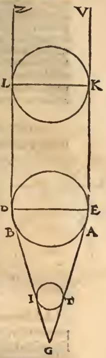
Hoc quantum ad primam partem patet per 30. huius, quoniã enim ſuperficies plana corpus luminoſum & corpus umbroſum per æqualia diuidens, erecta ſuper ſuperficiem corporis luminoſi, & ipſa erigitur ſuper medium umbræ rei umbroſæ, umbra uero cadit ſuper lumen corporis obumbrati, ergo oportet φ illud corpus obumbratũ ſecundum ſui medium ſit in ſuperficie erecta ſuper ſuperficiem corporis luminoſi, ex hoc patet ſecunda pars præſentis theorematis, q̃m ſi duo corpora ꝓpinqua adinuicem ſecundũ ſui partes medias in eadem ſuperficie erecta ſuper ſuperficiem illuminoſi corporis conſiſtunt, unum reliquũ obumbrabit, quoniã remotius à lumine, quando fuerit ꝓpinquũ illi qđ plus accedit ad lumen, cadet in umbra illius, qđ eſt ꝓpinquius lumini, ut quando idẽ radius tranſiens uirtutem propinquioris, tranſit ad uerticem remotioris, uel punctũ aliquod, qđ ſit altius illo, patet ergo propoſitum.

XXXIIII.

Aequediſtantia linearum radialium, uel ipſarum concurſus non eſt totaliter per ſe ex natura radiorum, ſed ex proportione diametri corporis luminoſi ad diametros corporum umbroſorum, ex quo patet, φ lumen diffunditur uniformiter per aërem circumſtantem.

Hoc patet per 17. & 18. huius, & poteſt ſic exemplariter declarari: Sit enim corpus luminoſum circulus a b, & una linearũ radialiũ ab ipſa egredientiũ ſit linea a g, & alia linea b g, & concurrant illæ in puncto g, ſit tunc una linea e u, & alia h z, & ſint e u & h z æquediſtantes, ſitq; corpus unum, cuius diameter ſit minor diametro corporis luminoſi ſuper qđ cadit lumen poſitum inter duo a g & b g ſe contingentes, cuius maior circulus ſit

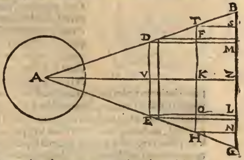
ſit t i, & contingat ipſum linea b g in puncto i, & linea a g in puncto t, & corpus aliud æquale corpori luminoſo, ſuper q̄d cadit lumen, ſit poſitum inter duas lineas æquediſtātes e u & u z, illud corpus cōtingentes, cuius diameter ſit k l, contingaturq́; à linea c u in puncto k, & à linea b z in puncto l, umbra itaq; ꝓueniens ex corpore t i minuitur & terminatur, & ſit pyramidalis per 27. huius, ideo, quia radij contingentes corpus t i, q ſunt a g, b g, concurrunt in puncto g, umbra ergo corporis t i continetur à duabus lineis i g & t g, & ſuꝑficie corporis t i, quæ eſt à parte g, umbra ergo finitur apud punctū g, umbra uero corporis k l ꝓtenſa inter lineas æquediſtantes l z & k u, ut patet per 26. huius, non terminatᵣ ad aliq̄d punctū, quoniā illæ lineæ cōtingentes umbram in infinitū protractæ, non cōcurrunt. Si uero corpus t i motum extra lineas a b & b g ponatur intra lineas e u & b z, concurrent lineæ e u & b z, & uariabit umbra ab ipſis prius cōtenta ſecundum diuerſitatē ꝓportionis diametrorum corporis t i, & corporis k l ad diametrū corporis b a, & ex hoc patet, ꝙ radij per ſe non ſunt lineæ, neq; regulares, neq; irregulares, neq; æquediſtantes, neq; concurrentes, ſed accidit eis lineatio per reſpectū ad corpora in quibus incidunt, & æquediſtantia & concurſus accidunt eis ꝑ proportionē diametrorꝫ corporum umbroſorū ad diametros corporis luminoſi: diffunditur ergo lumen uniformiter per totū aërem circumſtantem, ita, ut omnis punctus aëris, à quo poſſibile eſt produci lineam rectam ad aliquod punctū corporis luminoſi, illuminetur à lumine corporis luminoſi, ut patet per 19. huius, patet ergo ꝓpoſitum.



XXXV.

Radij ab uno puncto luminoſi corporis procedentes, ſecundum linearum longitudinem ad æquediſtantiam ſenſibilem plus accedunt.

Eſto ut à puncto medio corporis luminoſi q̄d ſit a, egrediantur radij a b & a g æquales, copuletur quoq; baſis b g, & ducatur linea d e ſecans trigonum a b g, erit medium ſui lateris a g æquediſtanter baſi b g per 10. & 31. primi, ꝓtrahatur à puncto a linea a z ꝑpendiculariter ſuꝑ baſim b g per 12. primi, quæ ſecet lineam d e in puncto u, diuidaturq́; linea e g in duo æqualia in puncto h per 10. primi, & linea d b in puncto t, ducaturq́; linea h t, linea ergo h t erit æquediſtans baſi g l per 2. ſexti, ſecabit ergo lineam u z per 2. primi huius, ſit punctus ſectionis k, ducantur item à punctis e d & h t lineæ perpendiculares ſuper baſem b g, quæ ſint e l, d m, h n, t s, ſecabit quoq; perpendicularis e l lineam h t, ſit punctus ſectionis linearum d m & h t ſit f, erit ergo linea q f æqualis lineæ d e per 34. primi, patet ergo, ꝙ linea h t eſt maior ꝗ linea d e, quia itaq; trigona a u e & e h q ſunt æquiangula per 29. primi, erunt per 4. ſexti latera ipſorū ꝓportionabilia, quia ergo ut patet ſupra linea a e eſt maior ꝗ linea e h, erit ergo linea e u maior ꝗ linea h q. Sed linea h t eſt maior ꝗ linea e d, ut præoſtenſum eſt, ergo per 9. primi huius maior eſt proportio lineæ e b ad lineam e d, ꝗ lineæ q h ad lineam h t, eſt enim ꝓportio lineæ e u ad lineā e d, ſicut lineæ h k ad lineam h t per 4. ſexti, & per 16. & 18. quinti, ſed linea h q eſt pars lineæ h k, ergo per 8. quinti minor eſt ꝓportio h q ad h t ꝗ h k & h t, minor eſt ergo proportio lineæ h q ad h t ꝗ e u, eodemq́; modo demonſtrandum, ꝙ lineæ g n ad lineā g b

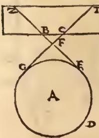


 minor

minor eſt proportio ꝙ lineæ h q ad lineam h t: exceſſus itaq; baſis g b ſuper baſem h t eſt minor exceſſu baſis h t ſuper baſem d e: & quanto baſes ſunt remotiores à puncto a corporis luminoſi, tanto exceſſus remotiorũ baſium ſuper baſes uiciniores plus minuitur, palam ergo, quia in remotiori diſtantia radij quaſi ad æquediſtantiam plus procedunt: & cum quantitas exceſſus baſium ſit quantitatis non ſenſibilis, tunc lineæ radiales erunt quaſi æquediſtantes, quoniã enim linea b g ſenſibiliter non excedit lineam h t, tunc erũt h g & t u radij quaſi æquediſtantes ſecundum ſenſum, & hoc eſt propoſitum: & forte ad iſtud multum cooperatur proprietas radiorum, quæ ſemper ut poteſt approximat ſuæ perpendiculari, ꝑpter qđ radij omnium punctoꝝ totius corporis luminoſi ſemper concurrunt à quolibet puncto corporis illuminandi, & ſic conſtituunt pyramidẽ radialem.

XXXVI.

Lumine incidente per feneſtram ſuper corpus oppoſitũ ſolidum, erit luminis perimeter amplior perimetro feneſtræ.



Eſto corpus luminoſum, cuius centrũ a, & circulus magnus d e g, & ſit diameter feneſtræ b c, ſitq; linea t z in ſuꝑficie corꝑis ſolidi oppoſita lumini cui incidit radius, producanẽ q; lineæ radiales tangẽtes periferiã feneſtræ, quæ ſint e b g c, hæ itaq; lineæ ſecabunt ſe in aliqua parte medij, ſit punctus cõmunis ſectionis f, & hæ lineæ productæ incidant ſuperficiei corporis oppoſiti lumini, cadatq; linea e b in punctum z, & linea g c in punctum t, quia itaq; in trigono f c z, latus c z eſt maius latere b t, quoniam trigonum f c z maius eſt trigono b c f, & quoniã per omne punctum periferiæ feneſtræ ſic incidunt radij ſe ſecantes, ideo, ꝙ à quolibet puncto corporis luminoſi in totam feneſtram fit miſſio luminis per 10. huius, palam, quoniã perimeter luminis incidentis corpori ſolido oppoſito feneſtræ, eſt maior perimetro feneſtræ, & hoc proponebatur.

XXXVII.

Ad centrum circularis foraminis radio à centro corporis luminoſi perpendiculariter incidente, lumen in ſuperficie denſi corporis æquediſtante ſuperficiei foraminis eſt uere circulare.

Sit circulus foraminis a b g d, cuius centrũ e ſit æquediſtans ſuperficies ſolidi corporis f h k l, & erigatur à centro e linea e z, perpẽdiculariter ſuper ſuperficiẽ a b g d circuli, in quocunq; itaq; pũcto lineæ e z, ſit centrũ corporis luminoſi, dico quod lumen incidens ſuperficiei f h k l, eſt uere circulare, palam enim per 64. primi huius, quoniam omnes lineæ z a, z b, z g, z d, ductæ à polo z ad circumferentiam ſunt æquales, & æquales angulos cõtinent cũ linea e z per 8 primi, producatur itaq; linea z e ultra punctum e ad ſuperficiem æquediſtantẽ circulo foraminis, quæ eſt f h k l, incidetq; perpẽdiculariter ſuper illã per 14. undecimi, ſit ut incidat in punctũ m, producaturq; linea z b ad ſuperficiẽ f h k l in punctum k, & linea z a in punctum f, & linea z d in punctum h, & linea z g in punctum l, erũtq; lineæ a f, k b, d h, g l per 25.



primi huius æquales propter æquediſtantiam ſuperficierum & æqualitatẽ angulorũ, tota ergo linea z f, erit æqualis toti lineæ z h, & z k, æqualis lineæ z l, ducanẽ quoq; lineæ f m, h m, k m, l m, in trigono itaq; f m z, baſis f m erit æqualis baſi h m trigoni h m z per 4. primi, eodemq; modo erit linea k m, æqualis lineæ h m, & linea l m æqualis lineæ k m, palam ergo per 9. tertij, quoniã ſuperficies f h k l, eſt circularis, & ipſa eſt ad quam terminantur radij luminis incidentis per feneſtrã a b g d, quoniã de omnibus alijs lineis eadem eſt demonſtratio, patet ergo propoſitum.

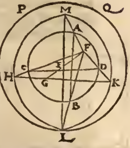
XXXVIII.

Per centrum circularis foraminis radio luminoſo oblique incidente ſuperfi-

perſi-

perficiei denſi corporis ſubſtratæ ſuperficiei foraminis, lumen incidens erit figuræ ſectionis pyramidalis, cuius maior diameter erit in ſuperficie erecta ſuper ſuperficiem feneſtræ, & ſuper ſuperficiem corporis ſubſtrati.

Eſto foramen circulare a b c d, cuius centrũ e, cui ſit ſuperficies æquediſtans h m k l, & ſit f centrum corporis luminoſi, ſitq́ primo ut linea f e oblique cadat ſuper ſuperficiẽ a b c d, hæc itaq producta incidet ſuperficiei h m k l ſimiliter oblique propter æquediſtantiam ſuperficierum, argumento 23. primi huius, incidatur itaq in punctum g, & ducatur linea a e b diameter circuli: ſit itaq angulus a e b acutus, erit ergo per 14. primi angulus b e f obtuſus, & quia quadratũ lineæ f a ualet minus 2. quadratis linearũ e f & e a, per 13. ſecũdi, & quadratũ lineæ b f, eſt maius quadrato lineæ f e, & quadrato lineæ b e p 12. ſecũdi, quadratũ uero lineæ b e, æquale eſt quadrato lineæ a e, quia ſunt æquales ſemidiametri, & quadratũ lineæ f e, eſt cõmune, patet quod quadratum lineæ f b eſt maius quadrato lineæ f a, ergo linea f b eſt maior quàm linea k a, productiſq lineis f a & f b ad ſuperficiem h m k l, ſi linea f a incidat ad pũctum m, & linea f b ad punctum l, erit linea f b maior quàm linea f m per eadẽ quæ prius, copulatiſq lineis l g, m g ad pũctum g, cui incidit radius tranſiens centrũ foraminis feneſtræ, erit quoq per 2. ſexti, & per 11. quinti proportio lineæ l g ad lineam b e, ſicut lineæ g m ad lineam e a, quoniam utrunq illarum proportio eſt ad inuicem, ſicut lineæ g f ad lineam f e, eſt ergo per 16. quinti proportio lineæ l g ad lineã m g, ſicut lineæ b e ad lineam e a, ſed linea b e eſt æqualis lineæ e a, ergo linea l g eſt æqualis lineæ g m, ducatur tunc c d diameter ſuper a b diametrum orthogonaliter, & continentur lineæ f e, f d, producanturq ad ſuperficiem h m k l in puncta h & k, & ducatur linea h g k, & quoniam ſuperficies in qua ſunt lineæ f e & a b, ſola eſt erecta ſuper circulum feneſtræ, quoniã omnes aliæ ſuperficies in quibus eſt linea f e, incidunt illi ſuperficiei oblique, ſic enim accipimus lineã a b, erit ergo ſuperficies a f b erecta ſuper ſuperficiem circuli feneſtræ, palam ergo quia angulus f e d eſt æqualis angulo f e c, eſt ergo p 4. primi linea f d æqualis lineæ f c, ergo ut prius erit linea b g æqualis g k, & linea f h æqualis lineæ f k, ſed & f g, eſt communis, quia linea h k eſt perpendicularis ſuper lineam m l, & ſuper lineã f g, palam p 4. undecimi, ꝙ linea h g eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ in qua ſunt lineæ f g & m g, ergo p 18. undecimi, erit ſupficies h m k l erecta ſup ſuperficiẽ f m g, ergo & ſuperficies f m g eſt erecta ſuper ſuperficiem h m k l. imaginetur ergo à puncto g tertio axis, quæ eſt f g, circũduci pyramidis illuminationis circulus per 102. huius erit ergo per 100. & 89. primi huius axis f g erecta ſuper illum circulum & ipſa eſt obliqua ſuper ſuperficiem h m k l, erit ergo per 103. primi huius linea h m k l ſectio pyramidalis, cuius maior diameter erit in ſuperficie f m l erecta ſuper ſuperficiem h m k l, patet ergo propoſitum. Et ſi ſuperficies feneſtræ circularis ſit baſis pyramidalis illuminatiõis ita quod centrũ corporis luminoſi ſit polus circuli feneſtræ, & axis erectus ſit ſup ſuperficiẽ feneſtræ, ſupficies uero ſolidi corporis excipiẽtis radios luminis nõ fuit æquædiſtãs ſuperficiei feneſtræ, adhuc erit figura luminis ſectio pyramidalis, qđ eſt præmiſſo modo demonſtrandũ, ducta enim p 102. primi huius à pũcto l tertio longioris radij, q eſt f l ſupficie æquediſtante ſuperficiei feneſtræ, patet p 100. primi huius quod illa ſuperficies ſecabit pyramidem illuminationis ſecundũ circulum quæ ſit l p q, ergo ſuperficies h m k l ſecat ipſam ſecundũ pyramidalem ſectionem, patet ergo propoſitum.



XXXIX.

Omne lumen per foramina angularia incidens rotundatur.

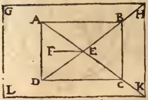
Quod hic proponitur patet per 35. huius, quoniã enim omnes radij ab uno puncto luminoſi corporis procedentes ſecundum linearum longitudinem ad æquediſtantiam ſenſibilem plus accedunt, patet ꝙ anguli radij ſecundum foraminum angularum diſpoſitionem ipſis angulis incidentes ſe applicant æquediſtantiæ radij perpẽdiculariter uel

circa huius ſuperficiei foraminis incidentis, retrahũt ergo ſe ab angularitate,& ſic lumẽ ſuperficiei foramini obiectæ incidens incipit rotundari, & quoniam ut patet per 20. huius à puncto cuiuslibet corporis luminoſi lumen diffunditur ſuper omnem lineam, quæ ab illo puncto ad oppoſitã ſuperficiem duci poteſt: omnis enim illi radij in quolibet puncto medij concurrunt, patet quod ipſi in quolibet puncto ſe interſecent,& radij inferiorũ punctorũ corporis luminoſi in punctis linearum feneſtræ alio radio ſuperiorũ punctorum ſecant & ultra ꝓtenduntur,& ſic lumen hoc feneſtram pertranſiens rotundatur, qđ non ab eo accideret, ſi ſolum ab uno puncto luminoſi corporis egrederentur radij feneſtram penetrantes. patet ergo propoſitum.

XL.

Radio luminoſo medio puncto foraminis quadrati perpendiculariter incidente, lumẽ ſuperficiei corporis æquediſtantis ſuperficiei foraminis incidens, eſt quadratum ad circularitatẽ aliquam accedens.

Sit centrũ corpis luminoſi e,& foramẽ quadratũ ſit a b c d, cuius puncto in eo qui ſit f incidat perpendiculariter radius e f, ſit hæc ſuperficies corporis denſi æquediſtãti ſuperficiei foraminis quæ eſt g h k l, dico quod lumẽ incidens illi ſuperficiei erit figuræ quadratæ: fiunt eñ duæ pyramides unam uerticem habentes pũctum e, quarum maioris baſis eſt g h k l, minoris uero baſis eſt a b c d,& earum baſes ſunt æquediſtantes, ſunt ergo ſimiles per 99. primi huius, quia ergo baſis a b c d, ex hypotheſi eſt quadrata, patet quod & baſis g h k l eſt quadrata,& eſt hoc propoſitum primũ quoniam uero p 35. huius radij longiores ad aliquã æquediſtantiam accedunt, accedit & hæc figura ad aliquam circularitatem propter compreſſionẽ radiorũ, uel propter ipſorum interſectionem in punctis linearum terminantiũ feneſtræ, ut diximus in præmiſſa, patet ergo propoſitum.



XLI.

Per mediũ quadrati foraminis radio oblique incidente ſuperficiei denſi corporis ſubſtratæ ſuperficiei foraminis, lumen incidens erit figura altera parte longior ſuis angulis æqualiter arcuatis.

Eſto ut in præmiſſa centrũ corporis luminoſi punctũ e,& periferia quadrati foraminis a b c d, cuius medio pũcto qui ſit f, oblique incidat radius e f, ſitq; ſupficies corporis denſi ſubſtrati illi foramini quæ g h k l, cui ſimiliter oblique incidat radius, dico quod figura luminis in ſubſtrata ſuperficie erit altera parte longior, quoniam enim illæ ſuperficies non ſunt baſes pyramidis illuminationis, ſed ſolum ſecantes illas pyramides oblique, patet per 99. primi huius, quoniam ambæ figuræ a b c d & g h k l, ſiue earum ſuperficies æquediſtãt ſiue non æquediſtant, ſunt figuræ altera parte longiores, quoniã illæ figuræ quæ ſecundum illa puncta quibus axis e f propoſitis ſuperficiebus aliquæ incidũt pyramides, ſunt a b e quadratæ, reliquæ uero obliquæ, ſecundũ illa pũcta axi incidentes ſunt ambæ altera parte longiores, patet ergo ꝓpoſitum primũ,& qm̃ ut patet per 35. huius radij longiores quaſi ad aliquam æquediſtantiam accedunt, patet quod anguli illius figuræ luminis aliqualiter arcuantur, ſicut & in duabus præmiſſis declaratum eſt,& hoc eſt propoſitum.

XLII.

Per medium ſecũdi diafoni denſioris primo radius perpendicularis ductus à centro corporis luminoſi ſuper ſuperficiẽ obiecti corporis ſemper penetrat irrefractus.

Huius ꝓpoſitionis probati plus experientiæ inſtrumentorum innititur, quàm alteri demonſtrationũ, cum ergo quis experiri uoluerit modũ fractionis radiorũ luminoſorum in medio ſecundi diafoni denſioris primo, ut in aqua quæ eſt denſior aëre, aſſumat

uas

uas rectarum orarum qualiſcunq; uoluerit medietate uel figuræ, dum tamen ſit altitudo orarum maior medietate cubiti, & diameter latitudinis eius ſit non maior diametro inſtrumēti, ut faciendū præmiſimus in prima huius, & planentur oræ illius uaſis donec ſuperficies per eius oras tranſiens ſit æqualis plana, & ponatur in fundo uaſis aliquod corpuſculum coloratū uiſibile numiſma uel tres picta diuerſi coloris, deinde impleatur uas aqua clara, cum ergo quieuerit motus aquæ, ſi aſpiciens uiſum ꝑpendiculariter ꝓiecerit ſuper medium numiſmatis, ut picturæ inueniet figuram & colorem & ipſorū ſitum & partium ordinationem eo modo quo ſunt ſecundum ſe ordinata ſi in aëre uiderentur, conſideret ergo experimentator illum ſui corporis ſitū, ſiue ſit ſtans ſiue ſedens, & ſui diſtantiam à baſe, & ſitum ipſius uaſis, & omnia circūſtantia: ponatur itaq; uas iſtud plenum aqua clara in loco, in quo ſplendet ſol, & ſiſtatur uas taliter ut ſuperficies circūferentiæ uaſis ſit æquediſtans horizonti, hoc aūt patet perpēdi ex hoc, ſi ſuperficies aquæ ſit æquediſtās periferiæ uaſis. Deinde imponat̃ inſtrumentū in hoc uas, ita quod pinnulæ ſuper extremitates regulæ exiſtentes ſuperponat̃ oræ uaſis ex utraq; parte, tunc ergo medietas inſtrumenti cum tota regula erit intra uas, deinde auferatur aqua, donec ſuperficies aquæ ſecet centrū inſtrumenti, & reuoluat̃ inſtrumentū in circuitu uaſis donec oræ ſuper aquam obumbrent alias ſub aquam, & tunc retenta regula cū altera manuū reuoluatur inſtrumentum cū reliqua manu in circuitu ſui centri, donec lumen ſolis pertranſeat foramen l m n, quod eſt in ora inſtrumenti, & foramen laminæ quadratæ perueniat ad ſuperficiem aquæ, quia lumen pertranſiens foramen rotundū ampliatur ſem per per 36. huius. Siſtatur quoq; taliter inſtrumentū, ut lumen cadens ſuper laminam ſecundi foraminis quod eſt x y z, ſitū habeat æqualē, & tunc experimētator reductis manibus ab inſtrumento, ſecundū omnem ſitū & modum quo prius aſpexit numiſma inſpiciat ad fundum aquæ ex parte quartæ inſtrumenti, cuius ora eſt abſciſa, quæ eſt a d, inuenietq; lumen pertranſiens ex duabus foraminibus ſuper ſuperficiem oræ alterius, quæ eſt intra aquam, & lumen inter duos circulos extremos trium angulorum æquediſtanter ſignatorum, aut addens ſuper diſtantiam illoꝝ circulorum modicum, et erit additio æqualis duobus lateribus circulorū, ex quo patet quod mediū punctum huius luminis cadit in aliquod punctū medij circūferentiæ circuli illorum trium circulorū, ut in punctum p. Deinde acus ferrea uel lignum minutū in interiori parte foraminis oræ inſtrumenti applicata pertranſeat medium foraminis diametraliter, & tunc inſpicienti uidebitur ut prius umbra acus in medio lucis oppoſitæ, per undecimā huius diuides eū per æqualia. Deinde retrahatur acus donec acumen eius ſit in medio foraminis, & erit umbra extremitatis acus in medio lucis, quæ eſt in ſuperficie aquæ, & eius quæ eſt intra aquā, & uniuerſaliter ſecūdū quā ꝓportionē acus periferiā foraminis ut corda aſcindit, ſecundum eandē ꝓportionē umbra acus periferiam lucis in ſuperficie aquæ & ſub aqua exiſtentis abſcindit, acu uero penitus remota lumen reuertitur, palam ergo ex his quod punctus quæ eſt in medio lucis intra aquam exiſtentis, & quod punctus medius huius lucis exijt à puncto medio lucis in ſuperficie aquæ exiſtentis, & quod punctus medius huius lucis, erit à luce quæ eſt in centro foraminis ſuperioris, lux ergo cum peruenit ad centrum lucis in ſuperficie aquæ exiſtentis extenditur ſecundum rectitudinem lineæ rectæ per 2. puncta m & y, quæ ſunt centra amborum foraminū tranſeuntes, & huius linea eſt in ſuperficie medij circuli trium circulorū, et eſt pars diametri illius circuli, quæ eſt m p, tamē ſit æquediſtans diametro circuli in baſe inſtrumenti exiſtentis quæ eſt f e g punctus ergo qui eſt in medio lucis quæ eſt in ſuperficie aquæ exiſtentis, eſt in ſuperficie huius medij circuli, ſed & punctus p in medio lucis intra aquam exiſtentis, eſt in circunferentia medij circuli, hæc ergo duo puncta erūt in ſuperficie medij circuli per primam undecimi. Quod ſi lux quæ eſt in ſuperficie aquæ non fuerit manifeſta, mittatur regula minor in aquam, & ſuperficies eius in aqua ſignata eſt linea diuidens ſuperficiē eius latitudinis ꝑ æqualia ſuꝑficiei, applicetur aquæ, ut fiat una ſuperficies cū illa, & alia eius ſuperficies applicetur ſuperficiei baſis inſtrumenti, palam ergo ex præmiſſis in prima huius, quia linea, quæ eſt in ſuꝑficie regulæ in ſuꝑficie medij circuli m & y centrum duorū

duorum foraminum tranſeuntis,apparebitq; lux,quæ eſt in ſuperficie aquæ ſuper ſuperficiem regulæ,& medium luminis lucis ſuper lineam,quæ eſt in medio regulæ, & ſi acus fuerit poſita ſuper medium foraminis ſuperioris,obumbrabitur linea, quæ eſt in medio regulæ, & ſi acumen acus ponaẽ ſuper centrũ foraminis, cadet umbra acuminis acus in medio lucis,quæ eſt ſuper regulam,& ablata acu redibit lumen, ſic ergo apparebit, lumen cadens ſuper ſuperficiem aquæ apparitione manifeſta,& patebit quod lux incidens centro foraminis ſuperioris,ipſa eſt ſuper lineam tranſeuntem per centrum duorũ foraminum,& quoniam ſuperficies aquæ tranſit centrum inſtrumenti,& ſuperficies regulæ eſt una cũ ſuperficie aquæ,ſuperficies itaq; regulæ tranſibit centrum inſtrumenti, erit ergo remotio,cẽtri lucis à centro inſtrumenti æqualis medietati latitudinis regulæ, quæ eſt æqualis perpendiculari cadenti à centro foraminis ſuper ſuperficiẽ baſis inſtrumenti,erit ergo centrum lucis,quæ eſt in ſuperficie regulæ uel aquæ centrum medij circuli,reuoluatur ergo regula, donec angulus ipſius acutus tranſeat per centrum inſtrumenti,& pars inferior lineæ diuidentis angulum eius per æqualia ſit in centro luminis, quod eſt intra aquam,acuitas ergo ſuperior regulæ tranſibit centrum circuli medij & lucis quæ eſt in ſuperficie aquæ,& erit illa linea ſemidiameter medij circuli, immittatur ergo acus lõga in aquã ita ut acumẽ ipſius ſit in pũcto anguli regulæ. Secabit quoq; umbra acus lucem,quæ eſt intra aquã,eritq; umbra acuminis acus ad finem regulæ quæ eſt in medio lucis,et ſic fixo acumine acus,moueatur acus,umbra acus mutabit ſitum ad uniuerſas partes lucis,umbra tamẽ acuminis nõ mutata à medio lucis,ablata uero totaliter acu, redibit lux totalis:idẽ quoq; accidit in quocũq; puncto lineæ,quæ eſt in ſuperficie regulæ poſitum ſuper acumen acus, ex quo patet quod lux exiſtens in aliquo puncto lucis intra aquam,pcedit à puncto ſibi ſimili in luce quæ eſt in ſuperficie aquæ, & quod à medio puncto lucis quæ ſuper aquam ad medium punctũ lucis inter aquam pxtenditur radius ſecundum lineam rectam,quæ eſt medium regulæ ; ex quo patet, quod tranſitus lucis per corpus aquæ eſt ſecundum lineas rectas per primam undecimi,& hoc eſt quod circa propoſitam propoſitionem experimentaliter intendimus declarare.

XLIII.

In medio ſecũdi diafoni,quod eſt denſius primo diafono fit refractio radiorum obliquorum ab anteriori ſuperficie diafoni ſecundi ad perpendicularem exeuntem à puncto refractionis ſuper ſuperficiem corporis ſecũdi.

Experimẽtaliter etiam & hoc ppoſitum theorema poteſt declarari. Oppoſito enim foramine ſuperiori ipſius inſtrumenti oblique ipſi corpori ſolari, ita, ut radius oblique incidat ad oram inſtrumenti oppoſitã foramini,& pertractato per modum quo in præmiſſa centro lucis,quæ eſt intra aquam,ſignetur illud per puncturã ferri duri in ſuperficie ipſa inſtrumenti,& inuenietur illud centrũ non in linea g k ppendiculariter erecta ſuper g terminũ diametri oppoſito lineæ f h,in qua eſt foramen oræ inſtrumenti, ſed declinabit ab illa linea ad partem in qua eſt ſol,eritq; inter hoc centrũ lucis & punctum p, qđ eſt cõmunis differentia lineæ g k, perpẽdicularis ſuper terminũ diametri inſtrumenti,& circũferentiæ circuli medij tranſeuntis per m & y centra foraminũ diſtantia ſenſibili,mutatur itaq; regula in aquã,& applicetur ſuperficiei laminæ,ita,q terminus latior regulæ ſit ſupra diametrũ laminæ,& moueatur regula quouſq; acuitas eius ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ quo ad ſenſum,erit itaq; centrũ lucis,qđ eſt intra aquam & inter acumen regulæ,& lineã g k perpendicularẽ ſuper f g diametrũ baſis inſtrumenti,patet ergo ex hoc,q hæc refractio eſt ad partem perpendicularis exeuntis à loco refractionis perpendiculariter ſuper ſuperficiẽ aquæ. Hæc ita inuento ſignetur in circũferentia circuli medij trium ſignatorũ circulorũ ſuper punctũ extremũ perpendicularis exeuntis à centro eiuſdem circuli perpendiculariter ſuper ſuperficiẽ aquæ ſignum fixum per ferri duri puncturã:& quia patuit per præmiſſam,q inſtrumento directe ſoli oppoſito & radio ſolis ſibi perpendiculariter incidente ,lux quæ puenit ad centrũ lucis , quæ eſt intra aquam,eſt lux extenſa ſecundũ rectitudinẽ lineæ continuantis duo centra foraminum,quæ linea peruenit ad centrũ medij circuli æquediſtantis ſuperficiei baſis inſtrumen

ſtrumenti,& eſt diameter illius,ſi huius linea fuerit imaginata extendi ſecundum rectitudinem intra aquam,donec perueniat ad oram inſtrumenti, tunc erit totaliter æquediſtans diametro inſtrumenti,& perueniet ad lineā g k perpendicularem ſuper diametrum f g,in interiore parte oræ inſtrumenti ductam, & qñ centrum lucis quæ nunc eſt intra aquam non eſt ſuper illam lineam perpendicularem in ora inſtrumenti productam,tunc patet quod lux oſtenſa à medio lucis quæ eſt in ſuperficie aquæ non extendit ad medium lucis, quæ eſt intra aquam,ſecundum rectitudinem lineæ tranſeuntis ꝑ centra duorum foraminum, ſed refrangitur ab illo,declaratum eſt autem per primā huius quod hæc lux extenditur rectè à medio lucis, quod eſt in ſuperficie aquæ ad medium lucis,quæ eſt intra aquā,eſt ergo huius lucis reflexio ad ſuperficiē aquæ,q̄d eſt ꝓpoſitū.

XLIIII.

Per mediū ſecūdi diafoni rarioris primo radius ꝑpendiculariter incidens à cētro corpis luminoſi ſuꝑ ſuperficiē corporis obiecti penetrat irrefractus.

Inſtrumentali ſimiliter experientia propoſitū theorema poteſt declarari, aſſumant̄ eñ uitri clari uel criſtalli, figuræ cubicæ fruſtū lōngitudinis duplæ diametri foraminis oræ inſtrumēti, & fiant planæ ſuperficies eorū æquales & æquediſtātes,& latera ipſorū ſint recta & multum poliantur,deinde ſignetur per ſculpturam ferri duri in medio baſis inſtrumenti linea recta tranſiens per centrum ipſius, quod eſt e, perpendiculariter ſuper ipſius diametrum,quæ eſt f g, ſuper cuius extremitates ſint in ora inſtrumenti ꝓductæ duæ perpendiculares f h & g k,& producatur illa linea in utranq; partem ſuperficiei circuli baſis,& ſit z e x, ponatur itaq; unum uitrorum iſtorum ſuper ſuperficiem baſis inſtrumenti,& applicetur unum laterum ſuorum perpendiculariter ductæ,quæ eſt z e x,taliter ut medium lateris uitri ſit uere ſuper punctum e centrum inſtrumenti, & ſic totum corpus uitri ex parte foraminum ſit inter foramina oræ & tabulæ,& inter centrū inſtrumenti quod eſt e, tranſit ergo ducta diameter inſtrumenti,quæ eſt f g, per mediū ſuperficiei uitri ſuperpoſitæ baſi inſtrumenti, applicetur itaq; uitrū baſi inſtrumēti forti applicatiōe per bitumen firmum,taliter tamen quod poſſit auferri quādo placuerit,deinde ponatur ſuper uitrum ultra primum,ſed ex eadem parte foraminum, & applicetur aliqua ſuperficierū eius ſuperficiei primi uitri, & applicetur baſi inſtrumenti applicatione fixa.Deinde tertium uitrum applicetur ſecūdo, & adæquetur ſuperficies eius cum duabus ſuperficiebus laterū ſecūdi uitri,& applicet̄ baſi inſtrumēti,& ſic fiat de pluribus uitris quouſq; perueniatur intra ad aliam perpendicularem ſuper ſuperficiem baſis inſtrumēti aut prope, ſcilicet uerſus pūctum t, cum itaq; intra fuerit applicata ſuperficiei baſis inſtrumenti ſecundum prædictum modum,palam quoniam præmiſſa diameter inſtrumenti,quæ eſt f g,tranſibit per medium omnium ſuperficierum uitrorum ſuperpoſitorum baſi inſtrumenti,& altitudo omnium uitrorum eſt dupla diametro foraminis, diameter uero foraminis eſt æqualis perpendiculari f m exeuntis à centro foraminis ſuper ſuperficiem baſis inſtrumenti,& ſuper diametrum eius f g,unaquaq; enim perpendicularium exeuntium à centris ſuperficierū uitrorum ꝑpendicularium ſuꝑ diametrum baſis inſtrumēti,eſt æqualis lineæ m f,ſcilicet perpendiculari exeunti à cētro foraminis ſuꝑ ſuperficiem baſis inſtrumenti,linea ergo q̄ tranſit centra amborū foraminū tranſibit centra ſuperficierum uitrorū perpendicularium ſuper ſuperficiem baſis inſtrumēti:accipiatur ergo regula ſubtilis,cuius formā præmiſimus,& erigatur ſuper oram inſtrumēti in ſuperficie baſis inſtrumenti, & ponatur ſuperficies regulæ in qua ſignata eſt linea ex parte primi uitri,quod eſt ſupra e centrum baſis inſtrumenti, & ponatur regula prope uitrum,& applicetur taliter linea, ut quæ eſt in ſuperficie regulæ ſit in ſuperficie medij circuli, ſecabitq; linea recta tranſiens ꝑ centra amborum foraminum, & per centra ſuperficierum uitrorum lineam latitudinis regulæ ꝑpendiculariter,& tranſibit ad punctum g,tunc itaq; ponatur inſtrumentum in uas prædictum uacuū aqua, & ponatur in ſole directæ oppoſitū centro ſolis,ut accipiat radiū ꝑpendicularem, hoc aūt poteſt fieri,ſi moueat̄ inſtrumentū quouſq; lux ſolis tranſeat ꝑ ambo foramina,& fiat apud ſecundū foramen lux æqualis,& aſpiciatur ſuperficies regulæ oppoſita uitro, & uidebit̄ lux

exiens à duobus foraminibus ipſius inſtrumenti extenſa ſuꝑ ſuperficiẽ ipſius regulæ, & illud umbroſũ ꝙd circũdat lucẽ in ſuꝑficie regulæ, obumbrabit̃ ꝑ umbrã oræ inſtrumẽti, eritq́ꝫ centrũ uiſus ipſius aſpiciẽtis ſuꝑ lineã quæ eſt in ſuperficie regulæ, deinde acus ſubtilis ponatur ſuper ſuperius foramẽ, ita quod extremitas acus ſit perpẽdicularis ſuꝑ centrũ foraminis, cadetq́ꝫ tunc umbra extremitatis acus ſuper centrum lucis in linea quæ eſt in ſuperficie regulæ, tunc itaqꝫ ſignetur punctus illius umbræ cũ incauſto ſubtiliter, & auferatur acus à ſuperiori foramine, & eius extremitas ponatur ſuꝑ centrũ inferioris foraminis, cadetq́ꝫ iterũ umbra extremitatis acus ſuꝑ punctum ſignatum in ſuperficie regulæ. Ablata quoqꝫ acu lux reuertitur: ex quo patet, q̃m lux quæ eſt ſuper punctũ quod eſt in ſuperficie regulæ tranſit ꝑ cẽtra amborũ foraminũ, deinde cũ incauſto ſignetur nota nigra in pũcto in medio ſuperficiei uitri ex parte regulæ, poteſt aũt ille pũctus inueniri ꝑ 40. primi huius, q̃m ille punctus eſt cõmunis ſectio duorũ diametrorũ ſuperficiei uitri, & tũc intuens lucem quæ eſt ſuper regulã inueniet umbrã puncti, quæ eſt in medio uitri, punctum quod eſt in ſuperficie regulæ, patet ergo ex hoc q̃m lux quæ trãſit per centra duorũ foraminũ, tranſit per punctũ quod eſt in medio uitri. Deinde euellatur uitrum primũ, quod eſt ſuper centrũ inſtrumenti punctũ e, & in ſuperficie ſecũdi uitri ſignetur punctũ medium, ut prius factũ eſt in ſuperficie uitri primi, & cõponatur inſtrumentũ ſecũdo, & moueatur quouſqꝫ lux tranſeat per duo foramina, perueniet q́ꝫ lux tranſiens per centra duorũ foraminũ ad centrũ lucis, quod eſt in ſuperficie regulæ, patet itaqꝫ ex hoc quod lux pertranſiens centra duorũ foraminũ tranſit per punctum quod eſt in medio ſuperficiei ſecũdi uitri, & quod lux quæ tranſit per centra duorꝫ foraminũ in prima experimentatione, tranſit & per punctũ qđ eſt in medio ſecundi uitri. Extrahatur itaqꝫ ſecundũ uitrũ & opponatur tertiũ, & ſic de cæteris uſqꝫ ad ultimũ, & patet uniuerſaliter ꝙ lux tranſiens per centra duorũ foraminũ perueniens ad ſuperficiem regulæ, tranſit etiã per centra ſuperficierũ uitrorũ omniũ poſitorũ ſuꝑ ſuperficiẽ laminæ, & ſunt omnia centra ſuperficierũ uitrorũ omniũ in una linea recta cõtinuante centra duorũ foraminũ: lux itaqꝫ pertranſiens centra foraminũ tam in corpore uitri q̃ extra corpus in aëre, extẽditur ſecundũ lineam rectã cõtinuantem centra duorum foraminũ, & eſt illa linea m p, ꝑpendicularis ſuper ſuperficies omniũ uitrorũ oppoſitas foramini per 14. undecimi, illa enim linea m p, eſt æquediſtans lineæ f g, diametro laminæ quæ eſt perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ uitrorꝫ, cum ſit perpẽdicularis ſuꝑ differentiã cõmunem ſuperficiei uitri, & ſuperficiei laminæ, & ſi om̃ibus uitris uel ipſorũ aliquo præmiſſo modo ſuper fundum inſtrumenti diſpoſito infundatur aqua uaſi uſqꝫ ad concauum ſuperficiei uitri, accidet tum idem quod prius, quoniã radius perpendicularis ſemꝑ penetrat irrefractus. Itẽ ne putet aliquis quod rectitudo radiorꝫ perpendiculariũ adiuuetur per cubicã figurã uitri, accipiatur medietas ſphæræ uitreæ claræ uel criſtallinæ, cuius ſemidiameter ſit minor diſtantia, quæ eſt inter punctũ c & centrũ laminæ qđ eſt punctũ e, & inueniatur centrũ baſis eius ſuper quod ſignetur linea ſubtilis cũ incauſto. Deinde ex hac linea ex ꝑte cẽtri ſphæræ ſeparetur linea æqualis lineæ l m, diametro foraminis oræ inſtrumẽti, erit ergo hæc linea æqualis lineæ m f, quæ eſt inter m centrum foraminis quod eſt in ora inſtrumenti, & ſuperficiẽ laminæ, deinde ſuper extremitatẽ huius lineæ ſeparatæ à diametro ꝓducatur perpendicularis ad utrãqꝫ partẽ ſuperficiei ſphæricæ, qđ poteſt fieri per undecimã primi, & ſecetur ſphæra uitrea ſecũdũ illã lineã, planetur q́ꝫ ſuperficies uitri ſecti donec ſit penitus æqualis, fiatq́ꝫ ꝑpendiculariter erecta ſuper ſuperficiem planã hemiſphærij, quod per angulum rectum corporeum poterit menſurari, erit ergo tunc cõmunis differentia iſtius ſuperficiei erectæ, & ſuperficiei baſis ſphæræ linea recta, ſuper quã erit perpẽdicularis linea prius à cẽtro ſphæræ ꝓducta ergo etiã erit perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ erectã. Deinde in medio illius lineæ q̃ eſt cõmunis ſectio fiat ſignũ cũ incauſto, deinde uitrũ illud politũ optime ſuper hanc ſuperficiẽ ſectã ponat̃ ſuper ſuperficiẽ laminæ inſtrumẽti, ita quod gibboſitas eius reſpiciat foramina, & mediũ lineæ quæ eſt cõmunis ſectio duarꝫ ſuperficierꝫ planarũ uitri, applicetur centro laminæ, & figatur ſuper laminã ne cadat. Deinde ponatur regula ſubtilis

ſuper ſuperficiem laminæ inſtrumenti ſicut in experimentatione uitroꝝ cubitorũ, ita ꝙ ſuperficies regulæ in qua eſt linea recta latitudinis ſit ex parte uitri, & ꝓpe illud: deinde imponitur inſtrumentũ in uas prædictũ, & ponitur uas in ſole uacuũ aquæ, & moueatur inſtrumentũ donec lux ſolis tranſeat ambo foramina, cadetq; lux ſup ſuperficiẽ regulæ. Deinde ponatur extremitas acus uel ſtili ferrei ſuper centrũ ſuperioris foraminis, cadetq; umbra extremitatis acus ſuper centrũ lucis, ablato quoq; ſtilo reuertetur lumẽ ad locum ſuũ. Idem quoq; accidit ponẽti extremitatẽ acus ſuper centrũ foraminis ſecũdi. Deinde ponatur extremitas acus ſuper centrũ ſphæræ uitreæ, cadetq; umbra extremitatis acus ſuper centrũ lucis, ex quo patet, quia lux trãſiens ꝑ centra duorũ foraminũ trãſit & per centrũ ſphæræ uitreæ, & per mediũ ſuperficiei lucis quæ eſt in cõuexo uitri, patet etiã ex his qđ lux tranſiens in corpus uitri extẽditur ſecundũ rectitudinẽ lineæ tranſeũtis per cẽtra duorũ foraminũ, & eſt illa linea ſemidiameter ſphæræ. Nam ꝑpendicularis exiens à centro baſis uitri ad laminã, eſt æqualis diametro foraminis & lineæ exeuntis à centro foraminis perpendiculariter ad ſuperficiẽ laminæ, & quoniã hæ duæ perpendiculares cadũt ſuper diametrum laminæ, palam qđ linea tranſiens per centra duoꝝ foraminũ cũ extendiť in rectitudinẽ peruenit ad centrũ ſphæræ uitreæ, eſt ergo in illa linea diameter huiꝰ ſphæræ uitreæ, eſt ergo ꝑpendicularis ſup ſuperficiẽ huius ſphæræ ꝑ 72. primi huius, qm̃ enim trãſit centrũ ſphæræ, patet quod ipſa eſt perpẽdicularis ſuper cõuexam ſuperficiẽ ſphæræ, ſicut ſuperius patuit in uitris cubitis. Auferatur itaq; regula ſubtilis applicata ad ſuperficiem laminæ, & ponatur inſtrumentũ ſecũdo in uas ut prius, & moueatur ꝗuſq; lux tranſeat per duo foramina. Inuenieturq; lux ſuper oram inſtrumenti, & inuenietur centrũ lucis in pũcto p, quod eſt differentia cõmunis inter circũferentiam circuli medij, & lineã g k, perpendicularem in ora inſtrumenti, hoc eſt in extremitate diametri circuli medij, quæ eſt in p, tranſeuntis per centra duoꝝ foraminum m & y, ex quo patet, qm̃ lux tranſiens in corpus uitri, & perueniens ad centrũ eius, ꝓcediensq; in corpus aëris, extenditur ſecundũ lineã, quæ extendebatur in corpore uitri, cũ enim linea recta tranſiens centra amboꝝ foraminũ perpẽdicularis ſit ſuper ſuperficiẽ uitri, patet quod ipſa neceſſario eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ aëris tangentis uitri ſuperficiẽ. Itaq; ſi uaſi infundatur aqua remanente uitro in ſua poſitione donec aqua ſuperfluat centra uitri, adhuc inuenietur centrũ lucis ſuper extremitatẽ diametri circuli medij, & ſi ſphæra media tranſuertatur, ita ut conuexũ eius ſituetur ad ſecundũ foramen, & plana ſuperficies ad centrũ inſtrumẽti, ſcilicet punctũ e, ſiue aqua ſuperfundať ſiue non, adhuc omnia alia accident, quæ in priori ſitu accidebant, qm̃ ſemꝑ radius tranſiens per cẽtra amboꝝ foraminũ, tranſibit & per centrũ ſphæræ. Ex his omnibus ꝑ uitra cubica & ſphærica, patet qđ ſuũ mediũ ſecundi diafoni fuerit denſius uel rarius, dũ tamẽ linea per quã extenditur radius fuerit perpendicularis ſuꝑ ſuperficiem ſecũdi corporis, quod lux extẽditur in ſecũdo corpore ſecundũ rectitudinẽ lineæ, per quã extẽdebatur in corpore primo, patet ergo ꝓpoſitum, corpus enim uitri eſt denſioris diafonitatis quàm corpus aëris, & etiam quàm corpus aquæ.

XLV.

In medio ſecundi diafoni rarioris primo diafono fit refractio radiorum oblique incidentium à poſteriore ſuperficie ſecundi diafoni à perpendiculari exeunte à puncto refractionis ſuper ſuperficiem corporis ſecundi.

Hoc quod nũc ꝓponitur eſt cõformiter prioribus per inſtrumentalem experientiã declarandũ. Aſſumatur eñ illud uitrum ſphæricũ, quo iam in præcedẽti ꝓximo theoremate uſi ſumus, & ponatur ſuper lineã inſtrumenti, ita qđ ſuperficies plana ipſius reſpiciat foramina, & quod mediũ lineæ rectæ, quæ eſt ĩ ipſo ſit ſuper centrũ laminæ, & linea quæ eſt cõmunis ſectio ſuperficierũ planaꝝ uitri, cadat oblique ſuper diametrũ laminæ quacũq; obliqua ratione, palam ergo qm̃ linea tranſiens cẽtra duoꝝ foraminũ obliqua eſt ſuper ſuperficiẽ planã uitri, cõiungatur itaq; uitrũ laminæ inſtrumenti ſecundũ hũc ſitũ firmiter, & ponať inſtrumentũ in uas, & uas in ſole, moueaturq; inſtrumentũ donec lux tranſeat per duo foramina, cadetq; lux in interiori oræ inſtrumenti, & centrũ lucis

erit in circumferentia medij circuli, ſed extra illum punctũ p, qui eſt cõmunis differentia circũferentiæ medij circuli, & lineæ ſtanti in ora inſtrumenti quæ eſt g k, & erit declinatio eius ad partẽ in qua eſt ſol, erit ergo ad patrem perpendicularis exeuntis à loco refractionis ſuper ſuperficiẽ ſphæricã uitri, & q̃m hæc lux extenditur in aëre ſecundum rectitudinem lineæ tranſeuntis per centra duorũ foraminũ, ut patet per primã huius, & hæc linea in hoc ſitu ꝑuenit ad centrũ ſphæræ uitreæ, & eſt obliqua ſuꝑ ſuperficiẽ ſphæræ planã, palã ergo quia terminatio extenſiõis illius lucis, & eſt in centro uitri, extendit ergo lux in corpus uitri ſecundũ lineã rectã exeuntẽ à cẽtro ſphæræ ad circũfererentiã, quæ linea cũ ſit diameter per 72. primi huius, quoniã ipſa eſt perpẽdicularis ſuper ſphæricam ſuperficiẽ uitri, ergo & ſuper cõcauam ſuperficiẽ aëris continentis ſphærã uitri, non ergo refringitur in aëre ſecundo, ſicut neq; in primo, ſed neq; reflectitur in corpore uitri, nec in cõuexo ipſius, refringitur ergo apud centrũ uitri, quia fuit obliqua ſuper ſuperficiẽ eius planã, in qua eſt centrũ uitri, palam itaq; ex his experimentationibus illud qđ eſt, etiã ſuperius declaratũ, ſed q̃m lux ſi fuerit extẽſa in corꝑe ſubtiliori oblique incidens ſuperficiei corporis groſſioris, refringetur ab ipſo, & erit eius refractio ad partem perpẽdicularis ſuper ſuperficiem ſphæricã corporis groſſioris, ſicut per 43. huius patuit, ſiat refractio ex aëre ad aquã, erit illa refractio ad partẽ perpẽdicularis exeuntis à loco refractionis ſuper ſuperficiẽ aquæ, & nõ peruenit refractio ad perpendicularẽ, qđ ſi uitrũ ecõuerſo ſituetur, ſcilicet ut ſuperficies eius ſphærica & cõuexa reſpiciat ſuperius foramẽ, & punctũ mediũ lineæ, quæ eſt cõmunis differentia ſuperficierũ planarũ, quod eſt centrum ſphæræ uitreæ ſit ſuper centrũ inſtrumenti, cadat'q; hæc linea oblique ſuper diametrum laminæ, ducatur'q; in ipſa ſuperficie laminæ à cẽtro laminæ linea perpendicularis ſuper lineã, quæ eſt cõmunis ſectio illarum planarũ ſuperficierũ, quæ neceſſario erit perpendicularis ſuper ſuperficiem planã uitri erectam ſuper ſuperficiẽ laminæ, ponatur itaq; inſtrumentũ in uaſe ſine aqua, & moueatur quouſq; lux pertranſeat duo foramina, cadet'q; centrũ lucis in circũferentia medij circuli extra punctum p, quod eſt differentia cõmunis medij circuli, & lineæ g k, perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ laminæ ductæ in ora inſtrumenti quod punctum p, eſt extremitas diametri medij circuli, quæ eſt m p, erit declinatio lucis ad partem contrariam illi in qua eſt perpendicularis educta à loco refractionis ſuper planam ſuperficiem uitri, hæc aũt lux extenditur in uitro ſecundum rectitudinem lineæ tranſeuntis per centra duorum foraminum, quoniã illa linea cum per centrum ſphæræ uitreæ tranſeat eſt in illa diameter ſphæræ uitreæ, ſit itaq; refractio lucis apud centrum ſphæræ uitreæ, quoniam lux tranſiens centra amborum foraminum ſit oblique ſuper ſuperficiem planam uitri, & ſuper ſuperficiem aëris contingentis uitrum, & ſi aqua infundatur uaſi quouſq; ſupereminneat centro inſtrumenti, cadet adhuc centrum lucis in circunferentia medij circuli extra extremitatem ſui diametri oblique ad partem contrariam illi parti ſuper quam cadit perpendicularis, & quoniam aër eſt ſubtilior quàm aqua, & aqua ſubtilior uitro, maior ſiet diſtantia, circuli lucis ab extremitate diametri medij circuli in aëre quàm in aqua, quod ſi uitrum ponatur aliter in ſuperficie laminæ, ſcilicet ut linea quæ eſt communis differentia duarũ ſuperficierum planarum ipſius uitri ſit ſuper laminam perpendiculariter diametrum laminæ ſecantem, non tamen ſit eius medius punctus, qui eſt centrum uitreæ ſphæræ ſuper centrum laminæ, & uertatur conuexum uitri ad foramina, & figura regulæ ſubtilis ſuper ſuperficiem laminæ erecta ſuper oram eius, in quo eſt linea ex parte uitri, & terminus regulæ ſecet diametrum laminæ perpendiculariter, palam quia linea tranſiens per centra foraminum duorum non tranſit per centrum ſphæræ, ſed per illud pũctum ſuperficiei planæ ipſius uitri, & erit obliqua ſuper ſphæricam ſuperficiem per 72. primi huius, ponatur itaq; inſtrumentum in uaſe, & uas in ſole, & moueatur inſtrumentum quouſque lux tranſeat per centra duorum foraminum, & non cadet lux directe ſuper ſuperficiem regulæ, neq; centrum lucis cadet in linea, quæ eſt in ſuperficie regulæ, ſed declinabit oblique extra lineam, quæ tranſit per centra duorum foraminum ad partem in qua eſt centrum uitri, hoc eſt ad partem contrariam perpendicularis ex-

ris ex-

ris exeuntis à loco refractionis perpendiculariter ſuper ſuperficiem uitri ſphæricam, eritq́ꝫ linea pertranſiens centra duorū foraminum perpendicularis ſuper ſuperficiem uitri planam, per 8. undecimi, quoniam illa linea eſt æquediſtans lineæ f g diametro laminæ, quæ ex hypotheſi, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem planam uitri. Si ergo lux tranſiret per centra duorum foraminū, & extenderetur ſecundū rectitudinē ad planam inter ſuperficiem, palam ꝙ tunc extenderetur ſecundum rectitudinem in aëre. Sed centrū lucis, quæ eſt in regula, cum non cadat in rectitudinē huius lineæ, patet ꝙ lux nō extenditur in eius rectitudinē ad ſuperficiē planam uitri, eſt ergo lux refracta, ſed nō refringitur in aëre, neqꝫ in corpore uitri. Refringit̃ itaqꝫ apud ſphæricā ſuperficiē uitri, incidit enim oblique ſuper ſphæricam ſupficiē, qm̃ linea tranſiens centra duoꝝ foraminū, non tranſit per centrum uitri, & hæc lux egrediens à plana ſuperficie uitri, qm̃ oblique aëri incidit, plus refringitur. Qđ ſi uitrum econtrario diſponitur, ut eius ſuperficies plana apponatur foramini primo ſic, ꝙ cōmunis differentia ſit ſuper lineam ſecantē diametrum laminæ perpendiculariter, & medius punctus illius lineæ ſit extra centrum laminæ. Tunc ergo linea pertranſiens centra duoꝝ foraminū non tranſit per centrum uitri, ſed per alium punctū illius planæ ſuperficiei, & eſt perpendicularis ſuper illam ſuperficiem, moueat̃ itaqꝫ inſtrumentū in ſole, donec lux tranſeat per ambo foramina, cadet́qꝫ centrum lucis, quæ cadit in interiori parte oræ ipſius inſtrumenti in periferia medij circuli extra punctū p, qđ eſt extremitas diametri medij circuli, quæ eſt linea m p. ſed declinabit ad partem in qua eſt centrū uitreæ ſphæræ, & linea quæ egreditur à centro huius ſphæræ in imaginatione ad locum refractionis, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiē huius ſphæræ, eſt ergo perpendicularis ſuper ſuperficiem aëris continentis ſuperficiē ſphæræ uitreæ. Hæc itaqꝫ refractio eſt ad partem contrariā illi, in qua eſt perpendicularis exiens à loco refractionis ſuper ſuperficiem aëris continentis ſphæram. Lux uero tranſiens centra duorū foraminū pertranſit corpus uitri recte, cum ſit perpēdicularis ſuper ſuperficiem planam uitri, ſed non eſt perpendicularis ſup ſuperficiē conuexam, cum nō trāſit centrum ſphæræ, ergo etiam non eſt hæc lux ꝑpendicularis ſuper ſupficiem aëris continentis conuexum uitri, & quia hæc lux refracta inuenitur, refrangitur ergo apud conuexam ſuperficiem ſphæræ uitreæ, ꝙ ſi aqua tunc infundetur uaſi infra centrum laminæ, inuenitur etiam lux refracta ad partem in qua eſt centrū uitri: hoc autē eſt ad partē contrariam illi, in qua cadit ꝑpendicularis exiens à loco refractionis, quæ extenditur in corpore aëris perpendicularis ſuper concauam ipſius aëris ſuperficiem conuexi uitri continentem.

XLVI.

Omnem radium incidentem & refractum in eadem plana ſuperficie cōſiſtere eſt neceſſe.

Sed & id qđ nunc proponitur, poteſt experimentaliter declarari, qm̃ enim omnibus diſpoſitis, ut eſt in 43. huius, lux incidens centro lucis, quæ eſt in ſupficie aquæ, & à centro lucis exiſtentis ſuper ſuperficiem aquæ, qđ eſt centrum medij circuli incidens centro lucis intra aquam exiſtentis, ꝙ eſt in circumferentia circuli medij, tranſit per centra amborum foraminū, quæ ſimiliter ſunt in ſuperficie medij circuli, palam, qm̃ linea ſecundū quā lumen incidit ſuperficiei aquæ per medium aërem, & ſecundū quā refringitur in aquæ medio, ſunt in eadem ſuperficie, qm̃ utraqꝫ ipſaꝝ eſt in ſuperficie medij circuli triū aſſignatorum circulorum. Inuenitur autem hæc refractio in medio ſolari, quando radius tranſiens ſolaris per centra foraminum, fuerit obliquus ſuper aquæ ſuperficiem, non qñ fuerit ꝑpendicularis, & propter obliquitatem ſitus inſtrumēti à centro ſphæræ aquæ nunqꝫ fiet hæc linea radialis perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ, niſi ſol fuerit perpendiculariter ſuper zenith capitis. Sole uero ultra uel contra zenith capitum exiſtente, ſatis euidens eſt hæc experimentatio omni tempore, patet ergo id qđ proponitur, & hanc ſuperficiē dicimus ſuperficiē refractionis: patet itaqꝫ ex ijs omnibus 5. præmiſſis propoſitionibus, quoniā omnis lux pertranſit quacunqꝫ corpora diafona ſecundū lineas rectas: & q̃diu lineæ ſunt ꝑpendiculares ſuper ſuperficies corpoꝝ, quæcunqꝫ etiā diuerſæ ſint diafoneitatis, ſemper extendit̃ ſecundū rectitudinē eiuſdem lineæ, & non refrin-

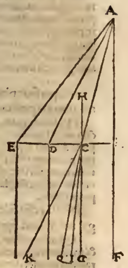
gitur. In corpore uero diuerſæ diafoneitatis omnis lux ſuperficiei ſecundi corporis obli-
que incidens, refringitur ſecundum lineas rectas alias ab illis, ſecundum quas incidebat
primo corpori, quæ tamen lineæ ſemper erunt in eadem ſuperficie plana, imaginate ſe-
care utrunqꝫ illorum corpoꝝ, & hæc ſuperficies in ſpectione inſtrumenti eſt medius cir-
culus trium circuloꝝ ſignatorū in interiore parte oræ inſtrumenti, cuius diameter eſt li-
nea m p. Cum uero lux aliqua exiuerit à corpore ſubtiliori ad groſſius, refringet̃ ad par-
tem ꝑpendicularis exeuntis à loco refractionis, quæ eſt ꝑpendicularis ſuper ſuperficiem
groſſioris ſecundi corporis, & cum lux obliqua exiuit à corpore groſſiori ad ſubtilius, re
fringitur ad partem contrariam prædicto modo ductæ ſuper ſuperficiem corporis ſe-
cundi, ſcilicet ſubtilioris.

XLVII.

Radio perpendiculari omne corpus diafonum penetrante, radius oblique incidens in medio ſecundi diafoni denſioris refringitur ad perpendicularem ductam à puncto incidentiæ ſuper ſecundi diafoni ſuperficiem, & in medio ſecundi diafoni rarioris refringitur ab eadem.

Illud qd' de particularibus experientijs hactenus inſtrumentaliter probatum eſt, na
turali demonſtratione intendimus adiuuare, omnes enim motus naturales qui fiunt ſe-
cundum lineas ꝑpendiculares, ſunt fortiores, q̃m coadunant̃ uirtute uniuerſali cœleſti ſe
cundum lineam rectam breuiſſimā, omni ſubiecto corpori influente. Impulſiones ꝓie-
ctationū factaꝝ ꝑpendiculariter ſunt fortiores eis quæ fiunt oblique: & ſimiliter percuſſi
ones, quæ fiunt perpendiculariter, ſunt omnibus obliquis percuſſionibus fortiores, & in
ter omnes obliquas fortiores ſunt illæ quæ plus accedūt ad ꝑpendicularitatē, quia itaqꝫ
omnis corporis denſitas impedit tranſitū luminis, neceſſe eſt lumen imaginari repelli à
tranſitu per reſiſtentiā corporis denſi, & plus per reſiſtentiam corporis denſioris: & per
hanc reſiſtentiam qualitatis paſſiuæ, quæ eſt denſitas ad qualitatē actiuam, quæ eſt lu-
men, intelligimus quendā motum motionis luminis per medium corpoꝝ reſiſtentium,
quæ ſecundū plus & minus capacia ſunt impreſſionis luminaris, non ꝙ in tranſmutati-
one locali ipſius luminis ſit alius motus, ut patet per 2. huius. Sed quia lumen in eodē in
ſtrumenti ſecundū diuerſitatē medioꝝ ſe plus comprimit uel diffundit, & hoc uocamus
motum ipſius lucis. Omnis itaqꝫ lux pertranſiens corpus diafonum, motu uelociſſimo
& inſenſibili pertranſit, ſic tamen, ꝙ per magis diafona uelocior fit motus ꝗ̃ per minus
diafona. Omne enim corpus diafonum plus & minus reſiſtit penetrationi lucis ſecundū
qd' eſt participans diafonitatē plus uel minus, groſſities enim corpoꝝ reſiſtens eſt ſemp
luminis penetrationi. Cum ergo lux pertranſiret corpus aliqd' diafonum oblique, &
occurrerit corpori alij diafano groſſiori, tunc corpus groſſius reſiſtit luci uehementius,
ꝗ̃ prius corpus rarius reſiſtebat, neceſſe eſt ergo ꝙ ꝓpter reſiſtentiam illius corporis den
ſioris motus lucis tranſmutetur: & ſi reſiſtentia fuerit fortis, tunc motus ille ad partē cō-
trariam refringetur, quia uero nō reſiſtit fortiter, ideo lumen nō redibit in partē ad quā
mouebatur. Si uero reſiſtentia fuerit debilis ꝓpter maiorē raritatē corporis plus diafo-
ni, tunc lux incidens non refringetur ad contrariā partem, nec poterit per illam lineam
ꝓcedere per quā inceperat, ſed mutabitur in ſitu: cum uero perpendiculariter inciderit
quibuslibet corporibus diafonis & quacunqꝫ diuerſæ diafoneitatis, non mutabitur, ſed
directe omnia penetrabit, q̃m perpendicularis fortior eſt omnibus, & oblique uicinio-
res perpendiculares ſunt fortiores omnibus remotioribus. Cum itaqꝫ corpori diafono
groſſiori lux incidit, oblique extenditur ſecundū lineam rectam approximantē ad per-
pendicularē, exeuntem à puncto, in quo lux occurrit ſuperficiei corporis diafoni groſſi-
ꝓductam ſuper ſuperficiē corporis groſſioris, ideo, quia faciliimus motuum eſt ſecundū
lineam perpendicularē. Si ergo radius lucis inciderit ſuper lineam perpendicularē,
tranſibit recte ꝓpter fortitudinē motus ſuper perpendicularē. Et ſi radius inciderit obli
que, tunc non poterit tranſire ꝓpter debilitatē motus ſuper lineas obliquas. Accidit er-
go ut declinet ad partem aliquā, per quā facilior ſit tranſitus, ꝗ̃ per illam partem, ad quā
per lineam incidentiæ mouebatur; facilior autē motuū, & plus adiutus cœleſti influen-

tia eſt ſuper lineam perpendicularem: qđ enim uicinius eſt perpendiculari, facilioris eſt tranſitus, ꝗ̃ remotius ab illa. Sit itaq; ut à puncto a corporis luminoſi incidant radij ꝗ̃ plures per medium a b ſuper ſuperficiem alterius diafoni corporis, in qua ſit linea b c d e, & ſit b f linea profunditatis illius corporis, & ſit linea a b perpendicularis ſuper illam ſuperficiē, palam itaq; ſecundum rationē præmiſſam fortitudinis perpendiculariū, & per experientias inſtrumentales per 42. & 44. huius, q̃m radius incidens ſecundū lineam a b penetrat perpendiculariter totū corpus b c f. Radius uero incidens ſecundū lineam a c, ſi directe trãſeat corpus b e f, tunc enim erit diuerſitas in diafoneitate corpoꝝ a b e & b e f, qđ eſt contra hypotheſim: linea itaq; a c propter diuerſitatem reſiſtentiæ non erit linea continua. Sed ſi per corpus minus reſiſtens mouebatur libere per lineam a c, non poteſt in corpore plus uel minus reſiſtente per eandē lineam moueri. Si ergo corpus b e f ſit denſius corpore a b e, patet ex præmiſſis, ꝙ difficilior eſt tranſitus per illud. Si itaq; linea a c refringitur à linea perpendiculari, ducta à puncto c ſuper ſuperficiem corporis b c d e q̃ ſit c g, debilitabitur, nec ad aliud peruenit effectus eius, friuſtra ergo incidebat, natura autē fruſtra nihil agit, ſicut in principio ſuppoſitum eſt: linea ergo a c, ut etiam oſtenſum eſt experimentaliter per 43. huius, refringitur neceſſario ad partem perpendicularis c g, ut fortificetur actio eius, ſimiliter quoq; eſt de radijs incidentibus ſecundum lineas a d & a e. Et ſi corpus, in cuius ſuperficie eſt linea b c d e, fuerit diafoneitatis rarioris ꝗ̃ ſit corpus a b e, adhuc propter fortitudinē actionis radij perpendicularis qui eſt



a b penetrat irrefractus, radius uero ſecundum lineam a c tranſiens corpus denſius, & in puncto incidens ſuperficiei corporis rarioris, non inuenit reſiſtentiam ꝗ̃ prius, & quia formarum ꝓprium eſt ſemper ſe diffundere ſecundum amplitudinē omnis capacitatis materiæ: patet, ꝙ radius a c non procedit ſecundū lineam a c, quia ſic diſpoſitio diafonoꝝ corporum ſecundū reſiſtentiam ad receptionē luminis eſſet uniformis, qđ eſt contra hypotheſim: refringitur ergo radius a c, ſed nō ad ꝑpendicularē c g, quoniã illa refractio non fit ꝓpter reſiſtentiam materiæ, ſed propter uictoriam formæ agentis ſuper materiam plus diſpoſitam ꝗ̃ prius, unde forma diffundit ſe uirtute propria ab incepto progreſſu ſecundum lineam a c, & ad partē contrariam ipſius perpendicularis c g. & æquediſtantis quæ b f: & ſimiliter eſt de omnibus alijs obliquis radijs, ut a d & a e. Motus itaq; radij incidentis oblique ſecundum lineam a c in corpore ſecūdi diafoni denſioris, quæ eſt b e f, componitur ex motu in partem perpendicularis a b tranſeuntis per corpus b e f, in quo eſt motus, & ex motu facto ſuper lineam c b, quæ eſt perpendicularis ſuper lineam c g, quoniã enim tranſitus perpēdicularis eſt fortiſſimus & facillimus motuū, & denſitas corporis reſiſtit termino motus ad quem intendebat, linea a c neceſſario mouebit ad perpendicularem c g exeuntem à puncto c, in quo radius a c concurrit ſuperficiei corporis denſioris, & quoniã illi motui reſiſtit ꝓpter groſſiciē medij, & etiam ꝓpter naturã alterius motus, qui eſt ſuper lineam c b, qui propter reſiſtentiam medij non omnino dimittitur, ſed tantum impeditur. Declinabit lumen ergo uerſus punctū b, ſemper proximans perpendiculari a b f, fit itaq; in medio diafoneitatis ſecundæ groſſiore medio, primo refracto radij a c ſecundū lineã c l propinquiorē perpendiculari c g exeunti à puncto c, in quo occurrit corpori denſiori, quoniam linea a c, per quam incidebat ſuperficiei illius corporis, producta ultra punctum c ad punctū q, propinqua fuerit eidem perpendiculari eductæ ultra punctum c ad punctū h, ita, ut angulus a c h ſit maior angulo l c g, non concurret tamen cum ꝑpendiculari b f uerſus punctum f, ſed uerſus punctum a per 2. primi huius, quoniam concurrit cū æquediſtante eius linea c g in puncto c. Cū uero radius a c exiuerit à corpore groſſiore ad ſubtilius, tunc quia minus habet reſiſtentiæ,

tiæ, erit motus eius uelocior & magis ſui diffuſiuus, & quoniam reſiſtentia medij denſioris impellit ſuper lucem obliquam, ut coadunetur ad ppendicularē lineam à puncto incidentiæ ſuper ſuperficiem illius corporis productam, quæ eſt c g: patet ꝙ in medio rarioris diafoni illa reſiſtentia erit minor ꝙ̄ prima, ſit ergo motus lucis ad partem à qua per reſiſtentiam repellebatur motus maior, mouetur ergo lux in corpore diafono rariore plus ad partem contrariam parti perpendiculari, ita, ꝙ angulus g c k ſit maior angulo a c h, ſit tamen ſemper motus lucis a c in reflectione à corpore ſecundo rarioris diafoni ꝙ̄ primũ inter lineas c g & c e, quoniam cum angulus g c e ſit rectus, angulus g c k nunꝙ̄ poteſt fieri rectus, patet ergo propoſitum.

XLVIII.

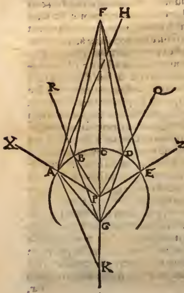
A ſuperficie plana corporis diafoni omniũ radiorũ illi ſuꝑficiei incidentiũ, non eſt poſſibile fieri refractionē ad aliquod punctum unum.

Quoniam enim, ut patet per præmiſſas, in omni corpore diafono ſemper fit refractio uel ad ipſas perpendiculares ductas à punctis incidentiæ radij ſuper ſuperficiē corporis diafoni, à qua fit refractio, uel ab illis ꝑpendicularibus quomodocunꝙ hoc contingat, patet, cum illæ perpendiculares ſuper planam ſuperficiē ſunt æquediſtantes per 6. undecimi, qm̄ ſiue ad ipſas ꝑpendiculares, ſiue ab ipſis fiat refractio, nõ eſt poſſibile, ut omniũ radioꝝ illi planæ ſuperficiei incidente, refractio fiat ad punctũ unum, patet ergo propoſitum.

XLIX.

Nulla refractio tranſmutat ſitum partium formæ refractæ, ſed ſolum auget uel minuit figuram.

Quoniam enim, ut patet per 47. huius, omnis refractio fit in medio ſecundi diafoni & in rariori à perpendiculari, in denſiori uero ad ꝑpendicularē, palam ꝙ ſemper dexter radius remanet dexter, & ſiniſter ſiniſter, & ſimiliter de alijs differentijs poſitis. Situs ergo partium formæ refractæ non mutantur, ſed ſemper permanent, modo ſuo autē à perpendiculari fit fractio, augetur forma ſecundũ dilatationē. Et cum ad perpendicularem fit refractio, minuitur, qm̄ anguli ipſam continentes, anguſtantur, patet ergo ꝓpoſitũ.



L.

In omni ſimili ſuperficie eiuſdē diafoni radij ſecundum æquales angulos incidentes, ſecundum æquales angulos refringuntur: & ſi maiores ſunt anguli incidentiæ, maiores ſunt anguli refractionũ, & ſi minores, minores.

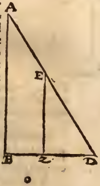
Siue enim refractionis modus attendatur ex parte ſuperficierum corporum in quibus fit refractio, quoniam alia fit refractio à ſuperficie ſphærica, & alia à plana, ſiue à parte diſpoſitionis diafonoꝝ, quoniã alia fit refractio à rariori diafono, alia à denſiori, ut patet per plures ꝓpoſitiones libri huius, ſiue attendatur à parte anguloꝝ incidentiæ, patet ſemper ꝙ angulis incidentiæ exiſtētibus æqualibus, ſecundũ modum ꝓpoſitionũ nulla ſubeſt cauſa diuerſitatis modi refractionis, fit ergo ſemper refractio ſecundũ angulos æquales, & hoc eſt ꝓpoſitum primũ. Et eſt huius exemplũ, ut ſi uni corpori ſphærico diafono denſiori ipſo aëre medio, in cuius ſuperficie

ficie ſit circulus a b c d e, cuius centrum ſit p, & á puncto f corporis luminoſi incidant lineæ radiales, quæ ſint a f, b f, c f, d f, e f, incidatq; radius f c perpendiculariter, & alij oblique: patet ꝙ omnes radij incidentes oblique in ſuperficie illius corporis diafoni, refringentur per 47. huius. Sit ergo exempli cauſa & breuitatis figurationis & denominationis linearum, ut omnes illi radij refracti concurrant in puncto g, & ducantur perpendiculariter ſuper ſuperficiem corporis lineæ, quæ ſint p d q & p b z & p a x & p e x. Dico ꝙ ſi angulus incidentiæ, qui eſt f d q, ſit æqualis angulo f b r, ꝙ angulus g d p erit æqualis angulo g b p, per præmiſſam propter uniformitatem omnium prædictarum conditionum. Similiter quoq; dico, ꝙ ſi angulus f d q ſit maior angulo f a x, ꝙ angulus p d g erit maior angulo p a g, fiat enim ſuper punctum a terminum lineæ x a angulus æqualis angulo f d q per 23. primi, qui ſit angulus h a x, refringaturq; radius h a in puncto a, concurretq; cum linea f g in puncto b, eritq; per primam partem huius angulus p a x æqualis angulo p d g: eſt autem angulus p a k maior angulo p a g, nõ enim eſt æqualis, quoniam tunc ex præmiſſis ſequeretur angulos incidentiæ eſſe æquales, qđ eſt contra hypotheſim, ſunt enim ſuppoſiti eſſe inæquales, ſed neq; minor, quoniã ſic fieret refractio irregularis, & eſt contra 43 & 45. huius, eſt ergo maior, ergo & angulus p d g eſt maior p a g. Idem quoq; poteſt demonſtri facilius, ut ſi angulus f e z fiat æqualis angulo f a x per 8. tertij, utpote ſi arcus a c & c e aſſumantur æquales, tunc enim anguli p a g & p e g erunt per præmiſſam æquales: angulus uero p d g minor eſt angulo p e g, ꝙ patet, etiam ſi anguli refractionis ponantur eſſe æquales. De hac autem materia hic ſummarie loquimur, quoniam ipſam in 10 huius libro, ubi locum proprium habet perfectius perſequemur, patet ergo propoſitum.

LI.

Datam altitudinem per umbram quanta ſit cognoſcere ſole apparente.

Sit data altitudo a b, quam proponimus, quanta ſit cognoſcere ſole apparente; & ſi illa altitudo eſt erecta ſuper ſuperficiem horizontis, ducatur in illa ſuperficie linea b d perpendicularis ſuper terminum altitudinis a b, qui ſit b, & incidat radius ſolaris per uerticem a b, qui ſit a, ipſi puncto d. & ſit a d, ergo per undecimam huius erit linea b d umbra altitudinis ipſius a b, erigaturq; nota linea e z inter umbram b d & radium a d æquediſtanter altitudini a b, ut ſi z e ſit baculus notæ quantitatis, erit ergo trigonus d z e per 29. primi æquiangulus trigono a b d, ergo per 4. ſexti, uel per 9. huius erit proportio d z ad z e, ſicut d b ad b a, ſed d z ad z e proportio eſt nota, quoniam cum z e ſit aſſumpta nota, poteſt & linea umbræ ſuæ quæ eſt z d modica menſuratione fieri nota, ergo d b ad b a proportio eſt nota, ſed d b poteſt menſurando fieri nota, ergo & a b erit nota, quod eſt propoſitum, ut ſi linea a b ſit altitudo alicuius turris uel parietis, qui ualeat adiri ad menſuranda ſpacia umbrarum.



Libri Secundi Finis.

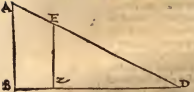
LIBER TERTIVS
PERSPECTIVAE VITELLIONIS

IN præmiſſis libris mathematicalia & naturalia principia præmiſimus, per quæ, prout noſtra poſſibilitas fert, noſtri propoſiti cõſequentia intendimus declarare. Volentes autē formarū naturaliū actiones ſub triplici uidendi modo proſequi. ſ. illo qui fit per ſimplicem uiſionē, & eo qui per reflexionē & illo qui per refractionem. In hoc tertio libro proſequimur modum ſim- Supponimus aūt hæc quæ ſequunt plicis uiſionis, & diſpoſitionē ꝓpriā organi uiſiui. in locis alijs declarata, uel ut per ſe ipſa nota. Viſionem non compleri niſi apud per- uentum formæ uiſibilis ad animam. Item ꝙ per ſe uiſibilia ſunt tantum duo, ſcilicet lux & color, quoniam lux ſe ipſa uidetur, & ipſa eſt hypoſthaſis colorū; alia uero per ac- cidēs uiſibilia ſunt, utpote remotio, magnitudo, ſitus, corpeitas, figura, cõtinuitas, ſepa- ratio uel diuiſio, numerus, motus, quies, aſperitas, lenitas, diafonitas, dēſitas, umbra, ob ſcuritas, pulcritudo, deformitas, conſimilitudo & diuerſitas. Hæc enim non ſolum uiſu, ſed alijs ſenſibus cõprehenduntur. Item petimus lucē fortē ledere uiſum diutius intu entem. Item rem maioris quantitatis, quàm ſit oculus, oculo uideri. Item rem ui- ſam ſecundū ſitum, figuram & ordinem ſuarum partium uideri. Item uiſum ſimul di- uerſa uiſibilia uidere. Itē ab ambobus uiſibus ſimul unam rem uideri. Itē ꝙ color nõ eſt motiuus uiſus niſi ſecundū actū lucidi. Item ſine contactu uiſionē nõ fieri, ſicut nec aliquā actionē naturalē. Item uirtutē uiſiuā finitam eſſe, & non extendi in infinitum.

THEOREMA 1.

Viſibili lucem actu non participante, ipſum impoſſibile eſt uideri.

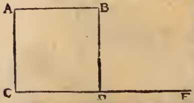
Quæ enim, ut ſuppoſitum eſt, per ſe ſunt uiſibilia, ſunt lux & color: lux autem non eſt uiſibilis præter ſe, & etiam lux cū ſit hypoſta- ſis colorum, non eſt poſſibile colores uideri ſine lu- ce, forma enim coloris eſt forma debilior ꝙ ſit for- ma lucis, cum color ſit quædam lux incorporata corporibus mixtis. Viſus ergo non recipit formā coloris rei uiſæ, niſi ex luce admixta cum forma co loris, & propter hoc alternantur colores multarū rerum apud uiſum per alternationē lucis orientis ſuper ipſas: & ſi color, qui eſt per ſe uiſibilis, non eſt motiuus ipſius uiſus, niſi ſecundum actum lucidi, patet ꝙ omni uiſibili actu lucem non participante ipſum impoſſibile eſt uideri, patet ergo propoſitum.



II.

Inter quodlibet punctum ſuperficiei rei uiſibilis, & aliquod punctum ſu- perficiei uiſus produci poſt ſe lineas rectas eſt neceſſe, ut res actu uideatur, ex quo patet, ſolum in oppoſitione rei uiſæ ad uiſum fieri uiſionem.

Viſio enim ſiue fiat ex eo ꝙ radij egrediuntur à uiſu ſuper puncta rei uiſæ, ſiue ex hoc, ꝙ formæ punctorum rei uiſæ per lineas radia- les perueniant ad ſuperficiem organi uiſiui, ſemper neceſſe eſt inter quodlibet punctū ſuperficiei rei ui ſibilis, & aliquod punctum ſuperficiei uiſus produci poſſe lineas rectas, ut res uideantur actu: unde cum hæ lineæ ſecundū quodcunqꝫ propoſitū modum ꝓ- duci poſſunt, fit uiſio, niſi forte ꝓpter alterius impe dimenti reſiſtentiam uiſus fuerit impeditus. Cum itaqꝫ uiſus fuerit oppoſitus rei uiſæ, uidebit ipſam: & cū aufertur ab eius oppoſitione, non ſentiet ipſam, & cum reuertetur ad oppoſitionē,



reuer

reuertetur ſenſus, quoniã ab alijs partibus ꝗ̃ ab oppoſitis directe non poteſt linea produci à punctis uiſibiliũ ad puncta ſuperficiei uiſus, patet ergo ꝓpoſitum.

III.

Organum uirtutis uiſiuæ neceſſe eſt ſphæricum eſſe.

Si enim non ſit ſphæricum, dico ꝙ non impeditur uiſio, utpote ſi ſit ſuperficiei planæ, tunc enim non uidebit uno aſpectu, niſi ſibi æquale, ſiue enim radij egrediantur à uiſu ſuper rem uiſam, ſiue formæ punctorum rei uiſæ per lineas radiales perueniant ad ſuperficiem organi uiſiui, patet ꝙ ſemper perpendiculares ſunt breuiores per 21. primi huius: unde res magis approximat uiſui ſecundum illas, quoniam res uiſæ directe ſecundũ ipſas ꝑpendiculares uidenť, non per aliquas lineas obliquas, quæ res frangantur, quia ut patet per 48. ſecundi huius, in corporibus planis non poteſt fieri refractio formarum ad aliquod punctum unum, eo ꝙ in talibus nullus punctus eſt omnibus cõmunis, ſola ergo illa ab organo uiſiuæ ſuperficiei planæ uideri poteſt, quæ ſine refractione directe perueniunt ad ipſum, hæc autem ſunt ſecundum perpendiculares lineas peruenientia ad uiſum. Sit itaqꝫ ſuperficies plana uiſus, in qua ſit linea a b, & ſit in ſuperficie plana alicuius rei uiſæ æquediſtantis uiſui, & linea a b linea recta, quæ c d e, & à puncto c ducatur perpendicularis ſuper ſuperficiem uiſus per 11. undecimi, quæ incidat in punctum a, & ſit a c: & à puncto d ducatur ſimiliter ſuper ſuperficiẽ uiſus perpendicularis quæ ſit d b. Cum itaqꝫ lineæ a c & b d ſint æquediſtantes & æquales, per 23. & 25. primi huius, ergo per 33. primi huius, linea a b æqualis erit lineæ c d, & q̃m linea a b æqualis eſt lineæ c d, ſed linea c d e eſt maior ꝗ̃ linea c d, ergo non uidetur ſimul tota linea c d e, quia in hac diſpoſitione non poteſt res uiſa excedere quantitatẽ ſuperficiei uiſus, & quoniam hoc eſt falſum & contra ſuppoſitionem, quæ patet ſenſui, quoniam poſſibile eſt rem maiorem ipſo oculo uideri, palam, quia non eſt poſſibile, ut ſuperficies organi uiſiui ſit plana, ſed neqꝫ alterius figuræ ꝗ̃ ſphæricæ, quia ſemper accident impoſſibilia inæqualitatis uiſionis, neceſſario ergo erit ſphærica ſuperficies organi uiſiui, in cuius centro fiat concurſus linearum radialium ex longe maiori magnitudine ꝗ̃ ſit ipſum organum uiſiuum, patet ergo propoſitum.

IIII.

Oculus eſt organũ uirtutis uiſiuæ ſphæricũ ex tribus humoribus & quatuor tunicis, à ſubſtantia cerebri prodeuntibus ſphærice ſe interſecantibus compoſitum.

Quomodo ſit oculus uirtutis uiſiuæ organũ negocio alterius partis philoſophiæ relinquimus, ꝙ aũt ſit ſphæricus, neceſſariũ eſt per præcedentẽ ꝓpoſitoinẽ, & etiã ex eo ꝙ eſt naturæ aqueæ, cuius ꝓprietas eſt ſemper rotundari, ut alibi eſt declaratũ. Qđ autem ſit oculus ex tribus humoribus & 4. tunicis compoſitus, diligens Anathomizantiũ cura edocuit. Primus itaqꝫ humorũ iſtoꝝ criſtallinus uel glacialis, qui ꝓprie eſt organum uirtutis uiſiuæ, & eſt in medio oculi ſitus, eſtqꝫ ſphæra parua alba humida, humiditatis receptibilis formarũ uiſibiliũ, in qua eſt diafonitas non intenſa ualde, cum ſit in ea aliqua ſpiſſitudo, unde diafonitas eius aſſimilatur diafonitati criſtalli uel glaciei, & ob hoc dicitur humor criſtallinus uel glacialis, quia uera eius humoris diafonitas nutritur in ſui parte poſteriori uerſus cerebrũ, à qua parte totus oculus recipit nutrimentũ, ꝙ anteqꝫ ꝑfecte uniatur humori criſtallino, quæ principaliter intendiť nutriri, nondũ plene in formis ſubſtãtialibus & accidẽtalibus, & eidẽ aſſimilatũ neceſſario eſt alterius diafonitatis ab illo, & ob hoc diciť alter humor, & uocatur uitreus, quia ſimilatur uitro quaſi fruſtrato, & quia in omni qđ nutritur, ſemꝑ purũ ab impuro ſeparatur, illud qđ ab humore criſtallino nutrito, ut ſuæ puritati inconueniẽs, ſeparať ad partẽ oppoſitã parti nutrimẽtali, hoc eſt, ad anterius criſtallini humoris ꝓfluit, & eſt diafonũ, quoquo mõ aſſimilatũ humori criſtallino, nondũ tñ ſuæ ꝑfectæ conſiſtentiæ in denſitate, eo ꝙ eſt ſuꝑfluũ nutrimenti corꝑis denſioris, patet ꝙ neceſſario eſt diafonũ liquidũ, unde uocatus eſt humor albugineus, qa ſimile eſt albumini oui in tenuitate & albedine & diafonitate, eſt enĩ hu-

mor alb9,clar9,tenuis,diafon9,& habet humorē ad ptē anteriorē,ſicut & uitreū humorē ad partē poſteriorē pro cuſtodia humoris criſtallini,ne ab extriſecis occaſiōibus uel intriſecis citi9 patiaṫ,& cadat ab officio organi uiſiui naturæ ſagacitas deputauit. Cōtinet aūt primū duos hūores.ſ.criſtallinū & uitreū,tela ualde tenuis & ſubtilis ſeparās eos ab albugineo,& circūdans ambos eos,cuius etiam telæ aliqua pars deſcendens per medium ſeparat criſtallinū à uitreo,& hæc tela ,ppter ſui ſubtilitatem tela aranea nominatur. Cum aūt humor albugineus ſit liquidus,per ſe non conſiſtens,neceſſariū fuit ipſum per aliquod ſolidū pro oculi cuſtodia retineri,circūdedit ergo ipſum natura pelle uiſcoſa ſolida forti,non multū diafona,quæ ſui denſitate melius retineat,& ſui caliditate humorem albugineum temperet, ne criſtallinus congeletur,& fiat inhabilis receptioni uiſibiliū formaꝝ,& quia ,ppter eius tunicæ denſitatē & uiſcoſitatē formæ uiſibiles ad humorem criſtallinū undiq; tali tunica circundata non ꝑueniſſent,ideo in anteriori parte oculi,ubi eſt locus receptionis formaꝝ uiſibilium,natura hanc tunicam intercidit, factumq́; eſt foramen rotundū,cuius diameter eſt quaſi æqualis lateri cubi deſcriptibilis intra illā ſphærā,uel lateri quadrati inſcriptibilis circulo magno illius ſphæræ,& eſt hoc foramen ideo rotundū,ut ſit magis apta ſuſceptioni omniū formaꝝ pertranſiēs uſq; ad eiuſdē tunicæ concauū,& ob hoc hic tunica dicta eſt unea,quia aſſimilabiṫ unæ in aſpectu,& eſt hæc tunica plurimū nigra,ſæpe tñ uiridis,& qñq; glauca,& corpus illius tunicæ eſt tenue denſum non rarum,ne uero humor albugineus effluat ex foramine uneæ,& ut non impediatur operatio uirtutis uiſiuæ,neceſſarium fuit naturæ foramini uneæ ſuponere uelamen diafonū ſolidum ad modū cornu albi clari,dictaq́; eſt hæc tunica cornea,ubi uero coniungiṫ hæc tunica alijs partibus corporis circūpoſitis oculo,ibi ceſſat diafonitas.fitq; alterius diſpoſitionis tunica ſolidior q̄ cornea non diafona,ipſa tamen cornea complens ſphæram unam,quæ eſt ſphæra totius oculi,& illius ſphæræ poſterior pars nō diafona,ſed carnoſa fit alia tunica,& hæc diciṫ cōiunctiua uel conſolidatiua, qm̄ cōiungit oculū,& cōſolidat ipſum cū partib9 corꝑis uicini,erit ergo tunica cornea humor albugine9 & humor glacialis & humor uitre9,ſe ad inuicē cōſequētes,& oīa iſta ſunt diafona ,ppter meliorē formaꝝ uiſibiliū receptionē. A ſubſtātia cerebri ,pdeūt humores & tunicæ oculi,qm̄ ex anteriori parte cerebri à duabus ꝑtibus ipſius creſcūt duo nerui optici.i.cōcaui cōſimiles habentes duas tunicas ortas à duabus telis cerebri,& ,pcedunt ij nerui ad mediū anteriorioris partis cerebri,ubi efficitur neruus unus obticus, qui in ,pceſſu iterū diuidiṫ in duos neruos obticos cōſimiles & æquales,q transmutatis ſuis ſitibus,ita,ut dexter fiat ſiniſter,& ſiniſter dexter,ſunt ,pcedētes ad cōuexa duoꝝ oſſiū cōcauoꝝ cōtinentiū oculos,qm̄ in medijs iſtoꝝ duorū oſſiū cōcauoꝝ ſunt duo foramina æq̄liter ꝑforata,q̄ dicunṫ foramina giratiōis neruoꝝ cōcauoꝝ,& qm̄ illa duo foramina ſunt rotunda,punctus uero medius cuiuslibet illoꝝ foraminū dicitur centrū illius foraminis,illi ergo nerui intrant iſta duo foramina,& exeūt ad cōcauitatē duoꝝ oſſiū ꝑdictoꝝ,& illic dilatātur & ampliātur,& efficiṫ extremitas cuiuſq; ipſoꝝ quaſi inſtrumētū pōnēdi uinū in doleis,hoc eſt admodū pyramidis rotūdæ cōcauæ,& q̄libet oculoꝝ cōponiṫ ſuꝑ unā extremitatē iſtius nerui,& cōſolidatur cū ipſo:cōſimiliter & à tunicis iſtorū neruoꝝ oriunṫ tunicæ oculoꝝ,nā tunica cornea oriṫ ex tunica extrinſeca duaꝝ tunicaꝝ iſtius nerui,& tunica unea oritur ex tunica intrinſeca duarū tunicaꝝ duoꝝ neruoꝝ, intra iſtā tunicā uneā ordiaṫ humor criſtallinus ſuꝑ extremitatē cōcauitatis nerui medi ante uitreo humore,q ambo ex medullari ſubſtātia cerebri oriunṫ,& inṫ humores iſtos & tunicā uneā ex ſubtiliſſimis filis tunicæ uneæ texiṫ tela aranea,quā alij uocant tunicā retiā,qa eſt cōtexta ad modū retis.Sphæricæ ſe interſecāt humores & tunicæ oculi,quia eni tunica unea nō ꝑuenit intra oculū ad cōplementū ſphæræ,cū ſicut præmiſſum eſt, in anteriori ſui parte ſit foramē rotundū,qđ tegiṫ à cornea tunica,ſphæra ergo tunicæ corneæ neceſſario ſecabit ſphærā uneæ,& cōis ſectio ſuaꝝ ſuꝑficieꝝ ſphæricaꝝ eſt circūferētia illi9 foramīs,& eſt linea circularis ꝑ 79.primi hui9,in anteriori q̄q; hūoris criſtallini ,ppter meliorē formaꝝ receptionē eſt cōpreſſio ſuꝑficialis ꝑua minoris curuitatis, q̄ ſit ſuꝑficies cornea cōtinēs illā:ſꝑicitas.n.ſuꝑficiei hūoris criſtallini aſſimilaṫ cōpreſſioi ſuperfi

ꝑficiei lẽticulæ, ut patet ex cõſiderãtibus anathomiã oculi, ſuꝑficies ergo anterior ipſi9
eſt portio ſuꝑficiei maioris ſphæræ ꝙ ſit ſphæra unea continens ipſam, & hæc compreſ
ſio æqualiter deflectitur ad oppoſitum foraminis, quod eſt in anteriori parte uneæ, quia
ſitus eius ab eo eſt conſimilis, ſicut autem foramen rotundum, quod eſt in anteriori par-
te uneæ, eſt directæ oppoſitum extremitati concauitatis nerui ſuper quẽ collocatur o-
culus, ſi etiã in parte poſteriore cõcauitatis uneæ eſt foramen rotundum, quod eſt ſuꝑ
extremitatem concauitatis nerui, & foramen, quod eſt in anteriori uneæ, eſt oppoſitũ
foramini concauitatis nerui, quoniam neruuus opticus interſecat tunicam coniunctiuã
& uneam, & penetrat omnes tunicas oculi uſq; ad ſphæram criſtallinam, quæ pyramidẽ
nerui interſecat, ſicut & humor uitreus, q̃ in nerui optici pyramidali cõcauo collocatur,
itaq; communis ſectio pyramidis nerui optici, & ſphæræ criſtallinæ, eſt circulus p 109.
primi huius, ſphæra itaq; glacialis eſt compoſita in extremitate concauitatis nerui opti
ci, & in foramine poſteriori uneæ rotundo. Extremitas ergo nerui continet medium
ſphæræ glacialis, & eſt neruus ille concauus deferens in ſe ſpiritum uiſibilem à cerebro
ad oculum, & per eius uenas paruas peruenit ad nutrimentum ad oculum, & diffundi-
tur in illo per uias inſtrumenti, & eſt in interſectione huius nerui in anteriori parte cere
bri uirtus uiſiua ſentiens & dijudicans omne uiſibile, & conſolidatur unea cum glaciali
in circulo continente foramẽ rotundum in poſteriori uneæ. Interſecant quoq; ſe ſphæ
ræ iſtæ duæ, ſcilicet glacialis & uitrea neceſſario, cum conuexum unius obuiet cõuexo
alterius, ſicut eñ ſunt diuerſæ naturæ & diaſonitatis, ſic ſunt portiones diuerſarũ ſphæ
rarum ſe ſecantium, communis itaq; ſectio illarum ſphærarum eſt circulus p 79. primi
huius. Idem ergo circulus eſt baſis pyramidis nerui optici, & interſectionis eiuſdem py
ramidis, & ſphæræ criſtallinæ, & conſolidationis uneæ
ſphæræ cum ſphæra criſtallina, & forte interſectionis
earundem ſphærarum. Corpus uero cõſolidatiue cõ
tinet partem pyramidalem nerui, quæ eſt intra foramẽ
oſſis per quod tranſit neruus, & intra circumferentiam
ſphæræ glacialis, & continet ſphæram uneam. Ex his
itaq; patet humorem glacialem proprie eſſe organum
uirtutis uiſiuæ, nam huius ſolius diaſonitas eſt recepti-
bilis formarũ uiſibiliũ, & eſt in medio omniũ & humorũ
& tunicarum collocatus, & ſi alij cuicunq; tunicæ uel hu
mori accidat læſio ſaluo glaciali humore, ſemper auxi-
lio medicinæ recipit oculus curationẽ, & ſanatur ac re
ſtituitur uiſus: Ipſa uero corrupta, corrumpitur uiſus
totus ſine ſpe reſtitutionis per auxilium curæ medicina
lis: eſt itaq; humor criſtallinus uel glacialis principali-
ter uirtutis uiſiuæ organum, propter quod eſt ante dili
gentius conſeruatũ, & cõſtituit natura duos oculos ꝓ-
pter perfectionem bonitatis uiſionis, & complemen-
tũ eius. Sic ergo patet, quod humores & tunicæ ocu-
li ſphæricæ ſe interſecant, & patet declaratio diffinitio-
nis propoſitæ oculi ſecũdum omniũ eorum experientiã
qui de ipſius anathomia hactenus ſcripſerunt. Hæc autẽ
omnia, quæ ſcilicet de cõpoſitione oculi, in hac quarta
propoſitione huius tertij libri noſtræ perſpectiuæ ſunt
præmiſſa, nunc ſummatim per figuram mathematicam
duximus exemplanda, quæ eſt talis. Sit enim centrũ
oculi punctũ a, & ſuperficies conuexa ipſius glacialis ar
cus b c d, & ſuperficies cõuexa ipſius uitreæ arcus b c d,
& tela aranea cooperiens glacialem anterius ſit arcus
b e d, tela quoq; araneæ inter corpus glacialis & uitreæ



 ſit linea

ſit linea recta uel curua, quæ b d, tela quoq; cooperiens ipſam uitreã poſterius ſit b q d,
exterior quoq; tunica nerui obtici ſit g h dextra, & g h ſiniſtra, & interior tunica illius
nerui ſit g d dextra, & g b ſiniſtra. Superficies quoq; uneæ ſit cuius centrum n, & in.
qua ſit arcus t m u, & b l d, & eius foramen ſit cuius diameter eſt m b, & centrum eius
punctum f, humor quoq; albugineus ſit corpus b l d o, ſuperficiesq́; intrinſece ipſius cor
neæ ſit arcus h f k, & ſuperficies exterioris corneæ ſit arcus b e k, erit ergo medium uirtu,
tis communis punctum g, & axis pyramidis totius nerui obtici erit linea g a f, in qua e-
runt centra omnium humorum & tunicarum ipſius oculi, hæc itaq; eſt figura totius o-
culi, quam cum opportunum fuerit poſterius utemur.

V.

Impoſſibile eſt uiſum rebus uiſis applicari per radios ab oculis egreſſos.

Si enim aliqui radij egrediuntur ab oculis, per quos uirtus uiſiua rebus extra cõiun-
gitur, aut illi radij ſunt corporei uel incorporei. Si corporei, tunc cum uiſus uiderit ſtel-
las & cœlum, neceſſarium eſt, ut à uiſu aliquid corporeum exiens impleat totũ ſpacium
uniuerſi, quod eſt inter uiſum & partem cœli uiſam præter diminutionem ipſius oculi,
quod & impoſſibile eſt fieri, & etiam tam cito fieri, ſubſtantia quantitate oculi manen-
te ſalua. Si uero detur quod radij ſint incorporei, cum ſenſus nõ ſit niſi in re corporali,
tunc ipſi radij non ſentirent rem uiſam, ergo nec oculus corporeus mediante hoc incor-
poreo non ſentiente poterit ſentire, nec enim talia incorporea reddunt aliquid uiſui,
quo uiſus poſſet comprehendere rem uiſam, cum uiſus non fiat niſi per contactũ uiſus
cum forma uiſa, quia ſine contactu non fit actio. Radij ergo ꝓcedentes ab oculo ſi nihil
reddunt uiſui, tunc non fit per ipſos uiſio. Si uero aliquid reddunt uiſui, hæc erunt luces
uel colores quæ per ſe uidentur, & quæ inter radios multiplicantur ad uiſum, radij ergo
non ſunt cauſa applicationis uiſus cum rebus uiſis, ſed aliquid aliud quod ſe multiplicat
ad uiſum, eſt per ſe cauſa uiſionis, impoſſibile eſt ergo radios p ſe eſſe cauſam uiſionis, ni-
ſi forte radij dicãtur lineæ deſcriptæ per puncta formarum multiplicata à ſuperficiebus
rerum uiſarum ad uiſum, quoniam ut patet per 2. huius, inter quodlibet punctum ſuper-
ficiei rei uiſibilis, & aliquod punctum ſuperficiei uiſus neceſſe eſt poſſe produci lineas re
ctas, ut res actu uideat, tales uero radij ab oculis nõ egrediuntur, patet ergo ꝓpoſitum.

VI.

Viſio fit ex actione formæ uiſibilis in uiſum, & ex paſſione uiſus ab hac forma.

Formas uiſibiles agere in uiſum ex ſuppoſitione patet, læditur enim uiſus ex forti
luce in aſpectu corporis ſolaris uel alterius lucis fortis, ut lucis reflexæ ad oculum à cor
pore polito, uel ab alio corpore ualde albo. In his enim debilitatur uiſus taliter, ut à ſua
cadat operatione quouſq; per uirtutem intrinſecam naturalem fuerit reſtitutus. Sed &
uiſus patitur à ſenſibilibus formis, retinet enim quandoq; in ſe fortes earũ impreſſiões: ui
ſus enim poſtquam diu inſpexerit fortem lucem uel colorem, ſi poſtea aſpiciat locũ ob-
ſcurum uel locum debilis lucis, inueniet id forte uiſibile, quod prius inſpexerat in ſe ipſo
cũ luce colore, & figura ſua & quandoq; color fortis impreſſus uiſui permiſcebitur colo
ribus rerum uiſarum in obſcuro, & uidebũtur res illæ alio colore mixto coloratæ, ut for
te uiride uiſum facit res albas, poſtea uiſas in loco obſcuriori mixtam uirides appare-
re, ſi claudatur oculus, nihilominus occurret uiſui forma prius uiſa. Formæ ergo uiſibiles
agunt in uiſum, & uiſus patitur ab illis, & quia uiſibilia per ſe ſunt lux & color, & lux eſt
hypoſtaſis colorum, lux aũt ſemper ſphæricæ diffunditur ad omnem poſitionis diffe-
rentiam, palam ergo ſic etiã colores diffundi: cum itaq; uiſus opponitur alicui rei illumi
natæ uel coloratæ tũc multiplicatur lumẽ uel per ſe, uel cum illo coloratæ rei oppoſitæ ui
ſui, & perueniens ad uiſus ſuperficiem & agit in uiſum, & uiſus patitur ab illo, cum itaq;
lux & color ueniũt ſimul ad ſuperficiem uiſus, & agunt in illum, & uiſus patitur ab illis,
& uirtus animæ propter unionem formarum uiſibilium cum ſuo organo fit cognoſcẽs,
tunc fit uiſio propter præſentiam uiſibilium formarũ agẽtium in uiſum, & fit hæc actio
& paſſio modo aliarum actionum naturalium, quoniam totum agens, agit in quodlibet

paſſi

paſſi & indiuiſibile, & totum paſſum patitur à quolibet puncto agentis, forma ergo lucis & coloris quæ ſunt in aliquo punctorum rei uiſibilis perueniunt ad ſuperficiem oculi, & formæ omnium punctorum ſuperficiei rei uiſibilis perueniunt ad punctum unũ ſuperficiei oculi, & ſic fit actio & paſſio inter iſta, non fit aũt actio formarum uiſibilium in uiſum niſi forma uiſibilis ſit potens ad agendum & completæ hypoſtaſis ex luminis præſentia, & niſi medium extrinſecum oculo & rei uiſibili ſit lucidum actu, & niſi organum uiſus ſit receptiuum formaꝝ uiſibiliũ per tunicas medias, & humores diafonos ſuæ propriæ diafonitatis, pars enim tunicæ corneæ ſuperpoſita foramini uueæ, quæ primo aëri extrinſeco coniungitur, & humor albugineus implens foramen uueæ, ſi à propria ceciderit diafonitate, ut pote mutata qualitate ſibi propria uel impedimento alio occurrente, uel etiam ipſe humor glacialis, ſi per minimam cõgelationem, uel alio modo à formarum receptione fuerit impeditus non fit uiſio, quia forma ſenſibilis organo uiſiuo imprimi non poteſt: forma itaq; uiſibilis ueniens à re uiſa per medium lucidum uſq; ad ſuperficiem uiſus, tranſit per diafonitatem tunicarum uiſus, & peruenit ad uirtutem uiſiuam ex foramine, quod eſt in anteriori uueæ, & peruenit ad glacialem, & pertranſit in ſecundum modum ſuæ diafonitatis, & ob hoc natura omnes tunicas oculi diafonas ordinauit ut à formis ſenſibilibus actum lucidi habentibus patiantur, uiſus uero licet pati atur à formis uiſibilibus, nõ tamẽ tingitur à forma lucis uel coloris poſt receſſum præſentiæ corporis lucidi uel colorati, ſicut uniuerſaliter oſtendimus hãc paſſionem conuenire omni corpori diafono per 4. ſecundi huius, & licet quandoq; ꝑpter fortitudinem lucis & coloris fiat aliqua impreſſio in uiſum, & alteratio ſecundum illas luces & colores, nõ tamen illæ remanent in uiſu niſi tempore modico, non eſt ergo talis alteratio fixa, uiſus itaq; non tingitur & coloribus & formis lucis tinctura fixa formis ſenſibilibus agentibus in uiſum, patet ergo propoſitum.

VII.

Centrum ſphæræ totius oculi & centrum glacialis & centrum ſuperficierum extrinſecæ & intrinſecæ corneæ, & centrum conuexæ ſuperficiei humoris albuginei neceſſe eſt idem eſſe: ex quo patet, quoniam ſuperficies intrinſecæ corneæ ſuperficiei ſuæ extrinſecæ æquediſtat.

Reſumpta figura oculi quam præmiſimus in 4. huius, dico quod uerum eſt, quod hic proponitur, quoniam punctum a, eſt cõmune centrum propoſitarum ſphærarum. Si enim detur quod centrum ſphæræ totius oculi, quod eſt punctum a, non ſit centrum ſphæræ glacialis, palam per 75. primi huius, quoniam lineæ rectæ perpendiculares ſuꝑ ſuperficiem ſphæræ oculi, non ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiem ſphæræ glacialis niſi ſolum illa, quæ tranſit per ambarum centra, cæteræ uero omnes quæ erunt perpendiculares ſuper ſuperficiem uiſus, erunt declinantes ſuper ſuperficiem glacialis. Si ergo glacialis cõprehendat formas rerum uiſarum ſecundum incidentiam iſtarum linearum quæ ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiem oculi, & oblique declinantur ſuper ſuperficiem glacialis, tunc neceſſario glacialis comprehendit omnes formas reꝝ uiſibiliũ obliquatas, & declinantur à ſuo ſitu & figura quam habent extra in ſuperficiebus rerum uiſibilium, quod eſt contra ſuppoſitionem præmiſſam in principio huius libri, & quoniã formæ incidẽtes medio ſecundi diafoni denſioris ſecundũ lineas non perpendiculares huius refringunt ad perpendicularẽ, ut patet per 47. ſecũdi. Subſtantia uero humorũ & tunicarum oculi denſior eſt aëre circunſtante, & ſubſtantiæ diuerſæ diafonitatis inter ſe, ut patet per 4. huius, palam quod in ipſa ſuperficie glacialis fiet refractio alia quàm in ſuperficie corneæ, non diſtinguet glacialis aliquid ergo in rebus uiſis propter refractionem formarum in ſua ſuperficie factarum, manifeſtũ eſt enim, quod lineæ obliquæ incidentes ſuꝑficiei uiſus magis obliquãtur in ſuperficie glaciali, cum glacialis ſit alterius diafonitatis à cornea uel albugineo humore, eſt enim in glaciali aliqua diafonitas propter quam recipit formas, & aliqua ſpiſſitudo prohibens tranſitum formarum, & ob hoc ſinguntur formæ in eius ſuperficie & corpore, nulla ergo formarum uiſibilium com

prehendit

prehendit glacialẽ ſecundũ eius ſitum, & figuram quam habuit extra uiſum, hoc autem eſt impoſſibile, quoniam patet manifeſte per ſuppoſitionẽ, quod glacialis cõprehendit formas rerum uiſibilium ſecundum ſitum & figuram quæ habent in rebus extra. Eſt ergo neceſſarium quod lineæ quæ ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiem oculi, ſint perpendiculares ſuper ſuperficiem glacialis, erunt ergo ſuperficies oculi, & glacialis ſuperficies ſphærarum contentarum habentes idem centrum & extremitates omnium linearum imaginatarum produci à quolibet puncto ſuperficiei rei uiſæ perpendiculariter ſup ſuperficiem oculi, cõcurrunt in hoc centro per 72. primi huius, & ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiem glacialem per 72. primi huius, & quoniã ſuperficies corneæ anterius complet oculi ſuperficiem ſphæricam, & fit cum illa una ſuperficies ſphærica, patet, q̃m centrum oculi eſt centrum corneæ per diffinitionem ſphæræ, patet itaq; quoniam centrum oculi, & centrum glacialis, & centrum corneæ ſunt idem centrum, quia ergo centrum oculi, quod eſt centrum ſuperficiei exterioris ipſius corneæ, & centrũ ſphæræ glacialis ſunt unum cum centro totius oculi ex omnibus ſuis humoribus & telis conſtãte, conuenientius naturæ eſt ut centrũ glacialis ſit ipſum centrum ſuperficiei interioris corneæ, ita quod centrum omniũ ſuperficierum oppoſitarum foramen ueæ ſit unum punctum cõmune, & ſuperficies concaua corneæ ſphæræ fiat æquediſtans eius ſuperficiei conuexæ, ſic enim per 72. & 74. primi huius, erunt omnes lineæ exeuntes à centro ad ſuperficiem oculi perpendiculares ſuper omnes ſuperficies oppoſitas foramini, & augebitur bonitas uiſionis, & erit totus oculus rotundus propter unitatem centri corneæ cum toto oculo, & quoniam per 73. primi huius, ſuperficies intrinſeca corneæ æquediſtans eſt ſuperficiei extrinſecæ ipſius, cũ ipſarum ambarum ſit idem centrum, humor uero albugineus ſecundum eius conuexum cõtingit concauum corneæ, ut præmiſſum eſt per experientiam anathomizantiũ in 4. huius tertij per 79. primi huius, ſuperficies cõuexa humoris albuginei erit pars ſuperficiei ſphæricæ ſecundum eius cõuexum ſuperficiem concauam ſphæræ corneæ contingentis, patet ergo per 73. primi huius, quoniam conuexæ ſuperficiei humoris albuginei & concauæ ſuperficiei corneæ eſt idem centrum, & hoc eſt propoſitum.

VIII.

Sphæram ueam neceſſe eſt toti oculo ecentricam eſſe, centrumq́; eius ad anterius oculi plus accedere, cẽtrum uero oculi amplius profundari: ex quo patet centrum ueæ centris omnium tunicarum & humorũ anterioris partis oculi amplius eleuari.

Cum enim ut patet per 4. huius, & per præcedentem, ſphæra cornea ſecundum eius ſuperficiem manifeſtam ſit continua cum ſuperficie totius oculi, & pars ſphæræ ipſius, & totus oculus ſit ſphæra maior quàm ſphæra uea, quoniam intra ſe continet maximum circulum ſphæræ ueæ, patet per diffinitionem ſphærarum ſe intrinſecus interſecantium, quod ſuperficies ſphæræ corneæ, eſt maior ſuperficie ſphæræ ueæ, palã itaq; ex diffinitione ſphæræ maioris, quæ ſemidiameter corneæ eſt maior ſemidiametro ueæ, & quia ſuperficies intrinſeca corneæ ſuppoſita foramini ueæ, eſt ſuperficies cõcaua ſphærica æquediſtans ſuperficiei manifeſtæ ipſius corneæ, eo quod tota cornea eſt æqualis ſpiſſitudinis, ut oſtenſum eſt in præcedenti, ideo quod centrum ſuperficiei intrinſecæ corneæ, idẽ eſt cum centro ſuperficiei manifeſtæ conuexæ eiuſdem corneæ, ſed ſuperficies concaua corneæ ſecat ſuperficiem ſphæræ ueæ ſuper circunferentiã foraminis, quod eſt in anteriori parte ueæ, ut præmiſſum eſt in 4. huius, & declaratum p 80. primi huius, ergo per 84. primi huius, centrum ſphæræ continentis ſphæram ueam neceſſe eſt remotius eſſe in profundo quàm centrum ſphæræ ueæ, patet ergo, q̃m ſphærã ueam neceſſe eſt toti oculo ecentricam eſſe, centrumq́; eius ad anterius oculi plus accedere, centrũ uero oculi amplius profundari, quod eſt principale propoſitũ, & ex hoc etiam patet correlariũ, q̄a cũ ſphæra ueæ non ſit in medio cõſolidantiæ ſed anterius ad partem ſuperficiei manifeſtæ oculi, & cũ ſuperficies manifeſta ipſius oculi ſit pars ſphæræ maioris, palam ut præmiſſum eſt, quia centrum eius erit remotius in ꝓfundo centro

uneæ, manifeſtũ uero oculi eſt ſuperficies ipſius corneæ extrinſeca conuexa, cui æqui diſtat eiuſdem ſuperficies intrinſeca concaua, centrũ ergo tam ſuperficiei concaue quã ſuperficiei conuexæ ipſius corneæ plus profunditur in oculo quàm centrũ uneæ, & quia ſuperficies concaua corneæ cõtingit ſuperficiem humoris albuginei, qui eſt in anterio ri foraminis uneæ, & ſuperponitur ei, patet ex præmiſſa, & per 70. primi huius, quoniã ſuperficies cõuexa humoris albuginei eſt ſuperficies ſphærica, cuius centrũ eſt centrũ ſu perficiei ſibi ſuppoſitæ, ſuperficies ergo cõuexa corneæ, & ſuperficies cõcaua ipſius, & ſuperficies cõuexa humoris albuginei attingens cõcauum corneæ, cũ ſint ſupficies ſphæ ricæ æquediſtantiũ ſphærarũ, palam p 73. primi huius, quia centrũ ipſaꝝ omniũ eſt u nus punctus, qui amplius profunditur centro uneæ, & quia ſuperficies anterioris glaci alis eſt ſphærica cũ cẽtricato totali oculo per præcedentẽ, & etiam quia ſuperficies ſphæ ræ glacialis conuexa ſecat ſuperficiem ſphæræ uneæ intrinſecus, patet per 84. primi hu ius, cum ſuperficies glacialis ſit portio ſphæræ maioris quàm ſuperficies ſphæræ uneæ, quod amplius profundatur centrum glacialis quàm centrum uneæ, centrum itaq; uneæ centris omnium tunicarum & humorũ oculi, qui ſunt anterioris partis oculi ad partem aëris extrinſecam reſpicientes amplius eleuatur, quod eſt totum propoſitum.

IX.

Inter centrum oculi & centrum uneæ producta linea recta centrum circu li ſectionis uneæ, & medium cõcauitatis nerui obtici neceſſario penetrabit.

Oſtenſum eſt per 7. huius, idem eſſe centrum totius oculi & centrum corneæ, ſed li nea quæ continuat duo centra corneæ & uneæ, quæ in præmiſſa figura oculi in 4. huius eſt linea a n, hæc producta peruenit ad centrum circuli cõmunis earũ ſectionis per 82. primi huius, ut in punctum f, centrum circuli foraminis uneæ, ſecundũ cuius periferiã illæ ſphæræ ſe interſecant: ſuperficies enim concaua corneæ, & ſuperficies conuexa u neæ ſunt duæ ſuperficies ſphæricæ ſecantes ſe ſecundum periferiam foraminis uneæ, ut patet per 4. huius, palamq; per 86. primi huius, quod eadem linea ꝓducta peruenit ad duo media duarum ſuperficierum corneæ inter ſe æquediſtantium ſuppoſitarũ illi fora mini uneæ, cuius foraminis periferia eſt circunferentia circuli ſectionis, & quoniam fo ramen quod eſt in anteriori uneæ eſt directe oppoſitum foramini, quod eſt in poſterio ri uneæ, quod eſt extremitas concauitatis nerui, palam per 3. primi huius, quoniam ea dem linea producta medium concauitatis nerui obtici neceſſario penetrabit, & hoc eſt centrum circuli baſis pyramidis obtici concaui, patet ergo propoſitum.

X.

Inter centra ſphærarum glacialis & uneæ linea recta producta ad centrũ circuli conſolidationis ſphærarum glacialis & uitreæ cum unea neceſſario pertinget, & ſuper illius circuli ſuperficiem erecta erit.

Patuit ex præmiſſis in 4. huius, quoniã ſphæra glacialis interſecat ĩtrinſecus ſphæ ram uneam, linea ergo per centra iſtarum ſphærarum tranſiens, quæ eſt linea a n, p 82. primi huius, erit perpendicularis ſuper centrum circuli cõmunis ſectionis ipſarũ. Iſte uero circulus ſectionis, aut eſt circulus diſtinguens finẽ conſolidationis harum ſphæra rum ad inuicem, aut æquædiſtans ei, ſuperficies enim quæ eſt in anteriori parte glacia lis oppoſita eſt foramini, quod eſt in anteriori parte uneæ, & ſitus eius ab eo eſt ſitus cõſimilis, ut patuit in 4. hui9, terminus ergo iſtius ſupficiei, qui eſt circulus ſectiõis inter duas ſuperficies ſphæræ glacialis & uneæ, aut eſt ipſe circulus conſolidationis iſtarum ſphærarum cum unea, aut æquediſtans ei. Si ergo circulus ſectionis inter duas ſuperfi cies, glacialis. ſ. ſphæræ & uitreæ, fuerit ipſe circulus cõſolidatiõis ipſarũ cũ unea, Iſte er go circulus, eſt circulus ſectiõis inter ſuperficiẽ glacialis & uneæ, & tũc ut prius per 82. primi, patet ꝓpoſitũ, qđ ſi circulus ſectiõis inter ſuperficiẽ ſphæræ glacialis & ſupficiẽ ſphæræ uitreæ, nõ fuerit ipſe circulus conſolidationis ſphærarũ criſtallinæ, & uitreæ cũ ſphæra unea, ſed fuerit æquediſtans circulo conſolidationis earum cum unea, tunc ſu perficies ſphæræ glacialis ſi imaginetur extendi intellectu mathematico, ſuper id quod

forma naturalis ſuæ ſphæræ extenditur, ſecabit ſphæram ueæ ſuper circulum æquediſtantem iſti circulo ſectionis ſphæræ glacialis & uitreæ. quoniam iſte circulus æqualem habet ſitum à circunferentia ſphæræ ueæ, & quia iſte circulus eſt æquediſtans circulo conſolidationis, erit neceſſario circulus ſectionis inter ſuperficiem glacialis & ſuperficiem ueam, aut ipſe circulus conſolidationis, aut æquediſtans ei, quod ſi circulus iſte fuerit ipſe circulus conſolidationis, palam per 82. primi huius, quia linea tranſiens per centrum glacialis, & per centrum ueæ, tranſibit perpendiculariter per centrum iſtius circuli, eo quod iſte circulus eſt circulus ſectionis inter duas illas ſuperficies ſphæricas. Sed ſi iſte circulus fuerit æquediſtans circulo conſolidationis, & eſt æquediſtans circulo ſectionis inter ſuperficiem glacialis & ſuperficiem ueæ, eſt ergo cum circulo ſectiōis inter ſuperficiem glacialis & uitreæ, in ſuperficie una ſphærica, quæ eſt ſuperficies glacialis, & eſt æquediſtans circulo dictæ ſectionis. Sed ſi in aliqua ſphæra duo circuli fuerint æquediſtantes, linea tranſiens perpendiculariter centrum unius, neceſſariò tranſibit perpendicularit͛ centrum alterius, ut patet per 68. & per 66. primi huius. linea igitur quæ tranſit per centrum ueæ & per centrum glacialis, tranſit per centrum circuli conſolidationis ſphærarum glacialis & uitreæ cum uea ſecundum omnes diſpoſitiones ſphærarum & illorum circulorum, eſt ergo illa linea erecta ſuper ſuperficiem illius circuli per 66. primi huius, quod eſt propoſitum. Sunt tamen neceſſario hi tres circuli circulus unus, quamuis etiam ſi ſint diuerſi circuli, & æquediſtantes eidem, propoſita omnibus occurrunt, ſecundum eundem enim circulum ſecant ſe glacialis & uitrea, & ambæ illæ ſecant ueam, & conſolidantur ſecundum eundem circulum cum illa, & eſt ille circulus baſis concauitatis nerui optici, & ſic ille unus circulus obtinet officiū 4. circulorum.

XI.

Sphæram uitream neceſſe eſt ſphæræ glaciali ecentricam eſſe, centrūq; uitreæ ad anterius oculi plus accedere.

Quia enim ſuperficies ſphæræ glacialis, & ſuperficies ſphæræ uitreæ ſunt duæ ſuperficies ſphæricæ ſecantes ſe, centrum ergo ſuperficiei anterioris regulæ manifeſti oculi, eſt remotius in profundo quàm centrum ſuperficiei, poſterioris per 84. primi huius, poſterior uero harum duarum eſt ſuperficies ipſius uitreæ, ut præoſtēſum eſt in 4. huius, patet ergo propoſitum.

XII.

Lineam tranſeuntem centrum glacialis & ueæ, centrum quoq; uitreæ & medium concauitatis nerui optici neceſſarium eſt tranſire.

Quia linea recta tranſiens centrum ſphæræ glacialis & ueæ, quæ in præmiſſa figura oculi eſt linea a n, producta ſuper cētrum circuli conſolidationis glacialis, cum uea perpendiculares ſuper ſuperficiem circuli cōſolidationis ſphærarum glacialis & uitreæ cum uea, ut patet per 10. huius, huic autem circulo, aut idem eſt circulus interſectionis glacialis cum uitrea aut æquediſtans ei, quocunq; uero iſtorum modorū exiſtente, ſemper erit prædicta linea perpendicularis ſuper circulum ſectionis ſphæræ glacialis cum uitrea, palam ergo per 83. primi huius, quoniam ipſa trāſit per centrum ſphæræ uitreæ, quia ergo linea iſta tranſit per centrum uitreæ, patet per 82. primi huius, quod ipſa neceſſario centrum circuli cōſolidationis perpendiculariter tranſibit; extenditur ergo in medio concauitatis nerui optici ſuper quē componitur oculus, quoniam circulus conſolidatiōis eſt baſis, & extremitates cōcauitatis nerui optici, ut patet ex 4. huius, quia uero oſtenſum eſt ſupra per 9. huius, quod inter centrum oculi & centrum ueæ producta linea centrum circuli ſectionis ueæ, & medium concauitatis nerui optici neceſſario penetrat, cum ab eodem puncto, ut à medio nerui optici ſuper eandem ſuperficiem plures perpendiculares non poſſunt produci, ut patet per 20. primi huius, palam quoniam linea eadem per centrum circuli ſectionis ſphæræ ueæ & glacialis, & centrum ueæ & centrum oculi, & ſphæræ glacialis & uitreæ, & per centrum circuli conſolidationis eſt tranſiens, patet itaq; ex præmiſſis, quod una & eadem linea eſt, q a f, tranſit per medium cōcauitatis nerui optici per duo media omniū tunicarūm oppoſitarum foramini ueæ,

& eſt ipſa per 74. primi huius, perpendicularis ſup ſuperficies omniũ tunicarum oppoſitarũ foramini uneæ, & eſt perpendicularis ſup ſuperficiem foraminis uneæ, & eſt ppendicularis ſup ſupficiem oculi conſolidationis, & extẽditur in medio concauitatis nerui obtici ſup quod cõponitur oculus, & ipſa eſt axis totius oculi quæ in propoſita figuratione eſt linea g a f.

XIII.

Viſus nõ comprehendit res uiſas niſi corpore medio diafono exiſtente.

Quia eñi, ut patet per 9. ſexti huius, uiſio nõ eſt niſi ex actione formæ uiſibilis uenientis à re uiſa ad uiſum, formæ uero nõ extendunt niſi in cõrpibus diafonis conſimilis diafonitatis, in quibus fit lucis & formaꝝ extenſio ſecundum lineas rectas, ut patet p primam ſecũdi huius, cũ ergo lineas ꝓductas à rebꝰ uiſilibus ad uiſum nõ abſcindit aliqđ corpus mediũ non diafonũ, tunc perueniunt formæ ad uiſum, & uiſio complet, quod ſi aliquod corpus nõ diafonũ interuenerit, impedit multiplicatio formæ ad uiſum, patet ergo propoſitum.

XIIII.

Non fit uiſio corpore uiſibili exiſtente ſimilis diafonitatis cum medio.

Si enim corpus uiſibile ſit diafonum, tunc non eſt coloratum, nec eſt habens formam lucis, ſed ſolum lucidi, ergo non uidetur, quoniã ut patet per 4. ſecundi huius, lux nõ figitur in corporibus diafonis taliter ut ipſas tingat, uel quod eis præſtet actum uiſibilis, cum ergo diafonitas corpori uiſibili fuerit ſimilis diafonitati aëris, tunc erit eius diſpoſitio ſicut diſpoſitio aëris, & non apprehenditur à uiſu, ſicut nec aër, & ſimiliter eſt de alio medio quocunqꝫ: nullum enim taliũ uidetur, cum diafonitas rei uiſæ non fuerit ſpiſſior corporis medij diafonitate. Si uero corpus uiſum fuerit diafonum, ſed minus quàm medium: ſicuti criſtallus reſpectu aëris: tũc res uiſa quoniam habet aliquam colorem reſpectu ſuæ ſpiſſitudinis, uidebitur per medium aëris ueluti res colorata, quoniam cum lux oritur ſuper ipſum figetur in ipſo aliqua fixione, ſcilicet ſecundum id quod eſt in ipſa de ſpiſſitudine, & tranſibit in eo ſecundum ſuam diafonitatem, & eſt in eo forma in aëre ſecundum colorem & lucem quæ ſunt in ſua ſuperficie, & illa forma cum peruenerit ad uiſum operabitur in uiſum, & ſentiet uiſus rem uiſam, patet ergo propoſitum.

XV.

Inter uiſibile & oculi ſuperficiem diſtantiam mediam neceſſariũ eſt eſſe.

Non enim apprehendit uiſus rem uiſibilem, niſi quãdo fuerit aliqua lux media per primam huius, hoc aũt non eſt niſi per mediam diſtantiam, quando ergo uiſibile fuerit ſuppoſitum uiſui ſine medio, tunc ipſum non uidetur, res enim per ſe luminoſæ non poſſunt immediate ſuperficiei uiſus applicari, talia enim ſunt, ut ſtellæ & ignis, quæ uiſui immediate non poſſunt applicari, quoniam ex eorum applicatione ſequeretur corruptio uidentis. Reliqua uero corpora nõn luminoſa ſi uiſui applicentur, illa ſine lumine non uidebũtur, relinquitur ergo media diſtantia inter illa corpora, & inter ſuperficiem ipſius uiſus, in qua ſe diffundant corporum illorum formæ mediante luce, & etiam corporibus uiſibilibus ipſi uiſui immediate applicatis, tunc corpus oculi ſecundũ ſitum ſuũ prohibetur à uiſuali operatione, quia enim uiſio non fit, niſi ex parte oppoſita foramini uneæ, ut patet per 4. huius, ſi ergo uiſus comprehẽdat rem uiſibilem per immediatam applicationem, non comprehẽdit illam niſi ſecundũ partem applicatã foramini uneæ, & non comprehendet reſiduum rei uiſæ, & ſi imaginetur res uiſa moueri ſuper oculi ſuperficiem quouſqꝫ uiſus totam illam rem contingat, nõ propter hoc erit iudicium p uiſum, ſed potius per tactũ, nec enim ſic aget in uiſum forma uiſibilis, quæ eſt forma multiplicata extra rem ſenſibilem, ſed res ipſa, non ergo erit uiſio niſi inter uiſibile & oculi ſuperficiem ſit aliqua media diſtantia, & hoc proponebatur.

XVI.

Viſio non fit ſine dolore & paſſione à ſubſtantia oculi abijciente, ex quo patet uiſum oportere conuenientis diſpoſitionis in ſanitate eſſe ad hoc, ut complete exerceat uiſionem.

Quoniam enim glacialis recipit formã lucis & coloris, & lux & color operantur in

glacialem, erit neceſſario illa operatio non ſine dolore, quamuis quandoq; non ſentiat ille dolor, ut cum non eſt ualde fortis, luces uero fortes anguſtiant uiſum, & lædunt ipſum manifeſte, ut patet in luce ſolis, uel in luce reflexa à corporibus politis ad uiſum, & quia operatio omnis lucis in uiſum eſt ex uno genere non diuerſificata ſecundum magis & minus, & maior operatio cuiuslibet lucis in uiſum eſt ex genere doloris, & non diuerſificatur in hoc ſecundum magis & minus, ſic etiã quod quãdoq; latet dolor ipſum ſenſum, ſemp tñ illa paſſio quantumcunq; inſenſibilis abijcit à ſubſtantia oculi, ex hoc ergo patet, quod oportet uiſum conuenientis diſpoſitionis in ſanitate eſſe ad hoc, ut cõplete exerceat uiſionem, quoniam ſemper comprehenſio uiſibilium ab uiſu eſt ſecundũ fortitudinem uiſus, quia ſenſus uiſus oculorum diuerſificatur ſecundum uigorem & debilitatem ipſorum, humidi enim oculi citius læduntur à lucibus & coloribus, & ſicci minus, & hæc uoluimus declarare.

XVII.

Viſio diſtincta fit ſolum ſecundum perpendiculares lineas à punctis rei uiſæ ad oculi ſuperficiem productas, ex quo patet omnem formã uiſam ſic ordinari in oculi ſuperficie, ſicut eſt ordinata in ſuperficie rei uiſæ.

Licet enim ut oſtenſum eſt in 6. huius, tota forma rei uiſibilis agat in uiſum, & in quodlibet punctum ſuperficiei uiſus, quia tamen per 20. primi huius, forma tantũ unius puncti totius ſuperficiei rei uiſæ oppoſitæ uiſui perpendiculariter incidet uni puncto ſuperficiei uiſus, & formæ omnium punctorum reſiduorum ſuperficiei rei uiſæ ueniunt ad illud idem punctum ſuperficiei uiſus ſup lineas declinantes p 13. undecimi. & in quolibet puncto ſuperficiei uiſus tranſeunt in eodẽ tempore formæ omniũ punctorum, quæ ſunt in ſuperficiebus omniũ uiſibilium oppoſitorũ uiſui in illo tempore, quoniã ſuppoſitum eſt in principio huius, uiſum ſimul diuerſa uiſibilia uidere, ſola uero forma pũcti, quæ perpendiculariter incidit illi puncto ſuperficiei uiſus per 47. ſecundi huius, tranſit recte p diafonitatẽ omniũ tunicarum oculi: formæ uero omniũ alioꝶ punctorum refringuntur, & tranſeunt per diafonitatẽ tunicaꝶ uiſus ſecundũ lineas declinantes ſup ſuperficiem uiſus, & etiã ex quolibet pũcto ſupficiei glacialis erit una tantũ perpendicularis ſuper ſuperficiẽ uiſus; qm cum ſphæræ glacialis & totius oculi ſit idem centrũ, ut patet p 7. huius, quæcũq; linea fuerit perpendicularis ſup ſuperficiẽ unius, & ſuper alterius ſuperficiem perpendicularis erit p 74. primi huius. ſicut aũt ex eodem pũcto ſuperficiei ſphæræ glacialis ſecundum ponentes radios egredi à uiſu, exeũt lineæ infinitæ ad ſuperficiẽ uiſus, quæ ſunt declinantes ſuper ſuperficiem uiſus, ſic à puncto aliquo ſuperficiei glacialis, ex quo erit perpendicularis ſuper ſuperficiẽ uiſus, & pertranſit foramini uueæ, exeũt lineæ aliæ infinitæ tranſeuntes in foramen uueæ, & q̃d peruenĩetes ad ſuperficiẽ uiſus declinantes, & ſicut radij imaginati egredi à uiſibus quando fuerunt imaginati refringi ſecundum modum differentiæ diafonitatis corneæ diafonitate aëris per 47. ſecũdi huius, peruenerint ad diuerſa loca & ad puncta diuerſa in ſuperficiebus rerum uiſibiliũ oppoſitarũ uiſui in uno tempore, & nulla iſtaꝶ linearũ occurrunt puncto, quod eſt apud extremitatem perpendicularis, ſic etiã ſecundũ nos ponentes radios non egredi ſed formas diffundi ad uiſum formæ punctorum uiſibilium, quæ ſunt apud extremitates harum linearum extenduntur ſecundum rectitudinem harum linearum, & perueniunt ad ſuperficiem uiſus, & per eandem 47. ſecundi huius, refringuntur ad idem punctũ ſuperficiei glacialis: ſolus autem punctus qui eſt apud extremitatem perpendicularis non refringitur, ſed ſemper extenditur ſecundum rectitudinem perpendicularis, & pertranſit ad illum punctum glacialis: ſi itaq; glacialis ſecundũ lineas non perpendiculares ſentiat, tunc puncta q ſunt in ſuperficiebus uiſibiliũ nunq̃ ordinabunt in ſenſu ſecundũ modũ ordinis ſui in ſuperficie rei uiſæ, quoniam in eodem puncto occurrunt formæ admixtæ ex multis formis diuerſis, & ex coloribus diuerſis, & non diſtinguetur aliquid in illis, ſed ſi glacialis ſecundum lineas perpendiculares tantum ſentient, tũc diſtinguentur in ea puncti q ſunt in ſuperficiebus uiſibiliũ, nec erit differẽtia ſitus & ordinatiõis formaꝶ uiſibiliũ in ſupficie glacialis & in rebus uiſibilibus, q̃ ſunt extra; qm aũt ſecũdũ ſuppoſitionem

onẽ noſtrã formæ uiſibiliũ perueniunt ad uiſum ſub figuris quas habent in rebus extra, patet ꝙ ſecundũ ſolas perpendiculares lineas fit uiſio, tunc enim ſolum forma uiſa ſic ordinatur in oculi ſuperficie, ſicut eſt ordinatũ in ſuperficie rei uiſæ, patet ergo propoſitũ. Omnes itaqꝫ lineæ diffuſionis quarũcunqꝫ uiſarũ formaꝝ, quæ ſunt perpendiculares ſuper ſuperficies tunicaꝝ uiſus, continent̃ in pyramide, cuius uertex eſt centrũ uiſus, & cuius baſis eſt circulus foraminis uneæ, uel pars ſuperficiei illius circuli, & quanto magis extenditur hæc pyramis, & remouetur à uiſu, tanto magis amplificatur, & omnes formæ rerum cadentiũ intra illam pyramidem, extendũtur in rectitudinem lineaꝝ radialiũ, & pertranſeunt tunicas oculoꝝ refractæ & hanc pyramidem: formæ uero rerum uiſibiliũ, quæ ſunt extra hanc pyramidem, nunq̃ incidunt per aliquã illarum lineaꝝ perpendicularium, ſed forte accidit ipſas extendi per lineas rectas, quæ ſunt inter ipſas & ſuperficiẽ uiſus oppoſitam foramini uneæ, & illæ formæ refringuntur à diafonitate tunicarũ uiſus, & non perueniunt ordinate ad uirtutem uiſiuam, unde non fit diſtincta uiſio ſecundum illas, ueruntamen illas formas refractas aliqualiter accidit uideri, ſed indiſtincte in concurſu. ſ. ipſaꝝ cum lineis perpendicularibus à centro oculi extra pyramidem radialem productis. Dicimus autem nũc ſuperficiem uiſus illam partem ſuperficiei oculi, quæ eſt oppoſita ſuperficiei foraminis uneæ. ꝙ a ñt uiſus cõprehẽdat q̃nqꝫ illa quæ ſunt extra pyramides radiales, patet experimentaliter, extremitas enim acus uel ſtipulæ ſubtilis poſitæ in poſtremo oculi, ut inter palpebras uel in parte lacrimali quieſcente uiſu uidebitur, cum tñ illa extremitas ſit extra pyramidẽ radialem. Similiter quoqꝫ in eiſdem locis circa oculũ erecto indice uel alio digito extra pyramidẽ radialem, quæ ualde ſubtilis eſt, q̃m pyramidalitas eius eſt ampla, unde nihil ſui prouenit ad loca quæ circũdant oculũ, uidebitur tamẽ ſuperficies ipſius indicis uel alterius digiti. Forma itaqꝫ iſtorum uiſibiliũ peruenit ad ſuperficiem uiſus per lineas obliquas, quæ ſunt extra pyramidem radialẽ, patet ergo ꝙ formæ rerum taliter ſituataꝝ reſpectu pyramidis radialis perueniunt ad ſuperficiẽ uiſus per refractionẽ factam in ſuperficie uiſus ab aëre, qui eſt rarioris diafoni, q̃ ſint tunicæ ipſius uiſus. ꝙ aũt refractio fiat in ſuperficie ipſius uiſus formarũ oblique uiſui incidentiũ, patet etiam in illis, quoꝝ formæ niſi prohiberentur, caderent intra pyramidẽ radialem: ſi enim acus uel aliqua res ſubtilis minuta directe oppoſita foramini uneæ interponatur uiſui & parieti albo, uidebitur tñ forma totius parietis, cũ ſecundũ ueritatem formæ partis parietis directe oppoſitæ acui & uiſui, directe non perueniat ad ſuperficiẽ ipſius uiſus, peruenit aũt, ut patet, q̃m uidetur: palam ergo, q̃m peruenit per refractionẽ factam in ſuperficie ipſius uiſus, omnia aũt hæc uidentur indiſtincte, unde reductis ipſis intra pyramidẽ radialem, & ablato quolibet corpore interpoſito, uidebuntur illaꝝ formæ diſtincte & perfectius q̃ prius: fit ergo uiſio diſtincta ſolum ſecundũ perpendiculares lineas à punctis rei uiſæ ad oculi ſuperficiẽ productas, indiſtincta uero uiſio fit per lineas non perpendiculares, & ita uiſio indiſtincta coadiuuat diſtinctam.

XVIII.

Omnium formarum uiſibilium diſtincta uiſio fit ſecundum pyramidẽ, cuius uertex eſt in centro oculi, baſis uero in ſuperficie rei uiſæ, ex quo patet, omne quod uidetur ſub angulo uideri.

Cum per 6. huius omnis uiſio fiat ex actione formæ uiſibilis in uiſum, & quælibet pars formæ uiſibilis & punctus ſe multiplicat per mediũ extrinſecũ ad oculi ſuperficiem totam, & tota ſuperficies rei uiſæ ad unum punctũ oculi, quia tñ oculoꝝ tunicæ ſunt alterius diafonitatis q̃ aër extrinſecus, ſolæ illæ lineæ formaꝝ à ſupficie rei uiſibilis ad ſuperficiẽ oculi productæ, quæ protractæ centrũ oculi penetrant, cũ ſint perpendiculares ſuper ſupficiem oculi, non refringũtur in medio diafoni ipſius corneæ, ut patet per 73. primi huius, & per 47. ſecundi huius, & per præmiſſam. aliæ uero lineæ omnes refringũtur, quia incidunt oblique, unde non fit uiſio ſecundũ illas, q̃m aũt ſola glacialis proprie eſt organũ uiſus, & non ſuperficies oculi, quæ eſt pars ſphæræ corneæ, oportet neceſſario ut lineæ, per quas debet fieri uiſio, perueniant ad glacialẽ, & quia non eſt poſſibile, ut

uiſus comprehendat rem uiſam ſecundũ ſuum eſſe, niſi quando apprehendit formã unius puncti rei uiſæ ex uno tantũ puncto ſuæ ſuperficiei, qm̃ ut in præmiſſa oſtenſum eſt omnis forma rei uiſæ ſic ordinatur in oculi ſuperficie, ſicut eſt ordinata in ſuperficie rei uiſæ. Non eſt ergo poſſibile, ut glacialis comprehendat rem uiſam ſecundũ ſuum eſſe, niſi quando cõprehendit colorẽ uel formam unius puncti rei uiſæ ex uno tantũ puncto ſuperficiei uiſus uenientẽ ad ſe: & cũ centrũ oculi & centrũ ſphæræ glacialis, ſicut patet per 7. huius, ſit idem punctũ, neceſſe eſt ꝙ omnes lineæ perpendiculariter ꝓductæ, à punctis uiſibiliũ ſuper ſuperficiem oculi diafoni concurrant in centro glaciali, eruntq́ꝫ quidẽ diametri in ſuperficiebus tunicaꝶ oculi ꝑpendiculares ſuper ipſas tunicas oculi, eritq́ꝫ quælibet perpendicularis occurrens ſuperficiei corneæ in puncto uno, & occurrens ſuꝑficiei glaciali in puncto uno, & una tantũ perpendicularis tranſit per puuctũ aliquod glacialis à centro corneæ per ipſam ſuperficiẽ corneæ ſuperpoſitã illi puncto glaciali, quæ ſit perpendicularis ſuper ſuperficiẽ rei uiſæ, qm̃ per 20. primi huius ab aliquo puncto ſuper ſphæram unam una tantũ perpendicularis duci poteſt, unde cũ ſuperficies rei uiſæ fuerit æquediſtans ſuperficiei ipſius uiſus, erit per 23. primi huius illa linea perpendicularis ſuꝑ ſuperficiẽ uiſus & ſuper ſuperficiẽ rei uiſæ: aliæ uero lineæ omnes ſunt oblique ſuper ſuperficiem rei uiſæ, q̃uis productæ ad centrũ uiſus, fiant perpendiculares ſuper ſuperficiem uiſus, & ſuper ſuperficiem ipſius glacialis: forma ergo cuiuslibet puncti ſuperficiei rei uiſibilis mota ad uiſum ſecundũ lineam unam perpendicularẽ productam ab eo ad ſuperficiẽ uiſus, occurrit ſuperficiei uiſus ſuper unum punctũ, ſuper quẽ nõ occurrit ei aliqua formaꝶ punctorũ aliorum rei uiſibilis. Productis ergo à quolibet puncto ſuperficie rei uiſibilis ad centrũ oculi lineis, palam, qm̃ iſtæ lineæ productæ in diuerſis punctis oculi ſuperficiem ſphæricam oculi ſecabunt, & omnes in centrum oculi concurrent, quia omnes lineæ iſtæ continentur quaſi in uno copore continuo, quia à punctis quaſi continuis unius ſuperficiei rei uiſæ ad unum punctũ qui eſt centrum oculi terminantur: palam ergo, qm̃ omnes iſtæ lineæ imaginandæ ſunt in quadam pyramidem uerticem habente in centro oculi & baſem in ſuperficie rei uiſæ, erit enim forma cuiuſcũq; puncti ſuperficiei rei uiſæ extenſa ſecundũ rectitudinẽ lineæ, quæ eſt inter illud punctum & uerticem pyramidis qui eſt centrũ uiſus, & omnes tunicaꝶ oculi & humorum ſuperficies ſecant hanc pyramidem, qm̃ formæ penetrant per illas, & ob hoc, quia ſuperficies glacialis conuexa ſecat hanc pyramidẽ quaſi æquediſtanter baſi, figuratur in illa ſuperficie glacialis, quia noua pyramis, cuius baſis eſt in ipſa ſuperficie glaciali, & uertex ubi prius & baſes illarũ pyramidũ fiunt quaſi ſimiles, ut patet per 99. & per 100. primi huius, & ex hoc patet, omne qđ uideť ſub angulo uideri quẽ continent lineæ radiales cõcurrentes in centro uiſus, patet ergo propoſitum. Linea itaq; recta tranſiens per omnia centra tunicaꝶ uiſuũ ad locum girationis concaui nerui, ſuper quẽ componitur oculus, quia illa, ut patet ex præmiſſis & 12. huius, tranſit per centra uiſus & per centrum foraminis qđ eſt in anteriori ueæ, & per centrũ ipſius ueæ extenditur in medio pyramidis radialis, dicatur axis pyramidis radialis, aliæ uero lineæ huius pyramidis dicantur lineæ radiales.

XIX.

Corpus uiſibile oportet ut ſit alicuius quantitatis reſpectu ſuperficiei uiſus ad hoc, ut actu uideatur.

Iam enim oſtenſum eſt, qm̃ uiſio ſemper fit per pyramidem, cuius conus eſt in centro oculi, & baſis in ſuperficie rei uiſæ per præmiſſam, & ꝙ iſta pyramis diſtinguitur ex ſuperficie membri ſentientis paruam partem in qua ordinatur forma rei uiſæ, ut patet ꝑ 17. huius. In rebus ergo ualde paruis erit pyramis parua, & pars diſtricta per ipſam ex ſuperficie conuexa glacialis, quæ eſt primũ membrũ ſentiens, erit quaſi punctus & ualde parua, ſed membrũ ſentiens non ſentit foramen, niſi qñ pars ſuæ ſuperficiei, ad quam peruenit forma, fuerit quãtitatis ſenſibilis reſpectu totius oculi, qm̃ uirtutes ſenſus ſunt finitæ, & non extenduntur in infinitũ, unde ſunt ſecundũ unum aliquem terminũ ad quẽ peruenire poteſt uirtus ſenſitiua. Cum ergo pars membri ſentientis ad quam peruenit forma, nõ eſt quantitatis ſenſibilis apud totũ membrũ ſentiens, tunc nõ ſentit membrũ

actionem quã agit forma rei uiſibilis in illa parte, ꝑpter paruitatem ipſius, quare nõ cõprehendit formam rei tam paruæ, ſolæ itaq; res ſunt ſenſibiles actu, quarum pyramides inter uiſum & centrum uiſus diſtinguunt ex ſuperficie glaciali partem aliquam ſenſibilem quantitatis reſpectu totius ſuperficiei glacialis, illæ ergo res oportet ut ſint alicuius quantitatis reſpectu ſuperficiei uiſus, & hoc eſt propoſitum.

XX.

Viſio non completur niſi cum ordinatio formæ recepta in ſuperficie glacialis ad neruum peruenerit communem.

Quoniam enim, ut patet in 4. huius, in concurſu amboꝝ neruorũ opticorum in anteriori parte cerebri conſtituta eſt uirtus uiſiua ſentiens & diiudicans omne uiſibile, ꝑpter qđ in uno uidente eſt unitas ſenſus uiſus, ob cuius unitatem ambobus uiſibus unam & eandem rem ſimul accidit uideri, patet ꝙ uiſio non complebitur niſi cum forma uiſibili unietur uirtuti ſentienti, quæ eſt in cõcauo cõmunis nerui, oportet enim cognoſcibile ſemper uniri ipſi cognoſcenti, quia uero per 17. huius formaꝝ uiſibilium fit ordinatio in ipſius oculi ſuperficie, ſicut ordinatæ in ſuperficie rei uiſæ, & ex ſuppoſitione huius res uiſa ſecundũ ſitum, figuram & ordinem ſuaꝝ partiũ uidet̃, neceſſe eſt ergo fieri ordinationem formæ in ipſo neruo, qm̃ ſecundũ modũ ordinationis quo eſt recepta in ſuperficie glaciali, & aliter non complebitur uiſio, patet ergo propoſitum.

XXI.

Humorem uitreũ alterius diafonitatis à glaciali neceſſarium eſt eſſe.

Si enim diafonitas iſtorũ duoꝝ corporũ glacialis. ſ. humoris & uitrei ſit conſimilis, tunc, ut patet per primam ſecundi huius, & per 17. huius. & per 72. huius, qm̃ formæ uiſibiles receptæ in ſuperficie glaciali non reflexæ ſecundũ lineas radiales concurrẽt in centro oculi propter conſimilitudinem diafonitatis, & ibi ſe interſecantes ulterius ſe diffundent. Quia uero, ut patet per præmiſſam, uiſio non completur niſi poſtq; ordinatio formæ, quæ recipit̃ in ſuperficie glaciali, peruenit ad neruũ cõmunẽ, ſitus aũt partiũ formæ ſecundũ ſuum eſſe in ſuperficie glaciali non poteſt peruenire ad neruũ cõmunẽ niſi per extenſionem eius in concauo nerui, ſuꝑ quam componit̃ ſphæra glacialis, q̃a aliter eſt ipſam impoſſibile peruenire: forma uero non poteſt extendi à ſuꝑficie glaciali ad cõcauũ nerui cõmunis ſecundũ extenſionẽ linearũ rectaꝝ, & conſeruare ſitus ſuaꝝ partiũ ſecundũ ſuũ eſſe, niſi natura alterius diafoni clarioris ſibi occurrat anteq; ꝑueniat ad centrũ oculi, qm̃ ſi nõ ſit mediũ alterius diafoni cõmunis, iſtæ lineæ cõcurrent apud centrũ oculi, & efficiet̃ quaſi unum punctũ, & quia hoc centrũ oculi eſt ante locũ unionis neruorum opticorũ, patet per 91. primi huius, ꝙ ſi illæ lineæ ultra centrũ oculi debeant extendi, neceſſario erit linearum illarũ interſectio in centro, & poſt cẽtrum creabitur noua pyramis, cuius lineæ longitudinis ſecundũ poſitionem & ſitum priori pyramidis modo contrario ſe habebunt, conuertetur ergo totus ſitus figuræ rei uiſæ, quoniam habet in ſuperficie rei uiſæ & in ſuperficie glacialis taliter, ut illud qđ eſt in ſuperficie glaciali dextrũ, fiat ſiniſtrũ apud ſenſum, & econtrario, & ſuperius fiat inferius & econtrario, nec perueniet aliquid formæ directe ad neruũ communem niſi ſolũ unum punctũ quod eſt in extremitate axis pyramidis; omnes ergo res ſecundũ modum ſuo naturali ſitui contrariũ uidẽtur, quod eſt contra ſuppoſitiõem, & manifeſte contra id qđ accidit in ſenſu, patet ergo ꝙ neceſſarium eſt, ꝙ iſti humores ſint diuerſæ diafonitatis, qđ eſt propoſitum.

XXII.

Superficiem communis ſectionis ſphæræ glacialis & uitreæ ad anterius centro oculi ſitam eſſe, humoremq; uitreũ & ſpiritũ uiſibilẽ eiuſdẽ quaſi diafonitatis, & utraq; plus diafona humore glaciali neceſſe eſt eſſe.

Quoniam, ut patet per 20. huius, omnis forma rei uiſæ ſecundum ſitum, figuram & ordinem ſuarum partium peruenit ad neruum communem, palam, ſicut in præmiſſa oſtenſum eſt, ꝙ neceſſarium eſt ꝙ fiat aliqua refractio ante peruentum formæ ad centrũ oculi, quia etiam ſi fiat refractio poſt centri tranſitum, erũt neceſſario formæ conuerſæ,

quoniã

quoniam & tunc per 91. primi huius, erit mutatus ſitus partium formæ, refractio uero
cum ſolũ fiat ad perpendicularẽ, uel à perpendiculari, ut patet per 47. ſecundi huius, pa-
lam, quia non tranſmutat ſitum partiũ, ſed ſolum auget uel minuit figuram per 49. ſe-
cundi huius, quia uero glacialis ad quã perueniunt formæ ſecundũ rectitudinem, tota
eſt unius diafoni, refractio uero non fit niſi medio alterius diafoni: palam, quia non po-
teſt fieri refractio formarũ niſi apud humorem uitreũ, cuius corpus, ut in præcedenti o-
ſtenſum eſt, diuerſæ eſt diafonitatis à corpore glaciali: hic ergo humor neceſſario ante-
cedit centrũ oculi, ideo ut refringantur formæ apud ipſum priusq̃ perueniãt ad ipſum
centrũ oculi, qđ eſt idem centrũ humoris glacialis per 7. huius, quia alias enim in centro
illo fieret concurſus omnium linearũ radialium per 72. primi huius, quia illæ lineæ ſunt
omnes ꝑpendiculares ſuper ſuperficiem glacialis, accideret quoq; illis formis ulterius
progredientibus tranſmutatio ſecundũ ſitum per 91. primi huius, ut præmiſſum eſt, &
qa hoc eſt impoſſibile, patet ergo ꝙ humor uitreus antecedit centrũ glacialis, q̃uis ita-
q; glacialis, in qua eſt principiũ ſenſus, indigeat lineis radialibus extenſis ſecundũ recti-
tudinem, eo ꝙ impoſſibile eſt, ut forma rei uiſæ ſit ordinata in ſuperficie uiſus ꝓpter ma
gnitudinem rei uiſæ, & per unitatem ſuperficiei corporis uiſus niſi per iſtas lineas, per
quas completur cõprehenſio rei uiſæ ſecundũ ſuum eſſe: peruentus tñ formarũ ad ulti-
mum ſentiens non indiget tantũ extenſione formarũ ſecundũ rectitudinẽ iſtarũ linearũ,
qm̃ receptio formarũ in membro ſentiente non eſt omnino ſimilis receptioni formarũ in
corpore diafono, membrũ enim ſentiens recipit iſtas formas ꝓpter ſuam diafonitatem,
& ſentit eas ꝓpter eius uirtutem ſenſibilẽ, & ſic recipit formas ſecundũ receptionem ſen
ſus, cum alia corpora diafona recipiant formas tantũ ad repreſentandũ ipſas uiſui, non
aũt ad ſentiendũ. Qualitas ergo receptiõis formarũ in humore uitreo ſecundũ lineas re-
fractas, eſt ꝓpter diuerſitatẽ ſuæ diafonitatis à corpore glaciali & ꝓpter qualitatem re-
ceptionis ſenſibilis, quæ non eſt completa in humore glaciali, ſed & corpus ſubtile, qđ
eſt in concauitate nerui inter humorem uitreũ & neruũ cõmunem, qđ corpus nominat̃
ſpiritus uiſibilis, qm̃ in ipſo primo diſcurrunt ſpiritus uiſibiles, neceſſe eſt diafonum eſſe,
qm̃ formæ rerum uiſibiliũ quando perueniũt in corpus humoris uitrei, extendit̃ ſenſus
ab illo in corpus ſentiens extenſum in concauo nerui continuati inter uiſum & anterius
cerebri, & ſecundũ extenſionẽ ſenſus extendunt̃ formæ ordinate ſecundũ ſuam diſpoſi-
tionem, patet ergo ꝙ ordinatio partiũ corporis ſentientis formas, & ordinatio uirtutis
ſentientis æqualiter eſt neceſſario in corpore uitreo, & in omni corpore ſubtili extenſo
in concauo nerui. Dum enim forma peruenit ad aliquod punctũ ſuperficiei uitreæ, ex-
tenditur directe, & non alteratur eius ſitus in concauitate nerui in quo extendit̃ corpus
ſentiens, & erunt formæ omniũ punctorũ conſimilis ordinationis adinuicem: corpus ita
q; ſentiens qđ eſt in concauo nerui, erit neceſſario diafonũ ꝓpter receptionem formarũ
uiſibiliũ, eritq; diafonitas eius quaſi eadem cũ diafonitate humoris uitrei, ut non obli-
quant, uel fiant monſtruoſæ formæ apud ꝑuentũ earũ ad ultimã ſuperficiẽ uitrei uicinan
tẽ qđ corpi eſt in cõcauo nerui, pertranſeũt ergo formæ in iſto corpore ſubtili ratione
diafonitatis, & apparent uirtuti ſenſitiuæ ratione ſpiſſitudinis eiuſdem corporis. Senti-
ens itaq; ultimũ qđ eſt in neruo, qđ comprehendit lucem ex illuminatione corporis hu
ius & colorẽ ex eius coloratione, qm̃ horũ formæ tranſeunt & figuræ in ipſo: fit aũt re-
fractio formarũ apud humorẽ uitreũ tam ꝓpter diuerſitatẽ qualitatis receptiõis ſenſus,
q̃ ꝓpter diuerſitatẽ diafonitatis humoris glacialis & uitrei. Et ſi diafonitas ſuorũ corpo
rum eſſet conſimilis, eſſet forma extenſa in corpore uitreo ſecundũ rectitudinẽ linearũ ra
dialiũ ꝓpter conſimilitudinẽ diafonitatis, & eſſet refracta ꝓpter diuerſitatem qualitatis
ſenſus inter hæc duo corpora, & ſic fient formæ aut monſtruoſa, aut eſſent duæ formæ,
qñ uero ꝓpter diafonitatis diuerſitatem fit refractio, & diuerſitas qualitatis ſenſus affir
mat illam refractionẽ aut obliquationẽ, tunc erit forma poſt obliquationẽ refractionis,
forma una ordinata ſecundũ ſuarũ partiũ ſitum figuram & ordinem, quã habet forma
in re extra, & uirtus ſenſitiua ſentit formam rei uiſæ ex toto corpore ſentiente, extenſo à
ſuꝑficie uiſus primo ſentientis & ſenſibiles formas recipientis uſq; ad concauũ nerui cõ

munis, qđ eſt ultimũ corpus ſentiens, quoniã in ipſo conſtituta eſt uirtus ſenſitiua, ſunt itaq; humor uitreus & corpus qđ eſt in cõcauitate nerui eiuſdẽ quaſi diafonitatis, qa inter ipſa nõ fit refractio aliqua ſenſibilis diuerſa, ſed regulariter per unitatẽ uirtutis ſenſitiuæ ad unitatẽ ſimplicis extenſionis formæ poſt refractionem in ſuperficie uitreæ, & qm̃ in ijs ambobus corporibus fit progreſſio formarũ ultra centrum oculi, patet ꝙ illa refractio facta eſt à perpendiculari erecta à puncto refractionis ſuper ſuperficiem glacialis, utrũq; ergo illarum corporum eſt plus diafonum corpore ipſius glacialis per 45. uel 47. ſecundi huius, patet ergo propoſitum.

XXIII.

Superficiẽ cõmunis ſectiõis ſphæræ glacialis & uitreæ, neceſſe eſt planã eſſe, aut ptẽ ſphæræ maioris, ꝙ ſit ſphæra glacialis & ecẽtricã ſupficiei oculi.

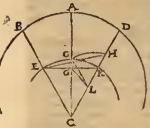
Iſtarum ſphærarũ glacialis. ſ. & uitreæ cõmunis ſectiõis ſuperficies eſt neceſſario plana, aut talis qualis ꝓponitur, qm̃ oportet ſuperficiẽ huius ſectionis eſſe ſimilis ordinationis, itaq; eius extremitates ordinentur in cõſimili & eadem diſtantia à centro oculi, ut nõ appareant formæ mõſtruoſæ per refractionẽ: ſuperficies cõſimilis ordinatiõis, aut eſt plana, aut eſt ſphærica, hæc autẽ ſuperficies nõ poteſt eſſe ex ſphæra cõcentrica oculo, tũc enim erunt lineæ radiales quæ ſunt perpẽdiculares ſuper ſuperficiẽ glacialis, perpendiculares etiã ſuper ipſam ex 74. primi huius, & nõ fieret refractio formarũ, ſed cõcurrerẽt in centro, & fierent formæ mõſtruoſæ, ſicut per præmiſſam oſtenſum eſt. Eſt ergo illa ſuperficies, ſi fuerit pars ſphæræ, neceſſario ecentrica oculo, ergo nõ poteſt eſſe ex ſphæra minore ꝙ ſit ſphæra ecentrica oculo, qm̃ ratione diuerſitatis centri formæ cõcurrent ante peruentũ ſuũ ad centrum oculi, minoris enim ſphæræ minor eſt diameter quantum eſt de natura ſphæricitatis, & ꝓpter maiorẽ diafonitatem ſphæræ uitreæ ſuper glacialẽ quæ oſtenſa in præmiſſa, refringerentur formæ ab ipſa perpendiculari per 97. ſecundi huius, ratione rarioris diafoni cui incidunt, ratione uero ſphæræ minoris in ſuperficie cõmunis ſectionis frangerentur ad perpendicularẽ, ſic ergo efficerentur formæ monſtruoſæ, qm̃ ꝓcederent ad perpendicularẽ ratione ſuæ perpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſphæricã, quæ perpendiculares ſemper tranſeũt per centrũ per 72. primi huius, & reflecterentur à perpendiculari: iſta ergo ſuperficies eſt aut plana aut ſphærica, utpote pars ſphæræ alicuius bonæ quantitatis, ita ꝙ ſphæricitas eius cõueniat ordinationi ſecundũ proportionẽ refractionis à perpendiculari, quæ fit per naturã alterius diafonitatis. Omnes ergo formæ peruenientes in ſuperficiẽ glacialis, extendũtur per corpus glacialis ſecundum rectitudinẽ linearũ radialium quouſq; peruenerint ad iſtã ſuperficiẽ, tunc reflectuntur apud ipſam ſecundũ lineas conſimilis ordinatiõis ſecantes lineas radiales: forma ita ꝙ perueniens in aliqđ punctũ ſuperficiei glacialis, ſemper extenditur ſuper eandem incidentiam lineæ ad idem punctum ſuperficiei uiſus, & ad idem punctũ loci nerui cõmunis, à quibuslibet ergo duobus pũctis cõſimilis ſitus in reſpectu duorũ neruorũ extẽduntur duæ formæ ad idem punctũ in neruo cõmuni, donec fiat perfecta unitas formarũ.

XXIIII.

Inter omnes lineas pyramidis radialis, neceſſe eſt ſolam axem tranſeuntẽ per centrũ foraminis uueæ ſuper ſuperficiẽ cõmunem glacialis & uitreæ, & ſuper poſteriorem ſuperficiem uitreæ perpendicularem eſſe.

Axis enim hic, ſi non fuerit perpendicularis, ſed declinans ſuper aliquã iſtarũ ſuperficierum, accidet diuerſificatio ordinationis formarũ peruenientiũ ad illam ſuperficiẽ, & mutabuntur diſpoſitiones illarũ formarũ propter declinationẽ axis, ſolum enim cũ axis fuerit perpẽdicularis ſuper ſuperficiem glacialis, perueniet forma rei uiſæ in ſuperficiẽ glacialis ordinata ſecundũ ordinẽ partium ſuperficiei rei uiſæ, & perueniet forma puncti, quod eſt apud extremitatẽ axis in ſuperficie rei uiſæ, ad punctũ qđ eſt ſuper axem in ſuperficie glaciali, ut patet per 17. huius, & quia axis radialis eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem glacialẽ, palam ex 18. undecimi, quoniam omnes ſuperficies planæ exeuntes ab axe, & ſecantes ſuperficiem glacialẽ, erunt perpẽdiculares ſuper iſtã ſuperficiẽ,

& quia ſuperficies humoris uitrei reſpiciens ipſam ſuperficiẽ glacialem, quæ eſt cõmunis ſectio ſphæræ glacialis & uitreæ, ut patet per præmiſſam, aut eſt ſuperficies plana aut ſphærica, & centrum eius nõ eſt centrum uiſus. Si ergo axis radialis eſt declinans ſuper iſtam ſuperficiẽ, & nõ eſt perpendicularis ſuper ipſam, nõ exibit ab axe ſuperficies plana perpendicularis ſuper iſtam ſuperficiẽ, niſi una tm̃ ſuperficies, illa .ſ. quæ tranſit ꝑ inæqualitatẽ maximam angulorũ, quæ patet per 29. primi huius, & omnes ſuꝑficies reſiduæ exeuntes ab axe, erunt declinantes ſuper ipſam ſuperficiem uitreæ. Si enim duæ ſuperficies uel plures exeuntes ab axe, ſunt perpendiculares ſuper dictam ſuperficiẽ, cũ illæ ſuperficies de neceſſitate ſe interſecent, & ſua cõmunis differentia ſit axis pyramidis radialis, erit per 19. undecimi axis perpendicularis ſuper eandem ſuperficiẽ: datum autẽ fuit ꝙ eſſet declinans, ſit itaq; centrum oculi punctum c, in ſuperficie quoq; oculi, ſiue in ipſa ſuperficie glaciali, quæ per 7. huius & per 73. primi huius æquediſtat ſuperficiei ipſius oculi, ſit linea b a d, & in ſuperficie humoris uitrei recipiente humorem glacialẽ ſit linea e g f, ſitq; axis pyramidis radialis linea a c, imaginemur ergo ſuperficiẽ a b c d exeuntem ab axe, & erectam ſuper ſuperficiem glacialẽ trãſeuntẽ per centrũ oculi, qđ eſt c, & hæc ſuperficies erecta ſit etiam ſuper ſuperficiẽ humoris uitrei, quæ eſt e g f, ſitq; cõmunis ſectio huius ſuperficiei erectæ a b c d, cum ipſa ſuperficie glaciali linea b a d, & ſint puncta b & d æqualiter diſtantia à puncto a, qđ ſit terminus axis pyramidis uiſualis, & ſit cõmunis ſectio eius cum ſit humoris uitrei linea e f: exeunt quoq; duæ lineæ à centro c, quæ ſint c b & c b, erũt ergo iſtæ duæ lineæ c b & c d, & cũ axe c a in ſuperficie cõmuni perpẽdiculari ſuper ſuperficiẽ e g f per primã undecimi, qm̃ omnia puncta c b d ſunt in illa ſuperficie, eruntq; ex hypotheſi duo anguli a c b & a c d æquales, ꝙ patet per 8. primi, ſi illis arcubus b a & a d ſubtendanť cordæ b a & d a, ſint quoq; lineæ c b & c d ſecantes lineam e f, quæ eſt cõis ſectio dictæ ſuperficiei erectæ & ſuperficiei uitreæ ſuper duo puncta e & f, ſecetq; axis c a eandẽ lineã e f ſuper punctũ g. Si ergo ſuꝑficies, q̃ eſt cõis ſectio ſphæræ glacialis & uitreæ, eſt plana, & differentia cõis, quæ eſt e g f, linea erecta, & ſi axis a c fuerit declinans ſuper ſuperficiẽ uitreæ, & ipſa eſt in ſuperficie a b c d erecta ſuper ſuperficiẽ e g f, tunc neceſſario erit axis c a declinans ſuper lineã e f, erũt ergo anguli e g c & f g c inæquales, qm̃ linea à puncto g ꝑpẽdiculariter ꝓducta ſuper lineã e g f ex 11. primi faciet angulos æquales cũ linea e f. Cũ itaq; anguli e g c & f g c ſint inæquales, angulus ꝗq; c g f ſit exempli cauſa minor angulo c g e, & duo anguli a c b & a c d ſint æquales, erũt per 24. primi duæ lineæ e c & e f inæquales, eſt enim linea e f breuior ꝙ̃ linea e c: ſi enim illæ lineæ ſint æquales, cum anguli e c g & f c g ſint æquales, & linea g c cõmunis ambobus triangulis, erunt per 4. primi anguli e g c & f g c æquales, qđ eſt cõtra datum, cũ axis a c ſit declinans ſuper lineã e f, ſit ergo linea c h æqualis lineæ c e, ducatur linea h g, quæ per 4. primi, & ex præmiſſis erit æqualis lineæ e g, & à puncto g ducatur perpendicularis g l ſuper lineam c h per 12. primi. Ex penultima ergo primi latus g h oppoſitum angulo recto in triangulo h l g, eſt maius latere g l, ergo per 19. eiuſdem primi erit linea g h maior ꝙ̃ linea g f; cum enim angulus g f h ſit extrinſecus angulo g l f recto, palam ꝙ angulus g f h eſt obtuſus, eſt ergo maior angulorum trigoni f g h, ergo linea e g, quæ eſt æqualis lineæ g h, maior ꝙ̃ linea g f, erunt ergo duo puncta e & f diuerſæ diſtantiæ à puncto g, & iſta duo puncta e & f ſunt illa ad quæ perueniunt formæ duorum punctorum ſuperficiei glacialis .ſ. b & d, quæ ſunt æqualiter diſtantia ab axe: pũcta itaq; æqualiter diſtãtia ab axe in ſuꝑficie glaciali, inæq̃liter diſtãt à pũcto axis incidẽtis ſuꝑficiei uitreæ, ꝙ cũ ita ſit, palã, q̃a cũ forma ꝑuenerit à ſuꝑficie glaciali ad ſuꝑficiẽ hũoris uitrei, erit ordinatio formæ nõ ſcđm eſſe qđ habet in ſuꝑficie glaciali, nõ ſecũdũ ſuũ eſſe i ſuꝑficie rei uiſæ: qñ ergo axis fuerit declinãs ſuꝑ ſuꝑficiẽ planã, q̃ eſt cõis ſectio ſuꝑficiei glacialis et uitreæ, & erit linea q̃ eſt differẽtia cõis cuiuſlibet ſuꝑficiei exeũ



tis

tis ab axe erecte ſuper ſuperficiem uitreæ & ſuperficiei ipſius uitreæ continens cum axe duos angulos inæquales, præterq̃ in una tantum ſuperficie, quæ ſecat ſecundum angulos rectos ſuperficiem tranſeuntẽ per decliuitatẽ axis, qm̃ huius tantũ ſuperficiei cõis differẽtia cõtinebit cũ axe angulos rectos: & cũ duo anguli prædicti fuerint inæquales, & anguli apud centrũ glacialis æquales, erũt duæ partes differentiæ cõis, quæ eſt in ſupficie uitrei, inæquales: formæ ergo ſecundũ iſta puncta q̃ ſunt in extremitatibus iſtaꝝ differentiaꝝ ꝑuenientes ad ſuperficiẽ uitreæ, erũt diuerſæ diſtãtiæ à pũcto axis qđ eſt in iſta ſupficie, ſed qa puncta iſtarũ lineaꝝ in ſupficie glaciali æqualiter diſtãt à pũcto axis, in eadẽ ſupficie uidebunt̃ formæ nõ ſecundũ ſuã ordinationẽ in ſupficie glaciali & in rei uiſæ ſupficie. Similiter ꝗꝗ demonſtrandũ ſi ſupficies uitreæ fuerit ſphærica, & fuerit axis declinãs ſuper ipſam, tunc enĩ axis nõ tranſibit per centrũ uitreæ, & cũ trãſibit per centꝝ glacialis lineæ, ergo quæ exeunt à centro glaciali ad puncta, quoꝝ diſtãtia à pũcto axis in ſuperficie glaciali eſt æqualis, cõtinent cũ axe apud centrũ glacialis angulos æquales, & quia centrũ glacialis nõ eſt centrũ uitreæ, ut patet per 11. huius, diſtinguẽt iſtæ lineæ ex ſupficie uitreæ arcus inæquales. Cũ enim linea e c, ut prædictũ eſt, ſit maior q̃ linea e f, ſit linea c h æqualis lineæ c e, & protrahatur linea g h, ſuper quã deſcripta portio oculi e g f quæ ſit g h, erit æqualis portiõi e g per 23. tertij, ideo quia corda e g eſt æqualis cordæ g h per 4. primi: producta ergo perpendiculari g l, erit ut prius corda g h maior q̃ corda g f, ergo arcus g h erit maior arcu g f per 23. tertij, ergo & linea recta quæ eſt e g æqualis lineæ g h, erit maior q̃ linea g f recta, arcus ergo e g eſt inæqualis arcui g f per 27. tertij: nullæ ergo lineæ cõtinentes cũ axe angulos rectos & exeuntes cũ linea a c, in eadem ſuperficie diſtinguũt ex ſuperficie uitreæ duos arcus æquales, niſi duæ tantum lineæ, quæ ſunt in ſuperficie, ſecante orthogonaliter ſuperficiẽ erectã ſup ſuperficiẽ uitreæ. cũ ergo axis fuerit declinãs ſup ſuperficiẽ uitreæ, formæ peruenientes ad ſupficiẽ uitreæ, erunt diuerſæ ordinationis, ſiue ſit ſuperficies uitreæ plana ſiue ſphærica: cũ uero axis fuerit ꝑpendicularis ſuper ſuperficiẽ uitrei, erit perpẽdicularis ſuper oẽs differẽtias quarũcunq; ſuperficieꝝ planarũ ductaꝝ per lineã a c, & ſupficiei ipſius uitreæ, & erũt q̃libet duæ lineæ exeuntes à centro glaciali ꝙ eſt unus punctus axis, cõtinentes cũ axe angulos æquales, & diſtinguentes ex differẽtia cõi, quæ eſt in ſuperficie uitreæ duas partes æq̃les, ſiue ſit ſuperficies illa plana ſiue ſphærica, & cõprehenduntur formæ à ſenſu ſecundũ ſuã ordinationẽ in ſuperficie glaciali & in ſuperficie rei uiſæ, & qa talis eſt comprehẽſio formaꝝ, ut patet ex ſuppoſitiõe, palã, qa ſemp axis pyramidis uiſualis eſt perpẽdicularis ſup ſuperficiẽ hũoris uitrei anteriorẽ & poſteriorẽ, qm̃ eadẽ eſt cauſa & eodẽ modo demõſtrãdũ: oẽs uero aliæ lineæ erũt declinãtes ſuper has ſupſicies, qm̃ ꝓcedunt ac ſi ſecare poſſint axem ſup centrũ glacialis, & nulla ipſaꝝ trãſit per centrũ uitreæ ſi fuerit ſphærica, niſi axis tm̃ per 72. primi huius, qm̃ ſola illa eſt perpẽdicularis ſuper ipſam, patet ergo ꝓpoſitũ.

XXV.

Motu oculi ſecundum ſe totum exiſtente poſſibili, non eſt poſſibile ſitũ ſuarum partium mutari.

Oſtenſum eſt in 4. huius foramen eſſe in concauo oſſis, per qđ tranſit neruus opticus, ſed inter hoc foramen oſſis & inter circũferentiã glacialis coniunctã cũ unea, eſt ſpacium aliquantulũ, & neruus opticus extenditur in illo ſpacio ex fine foraminis uſq; ad circumferentiã glacialis ſecundum pyramidalitatẽ, & amplificatur quouſq; perueniat ad circumferentiã ſphæræ glacialis cum qua conſolidatur. Cũ ergo iſte neruus declinat̃, erit eius declinatio apud foramen concauitatis ipſius oſſis, & quoniã concauitas oſſis continet totum oculũ, declinato ſic neruo, & oculus mouebitur ſecundũ totum in iſta cõcauitate, conſolidatiua enim quæ conſolidatur cum eo, ꝙ eſt in anteriori oculi ex neruo & ex tunicis reſiduis ſemper eſt cuſtodiens ſitum eius: declinatio ergo nerui apud motũ oculi non eſt niſi à poſteriore totius oculi, non eſt ergo poſſibile ſitum partium oculi mutari, qm̃ ut per 7. huius patuit, centrũ ſupficieꝝ tunicarũ uiſus oppoſitaꝝ foramini uneæ ut corneæ, eſt idẽ cũ centro oculi, ſicut ergo cũ mouebit̃ oculus nõ mutabit̃ centrũ oculi,

li, quoniam ſphæra aliqua aliqualiter mota, non propter hoc mutatur ſitus centri, ſic nec centrũ ſuperficierũ tunicarũ oppoſitarũ foramini uneæ mutatur, ergo nec ſitus tunicarũ oculi mutatur, quia enim linea tranſiẽs per centra omniũ tunicarũ & humorũ oculi, tranſit per mediũ cõcauitatis nerui orthogonaliter erecta ſuper baſem pyramidis nerui, ut patet per 9. huius: & linea quæ tranſit orthogonaliter per centrũ circuli baſis alicuius pyramidis, neceſſario attingit uerticẽ pyramidis per 89. primi huius. In pyramide uero concaua nerui optici uertex pyramidis moto oculo nõ mutatur, neceſſe eſt moto oculo ſecũdũ ſe totũ partes eius nullo modo mutari, quoniam linea quæ tranſit per centra illorũ partiũ, tranſit per mediũ cõcauitatis nerui optici per 9. huius, ex quo patet, quod partes oculi nullo modo mutantur. Declinatio enim partis pyramidalis nerui ſuper ſuperficiẽ circuli conſolidationis eſt ſemper declinatio cõſimilis, partes ergo oculi ſecundũ ſuũ ſitum nõ mutantur, & hoc eſt propoſitũ, & quoniam oculi ambo ſunt cõſimilis diſpoſitiõis in ſuis tunicis & partibus, & in figuris ſuarũ tunicarũ, & in ſitu cuiuslibet tunicarũ reſpectu totius oculi, patet quod nõ eſt diuerſitas inter illos quo ad hoc quod proponitur de ſuarũ partium ſitus mutatione ipſis oculis motis, ſitus enim linearũ ambarũ trãſeuntiũ per centra tunicarũ uiſus in utroque oculorũ eſt ſemper ſitus conſimilis in oĩbus diſpoſitionibus oculorũ, patet itaque illud quod proponebatur.

XXVI.

Vno oculo moto, neceſſe eſt alium eidem conformiter moueri.

Quoniã enim ſitus partiũ oculi non mutatur in utroque oculorũ, & motus unius oculi fit per motum nerui optici in centro foraminis oſſis, motus uero nerui partialis procedit à puncto nerui cõmunis, quoniã ſemper illud quod mouetur in partibus aliarũ, mouetur circa aliquid fixum: motus itaque nerui partialis incipit in puncto nerui cõis ambobus neruis opticis amborũ oculorũ, in quo eſt uirtus animæ ſentiẽtis & mouentis, & quoniam illa uirtus eſt indiuiſibilis & uniformis & principiũ, quo primo mouet eſt corpus naturale ſecundũ ſui formã naturalẽ indiuiſibile: palam quod mouendo unum oculũ mouet & alterum, nec enim eſt maior ratio qua unum oculũ moueat, quàm qua alterũ: uno itaque oculo moto, ambo oculi mouentur, & unus conformiter alteri mouetur, ut ſicut ab eodem puncto motus amborum incipit, ſic ad eundem terminum terminentur ambo motus, & ſicut ab uno indiuiſibili incipiunt, ſic ad unum diuiſibilem terminenter, palam eſt ergo illud quod proponebatur.

XXVII.

Duobus uiſibus uno uiſibili directe oppoſitis, neceſſe eſt duas figurari pyramides, quarum cõmunis baſis eſt ſuperficies rei uiſæ, & axis cuiuslibet tranſit per centrũ foraminis uneæ, & per centrum ſui uiſus.

Quoniam enim, ut patet per 17. huius, ſitus partiũ ſuperficiei rei uiſæ peruenit ad ſuperficiẽ utriuſque uiſus, & in illa figuratur ſecundũ lineas perpẽdiculares ab omnibus punctis ſuperficiei rei uiſæ ad oculi illius ſuperficiem productas, quarum omniũ concurſus ſecundũ puncta ſuarum incidentiũ reſpicit centrum oculi cuius ſuperficiei incidit, & demum poſt refractionem quælibet illarũ figurarũ peruenit ad medium punctũ nerui cõmunis, ambarum itaque illarũ formarũ concurſus fit in puncto medio nerui communis cui incidunt, quia itaque centra duorum uiſuum ſunt duo, palam, quia in uiſione eiuſdem rei à duobus oculis duæ pyramides uiſuales modo propoſito figurantur. Superficies enim rei uiſæ ſemper erit baſis utriuſque pyramidis ab utroque oculorum prodeuntis, propter multiplicationem formæ cuiuslibet puncti ſuperficiei rei uiſæ æqualiter ad uiſum, & axis cuiuslibet earum tranſit per centra foraminis uneæ ad centrum ſui uiſus. Sicut enim uiſibile directe opponitur uni uiſui, ſic directe opponitur & alteri, ex hypotheſi, & quoniam ambo uiſus æqualiter mouentur ad aliquid uidendũ, per præmiſſam patet, quod ſemper in uiſione unius rei mediũ punctũ ſuperficiei uiſus oculi opponitur medio puncto ſuperficiei rei uiſæ, uel propinquo illi, medium autẽ punctũ ſuperficiei uiſus uel oculi eſt centrũ foraminis uneæ per 4. huius: forma ergo illius puncti medij ſuperficiei rei uiſæ uel puncti propinqui illi, per centrũ foraminis uneæ peruenit ad centrũ ſui uiſus, & hoc eſt propoſitum.

Duo

XXVIII.

Duobus exiſtentibus oculis unius rei, unam tantũ formã accidit uideri.

Quoniam enim ut prius pluries dictũ eſt, forma recepta in ſuperficie glacialis pertranſit corpus glacialis, deinde extenditur per corpus ſubtile, quod eſt in neruo optico, & uenit ad anterius cerebri, in quo eſt ſentiens ultimũ, quod eſt uirtus ſenſitiua, comprehendens ſenſibilia, cuius uirtutis oculus eſt inſtrumentum recipiens formas rerũ, & reddens eas ultimo ſentienti, ſic quod apud neruum cõmunem ambobus oculis, cuius nerui ſitus à duobus oculis eſt ſitus conſimilis, demum completur uiſio, licet ergo duæ formæ perueniant in duobus oculis ab una re uiſa, illæ tamen formæ ambæ quando perueniunt ad neruũ cõmunem, concurrunt & fiunt una forma, & per unionem harũ formarum comprehendit ultimũ ſentiens formam rei uiſæ, & ſic unius rei tantũ unam formã accidit uideri, niſi forte per aliquam occaſionem interuenientem accidit formas duobus oculis acceptas non uniri, eo quod non concurrunt in unionem amborum neruorũ opticorum, tunc enim duas formas accidit uideri, ut cum aſpiciẽs murauerit ſitũ unius oculi ad anterius, & alius oculus fuerit immotus: quando uero nullus ſitus duorum oculorum fuerit naturalis, tunc quia ſitus ipſorũ ab una re uiſa eſt ſitus conſimilis, perueniet forma ab una re uiſa in duo loca conſimilis ſitus, & cum ſitus unius oculorum fuerit declinans, tunc diuerſatur ſitus oculorum ab illa re uiſa, & ſic perueniunt duæ formæ illius rei uiſæ diuerſi ſitus, ſed hoc non ineſt uiſui naturaliter, ſed ſolum per uiolentiam, quam facit uoluntas uel naturalis debilitas conſuetudini naturæ: quando itaq; ſitus oculorum fuerit naturalis, tunc ſemper ambobus uiſibus unius rei unam formam accidit uideri, quod eſt propoſitum. Duæ ergo formæ uiſi puncti infiguntur in duobus medijs duarum ſuperficierum amborũ uiſuum, & quilibet punctus alius formæ uiſæ infigetur in duobus locis conſimilis poſitionis in duobus uiſibus. Deinde duæ formæ uiſæ perueniunt ad concauitatem communis nerui, & perueniunt duæ formæ quæ ſunt in puncto, quod eſt in duobus axibus illarum duarum pyramidum radialium, ſecundũ quas fit uiſio ad punctum, quod eſt in communi axe, & efficiuntur una forma, & quælibet duæ formæ quæ ſunt in duobus punctis conſimilis poſitionis à duobus uiſibus perueniunt ad idem punctum punctorum circunſtantium, punctum qui eſt in axe communi, ſic ergo duæ formæ totius rei uiſæ ſuperponuntur ſibi & efficiuntur una forma, & ſic uiſum comprehenditur unum.

XXIX.

Omnem punctum formæ incidentẽ ſuperficiebus uiſuum per axes radiales ad centrum foraminis girationis nerui concaui contingere eſt neceſſe.

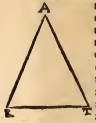
Quoniam enim quælibet axium tranſit per centrũ foraminis uneæ ad centrum uiſus, ut patet per 27. huius, ergo & pertranſit centrum ipſius ſphæræ uneæ per 8. huius, omnis uero linea recta producta inter centrum oculi, & uneæ centrum circuli ſectiõis uneæ, & medium punctum concauitatis nerui neceſſario penetrabit per 9. huius, palã, ergo cũ perpendicularis ſemper maneat inconfracta per 47. ſecundi huius, quod omnẽ punctum formæ incidentem ſuperficiebus uiſuũ per axes radiales ad centrum giratiõis nerui communis pertingere eſt neceſſe, ob hoc autem puncto diffunditur forma ad medium punctum nerui communis, & quoniam medius punctus nerui cõmunis eſt tantũ unus, palam quia axes amborum uiſuum in uno puncto nerui communis ſemper concurrunt, patet ergo propoſitum.

XXX.

Si à terminis liniæ inter duo centra foraminum girationis neruorum cõcauorum productæ duæ lineæ rectæ ad medium communis nerui producantur, neceſſe eſt in conſtituto triangulo angulos ad baſem æquales eſſe, ex quo patet quod liniæ illæ productæ ſunt æquales.

Sint duo centra foraminum girationis neruorum concauorũ r & t, inter quæ producatur linea r t, ſitq; medius punctus nerui communis a, & conſtituatur triangulus r a t, dico quod angulus a r t eſt æqualis angulo a t r, cum enim poſitio duorum neruorũ

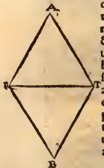
in reſpectu concauitatis nerui communis ſit poſitio conſimilis, quia concauitatis nerui unius eſt omnino ſimilis concauitati alterius per 4. huius, ergo et medium concauitatis unius eſt ſimile medio concauitatis alterius, unde axis nerui unius æqualis eſt axi nerui alterius, ſed per eandem 4. huius, poſitio duorum neruorum in reſpectu duorum foraminum eſt poſitio conſimilis, in quorum neruorum medio fuerint lineæ r q & t a ut axes, palam ergo quoniam poſitio duarum linearum r a & t a apud lineam r t eſt poſitio conſimilis, hoc autē eſt impoſſibile, niſi anguli a r t & a t r ſint æquales, quoniam ad inæqualitatem iſtorum angulorum ſequitur inæqualitas poſitionis medij axis ipſorum neruorum concauorum, & ex conſequenti ipſorum neruorum, ſunt ergo illi anguli ad baſem æquales, ergo per 6. primi lineæ illæ productæ ſunt æquales, ſcilicet linia a r lineæ a t, patet ergo propoſitum.



XXXI.

Vno puncto rei uiſæ ſuperficiebus amborū uiſuū perpendiculariter incidente, neceſſe eſt axes radiales in centris foraminum girationis neruorum concauorum angulariter refrangi.

Quoniam enim ut patet per 27. huius, quælibet illorum axium pertranſit centrum foraminis uueæ & centrum oculi, motus autem cuiuslibet oculorum fit in centro foraminis girationis nerui optici, patet quoniam ſecundum motū oculorum uariantur axes illi radiales, in quibus ſunt ſemper idem ſemidiametri oculorum, qui ſcilicet ab ipſorū centris ad centra foraminum uueæ protenduntur, partes aūt ſuperiores illorum axium quibus à centris foraminum girationis neruorum concauorum formæ perueniunt ad punctum medium nerui communis, ſemper manent ſecundū modum unum, cū itaq; aliæ partes illorū axium ſemper ſint immobiles, & alij ſemper mobiles, cum per ipſas unus punctus uidet, patet per primā undecimi, quoniam illæ lineæ non ſunt linea una, utpote ſi forma puncti b, uideatur ſecundum ambos axes b r & t r, & ſicut factum eſt in præmiſſa, ducantur lineæ r a & t a, ad medium punctum nerui communis qui ſit a, patet per primam undecimi, quoniam lineæ b r & r a, nō ſunt linea una, eius enim partem in ſublimi, partem in plano accideret eſſe, quod eſt impoſſibile, patet ergo quoniam angulariter cōiunguntur, quod eſt propoſitum, & licet axes præmiſſo modo refringātur, formatio tamen pyramidū uiſualium fit ac ſi axes integri ad uerticem peruenirent, neq; accidit uiſui aliqua diuerſitas ex illo.



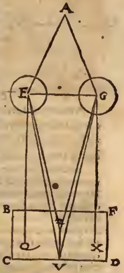
XXXII.

Neceſſe eſt axes pyramidum uiſualium amborum uiſuum tranſeuntes per centra foraminum uueæ ſemper coniungi in uno puncto ſuperficiei rei uiſæ etiam motis uiſibus per ſuperficiem rei uiſæ.

Cum enim uidens intuebitur aliquam rem uiſam, tunc uterq; uiſus erit in oppoſitione illius rei uiſæ per ſecundam huius, & utraq; pupillarum dirigetur ad illum uiſum directione æquali propter uiſuum æqualitatem per 4. huius. Sint ergo duo centra duorum uiſuum e & g, & ſit medius punctus nerui communis pūctus a, & ſuperficies rei uiſæ b c d f, quæ ſit exēpli cauſa æquediſtans lineæ, centra uiſuum conuertenti quæ ſit e g, palam ergo quoniam à cētris uiſuum perpendiculares ſuper ipſam ſuperficiem b c d f, productæ ſunt æquediſtantes per 6. undecimi, quæ ſint e q & g x. In hac itaq; ſuperficie b c d f, ſignetur punctus qui ſit u, dico quod propter æqualitatem amborum oculorum in omnibus ſuis diſpoſitionibus, ſi alter uiſus fuerit motus ad uidendum punctū u, ſtatim etiam reliquus mouebitur ad uidendum idem punctum u, itaq; axes ambarum pyramidum uiſualiū tranſeuntes per centra foraminum uueæ coniunguntur in pūcto u, una ipſarum ibi pertingente. Si enim una illarum axium incidet in puncto u, alia incidit in alio puncto, ſit illud pūctum z, eruntq; duo axes e u & g z, inter quorū terminos

linea

linea z u producatur,& quoniam axes ſic protenſi à duobus uiſibus non concurrunt in aliquo punctorum lineæ z u, ſicut neq; concurrunt ſi ſuper perpẽdiculares lineas, quæ ſunt e q & g x, fiat uiſio, palam quod nullum punctorum lineæ z u, uidebitur ambobus uiſibus, ſed tantum uno, alter ergo oculorũ mouetur ſuperflue, cum unus oculorum ſecũdum ſui axem om̃ia puncta lineæ z u, poſſit interceptiliter tranſcurrere: cõſtituit aũt natura duos oculos propter perfectionem bonitatis uiſiõis et complemẽtum eius, ut ipſorum uirtus unica ſit fortior, ut patet per 4. huius. Si ergo axes uiſuales non concurrant in aliud pũctum unum lineæ z u, ſequitur uel naturam ſuperfluere, uel ipſam modo debiliori quo poteſt operari, quorum uterq; eſt impoſſibile. Natura enim nihil agit fruſtra, nec deficit in neceſſarijs, ut patet per ſuppoſitionẽ, accidit autem hoc impoſſibile ſi axes ſolum incidant diuerſis punctis ſuperficiei uiſibilis, impoſſibile aũt nunquam accideret, ſi incidant in illud punctum, palam itaq; quoniam in illud punctum incidere axis pyramidum amborum uiſuum ſemper eſt neceſſe, quoniam operatio amborũ uiſuum eſt uniformis, cum igitur uiſus fuerit motus ſuper rem uiſam, tunc uterq; uiſus mouebitur ſuper illud, & axes cõgregati in uno puncto ſuperficiei rei uiſæ, moto uno ambo mouebũtur ſimul ad aliud unum punctum ſuper ſuperficiem illius rei uiſæ, ambo enim oculi ſunt æquales in omnibus ſuis diſpoſitionibus, & eſt ambobus oculis unus neruus communis, & quoniam motus oculorũ procedit ab una uirtute, neceſſe eſt uirtutem motam per unitatem nerui procedere, hoc ergo moto uno oculo ambos oculos mouebit, ut patet per 26. huius, actio itaq; & paſſio oculorum ſemper eſt æqualis & conſimilis, & ſi alter uiſuum motus fuerit ad aliquid uidendum, ſtatim alter mouebitur ad hoc idem uidendum illo eodem motu, & ſi alter uiſuũ quieſcat reliquus quieſcet. Impoſſibile eſt enim alterum uiſuum moueri, & alterũ quieſcere, niſi alter fuerit impeditus, ut patet per 26. huius, & ſicut etiam declaratum eſt per 18. huius, ſuperficiem rei uiſæ ſemper erit baſis utriuſq; pyramidis ab utroq; oculorum prodeuntis, quoniam tunc poſitio puncti in quo ambo axes ſunt coniuncti eſt poſitio conſimilis, quia eſt oppoſitus duobus medijs amborum uiſuũ, palam ergo propoſitum, dicemusq; punctum concurſus amborum axium in ſuperficie rei uiſæ punctum coniunctionis.

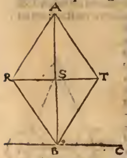


XXXIII.

Si à puncto medio nerui communis ad medium lineæ connectentis centra foraminum girationis neruorum concauorum linea recta producatur, neceſſe eſt productam ſuper diuiſam perpendicularem eſſe, & eam puncto uiſo cum axibus incidente trigonum ab axibus & diuiſa linea contentum per æqualia diuidere.

Quod hic proponitur patet per præmiſſam & per 31. primi huius, ut autem particularius demonſtretur, ſint om̃ia diſpoſita ut in 30. huius, & ſit linea r t, diuiſa per æqualia in puncto s, ſitq; uiſibile aliquod oppoſitum ambobus uiſibus ꝙd ſit b t, in cuius puncto medio, quod ſit b, concurrant per præcedentem ipſi axes radiales, quæ ſint r b & t b, & producatur à puncto a, quod eſt medius punctus concauitatis nerui ad punctum ſcilicet linea a s, dico quod linea a s, eſt perpendicularis ſuper lineam r t, quoniam enim angulus a r t eſt æqualis angulo a t r, per 30. huius, & linea a r eſt æqualis lineæ a t. Sed linea a s, eſt æqualis ſibi ipſi, ergo per 8. primi, trigona a r s & a t s, ſunt æquiangula, angulus ergo a s t eſt æqualis angulo a s r, ergo per diffinitionem perpendicularis linea a s eſt perpendicularis ſuper lineam r t, producatur item linea a s, uſq; ad punctum conjunctionis

iunctionis amborum axium, quod ſit pūctum b, dico quod linea s b, diuidit per æqualia trigonum r b t, hoc autem patet ex præmiſſis & ex 3. & 4. primi, erit enim trigonum partiale s r b æquale trigono partiali s b t, patet ergo propoſitum, & ex hoc patet; quoniā tota linea a b, cuiusq; puncto uiſo incidit, utcunq; transmutatis axibus, non mutatur ſed ſemper in medio eorum conſiſtit, poſſumus ergo illam nominare axem communem, quia ſemper ducitur æqualiter ad punctum coniunctionis amborū axiū in ſuperficie rei uiſæ à puncto, qui eſt in medio concauitatis nerui, in quo duæ lineæ extenſæ in duobus medijs concauitatū neruorum duorum ſe interſecant, hic uero punctus ſemper eſt unus non tranſmutabilis, & punctus etiam s, ſemper eſt unus non tranſmutabilis per quem ſemper tranſit hæc linea a b, eſt ergo & ipſa ſemper intranſmutabilis, licet alij axes tranſmutentur quandoq; ab ipſo communi axe.



XXXIIII.

Axe communi cum axibus radialibus puncto rei uiſæ incidente lineam copulantem centra foraminum girationis neruorum concauorum, & lineas ab his centris ductas ad nerui communis medium & axem communem amboſq; axes radiales in eadem ſuperficie conſiſtere eſt neceſſe.

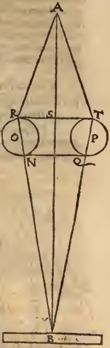
Sit diſpoſitio quæ in proxima, dico q̄d linea r t, & duas lineas r a & t a, & axem communem qui eſt a b, & duas axes radiales ſcilicet r b & t b, in eadem ſemper ſuperficie cōſiſtere oportet, duo enim axes t b & r b, tranſeunt per centra r & t, per 29. huius, tranſeūt enim per centra foraminum girationis duorum neruorum concauorum, & quia in puncto coniunctionis concurrunt cum axe communi, ex hypotheſi, neceſſario erunt cum axe communi in eadem ſuperficie per ſecundam undecimi, ſed & linea r t, cōnectens centra foraminum girationis neruoꝝ, ſecat has duas axes radiales in punctis r & t, & axem communem in puncto s, lineæ quoq; r a & t a, ſecant lineas r t & a b, in pūctis in quibus cum ipſis concurrunt, & quia omnes hæ lineæ ſunt rectæ, palam per primam undecimi, quoniam quælibet ipſarum eſt in una ſuperficie, patet ergo per ſecundū undecimi, quoniam omnes ſunt in eadem ſuperficie, & hoc eſt propoſitum.

XXXV.

Neceſſe eſt axes radiales cum axe communi concurrentes in pūcto cuius diſtantia à uiſu ſit multiplex lineæ connectenti centra oculorum ſecundum ſui partes interiacentes punctum coniunctionis, & ſuperficies ipſorum uiſuū æquales eſſe, ſuperficiebusq; amborū uiſuū necnō ſuperficiei anteriori ipſius uitreæ æqualiter incidere, & ſecundum angulos æquales.

Sint item ut in triceſima huius duo centra duorum foraminum girationis neruorum concauorum r & t; quoniam ergo oculus mouetur ſecundū totū non ſecundum partem, ut patet per 25. huius, palam quoniam puncta r & t, ſunt poſteriora oculo, figerentur ergo duo oculi quaſi contingentes puncta r & t, circa centra o & p, & ab aliquo puncto ſuperficiei rei uiſæ quod ſit b, procedant axes ad centra uiſuum, & producātur ultra ad puncta r & t, palam itaq; quoniam axes r b & t b, tranſibunt totum uiſum, tranſeat ergo axis r b, ſuperficiem anteriorem ſui uiſus in puncto n & axis t b, tranſeat anteriorem ſuperficiem ſui uiſus in puncto q, & producatur linea n q, ſunt ergo puncta q & n, puncta illa ſuperficierum uiſus quibus infigitur forma puncti coniunctionis axium quod eſt b, & quoniam axes r b & t b, ſunt æquales per præmiſſam, dico quod partes axium quæ ſunt b n & b q, ſunt æquales, & quod incidunt uiſui ſecundum angulos æquales, cum enī lineæ r n & t q, ſint æquales, quia ſunt diameter æqualium oculorum æqualiter à punctis r & t, diſtantium, neceſſe eſt ſi illæ ab æqualibus axibus abſcindātur, quod reſiduum ſit æquale, erit ergo linea b n æqualis lineæ b q, & quoniam linea n q æquediſtat

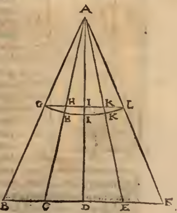
ſtat lineæ r t, per ſecundam ſexti, ideo quoniam latera t b & r b, proportionaliter diuiduntur per lineam n q, ergo per 29. primi, erit angulus b n q æqualis angulo b q n, angulus enim b r t æqualis eſt angulo b t r, quoniã linea b s diuidit trigonum r t b per æqualia & baſem eius r t, ut patet p præmiſſam, patet ergo quoniã axes radiales ſuperficiebus uiſuum æqualiter incidunt & ſecundũ angulos æquales, & ſi incidant ſuperficiebus uiſuum taliter, ut per centra uiſuum tranſeant, palam ergo quoniam orthogonales ſunt ſuper ſuperficies contingentes in punctis n & q, incidunt ergo ſuperficiebus uiſuum æqualiter ſecundum rectos angulos incidentes, & propter hoc in omnium oculorũ ordinatiōe motu uel quiete ſemper duo axes eius ſunt æquales, aut non eſt in eis diuerſitas ſenſibilis, quæ cauſat aliquam diuerſitatem uiſionis, maximæ cum res uiſa nō fuerit ualde propinqua uiſui, ſed cum diſtantia eius ã uiſu fuerit mediocris, cum enim res uiſa ualde uiſui approximauerit, ita ut linea quæ eſt interduo centra oculorũ, quæ ſunt o & p, proportionum æqualitatis uel extēſus uel paruæ diminutionis habuerit ad axem radialem, tunc erunt axes ſenſibiliter inæquales, & facient angulos inæquales: aliãs uero ſemper ſenſibiliter æquales erunt, & conſtituent angulos ſenſibiliter æquales, quia propter unitatem uiſuum, & uniformẽ receptionem formarũ q̃dlibet punctum multiplicatur uniformiter ad utrunq; oculũ, propter quod etiam omnes lineæ æqualiter diſtantes ab axibus faciunt angulos æquales, & ipſæ omes ſenſibiliter ſunt æquales, codē quoq; modo demōſtrari poteſt, quia anguli qui per axes fiunt in ipſa ſuperficie uitreæ in qua fit refractio ſunt æquales, patet ergo ꝓpoſitũ.



XXXVI.

Omnium linearum pyramidis radialis obliquarũ plus uicinarum axi refractio fit ſecundum angulos minores: remotiorũ uero ſecundum angulos maiores: æqualiter uero diſtantium ſecundum angulos æquales.

Sit pyramis radialis cuius uertex a, & diameter baſis quæ per 18. huius eſt ſuperficies rei uiſæ ſit b c d e f, axis uero d a, & ſint lineæ c a & e a, lineæ radiales obliquæ uicinæ magis axi d a & ſint b a & f a remotiores, dico quod lineæ c a & e a ſecũdum minorem angulum refringũtur, & lineæ b a & f a, ſecundum agulum maiorem. Intelligantur enim omnes iſte lineæ concurrere in puncto a, quod eſt uertex pyramidis, & ſit in ſuperficie uitreæ linea cui incidunt illæ lineæ g h i k l, hæc ergo linea erit recta uel curua circularis per 23. huius: ſit primum recta, & incidit linea b a illi lineæ in puncto g, & linea c a in puncto h, & linea d a axis in puncto i, & linea c a in puncto k, & linea f a in puncto l, quia ergo angulus g i a, eſt rectus per præcedētem, palam per 32. primi, quod angulus g h a eſt obtuſus, ergo per 19. primi, linea a g eſt maior quàm linea a h, & quia ã puncto a, exeunt duæ lineæ a c & a b, quæ ſunt ad baſem trianguli a g i, quæ eſt g h i, angulus ergo a h i maior eſt angulo a g i, per 16. primi, quia ergo angulus a h i cum angulo c h i, ualet duos rectos per 13. primi, & ſimiliter angulus b g h c angulo a g h, ualet duos rectos, palam quia angulus c h i minor eſt angulo b g i,



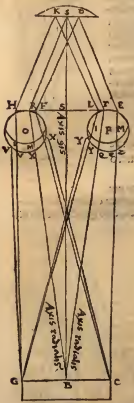
r ergo

ergoꝗ penultimā ſecundi huius angulus refractionis lineæ c h eſt minor angulo refractionis lineæ b g, patet ergo quod linea c h reflectetur ſecundum minorem angulum quàm linea g b, & ſimiliter eſt de linijs e k & f l, & quia lineæ æqualiter diſtantes ab axe a d, ut ſunt exempli cauſa liniæ a c & a e, ſecundum modum præmiſſum æquales angulos faciunt in ſuperficie uitreæ, qui ſunt c h i & e k i, patet per penultimam ſecundi huius, quoniam anguli refractionis ſunt æquales, patet ergo propoſitum, quoniam linea g h i k l, ſit linea circularis, erit eodem modo demonſtrandum per 50. ſecundi huius.

XXXVII.

Omnes formæ punctorum æqualiter circunſtantium puncta quæ ſuperficiebus uiſuum incidunt, ſecundum axes radiales ad puncta æqualiter circunſtantia medium punctum nerui communis ſimiliter contingunt.

Diſponantur omnia alia ut in 35. huius, ſigneturq́ꝫ in ſuperficie oculi cuius centrum eſt punctum o, ex utraqꝫ parte puncti etiam duo puncta u & x, & in ſuperficie oculi cuius centrum eſt punctum p, ſignentur ex utraqꝫ parte pūcti q, duo puncta y & z, ſitq́ꝫ ſuperficies rei uiſæ oppoſita uiſibus, in qua ſit linea recta, quæ g b c, cuius punctus medius ſit b, & extremi puncti g & c, incidantq́ꝫ axes radiales qui ſunt r b & t b, cū axe communi qui ſit a b, ipſi puncto b, qui ſit punctus coniunctionis omniū trium axium, protrahāturq́ꝫ à punctis u & x, ſuperficiei uiſus cuius centrum eſt o, ad puncta g & c, ſuperficiei rei uiſæ duæ lineæ rectæ, quæ ſint u g & x c, & à pūctis y & z, ſuperficiei uiſus cuius centrum eſt p, protrahantur lineæ z c & y g, dico quod formæ pūctorum ſuperficiei rei uiſæ quæ ſunt g & c, quæ in ſupficie oculi o incidunt in punctis u & x, in ſuperficie oculi p in punctis y & z, nō perueniunt ad medium punctum nerui communis quod eſt a, ſed circunſtant ipſum punctum a, ſimilis diſpoſitionis ut puncta c & g, diſpoſita ſunt ad punctum b, in ipſa ſuperficie rei uiſæ taliter, ut pūctus qui eſt dexter, ad punctum h, qui eſt punctus coniunctionis axium in ſuperficie rei uiſæ ſit dexter pertingens ad punctum a, & ſiniſter ipſi puncto b, fiat ſiniſter ipſi pūcto a, & ſic de alijs differētijs poſitionū, qđ eſt ſurſum ad pūctū b ſit ſurſum ad pūctū a, & qđ eſt deorſum punctū b, deorſum fiat ad punctū a, producatur eñ in utroqꝫ oculorum linea l m, recta uel curua, diſtinguens ſuperficiē uitreæ à ſuperficie glacialis, & hæc linea ſiue recta fuerit ſiue curua, quorum alterum eſt neceſſarium p 23. huius, ſemper tamen anguli incidentiæ erunt æquales per 35. huius, qm̄ & eadē de illis eſt demonſtratio. Sed & anguli refractionis fiunt æquales per præmiſſam, & ideo quia propter conformitatem uiſuum & æqualem diſtantiā punctorum g & c, à puncto b, ex hypotheſi, ſequitur trigona y g u & x c z, eſſe æquiangula, anguli ergo g p u & c x z, ſunt æquales, ſed & figuræ oculorum ſunt penitus ſimiles, et diafonitas eſt conformis, fiat ergo linearum c x et g y, in ſuperficie refractionis conformis refractio, & ſimiliter linearum g u & c z, fiet conformis refractio & ſecundum angulos æquales, quilibet ergo ipſarum refringitur æqualiter à perpendiculari, ſit ergo ut linea t x refringatur ad punctū



f, & linea g u ad punctū h, quæ ſunt puncta foraminis girationis termini circa punctū r, linea uero g y refringitur ad punctum l, & linea c z ad e, pūctum alterius foraminis, quod eſt circa punctum t, & quoniam omnia puncta formarum ſecundū lineas rectos

bro-

bruiſſimas refringuntur à perpendiculari n r, palam quia non concurrunt cum illa, ſed directe diffundentes ſe ad puncta nerui communis ſimilem ſitum & diſpoſitionem recipiunt eis quæ habent in ſuperficie rei uiſæ, quæ eſt baſis pyramidis uiſionis, linea ergo x f, quæ uenit à puncto c, rei uiſæ refrangitur ad aliquod punctum nerui, aliud à pũcto a quod ſit d, & linea u h quæ uenit à puncto g, rei uiſæ, refringitur ad punctum aliud à puncto a quod ſit k, & quoniam unius diſpoſitionis ſunt ambo uiſus, & oculorũ diſtantia eſt res modica, ut patet per 4. huius, & lineæ ad talia puncta productæ à uiſibus ambobus ſunt æquales, & anguli incidentiæ ſunt æquales per 35. huius, anguli quoq; refractionis ſunt æquales per præmiſſam, palam quia linea u l, quæ eſt formæ puncti g, refringetur ad punctum k m, quo cecidit forma eiuſdem puncti g, ueniens per lineam u h, linea quoq; z c, quæ eſt formæ puncti c, refringetur ad punctum d, in quo cadet eadem forma puncti c, ueniens per lineam x f. ſimiliter quoq; demonſtrandum de quibuslibet duobus punctis ſuperficie rei uiſæ, æqualiter diſtantibus à puncto coniunctionis quod eſt b. Omnes ergo formæ punctorum rei uiſæ æqualiter circunſtantium, puncta quæ ſuperficiebus uiſuum incidunt ſecundum axes radiales ad puncta æqualiter circunſtantia medium punctum nerui communis ſimiliter pertingunt, & ſeruatur figura & diſpoſitio totius ſuperficiei rei uiſæ in partibus ſuis, & in remotione à puncto quod eſt in axe ſecundum modum diſtantiæ & declinationis punctorum, quorum formæ illic recipiuntur à puncto coniunctionis in ſuperficie rei uiſæ ſecundum diſpoſitionem angulorum refractionis in ſuperficie rei uitreæ, & duæ formæ quæ infiguntur in duobus punctis conſimilis poſitionis apud ſuperficies duorum uiſuum, perueniunt ad illum eundem punctum concauitatis nerui cõmunis, & ſuperponuntur ſibi in illo puncto, & erunt una forma: lineæ quoq; obliquæ ſuperficiebus uiſuum incidentes, quæ in ſuperficie ipſius uiſus refringuntur, ad eandem ordinationẽ formæ poſſunt peruenire, patet ergo ꝓpoſitũ.

XXXVIII.

Neceſſe eſt ambos axes radiales cum axe cõmuni concurrentes in ſuperficie rei uiſæ cum linea æquediſtante lineæ connectenti centra oculorũ uel cum totali ſuperficie æquales hinc & inde angulos continere.

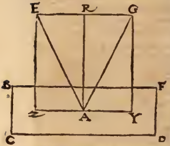
Sunt enim ambo oculi æqualis diſpoſitionis per 4. huius, patet etiam ſenſui quod ſunt diſtantiæ modicæ ab inuicem, & axis ſemp in quolibet oculo una tantũ linea tranſiens per centrum foraminis uueæ & centra omnium tunicarum ad centrum foraminis girationis nerui concaui pertingens, ut patet per 29. huius: ſit ergo ut lineæ b f c æquediſtat lineæ e g, connectenti centra oculorum e & g, ſitq; medius pũctus nerui communis qui a, & ſit ut forma puncti ſuperficiei rei uiſæ quod ſit f, per axes f e & f g, perueniat ad centra oculorũ quæ ſunt e g, connexa per lineam e g, pertingatq; ad punctum a, quod ſit punctus medius nerui communis, & ſit axis communis qui a f, incidens ſuperficiei rei uiſæ in pũcto f, ſecundum angulos rectos, quoniam ſuperficies in qua ſunt omnes aſſignatæ lineæ axium & pũcta per 34. huius, erecta eſt ſuper ſuperficiem rei uiſæ, & axis communis incidit directe per 33. huius, & per 29. primi, quoniam linea connectens centra oculorũ lineæ r t, connectenti centra foraminum girationis nerui concaui eſt æquediſtans, ergo & lineæ uel ſuperficiei illi æquediſtanti ꝑ 30. primi, quia ergo per 33. huius, angulus a f e eſt æqualis angulo a f g, erit ergo reſiduum duorum rectorum contentorũ ab axe & linea b c, quæ eſt communis ſectio rei uiſæ, & ſuperficiei axium inter ſe hinc inde æquale, axes ergo radiales incidũt ſupficiei rei uiſæ ſecundũ angulos æquales, & hoc eſt propoſitũ, quoniam angulus e f b ſit æqualis angulo g f c.



XXXIX.

A puncto coniunctionis lineam æquediſtantem lineæ connectenti centra oculorum in ſuperficie rei uiſæ illi æquediſtante protrahere.

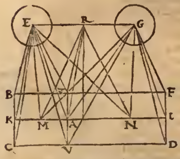
Sint centra duorum oculorum puncta e & g, & ducatur linea e g, ſitq; ſuperficies rei uiſæ b c d f, à cuius puncto dato quod ſit a, linea æquædiſtans lineæ e g, debeat produci, diuidatur itaq; linea e g, per æqualia in puncto r, p 10. primi, & à puncto a ad punctum r ducatur linea a r, ducantur lineæ e a & g a, quæ ſint axes uiſuales concurrentes in puncto a, ſuperficiei rei uiſæ, patet ergo, quoniam axis e a æqualis eſt axi g a, per 35. huius, & linea e r eſt æqualis lineæ g r, & linea r a communis: erit ergo per 8. huius primi, angulus e r a æqualis angulo g r a, & ambo erecti, erit ergo linea a r perpendicularis ſuper lineam e g, per diffinitionem lineæ perpendicularis, & à centris uiſuum e & g ducantur æquediſtantes lineæ r a, per 31. primi, quæ ſint lineæ e z & g y, hæ ergo inter ſe ſunt æquales & æquediſtantes per 25. primi huius, & ſunt in eadem ſuperficie per primam primi huius, & quia cōmunis ſectio huius ſuperficiei & ſuperficiei rei uiſæ tranſit per punctum a, & eſt per 33. primi æquediſtans lineæ e g, palam quod ipſa linea z a y, eſt linea quæ quæritur, eſt ergo factum id quod proponebatur.



X L.

Omnes lineæ productæ ab ambobus uiſibus ad idem punctum lineæ cum ambobus axibus pyramidum radialium angulos rectos facientis neceſſario ſunt æquales.

Verbi gratia ſint ut ſupra in proxima præcedente centra duorum uiſuum puncta e & g, & ſuperficiei rei uiſæ ſint b c d f, in cuius puncto a concurrant axes e a & g a, & à puncto a, ad utranq; partem producatur linea una quæ ſit r a u, rectos angulos continens cum utraq; axium, producanturq; à centris uiſuum lineæ e u, g u, e z, g z, dico qđ lineæ e u & g u, ſunt æquales inter ſe, & lineæ e z & g z, æquales inter ſe, quoniam enim axes uiſuum æquales ſunt per 35. huius, palam quod axis e a eſt æqualis axi g a, & angulus e a u æqualis angulo g a u, quoniam uterq; ipſorum eſt rectus ex hypotheſi; ſed linea a u, linea eſt communis in triangulis e a u & g a u, erit ergo per 4. primi baſis e u æqualis baſi g u, & ſimiliter erit baſis e z æqualis baſi g z, & eodem modo in punctis omnibus lineæ z u, accidit, palam ergo eſt quod proponitur. Poteſt et hæc aliter demonſtrari, ducatᷣ enim à puncto a, ſuperficiei rei uiſæ, in quo concurrunt axes, linea æquediſtās lineæ e g, quæ eſt inter duo centra oculorum per præcedentem, quæ ſit linea k l, eritq; illa linea k l, in ſuperficie rei uiſæ, ducatur quoq; linea z a, perpendicularis ſuper lineam k l, per 12. primi, et tunc ducatur à pūcto a, linea orthogonaliter ſuper lineam e g, quæ ſit linea a r, lineæ e g per æqualia in pūcto r, per 31. primi huius, et ex 35. huius, et ex 5. primi, qm̄ eñ axes e a & g a, ſunt æquales, erūt anguli ad baſem æquales, et linea r a cōmunis ambob9 trigonis e a r, anguliq; ad pūctū r ſunt æquales, qa erecti, erit ergo p 32. primi, & p 4. ſexti, linea e r æqualis lineæ r g, producaturq; linea r z, erit ergo per 29. primi linea r a perpendicularis ſup lineam k a l, & qm̄ per 34. huius lineæ e a, g a & r a ſunt in eadem ſuperficie, & linea z a eſt perpendicularis ſup lineas e a & g a, ut patet ex hypotheſi, ergo per 4. undecimi linea z a eſt perpendicularis erecta ſuper illam ſuperficiē in qua ſunt lineæ e a, g a, r a, ergo & ſuper lineam r a, Item per 4. undecimi linea k a erit perpendicularis ſuper ſuperficiē r z



a, erit

a, erit ergo per 8. undecimi linea e r perpendicularis ſuper eandē ſuperficiē r z a ex diffinitione, ergo lineæ erectæ ſuper ſuperficiē erit linea e r perpendicularis ſuper lineā r z, q̄a ergo duoꝝ triangoloꝝ e r z & g r z anguli ſunt æquales, q̄a erecti, & linea e r æq̄lis eſt lineæ r g, & latus r z cōmune erit per 4. primi, linea e z æqualis lineæ g z, & eodē modo de quolibet aliorum punctorum lineæ z u demonſtrandū, patet ergo ꝓpoſitum.

XLI.

Omnes lineæ productæ ab ambobus uiſibus, ad idem punctū lineæ cū ambobus axibus angulos obliquos facientis, neceſſario ſunt inæquales.

Sit omnimoda diſpoſitio ut ſupra in præcedente. Dico omnes lineæ ab ambobus uiſibus ad idem punctū extra lineam u z, quæ ſola cum ambobus axibus facit rectos, ſemꝑ ſunt inæquales, ſignentur enim in lineam k l ut oportet, ſecante lineam u z duo puncta à puncto a, prout placuerit, diſtantia quæ fuit m & n, & ducantur lineæ e m & e n, dicō ꝙ lineæ e m & g m ſunt inæquales, & lineæ e n & g n inæquales: ducatur enim à puncto r ad punctū m linea quæ ſit r m, q̄m ergo angulus e r a eſt rectus, ut patuit in præmiſſa, palam, quia angulus e r m eſt minor recto, angulus ergo g r m eſt maior recto per 13. primi. In triangulis ergo g r m & e r m latus r m eſt commune, & linea e r æqualis eſt lineæ g r, & angulus g m maior angulo e r m, ergo per 24. primi erit latus g m longius latere e m: & ſimiliter eſt de omnibus alijs punctis extra lineam u z argumentandū, patet ergo ꝓpoſitum. Iſta tamen inæqualitas illarum lineaꝝ minus eſt ſenſibilis, cum puncta declinationis fuerint propinqua puncto coniūctionis.

XLII.

Omnes lineæ ad puncta æquediſtantia puncto coniunctionis axium in linea cum ambobus axibus angulos obliquos faciente, ab alterius uiſibus ꝓductæ, neceſſario ſunt æquales, & æquales cū illis lineis angulos cōtinentes.

Sit omnis diſpoſitio ut ſupra in duabus præmiſſis, & ſint m & n, puncta in linea k l, angulos obliquos faciente cum ambobus axibus æqualiter diſtantia à puncto a, qd' ſit punctū coniunctiōis axium, ita qd' linea m a ſit æqualis a n. Dico ꝙ protractæ lineæ ab alterius uiſibus ut e n & g m & e m & g n ſunt æquales: cū enim axis e a eſt æqualis axi g a per 35. huius, & angulus incidentiæ axis e a, qui eſt angulus e a m, æqualis eſt angulo incidentiæ axis g a, qui eſt angulus g a n, ideo quia anguli r a m & r a n ſunt recti, anguli quoq; r a e & r a g ſunt æquales, ut hæc patent ex prædemonſtratis in præmiſſis duabus ꝓpoſitionibus, remanent ergo anguli e a m & g a n æquales: ſed & axes e a & g a ſunt æquales, & linea m a æqualis eſt lineæ n a ex hypotheſi, erit ergo linea g n æqualis lineæ e m per 4. primi, & angulus g n a æqualis angulo e m a, ergo in triangulis quoq; e m n & g n m per eandem 4. primi baſis e m æqualis eſt baſi g n. Et ſimiliter demōſtrari poteſt in omnibus alijs punctis ſimilibus, lineæ enim g b & e f, g f & e b, & g k & e l, g l & e k, g c & e d, g d & e c omnes ut ſic nominantur, & ut ab alternis uiſibus ad puncta æqualiter à puncto a diſtantia producuntur, neceſſario ſunt æquales, patet ergo propoſitum, quocunq; etiam alijs lineis modo ſimili productis.

XLIII.

Secundum omnes lineas pyramidis radialis formarū fit certa cōprehenſio à uiſu, magis autem ſecundum lineas axi uiciniores, & maxime per axem centrum foraminis uneæ tranſeuntem.

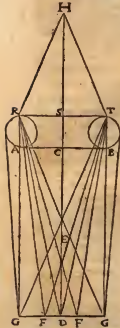
Solus enim huius axis extendit̄ ſecundū rectitudinem quouſq; perueniat ad locū girationis concaui nerui, & omnes aliæ lineæ obliquantur, ut patet per 24. huius: forma ergo rei uiſæ oppoſitæ medio ſuperficiei uiſus, peruenit ad glacialē & uitreum ſecundū extenſionem uſq; ad locum girationis nerui concaui: formæ uero quæ ueniunt ſecundū lineas alias obliquantur, & quia diſpoſitio formaꝝ obliquataꝝ nō eſt ſicut diſpoſitio formarū extenſaꝝ recte, q̄m obliquatio neceſſario ipſas alterat aliqua alteratiōe in certitudine comprehenſionis: punctus ergo formæ perueniens ad locū girationis concaui ner-

ui, qui extenditur ſecundũ rectitudinẽ axis, eſt magis uerificatus omnibus punctis formarum, & quia obliquatio linearũ uicinaꝝ axi eſt minor, & remotioꝝ maior, eo ꝙ anguli qui fiunt ex lineis ſuper quas ueniunt formæ, & ex ꝓpendicularibus ſuper axem ꝓductis in ſuperficie obliquationis linearũ uicinaꝝ axi, ſunt acutiores, & remotioꝝ minus acuti, ut patet per 36. huius: formæ uero, quarũ obliquatio eſt minor, magis manifeſtantur, ꝙ formæ quarũ obliquatio eſt maior: punctus ergo, qui eſt ſuper axem, perueniens ad locum girationis nerui concaui, eſt manifeſtior omnibus alijs punctis, & certioris comprehenſiõis, & qđ eſt propinquius illi, eſt manifeſtius remotiore ab illo: & ſimiliter eſt de forma peruenientẽ in neruum cõmunem, ex quo cõprehẽdit uirtus ſenſitiua formas rerum, patet ergo propoſitum.

XLIIII.

Puncto coniunctionis in axe cõmuni exiſtente, certiſſima fit uiſio, propinque uero illi axi ad hæc certa, remotius uero minus certa.

Sit linea connectens centra foraminũ uueæ quæ a b, & ſit linea c e axis cõmunis, punctus quoqꝫ coniunctionis in ipſa linea c e ſit d, in quo cõcurrant axes a d & b d, & ſit medius punctus concauitatis nerui cõmunis punctũ h. Dico ꝙ puncto d exiſtente in linea c e, tunc certiſſima fit uiſio: formæ enim uiſæ peruenientes ad ſuperficiẽ uiſus, ſunt tunc magis cõſimiles, eo ꝙ axibus cadentibus in centra foraminũ uueæ, quæ ſunt ſignata ꝑ puncta a & b, formæ punctoꝝ circumſtantiũ punctũ d diſtincte, & conſimiliter incidunt circa illa centra, & qm̃ axis cõmunis qui eſt e c diuidit lineam a b per æqualia in puncto c per 33. huius, & per 29. primi, ideo quia linea cõnectens centra foraminum uueæ, eſt æquediſtans lineæ r t, cõnectenti centra foraminũ girationis neruorũ concauorũ, ut patet ex præmiſſis, & per 4. huius; unde per 31. huius patet, ꝙ linea h c per æqualia diuidit lineã a b, & eſt perpendicularis ſuper illam, eſt ergo palam per 4. primi, qm̃ axis a d eſt æqualis axi b d, & angulus d a c æqualis angulo d b c, ſed per 30. huius anguli h a c & h b c ſunt æquales, & qm̃ axis cõmunis, qui eſt e c, pertingit ad h punctũ mediũ cõcauitatis nerui cõmunis, ad qđ formæ à pũctis a & b diffundunť: palam per 26. primi, qm̃ anguli c h a & c h b ſunt æquales. Idem quoqꝫ accidit in omnibus punctis quibus incidunt lineæ radiales ipſis axibus a d & b d ꝓpinque, quæ ſunt æquales quaſi ad ſenſum, ut patet per 40. huius: hæ enim lineæ radiales quaſi æqualiter incidunt punctis æqualibus ſuperficiei nerui cõmunis per 37. huius. Formæ itaqꝫ punctoꝝ taliter uiſorũ ſunt magis cõſimiles, unde fit tunc uiſio certior. Sed cũ punctus coniunctionis fuerit modicũ extra cõmunẽ axem, ut in puncto f, ſiue remotio illa fit ad partẽ ſiniſtrã uel dextram, ſurſum uel deorſum, ſiue ad alias utcunqꝫ, tunc ad hæc duæ formæ quæ infigunť duobus uiſibus, non multum habent diuerſitatis; unde punctũ formæ, cui duo axes infiguntur ipſi puncto h, medio .ſ. puncto cõcauitatis nerui incidente, reſidua puncta formæ rei uiſæ per lineas radiales uicinas axibus ipſis uiſibus incidentes, in concauitate nerui cõmunis circa punctũ h uniuntur, non tamẽ ſecundũ perfectionem prioris diſpoſitionis: uidetur itaqꝫ & tunc res certa uiſione, non tñ in gradu certitudinis prioris; cum uero coniunctionis punctus fuerit remotæ extra communem axem, qui eſt c e, ut in puncto g, ad quãcunqꝫ differentiam poſitionis hæc contingat, tũc ad hæc punctus rei uiſæ, in quo duo axes concurrũt, infigetur ipſi puncto h. Sed formæ reſiduoꝝ punctorũ illius rei uiſæ infixæ in circuitu puncti h, non recipient diſpoſitionẽ prioribus duabus ſimilem, neqꝫ erit illorum punctorum uiſio bene uerificata, ſed remanet minus certa, patet ergo propoſitum.



Omne

XLV.

Omne uiſum in puncto coniunctionis duorũ axium uiſualium certius ui detur, eo ꝙ per radios axibus propinquos, & ſecundũ remotionẽ ab axibus gradus certitudinis decreſcit, ex quo patet, ꝙ puncta ſuperficiei rei uiſæ æqualiter diſtantia à puncto coniunctionis, ſimiliter uirtuti uiſiuæ offerentur.

Quoniã enim, ut patet per 43. huius, ſecundũ omnes lineas cuiuslibet pyramidis radialis ſit certa cõprehẽſio formæ uiſibilis à uiſu, magis aũt ſecundũ lineas axi uiciniores, & maxime per axem centrũ foraminis uueæ tranſeuntem: in puncto aũt coniunctionis concurrunt duo axes per 32. huius, palam ergo, cum uirtus duplicata ſit fortior ſui medietate, ꝙ in puncto coniũctionis certior fit uiſio ſecundũ totam ſuperficiem rei uiſæ, quæ eſt baſis ambarũ pyramidũ uiſionis, & ſecundũ proportionẽ dupli ad duplũ, quæ eſt ſimpli ad ſimplũ, ſecundũ lineas uero radiales quæ ſunt propinque axibus fit minus certa uiſio ꝙ per axes, quoniã formæ punctorũ peruenientes ad uirtutem ſenſitiuam, non perueniunt directe ad mediũ cõmunis nerui, unde non fit adeo perfectũ de illis iudiciũ, ut de formis peruenientibus per ipſos axes: ſecundũ remotionẽ uero illarũ linearũ ab axibus gradus certitudinis uiſionis decreſcit, quia cum partes ſuperficiei rei uiſæ quibus axes incidunt, & partes illis proxime manifeſtius uideantur per 43. huius ſecundũ partes remotiores illius ſuperficiei, quibus incidunt extremæ lineæ longitudinis pyramidis radialis, eſt debiliſſima certitudo uiſionis, & ſecundũ alias partes medias fit media diſpoſitio certitudinis, ſecundũ qđ plus accedunt axibus, uel ſecundũ ꝙ ab illis plus remouentur, palam ergo ꝓpoſitum, & per hoc patet corollariũ, qm̃ in punctis ſuperficiei rei uiſæ æqualiter à puncto coniunctionis diſtantibus eadem eſt ratio certitudinis uiſionis hinc & inde, quoniam illarum formæ æqualiter in ſuperficie ipſius uiſus, & ex conſequenti in ſuperficie nerui cõmunis ſemper figurantur, patet ergo totum qđ proponebatur.

XLVI.

Omne uiſum in quo concurrunt duo axes uiſuales, uel radij illis propinqui, uidetur ſemper unum.

Quoniã enim formæ per axes radiales peruenientes ad uiſum æqualiter incidunt uiſibus ambobus per 35. huius, per 30. huius æqualiter perueniunt ad medium punctum concauitatis nerui, concurrũt ergo ambæ illæ formæ ad punctũ unum, & una ipſarum ſupponit̃ alteri, & fiunt forma una, & qm̃ omnia uiſa nobis aſſueta ſemꝑ ſunt oppoſita ambobus uiſibus, & ambo uiſus aſpiciũt ad quẽlibet illorũ uiſibiliũ, propter qđ duo axes duorũ uiſuũ ſemper cõcurrunt in uno puncto illorum uiſibilium per 32. huius, & poſitio radiorũ reſiduorũ qui circũincidũt cõmuni puncto ipſorũ eſt poſitio cõſimilis per 37. huius, maxime qñ non differũt in remotione à duobus axibus maxima differentia: ꝓpter hoc ergo quodlibet uiſorũ aſſuetorũ uidet̃ ambobus uiſibus unum, & qa ut ꝓmiſſum eſt, patet per 37. huius, qm̃ omnes formæ punctorũ æqualiter circũſtantiũ puncta, quæ ſuperficiebus uiſuũ incidũt ſecundũ axes radiales ad puncta æqualiter circũſtantia mediũ punctum nerui cõis conſimiliter pertingũt: lineæ uero radiales ꝓpinque axibus uiſualibus, quia nõ multũ oblique incidunt uiſibus, ideo nõ multũ oblique refringunt̃, qm̃ ipſarũ refractio eſt ſecundum angulos minores per 36. huius, directius ergo perueniũt ad concauitatem nerui, & contingũt ergo ſe circa medium punctũ concauitatis nerui, & ſupponuntur ſibi adinuicem, fiuntq́ꝫ forma una, & hoc proponitur.

XLVII.

Omne uiſum in quo concurrit axis communis, & unus axium uiſualium comprehenditur ſemper unum.

Axis enim communis adiuuat certitudinem comprehenſionis, & axis uiſualis unicus unam tantum formã regulariter diſpoſitam imprimit medio puncto nerui cõmunis, uidetur ergo una tantum forma, quia tunc non fit refractio alterius formæ ad aliquã partẽ nerui diſtinctã ſecundũ partẽ uel ſecundũ remotionẽ, patet ergo ꝓpoſitum.

Nullũ

XLVIII.

Nullum uiſorum ſimul totum æqualiter uidetur.

Quoniã enim ſiue aliqđ uiſum exiſtat in axe communi, ſiue extra illam, ſemper pun ctum eius cui incidũt axes uiſuales certius uidetur, φ puncta quibus incidũt radij ꝓpin qui, & illa puncta certius uidentur, φ pũcta quibus incidunt radij remoti per 45. huius, patet φ nullũ uiſum totum ſimul æqualiter uidetur, cum enim omnia puncta ipſius cõ muniter per oẽs tres axes, uel ſaltem per duos uiſuales motu oculi trãſcurſa fuerint, tũc ſolum æqualiter eſt totum uiſum, quoniam tunc forma cuiuslibet ſui puncti infigetur puncto medio concauitatis nerui, & erit ſemper noua diſpoſitio totius formæ circa pun ctum illud, magis ergo æqualiter perpendet tunc partium æqualitas adinuicem in om̃i bus diſpoſitionibus ſuis, tũc ergo tota res æqualiter uidebit: nullus aũt motus eſt in in ſtanti, ſed ſolũ in tempore, palam ergo, φ nullũ uiſoꝝ ſimul totum æqualiter uidebitur, ſed bene eſt poſſibile ipſum totũ ſimul uideri inæqualiter, q̃m omnia puncta formæ op poſitæ uiſui, à quibus lineæ rectæ poſſunt ꝓduci ad uiſum, ſimul multiplicant ad uiſum, q̃uis ſecundũ diuerſitatẽ anguloꝝ diuerſimode ſecundũ diuerſas partes uideant: parua tamen corpora & propinquoꝝ diametrorũ æqualius uident, φ corpora diametroꝝ ma iorũ: remotiores enim partes à puncto coniũctionis non adeo bene certificantur, ut pro pinqua per 45. huius: & ſi uiſum fuerit unius coloris uniforme, minus accidit in eo inæ qualitatis, φ ſi fuerit plurium colorum, aut ſi fuerit in ipſo lineatio, aut pictura, aut aliæ ſubtiles intentiones, tunc enim forma extremoꝝ erit magis dubitabilis, & non bene cer tificata: hæ enim comprehendunt per lineas radiales motas ab axe, patet ergo ꝓpoſitũ.

XLIX.

Impoſſibile eſt plura ſimul æqualiter uideri.

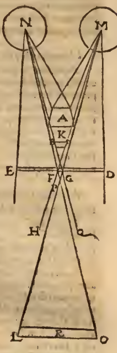
Quãuis enim uiſus quandoqꝫ eodẽ tempore opponat multis uiſibilibus diuerſi co loris, inter quãlibet quarũ & uiſum produci, poſſunt lineæ rectæ in aëre cõtinuato me dio inter eas & uiſum, perueniantqꝫ formæ lucis & coloris, quæ ſunt in rebus uiſis ad ſu perficiẽ uiſus, & in eodem tempore & forma cuiuslibet ipſaꝝ ad quãlibet partem ſuper ficiei uiſus, ꝓpter earũ directam oppoſitionẽ, & licet uidens uideat in eodem temporẽ uiſibilia diuerſi coloris oppoſita uiſui, & ſic i tota ſuꝑficie uiſus ſint multa lumina diuer ſa & multi colores diuerſi, quorum quilibet implet ſuperficiẽ uiſus ſibi oppoſitam, prout incidit perpendiculariter uel oblique, tamẽ ut patet per 17. huius, non fit diſtincta uiſio niſi ſolum ſecundũ perpendiculares lineas à punctis rei uiſæ ad oculi ſuperficiẽ produ ctas, & ſecundũ hæc diſtinguunt formæ ſecundũ diſtinctionẽ partium ſuperficiei uiſus, in quas ſolum incidunt perpendiculares, & licet ſic perueniant ad ſuperficiẽ uiſus formæ admixtæ luminibus & coloribus diuerſis, uiſus tñ comprehendit omnes formas ſecun dum ipſarum proprietatem: non eſt ergo impoſſibile plura ſimul uidere, ſed inæ qualiter & indiſtincte, nam licet, ut patet per 17. huius, humor glacialis ſentiat formam unius rei ſecundũ ſuũ eſſe, & figuram ordinatã in ſui ſuperficie ſecundũ ordinem quã ha bet in ſuperficie rei uiſæ, extra poterit etiam ſentire in illa diſpoſitione formas aliarũ re rum uiſarũ præter illam rem uiſam ex pyramidibus diſtinguentibus ex ſua ſuperficie a lias huius rei partes, & poterit ſentire formam cuiuslibet illarum rerum uiſarum ſecun dum ſuũ eſſe, & ſentire ſitus eorũ adinuicem, non tamen æqualiter: ſed perfectius illud qđ uidet ſecundũ pyramidem, cuius axis incidit per centrum circuli uneæ ipſi centro ui ſus, minus uero perfecte alia, quorũ pyramidũ axes incidunt ſecundũ alia puncta ſuper ficiei dicti circuli, ut patet per 43. huius, illorũ enim omniũ axes ſunt longiores, etiã ſi ab eadem diſtantia ꝓcedant: aſpiciens itaqꝫ q̃n fuerit oppoſitus multis rebus uiſibilibus, & uiſus eius fuerit quietus, inueniet rem oppoſitam medio ſui uiſus maniſeſtiorẽ illis quæ ſunt à parte laterum illius medij, & qđ eſt propinquius medio & maniſeſtius, & qđ eſt remotius, erit minus maniſeſtum, ut hæc omnia patent per 43. huius, eſt ergo impoſſibi le plura ſimul æqualiter uideri, q̃m impoſſibile eſt axem pyramidis radialis tranſeuntẽ per centrũ uneæ ſimul pluribus punctis ne dũ ſuꝑficiebus incidere per 30. primi huius, patet ergo propoſitum.

Inter-

L.

Interpoſitis ſibi diuerſis uiſibilibus, remotiorum quandoq; ſecundum aliquid uiſio impeditur.

Exempli cauſa ſint duo puncta n & m centra duorum uiſuũ, & ſit r punctum cuiuſdam rei uiſæ, quæ ſit l o, remotior ab ambobus uiſibus q̃ ſit res uiſa, quæ ſit b k c, in cuius puncto k concurrant ambo axes uiſuales, quæ ſunt m k & n k, ſitq; punctum r taliter poſitum, ut ipſum protractis axibus n k ad punctũ q, & m k ad punctũ h intercipiatur inter axes, nihilq; eius capiatᷣ per interpoſitionẽ rei uiſæ quæ eſt b c, ſit aũt uiſibile e d remotius q̃ ſit ipſum b c, & ꝓpinquius puncto r inter duos axes taliter diſpoſita, ita ꝙ lineæ n b & m e protractæ, & cõcurrentes in ipſo p, aliquã partẽ eius intercipiãt quæ ſit f g: lineæ uero m p & n p interſecantes ſe in pũcto p, ꝓtractæ contingẽt periferiã corpis, in q̃ eſt punctũ r in pũctis l & o, ſit uero a q̃ddam uiſum ꝓximũ uiſui cadens inter axes m k & n k, dico q̃n uiſus cõprehendit in eadẽ hora in ſimul formas uiſibiliũ q̃ ſunt b c & c d & r, q̃d q̃nq; impediᷣ ſecundũ aliq̃d uiſio ipſius e d, q̃m impediᷣ ſecundũ ſui partẽ quæ eſt f g, quæ cũ ſit obumbrata uiſui per interpoſitionẽ uiſibilis q̃d eſt b c, patet ꝙ forma illius partis nõ ꝑueniet ad uiſum, neq; ſeruabiᷣ in neruo cõi: forma uero uiſibilis remotioris ꝙ eſt l o, in quo eſt punctũ r, q̃m ipſum cadit inter lineas n b & m c, ſecantes ſe in pũcto p, quæ ꝓductæ ultra punctũ p, ſuis terminis l & o incidũt, patet ꝙ ꝑueniet ad uiſum, nõ impediente uiſibili b c, q̃a tñ in nullo eius puncto concurrunt axes uiſuales, forma eius uidebiᷣ inordinate ſecũdũ ſitũ earũdem partiũ ipſius formæ, q̃ ſibi directe nõ ſupponenᷣ, ut oſtenſum fuit in 37. huius, ergo erunt inordinate ſecundũ remotionem à puncto medio nerui cõis, quæ remotio erit huic inde inæqualis, ꝓpter diuerſitatẽ incidẽtiæ ipſaꝝ lineaꝝ, per quas adueniũt eadẽ pũcta formaꝝ, ut ſunt lineæ m l & n l reſpectu formæ puncti l, & lineæ m o & n o reſpectu formæ puncti o, pars tñ uniuerſi, quæ attẽdiᷣ ſecundũ dextrã uel ſiniſtrã, ſurſum uel deorſum ꝑtiũ ipſius formæ nõ mutatur, uiſum enĩ b c cũ ſit minus uiſo l o, in quo eſt punctũ r, q̃n in puncto k rei b c cõiungũtur duo axes m k & n k, tũc forma uiſi b c ſit in duobus locis duaꝝ uiſuũ conſimilis poſitionis, & forma uiſi ꝙ eſt l o diuerſificabitur ſecundũ ſitum partiũ ſuæ formæ, & ſecundũ remotionẽ inæqualẽ à puncto medio nerui cõmunis, q̃m eſt magna diuerſitas in angulis reflexionis ſuaꝝ partialiũ formaꝝ, ſicut & in angulis incidẽtiæ earundẽ, ut hoc patere poteſt per 36. huius, nõ tñ erit error in parte uniuerſi, quia formæ partiũ ſuo ordine diſponenᷣ, ut ſunt in re, & res uidebitur una, ꝙ nõ accidit in forma uiſi. ſ. ipſius a, ꝙ propinquius uiſui eſt, ſi ipſum paruæ fuerit quantitatis, & nõ ſit in illorũ corpoꝝ poſitione differentia ſenſui, ita ꝙ corpus a cadat inter axes m k & n k, q̃n itaq; ambo uiſus ambas res uiſas, in quibus ſunt r & d e, comprehendũt, & quando duo axes fixi ſunt in uiſo b c, ſecundũ loca nõ obumbrata inſtituũtur illarũ rerum uiſarum d e & l o, formæ duobus locis duorũ uiſuum, & fiunt conſimilis poſitionis in parte uniuerſi, & nõ in remotiõe à pũcto medio nerui cõmunis, aut non omnes partes earũ erunt conſimilis poſitionis in remotione à duobus axibus, nec forma eorũ erit certificata: de uiſo uero a, ꝙ eſt proximũ uiſibibus, q̃m ipſum cadit inter axes m k & n k, & eſt ꝓpinquius uiſui, quia enĩ figuntur in ipſo axes, poteſt fieri poſitio eius in reſpectu amboꝝ uiſuũ diuerſa in parte ipſius uniuerſi, ita, ut nec uideatur ad ſiniſtrã nec ad dextrã, q̃m forma ipſius quantum eſt de ſe ad nullam partium uniuerſi ſecundũ reſpectum puncti medij ipſius nerui concaui, cui axes



uiſuales incidunt,ordinatur.Sic ergo uiſu exiſtente fixo interpoſitis ſibi diuerſis uiſibili
bus,remotioꝝ quãdoq; ſecundũ aliquid uiſio impeditur,ut patet. Cũ autẽ uiſus fuerint
moti,& axes fuerint coniuncti in unoquoq; uiſibiliũ cõprehenſoꝝ, in ſimul tũc formæ
omniũ uiſibiliũ cõprehẽdent ſimul in ambobus uiſibus cõſimiles in parte & remotiõe,
& comprehendent ſecundũ modũ ſuæ certitudinis formæ uniuſcuiuſq; uiſibiliũ : huius
aũt rei totius ratio eſt hæc,quia certitudo uiſionis fit ſecundũ axes,& uiſio fit per multi-
plicatiõem formæ uiſibilis in uiſum,quæ uero nunq̃ tunc per corpus interpoſitũ impe
ditur,cum linea multiplicationis formæ aliam ſuperficiem corporis medij oppoſitam uiſ
ſui aliqualiter attingit,& hoc eſt quod uolebamus.

L I.

Omnis uiſio fit uel per aſpectũ ſimplicẽ,uel per intuitionẽ diligentem.

Aſpectum primũ ſimplicem dicimus illũ actum,quo primo ſimpliciter recipitur in
oculi ſuperficie forma rei uiſæ:intuitionem uero dicimus illũ actum,quo uiſus ueram cõ
prehenſionem formæ rei diligenter proſpiciendo perquirit,non contentus ſimplici rece
ptione,ſed profunda indagine:uiſus itaq; per aſpectũ ſimplicem comprehendit inten
tiones manifeſtas,quæ ſunt in rebus,nec certificat illas,per intuitionẽ uero cõſiderat oẽs
intẽtiões partiũ formæ uiſæ occultas aſpectui,& certificat omnes diſpoſitiões illius for
mæ uiſæ,& quia aſpectus ſimplex poteſt eſſe ſine intuitione,q̃uis intuitio non poteſt eſſe
ſine ſimplici aſpectu,patet ꝙ omnis uiſio aut fit per unum iſtorum modorum, aut per
alium,& hoc eſt propoſitum.

L I I.

**Aſpectu ſimplici ſecundum totam pyramidem uiſualem exiſtente poſſi-
bili,intuitio fit ſolum ſecundum incidentiam axis pyramidis uiſualis.**

Quoniã enĩ,ut patet ꝑ præmiſſam,aſpectus ſimplex eſt ſolũ receptio formæ ſenſibi
lis in ſuperficie uiſus,palam ꝙ ipſa fit ſecundũ totam pyramidem uiſualẽ,quælibet enim
ꝑpendiculariũ ſiue lineaꝝ radialiũ illam pyramidem conſtituentiũ per 17.huius, addu-
cit aliquã formã puncti ſuperficiei rei uiſibilis quã tũc aſpicit uiſus : quia uero intuitio
certificat ueritatẽ formaꝝ cõprehenſarũ,certificatio uero oĩm formaꝝ uiſibiliũ pl9 fit ꝑ
axes pyramidũ uiſualiũ,q̃ per aliquã aliarũ lineaꝝ illius pyramidis per 43.huius, patet
ꝙ intuitio fit ſolũ per incidentiam illius axis:cũ ergo uiſus fuerit fixus oppoſitus alicui
rei uiſæ,quæ fuerit alicuius quantitatis,& illud qđ opponitur medio uiſus ex illa re uiſa
fuerit,ſiue per axem uiſualem aut prope illum,tunc erit ipſum qđ eſt in axe,uel ꝙ appro
ximat axi,manifeſtius reſiduis partibus rei uiſæ:ſi itaq; uidens uoluerit certificari de for
ma totali rei uiſæ,mouebit ambos uiſus,donec medium eius opponatur cuilibet partiũ,
uel punctorũ ſuperficiei rei uiſæ ſibi oppoſitæ,& tunc quia ambo axes radiales per 32.
huius incident unicuiq; punctorũ,fiet hoc modo intuitio completa totius formæ,quoni
am enim uiſus fuerit oppoſitus rei uiſæ,tunc ſentiens comprehendet totam formam cõ-
prehẽſione qualicũq; per 43.huius,& partem quæ eſt apud extremũ axis comprehen-
det uera comprehenſione,deinde mutatis axibus ad aliud punctũ,tunc idem punctum
uerius cõprehendet,& tũc cũ hoc tota forma prius cõprehẽſa cõprehendetur ſecundo,
& etiã ille pũctus in quo prius fixi fuerunt axes,& cũ axes mutabũtur ad punctũ tertiũ,
fiet tertio cõprehenſio totius formæ,& etiã illoꝝ punctoꝝ ꝗbus prius axes incidebãt, &
ita ſcđm numerũ punctoꝝ ꝗbus incidũt axes,numeratur cõprehẽſio totius formæ,ſem
per tñ punctus,cui axes incidũt,certius alijs pũctis cõprehendet.Sic ergo intuens ꝑ mo
tum axiũ cõprehendit certitudinẽ cuiuslibet puncti rei uiſæ,& inſuꝑ reiterat frequenta-
tionẽ cõprehenſionis totius formæ ſcđm numerũ punctoꝝ ꝗbus incidũt ipſi axes,appa
ret ergo uiſui tunc omne id quod poſſibile eſt apparere in forma illius rei uiſæ, & non
certificabitur forma rei uiſæ,niſi poſt motus uiſus ſecundum ſuos axes radiales ſuper
omnes partes uel puncta ſuperficiei rei uiſæ,nec enim intentiones ſubtiles, quæ ſunt in
re uiſa,apparent uiſui niſi per motum uiſus,& per tranſitum axis, aut radialium linea-
rum, quæ ſunt prope ipſam, ſuper quamlibet partium rei uiſæ,& etiam ſi res fuerit

infimæ

infimæ paruitatis,& non fuerit oppoſita uiſui,nō intuebitur illam uiſus intuitione perfecta,niſi donec moto uiſu axis radialis tranſiuerit per omnes particulas uel puncta illius rei,ſic ergo fit ſolum intuitio ſecundum axis pyramidis radialis incidentiam,ꝗuis aſpectus ſimplex fiat ſecundū omnes lineas radiales totius pyramidis uiſualis, patet ergo propoſitum.

LIII.

Axis radialis in toto motu ipſius oculi ſemper manet fixus in ſuo ſitu, quoniã ille motus oculi eſt inſenſibilis uelocitatis.

Motus enim axis ſuper partes rei uiſæ non eſt per girationem axis à loco centri ipſius uiſus,& per motum eius per ſe ſuper partes rei uiſæ,patet enim per 24.& 12.huius,ꝙ linea axis extenditur recte uſq; ad locum girationis nerui,ſuper quem componitur oculus,& ꝙ ſitus eius à uiſu non mutatur,ſed cum totus oculus mouetur in oppoſitione rei uiſæ,& medium oculi,in quo eſt ſenſus uiſiuus,opponitur cuilibet partium rei uiſæ,tūc axis tranſit per quamlibet partium rei uiſæ,& ſecundum iſtum modum tota forma cuiuslibet partis rei uiſæ extenditur ad uiſum ſemper ſecundum rectitudinem axis, & erit giratio axis immutabilis à loco ſuo reſpectu omnium partium & tunicarum oculi, ſed cum girabitur axis in concauo oſſis cum motu totius oculi,& cum uiſus uoluerit intueri rem uiſam,& inceperit intueri in extremitatem rei uiſæ, & tunc extremum axis ſuper extremitatem rei uiſæ,eritq; in diſpoſitione maior pars totius rei uiſæ in parte ſupſiciei uiſus,declinante autem obliqua ab axe ad aliam partem præter partem ſuper quã eſt axis,quoniam forma eius erit in medio uiſus & in loco axis,eritq; reſiduū formæ obliquū ad aliam partem ab axe:& cum uiſus poſt illam diſpoſitionem mouebit̃ ſuper aliquã diametrū rei uiſæ,trãsfert̃ axis ad partē ſequentē illã partē rei uiſæ,& erit forma primæ partis declinans ad locū aliū oppoſitū loco ad quē mouet̃ axis,& nō ceſſabit forma declinare ꝗdiu mouet̃ axis ſup illã diametrū, ꝗuſq; axis ꝑueniat ad ultimū illius diametri rei uiſæ,q̃ eſt pars alteri9 rei uiſæ,& ſic erit forma toti9 rei uiſæ in iſta diſpoſitiōe obliqua uiſui & puncto oppoſito ipſi axi,etiam cui prius fuit obliqua axe radiali in alijs punctis diuerſis incidente,præterq; ultima pars & extrema ipſius rei uiſæ quæ remanebit ſup axem,& in medio uiſus & axis,in iſto toto motu erit fix9 in ſuo ſitu ꝗtū ad trãſitum uniformē omnium tunicarum oculi,patet ergo illud quod proponebatur.

LIIII.

Axis in motu intuitionis nunq; fit baſis anguli quem reſpicit ſuperficies rei uiſæ,neq; ſemper ſecat angulum quē reſpicit aliqua diametrorū rei uiſæ.

Quia enim iam oſtenſum eſt in præcedente theoremate,ꝙ axis in toto motu oculi ad intuendum ſemper manet fixus: ſi ergo axis fieret baſis angulo quē reſpicit ſuperficies rei uiſæ,oporteret immotas remanere lineas illum angulum continentes,& moueri axem,hoc autem nō eſſet poſſibile,niſi quoniam axis moueretur per ſe toto oculo quieſcente,& quia hoc eſt impoſſibile per præcedentem,totus enim oculus mouetur apud intuitionem,& axis mouetur per motum eius,& moto axe mouentur omnes lineæ continentes angulum pyramidis,& tota pyramis uariato axe uariatur:incidente enim axe radiali diuerſis punctis ſupficiei rei uiſæ,licet idem remaneat uertex pyramidis, & etiam eadem baſis ſit. Variato tamen axe,cauſatur ſemper noua pyramis,quamuis uideatur ſemper una,ideo quia motus oculi eſt inſenſibilis uelocitatis :per hunc itaq; motū comprehendit uiſus quodlibet punctum ſuperficiei rei uiſæ uiſui medio in puncto ſcilicet axis,& per hunc modum mouetur forma rei uiſæ ad ipſam ſuperficiem uiſus,& mutatur pars ſuperficiei uiſus in qua prius fuit forma,quoniam forma rei uiſæ apud motum axis erit in una parte ſuperficiei uiſus poſt aliam partem ſuperficiei uiſus, quotiens enim comprehenderit uirtus ſentiens partem rei uiſæ,quæ eſt apud extremum axis,totiens comprehendet cum hoc totam ſuperficiem rei uiſæ,& comprehendet totam illam partem ſuperficiei uiſus,in qua ꝑuenit forma totius rei uiſæ,quæ ſemper eſt alia & alia, quãdiu itaq; axis cadit in aliquod punctorum diametri rei uiſæ non terminantiū ipſam

diametrum, tunc axis diuidit angulum, cui in centro uiſus ſubtenditur illa diameter, ſed cum incidit ipſi termino diameter, tunc ipſe axis ſit una linearum continentium illũ angulum, nõ ergo ſecat ſemper illũ angulũ, quod eſt propoſitum.

LV.

Neceſſe eſt omnem uiſionem quæ ſit aſpectu ſimplici fieri in inſtanti.

Si enim fiat aſpectus ſimplex in tempore, quantumcunq; paruum ſit illud tempus, erit ipſum pars magni temporis, & quoniam non datur uiſio fieri in tempore niſi per diſtantiam uiſibilis ab ipſo uiſu, palam tunc, ꝙ ſecundum ſpacium diſtantiæ uiſibilis à uiſu multiplicabitur & tempus. producatur itaq; linea a b c d, & ſit uiſus ad punctum a & aliqđ uiſibile ſit apud punctum b. Cum itaq;, ut dictum & declaratum eſt in 6. huius, forma puncti b multiplicatur ad uiſum, ſi hoc fiat in tempore quocunq;, etiam forte imperceptibili, ſit aliud uiſibile in puncto c, & ſit ſpacium a c multiplex ſpacio a b, erit ergo tempus, in quo forma puncti c multiplicatur ad uiſum a, multiplex tempori, in quo forma puncti b multiplicatur ad uiſum a, & ſi hoc tempus nondũ ſit ſenſibile, ſicut in ulteriori puncto uiſibile d remotiori à uiſu à, ꝗ eſt ipſum c, ſitq; ſpacium d a multiplex ſpacij c a, ergo erit ipſum magis multiplex ſpacij b a: forma itaq; puncti d multiplicabit̃ ad uiſum a in tempore multiplici tempori, in quo peruenit ad uiſum forma puncti c, ſed in pertranſitu formæ puncti d per ipſum ſpacium a d non requirit̃ in ipſa operatione uiſiua plus temporis, ꝗ in ſpacio a b: apertis enim oculis æque cito uidentur remota & propinqua, neq; enim eſt ſenſibilis differentia temporis, quo mouetur res proxima, aut aliqua ſtellarum fixarum, cuius ferè diſtantia eſt ſecundum mundi ſemidiametrum, quæ eſt maxima linearum naturalium entium: impoſſibile eſt ergo uiſionem, quæ ſit aſpectu ſimplici, fieri in tempore, ſed neceſſe eſt omnem huius uiſionem, quantum ad aſpectum ſimplicem, fieri in inſtanti & ſubito, eius itaq; principium non differt ab eius fine, & hoc eſt propoſitum.

LVI.

Omnem intuitionẽ in tempore fieri eſt neceſſe, tempusq; intuitionis intentionum uiſibilium diuerſatur ſecundum diuerſitatem intentionum formarum intuitarum.

Cum enim, ut patuit in 51. huius, intuitio ſit actus uirtutis uiſiuæ, quo uiſus ueram comprehenſionem formæ rei uiſæ diligenter perſpiciẽdo perquirit, & ſemper in ipſa intuitione axes radiales per omnia puncta ſuperficiei rei uiſæ moueant̃, ut declaratum eſt per 52. huius: cum ergo omnis motus ſenſibilis fiat in tempore ſenſibili, ideo, quia ut alibi declarauimus, tempus eſt proportionale motui, palam, quia omnium intuitionũ in tempore ſenſibili fieri eſt neceſſe: tempus quoq; intuitionis diuerſatur ſecundum diuerſas intuitiones formaꝝ uiſibilium eorum, quæ quis intuetur, cuius exemplũ eſt, ut ſi uiſus comprehendat animal longũ multoꝝ paruorũ pedũ, qđ moueatur, tunc primo per modicam intuitionem comprehendit motũ eius, & per motum comprehendit ipſum eſſe animal, deinde per modicã intuitionem in pedibus comprehendet ipſum eſſe multorum pedum, ex comprehenſione diſtantiæ inter pedes, non tñ cognoſcit numerũ ipſoꝝ pedũ, & deinde diligentius intuens cognoſcet numerũ pedum pluri intuitione & maioris temporis conatu: cõprehenſio ergo animalitatis eius erit in paruo tempore, & cõprehenſio multitudinis pedũ erit in tempore maiore illo tempore priori, in quo cognitũ eſt ipſum eſſe animal: numerus aũt pedũ erit ad hoc in tẽpore maiori aliquo illoꝝ temporũ, oportet enĩ uiſum intueri quemlibet illoꝝ pedũ; & numerare illos, erit aũt quãtitas tẽporis intuitiõis pedũ ſcđm numerũ multitudinis uel paucitatis pedũ, & hoc etiã patet ꝑ diuerſitatẽ aliaꝝ uiſibiliũ intẽtionũ: tẽpus itaq; intuitiõis intentionũ uiſibiliũ formaꝝ, quarũ una eſt numerus, diuerſat̃ ſecundũ diuerſitatẽ intẽtionũ formaꝝ intuitarũ, patet ergo propoſitum.

LVII.

Viſus non poteſt comprehendere ueram formam rei uiſæ primo aſpectu ſimplici, ſed poſt diligentem intuitionem.

Cum

Cum enī formæ uiſibilium ſint cōpoſitæ ex multis intentionibus particularibus, quibuſdam illarum exiſtentibus groſſis, primo aſpectui ſe offerentibus, quibuſdā uero ſubtilibus ualde, ut ſunt lineatiōes minutæ & colores minutatim diſperſi, & ſimilia quæ primo aſpectui qui eſt inſtantiuus per 55. huius, ſtatim ſe offerre non poſſunt, unde indigent tempore ut uideantur, poſt diligentem ergo intuitum uidebuntur, & non prius: uiſus enim nō comprehendit ueram formam rei uiſæ niſi per comprehenſionem omniū intentionum particularium quæ ſunt in illa forma, patet ergo quod forma rei uiſæ in qua ſubtiles ſunt intentiones, non comprehenditur à uiſu ſecundū ueritatem ſui eſſe primo aſpectu, ſed poſt intuitionem diligentem, & quoniam etiam in formis in quibus nō ſunt ſubtiles intentiones, uiſus illarum carentium à primo aſpectu dijudicare nō poteſt, ideo etiam tunc eſt opus intuitione, nec enim poteſt certificare ueritatē formæ niſi poſt diligentem intuitionem cuiuſlibet partis illius formæ rei uiſæ: palā itaq; quia uiſus nūquam poteſt comprehendere ueram formam rei uiſæ in primo aſpectu, ſed ſolum poſt diligentem intuitionem, & hoc proponebatur.

LVIII.

Intuitus repetiti plus figunt & certificant formas ſenſibiles in anima remanentes.

Cum enim uiſus comprehendit aliquam rem uiſam, & fuerit certificata forma eius apud ſentientem, tunc forma illius rei uiſæ remanet in anima, & figuratur in imaginatione ipſius uidentis, ut in naturalibus animæ paſſionibus declaratum eſt, & ſi terminabitur comprehenſio rei uiſæ, tūc eſt forma eius magis fixa in anima quàm forma rei ſemel uiſæ, quia uiſus raro comprehendit perfectæ rem rei ſemel uiſam, ſed ſemper ex iteratione uiſionis peruenit forma denuo ad animā, & renouatur forma prius uiſa apud animā, & ſi aliquid ex intentionibus illius formæ obliuioni traditum eſt reſtauratur, & ſi prius uiſum non eſt recuperatur: anima aūt, per formam ſecundam rememoratur formæ primæ, & cum pluries iteratur euentus eiuſdem intentionis ſuper animam, erit anima magis rememorans illam intētionem, & ſic erit illa forma magis fixa in anima ſed & magis certificata, quia in prima uiſione, in qua forma rei uiſæ uenit ad animam, forte anima nō comprehendet omnes intentiones quæ ſunt in illa forma, neq; certificabit ipſas, & cum forma redierit ſecundo, cōprehendet anima ex ea aliud quod in prima uice non comprehendit, & quanto magis forma iterabitur ſuper animam, tanto magis manifeſtabitur ex ea quod prius non apparebat, & cum anima comprehenderit intentiones ſubtiliores formarum, magis certificabitur ſibi eſſe totius formæ, patet ergo ex his, quia intuitus repetiti erunt certiores, ut proponitur.

LIX.

Nullum uiſibilium comprehenditur ſolo ſenſu uiſus niſi ſolum luces & colores.

Sola enim hæc cum ſint per ſe uiſibilia, ſicut in ſuppoſitionibus huius libri præmiſſum eſt, patet quod ipſa ſunt priora omnibus alijs uiſibilibus, unde ipſa ſine alijs offerūtur uiſui, ut ſine ſitu figura et magnitudine et ſimilibus, alia uero nō offeruntur uiſui ſine illis, uiſibili enim actu lucem non participiante impoſſibile eſt aliud uideri, ut patet per primam huius, circa lucem ergo et colorem non fit aliqua alia operatio animæ niſi ſola ſenſatio uiſionis, lux enim quæ eſt in corpore illuminato comprehenditur à uiſu ſecūdum ſuum eſſe per ſe ex ipſo ſenſu, lux uero et color quæ ſunt in corpore colorato et illuminato comprehenduntur à uiſu ſimul, et admixta comprehenditur aut utrunq; illorū in ſolo ſenſu uiſus, lux enim prima comprehenditur à uiſu ex illuminatiōe corporis ſentientis quod eſt de ſubſtantia oculi, et color ex alteratione formæ eiuſdem corporis ſentientis et eius coloratione cum admixtione lucis, quæ eſt hypoſtaſis coloris: ſicut enim ſentiens comprehēdit in peruentu formæ lucis primæ ſolam lucem, ſic in peruentu formæ coloris comprehendit lucem coloratam, ergo hæc duo comprehenduntur ſolo ſenſu uiſus ſine alijs animæ potentijs et operationibus, quod non accidit in aliquo aliorum

inuiſibilium, quoniam illa quaſi pluria à pluribus ſenſibus ſentiuntur; et ſine aliquà ipſorum ſolo ſenſu uiſus ſentiãtur, & non alijs ſenſibus particularibus hoc accidit, uel ex iſtórum aliqua participatione, uel iſtorum priuatione, ſicut eſt in diafonitate & opacitate, tenebris & umbra, in quibus neceſſaria eſt ratio cõferens hinc inde, quæ non eſt neceſſaria in comprehenſione lucis & coloris, patet ergo propoſitum.

LX.

Omne uiſibile aut comprehenditur à uiſu ſolo ſimpliciter, aut cum ratione & diſtinctione.

Vt enim patet per præcedentem, lucem & colorem per ſe ſimpliciter comprehẽdit ſolus uiſus, ſunt tamen plura aliorũ quæ de numero uiſibilium ſunt ſuppoſita, quæ uiſus quidem comprehendit non tamen ſimpliciter per ſe ipſum, ſed alijs actionibus animæ accedentibus, & ſunt plura talia uiſibilia, quorum comprehenſio non eſt puro ſenſu uiſus, quoniam uiſus quando comprehendit duo indiuidua eiuſdem ſupficiei et formæ eodem tempore, tunc comprehendit duo indiuidua et comprehendet quod ſunt ſimilia, ſed ſimilitudo duarum formarum non eſt ipſæ formæ ambæ neq; una ipſarum, ſed neq; forma tertia propria conſimilitudini, ſed eſt conuenientia illarũ duarum formarum in aliquo, non ergo comprehendetur duarum formarũ ſimilitudo niſi ex operatione unius ipſarum ad alteram, non fit ergo ſimilitudinis comprehenſio per ſolũ uiſum, ſed ex potentia animæ, quam dicimus rationem per actum ratiocinatiõis diuerſas formas uiſas ad inuicem comperantem, et etiam quando uiſus uidet duos colores albos, quorũ unus eſt albior alio, comprehendet amborum albedinem, et quod alterum eſt fortioris albedinis, comprehendet ergo ſimilitudinem illorum duorum alborũ in albedine, et diuerſitatem illorum in fortitudine & debilitate: diſtinctio uero inter illas duas albedines nõ eſt ipſe ſenſus albedinis, quoniam ſenſus albedinis eſt ex albatione ſuperficiei uiſus, quæ fit ab utroq; albedine, diſtinctio autem illarum albedinum fit propter diuerſitatẽ actionis illarum duarum albedinum in ipſum uiſum. non eſt ergo illa diſtinctio à ſolo ſenſu, ſed eſt ab alia uirtute animæ, quam dicimus diſtinctiuam: & ſimiliter eſt, de comparatione & diſtinctione aliarum ſenſibilium formarum; nihil enim illorum accipitur ſolo uiſu, ſed ratione & uirtute diſtinctiua coadiuuantibus: uiſus enim per ſe non habet uirtutem diſtinguendi, ſed uirtus diſtinctiua animæ diſtinguit omnia illa mediante uiſu, patet ergo propoſitum.

LXI.

Ex intentionibus formarum indiuidualium ſæpius intuitarum remanet in anima fixio, & certificatio formæ uniuerſalis exiſtens uiſui principiũ cognoſcendi omnia indiuidua eiuſdem ſpeciei.

Quia enim quodlibet uiſibilium indiuidualium habet formam & figuram, in quibus conueniunt omnia indiuidua illius ſpeciei, quæ diuerſantur ſolum intentionibus particularibus cõprehenſis ꝑ ſenſum uiſus, & forte erit in õmibus illis indiuiduis color unius modi, ut quaſi uniuerſaliter indiuiduis auiũ, ut cigno coruo pica & graculo & ſimilibus, in qbus eſt uniformitas coloris conueniens toti ſpeciei uelut in pluribus, quia iam uidimus coruum album & urſum album, ſi itaq; forma & figura & color & omnes intentiões, ex quib9 cõponitur forma cuiuslibet indiuidui ſpeciei, eſt forma uniuerſalis totius ſpeciei, & uiſus comprehendit illam figuram & formam et colorem et omnium illorum intentionẽ, quæ conueniunt illi ſpeciei, tunc anima iudicabit illud particulare uiſum eſſe indiuiduum illius ſpeciei, non tamen propter hoc cognoſcet unum indiuiduũ ab alio indiuiduo eiuſdem ſpeciei diſtinctum, donec comprehendit etiam intentiones particulares ꝑ quas diuerſantur indiuidua, et donec illæ quieuerint in anima et in ipſa uirtute imaginatiua, tunc enim aliquo prius uiſorum indiuiduorum ipſi uiſui occurrente per intuitionem indiuiduorum illius ſpeciei, cuius forma eſt apud animam, iterabitur à uiſu intuitio illius formæ uniuerſalis quæ eſt illius ſpeciei, cũ diuerſitate formarum particulariũ illorũ indiuiduorum, et cũ illa forma uniuerſalis per intuitionem alterius

indiuidui

indiuidui eiuſdem ſpeciei comparabitur in anima, tunc figetur in anima et quieſcet, ex diuerſitate itaq; formarũ particularium uenientium ad uiſum cũ formis uniuerſalibus apud intuitionem, comprehendet anima diuerſitatem indiuiduorum eiuſdem ſpeciei, et per conuenientiã accidentium uiſibilium in diuerſis indiuiduis cõprehendet, quod forma in qua conueniunt oĩa indiuidua illius ſpeciei eſt forma uniuerſalis illorũ omniũ. Sic remanet ergo in anima forma uniuerſalis, & in eius uirtute imaginatiua, & eſt illa forma uiſui principium cognoſcendũ omnia indiuidua eiuſdem ſpeciei, quantum ad illud quod eſt in ipſis ex intentionibus uniuerſalibus indiuiduatũ & de intentiõibus particularibus ſenſibilibus quibuſcunq;, patet ergo propoſitum.

LXII.

Omnis uera comprehenſio formarum uiſibilium, aut eſt per ſolam intuitionem, aut per intuitionem cum ſcientia præcedente.

Comprehenſio uiſibilium ſola intuitione fit, quando comprehendũtur uiſibilia extranea, ut quando uiſus comprehendit rem uiſam quam antea non perceperit nec in ſe nec in ſua ſpecie, per intuitionem uero diligentem acquirit omnes diſpoſitiones & formam eius ueram, non tamen cognoſcit formam eius, quia ipſam antea non percepit; uel non recolit: ſic ergo comprehendetur illa forma uera comprehenſione per ſolam intuitionem, comprehenſio aũt uera formarũ uiſibilium alia ab alia quæ fit per ſolam intuitionem, quandoq; fit per intuitionem cum ſcientia præcedente, ut quãdo uiſus comprehendit formam alicuius rei uiſæ, quam comprehendit etiam ante, & cuius formæ intentio eſt apud animam aut tota, aut aliqua pars illius, tũc enim uiſus ſtatim in aſpectu illius rei comprehendet eius formam, & deinde modica intuitione comprehẽdet totam formã eius, quæ eſt ſciẽtia uniuerſalis ſuæ ſpeciei, & cognoſcet formã uniuerſalẽ quam comprehendet in illa re uiſa apud comprehenſionem formæ in anima per rememorationem illius rei uiſæ ſpecialiter, & deinde intuens intentiones reſiduas quæ ſunt in illa re uiſa, certificabit particulare formam illius ipſi uiſo indiuiduo appropriatam, & ſi fuerit rememorans illius formæ particularis, ut prius per uiſum comprehenſæ, tunc cognoſcet illam formam indiuidualem, & quia nulla res uiſa comprehenditur uera comprehenſione, niſi aliquo iſtorum modorum, patet ergo propoſitum.

LXIII.

Comprehẽſio uiſualis per cognitionem ſemper fit per aliquem modum rationis conferentis.

Eſt enim cognitio comprehenſio ſimilitudinis duarum formarum ſcilicet formæ quam comprehendit uiſus apud cognitionem, quando ſentit ſe cognoſcere rem quam uidet, & formæ quieſcentis in anima prius comprehenſæ, unde non fit uiſualis cognitio niſi per rememorationẽ, quoniã ſi nulla forma talis fuerit quieſcens apud animã & præſens memoriæ, non cognoſcet uiſus rem uiſam: ſemper itaq; fit cognitio ex aſſimilatione formæ quieſcentis in anima ad formam poſtea uiſam extra, ſiue forma quieſcens ſit forma ſpeciei uel indiuidui cognoſcendi, uiſus itaq; comprehendit multas res ꝑ cognitionem, cognoſcit enim hominem eſſe hominem, & equum eſſe equum, & Socratem eſſe Socratẽ, & cognoſcit alia ſibi aſſueta, & arbores & plantas & lapides, quæ prius uidit, & cognoſcit illis ſimilia, & omnes intentiones ſibi aſſuetas in rebus uiſibilibus, & quãtitates omniũ rerum ſibi conſuetarum, quæ non cognoſcuntur ſolo uiſu per 59. huius, nec tamen cognoſcit uiſus omne quod uidit prius, niſi quando fuerit rememorans formæ prius uiſæ, non eſt ergo cognitio uiſualis comprehenſio ſolo ſenſu, ſed per rationem formã præſentis rei uiſæ formæ prius uiſæ & apud ſe quieſcenti conferentem, nunquam enim poteſt fieri cognitio niſi per comparationem formæ quieſcentis in anima ad formam uiſam extra, ſic ergo patet, quoniam comprehenſio uiſualis per cognitionem ſemper fit per aliquem modum rationis conferentis, patet ergo propoſitum.

LXIIII.

Omnem comprehenſionem uiſualem cognoſcitiuam in tempore fieri eſt

neceſſe, ſed in minori quàm ſit tempus comprehẽſionis per ſolã intuitionẽ.

Quoniã eñ ſicut in p̃cedente ꝓpoſitione præmiſſum eſt; oĩs uiſualis cognitio fit ꝑ intuitionẽ & formam in anima quieſcentem rememoratam & applicatam formæ, nſic per diligentem intuitum perſpectæ, & quoniam omnis intuitio fit in tẽpore per 56. huius, & omnis rememoratio formæ prius uiſæ fit plurimum in tempore, quoniam fit per diſcurſum animæ per formas quas apud ſe habet in imaginatione, quæ ſi quærenti animæ ſtatim occurreret, non eſſet rememoratio ſed cõtinuata memoria, quia itaq; ambo hæc, ſcilicet intuitio & rememoratio, uel ipſorum alterum fit in tempore, patet etiã qđ omnis comprehẽſio uiſualis cognoſcitiua fit neceſſario in tempore, ſed in minori quam ſit tempus comprehenſionis per ſolam intuitionem, quoniam intuitiones exiſtentes in anima præſentis memoriæ non indigent ut cognoſcantur omnes intentiones quæ ſunt in formis rerum cognitarum ex quibus componuntur in rei ueritate, ſed ſufficit in comprehenſione eorum comprehenſio alicuius intentionis propriæ illis, cum ergo uirtus diſtinctiua comprehenderit in forma ueniente ad ipſam aliquam intentionem propriam illi formæ, erit rememorans primæ formæ, & cognoſcet omnes formas uenientes ad ipſam, quoniam omnis intentio appropriata alicui formæ, eſt ſignans ſuper illas formas, ut quãdo uiſus intuens Socratẽ, cõprehendit lineationem manus humanæ, ſtatim comprehendit quod ſit homo, & antequam comprehẽdat lineationẽ ſuæ faciei uel partium aliarum, ex comprehenſione ergo quarundam intentionum quæ appropriantur formæ hominis, comprehendit quod idem uiſibile ſit homo ſine indigentia cõprehenſionis partium aliaꝝ, quas comprehendit ſolum per cognitionẽ præcedentem ex formis reſidentibus in anima, per comprehenſionem alicuius intentionis propriæ illi indiuiduo, ut per glaucitatem oculorum uel oris groſſiciẽ aut arcuitatem ſuperciliorum aut ſimilibus, cõprehendit totalis illius indiuidui intentiones, & ſimiliter cognoſcet equum per aliquã maculam in fronte aut alibi in corpore, & ſcriptor ex quorundam comprehenſione linearum cognoſcit oẽs partes dictionis uel orationis, quam frequenter & continue uidet, & quoniam cõprehenſio quæ acquiritur tantum per intuitionẽ fit per cõſiderationẽ omniũ partium rei uiſæ, & omnium intentionem quæ ſunt in ea, cõprehenſio uero per cognitionẽ fit per conſiderationẽ ſolum quarundam intentionũ quæ ſunt in illa forma, palam quod uiſio quæ eſt per cognitionẽ eſt in minori tempore, quàm ſit uiſio per ſolam intuitionẽ, & propter hoc uiſus cõprehendit uiſibilia aſſueta ueloçiter in paruo tempore quaſi latente ſenſum, & maximæ illa quæ à ſui primordio cognoſcere cõſueuit, uel cũ quibus multo tẽpore perſeuerauit, patet ergo illud qđ ꝓponebatur.

LXV.

Viſio per cognitionem præcedentem per modicam intuitionem nõ efficit certam formæ rei comprehenſionem.

Quoniam enim uiſio per cognitionem præcedentem non eſt niſi circa totalitatem & uniuerſitatem rei uiſæ ſuperficialiter & in groſſo & per quædam exteriora ſigna illius rei uiſæ, & uirtus diſtinctiua comprehendit intentiones particulares quæ ſunt in illa re uiſa ſecundum modum quo cognouit res uiſas ex prima forma illius rei uiſæ in anima exiſtente, ſed omnes particulares intentiones uiſibiliũ, quæ ſunt in rebus corruptibus mutantur temporis mutatione, uiſus aũt non cõprehendit mutationem intentionum rei uiſæ per formam prius habitam, cũ mutatio fuerit nõ manifeſta nec cõprehenſibilis à uiſu primo aſpectu, cognitio ergo præcedẽs nõ efficit ueram rei cognitionem, utpote ſi in homine mundæ faciei prius cognito accidat poſtmodum macula uel cicatrix in facie, quæ nõ ſit manifeſta, cum enim poſtea longo tẽpore uiſo illo homine non cognoſcet ipſum uidens ſecundam formam ſui quam prius memoriter ſeruauerat, nec tum comprehendet maculam uel cicatricem illam in facie illius, niſi poſt intuitionẽ diligentem factam in illã maculam uel cicatricẽ, & tunc cõprehendet formã eius ſecundũ ſuũ eſſe: & ſimiliter eſt ſi macula ſemper in facie ipſius cogniti fuerit, non tamẽ fuerit uiſui multũ manifeſta, tũc eñ licet habeat uidẽs apud ſe formã illius nõ maculatã, nõ tamen applicabit ipſam illius facie maculatæ, & nõ cognoſcet ipſum niſi poſt multã aliaꝝ

intentio

intentionum particularium intuitionem,& ſimiliter eſt in alijs indiuiduis uiſibilium & intentionibus diuerſis ipſorum. In omnibus enim ipſis uiſio per cognitionẽ præcedentẽ per modicã intuitionẽ nõ efficit certã formæ rei comprehenſionẽ, patet ergo ꝓpoſitũ.

LXVI.

Nullius entium quidditas per ſe eſt uiſibilis, ſed per accidens mediantibus intentionibus ſenſibilius quæ per ſe uidentur.

Quoniã enim ut ſuppoſitum eſt in principio libri huius, uiſio non completur niſi apud peruentum formarũ uiſibilium ad animã, quæ omnes ſunt de genere accidentis, ut patet per ipſarũ ſingulari enumeratione, palam cũ nullius ſubſtantiæ quidditas ſit de genere accidentis, quod nulla ipſarum per ſe eſt uiſibilis, per accidens aũt quidditas ſubſtantiarum corporalium ꝑcipitur à uiſu, ſcilicet per comprehenſionẽ ſuarũ intentionũ uiſibiliũ q̃ per ſe uidenẽ, ſic ergo quidditas ſubſtantiæ non fit niſi per cognitionẽ intrinſecam animæ, quæ fit ex cõparatione formæ unius poſterius cõprehenſæ, ad formã aliã prius cõprehenſam quieſcentẽ in imaginatiõe: cõprehenſio ergo quidditatis ſubſtãtiæ uiſæ, ut hominis uel canis uel alicuius alterius ſubſtantiæ, nõ eſt niſi ex cõprehenſiõe aſſimilationis formæ rei uiſæ ad aliquã formarũ uniuerſaliũ quieſcentiũ in aia & fixarũ in imaginatione quam uiſus ante cõprehenderat. & quia uirtus diſtinctiua quæ eſt in anima, per quã anima rerũ differentias diiudicat, ut hominẽ nõ eſſe canẽ, & econuerſo, naturaliter aſſimilat ipſas formas uiſibiliũ nouiter ſcilicet uiſas formas formis naturalibus & fixis in imaginatione. Cũ ergo uiſus cõprehenderit aliquã rẽ uiſam, ſtatim uirtus diſtinctiua quærit eius ſimile in formis exiſtentibus in imaginatione, & illa inuẽta cognoſcit per illã rem uiſam, & cõprehendit quidditatẽ eius, & ſi non inuenerit ex formis quieſcentibus in anima formã ſimilẽ formæ illius rei uiſæ, nõ cognoſcet illã rem uiſam, neq; cõprehẽdet quidditatẽ eius: ſic ergo nulla quidditas alicuius ſubſtantiæ comprehenditur per ſe à uiſu, ſed per accidens ut ꝓponitur. Si eñ aliquã taliũ quidditatũ ꝑ ſe cõprehenderetur à uiſu, ergo & oĩs quidditas cuiuslibet uiſibilis ſubſtantiæ eſſet cõprehẽſibilis à uiſu, ſicut patet in lucibus & coloribus, & ſubſtãtiæ quantũ ad ſenſum & ſenſibile oppoſitione exiſtẽtes indiuiſibiles ꝑ ſuas quidditates uiderẽtur, qđ non eſt uerũ, oportet eñ ut corpus uiſibile ſit alicuius quãtitatis reſpectu ſuperficiei uiſus, ad hoc ut ipſum actu uideatur, ut patet ꝑ 19. huius. Similiter quoq; patet de oĩbus alijs quorumcũq; entiũ quidditatibꝰ, ſemꝑ eñ quidditas cuiuslibet cõpoſiti cõpoſita eſt, et eius cõpoſitionẽ uiſus ꝑ ſe cõprehendere nõ poteſt, & ſi uiſus aliquã quidditatẽ, ut eſt quidditas, cognoſceret, tunc uiſus omnẽ quidditatem cognoſceret, quarũ multæ tamẽ ſunt inuiſibiles, cũ oẽs ipſæ ſint per ſe intelligibiles & cum hoc ſit impoſſibile, patet ergo propoſitum.

LXVII.

Primum quod comprehẽdit uirtus diſtinctiua ex intentionibus appropriatis formæ uiſibili eſt quidditas lucis & coloris.

Quamuis enim lux & color ſint per ſe ipſa & primo uiſibilia, ipſorum tamẽ quidditates & differẽtiæ eſſentiales ſolo ſenſu uiſus comprehẽdi nõ poſſunt, quidditas enim lucis non cõprehenditur ſolum ꝑ uiſum, niſi cooperante uirtute animæ quæ eſt cognoſcitiua, qm̃ uiſus cognoſcit lumẽ ſolis, & diſtinguit inter ipſum & lumẽ lunæ & lumẽ ignis per cognitionem prius factã & per formã in anima reſeruatã, ſimiliter etiã quidditas coloris non comprehenditur à uirtute diſtinctiua niſi per cognitionem quãdo color rei uiſæ fuerit ex coloribus aſſuetis. Illa autem cognitio diſtinctiua fit ex comparatione formæ coloris nunc uiſi ad formas ſimiles illi colori prius cõprehenſas. nõ enim poteſt uiſus comprehendere colorem rubeum & quod ſit rubeus, niſi quia cognoſcit ipſum, quia in ipſa anima uidentis permanſit forma eius ut prius uiſa: ſi enim uiſus nunquam colorem rubeum antea uidiſſet, nunc ipſum uiſum cognoſcere non poſſet, ſed ipſum coloribus illi ꝓpinquius ſibi cognitis aſſimilaret, ut quotidie facit in noua ꝑmixtione quorumlibet colorum. Cum itaq; uirtus diſtinctiua comprehendit diuerſitatem lucis ſuper res uiſas & diuerſitatem coloris, comprehendit etiam diuerſitatem quidditatis lucis à colorum quidditate, quamuis forma quam comprehenderet uiſus ſit admixta ex forma

lucis & coloris, quæ ſunt in re uiſa, & quoniam lux & color ſunt prima uiſibilia, quorum participatione & auxilio omnia alia uidentur, ideo neceſſe eſt ut primũ quod comprehendit uirtus diſtinctiua ex intentionibus appropriatis formæ uiſibili, ſit quidditas lucis & coloris, ut ſicut illis primo & p ſe debetur uiſiua comprehenſio, ſic & illorum quidditatibus debetur p ſe & primo operatio uirtutis diſtinctiuæ, ut illis quorũ præſentia prius relucet in organis uiſiuis, quæ omnia ſecundum plus & minus accedunt ad diafonitatem, patet ergo propoſitum.

LXVIII.

Cõprehenſio coloris in eo quod eſt color, eſt prior cõprehẽſione quidditatis coloris, ex quo patet quod prior eſt cõprehenſio omniũ uiſibiliũ in eo quod in ſuo genere uiſibilia ſunt, quàm ſuarũ ſpecialiũ quidditatum.

Viſus enim comprehendit colorem, & ſentit quod eſt color, prius quàm ſentiat cuiuſmodi ſit ille color, ut patet in coloribus fortibus poſitis in locum non multum lumiñoſo. Ibi enim comprehendit quidem uiſus colores indiſtincte tantum, diſtinguũtur aũt per aduentum maioris lucis aut per longam intuitionem: primum ergo quod comprehendit uiſus ex forma coloris, eſt mutatio membri ſentientis & coloratio eius, quoniam apud peruentum formæ in uiſum coloratur uiſus, qui ſentiens ſe coloratum ſtatim ſentit colorem, & deinde ex diſtinctione & comparatione ipſius ad colores notos uiſui, comprehendit quidditatem coloris: comprehenſio ergo coloris in eo quod eſt color, eſt ante comprehenſionem quidditatis ipſius coloris, quæ fit non p ſolũ ſenſum uiſus ſed p cognitionem, quando idem color prius fuit à uiſu comprehenſus, & forma eius eſt in memoria animæ conſeruata, & ſi uiſus comprehendat colorem extraneum, quam nunquã uidit, tunc comprehendet quod eſt color, & tamẽ neſciet cuiuſmodi ſit coloris, ſed comparando ipſum coloribus alijs aſſimilabit propinquiori colori ſimili ſibi, & forte plures uidentes illum colorem ſimul in eodem lumine, aſſimilabunt ipſum coloribus diuerſis, ut accidit in colore confecto ex diſſolutione corporis commixti, ex cupro & argento. Illum eñ aliquis aſſimilabit uiriditati, quæ eſt ex cupro, & aliquis lazurio colori qui fit ex argento, patet ergo per has experimentationes, quod cõprehẽſio coloris in eo quod eſt color, eſt prior comprehenſione quidditatis coloris, & quoniam color eſt primũ uiſibile poſt lucem, patet quod prior eſt comprehenſio omnium uiſibilium in eo quod uiſibilia ſunt, quàm ſuarum ſpecialium quidditatum: prius enim comprehenditur in ſenſu uiſus in genere ipſe ſitus, quàm aliqua ſpecies ſitus, & prius figura in genere, quàm aliqua ſpecialis figura, & ſi contingat in uiſu abſolui in ſpecialem, remanet tamen generalis, uel illa quæ eſt primi generis, uel illa quæ eſt generis ſecũdi, & hoc proponebatur.

LXIX.

Diuerſarum intentionum uiſibilium per rationem & diſtinctionem fit comprehenſio ſimul in inſtanti, ſimilium uero in tempore.

Figura enim & magnitudo, & diafonitas, & plura ſimilia, quando comprehenduntur primo aſpectu, qui ſemper fit in inſtanti temporis per 55. huius, ſtatim ut uiſu præſentant per rationem & diſtinctionem propter uelocitatem rationis in eodem inſtanti comprehenduntur, & omnes intentiones quæ ſunt in illis: uirtus enim diſtinctiua nõ arguit per cõpoſitionem & ordinationem propoſitionum ad formã ſyllogiſticam, ſicut ergo in intellectu qui eſt habitus primorũ in actuali intellectu ꝓpoſitionũ uniuerſaliũ & per ſe manifeſtarũ non indiget aliquanto tempore, nec etiam indiget tempore in apprehendendo concluſiões particulares ex illis, quoniam cum intellectu propoſitionis uniuerſalis ſimul accipit concluſionẽ, quæ immediate ſequiť ex illa, ideo quia aĩa humana apta nata eſt ad arguendum ſine difficultate & labore, unde etiam non percipit homo, quod cõprehenſio quæ fit per rationem & diſtinctionẽ fiat per argumentũ, ſicut puerulus ex duobus pulchris diſtinguens & eligens pulchrius, non percipit quod id fiat p uiam argumentationis & conſiderationis eligendorum, hoc itaq; modo ſimili & conformi quatenus eſt poſſibile fit omnium intentionum uiſibilium per rationem & diſtin

ctionem

ctionem in inſtanti comprehenſio. Diſtinctio eñ & argumentatio uirtutis diſtinctiuæ fit ſtatim uenientibus formis intra medium nerui communis, quoniam totũ corpus extenſum à ſuperficie primi oculi recipiente formas uſq; ad medium nerui communis, eſt ſentiens & diafonum, & fit per ipſum tranſitus intentionis formarum in inſtanti, cum ſtatim ultra oculi ſubſtantiam fit ſpiritus uiſibilis diafonus, per quẽ uirtus ſenſitiua defertur ad totum diafonum omnium humorum & tunicarum amborũ oculorum: omnia enim diafona illa illuminãtur à luce & colorãtur à colore uno uel diuerſis ſecundum diuerſitatem colorum corporis ſenſati, & corpus quod eſt in concauitate nerui cõmunis, eſt ultimum corpus ad quod perueniunt lux & color: cum ergo extenditur forma à ſupficie prima membri ſentientis uſq; ad medium nerui communis, quælibet pars corporis ſentientis ſentiet formam: & cum peruenerit in concauum nerui communis, tunc cõprehenditur ab ultimo ſentiente, & tunc fit diſtinctio formarum, non tamen inter actũ diſtinctionis & actũ primi aſpectus eſt differentia temporalis, quoniam ſicut lumẽ in uno inſtanti ſe multiplicat per mũdi diametrum propter corporis medij diafonitatem, ſic etiam formæ ſenſibiles ut oſtenſum eſt per 55. huius, in inſtanti pertingũt trans medium quodcunq; corpus diafonum ad medium nerui communis, ubi per uirtutem animæ ſentiuntur comprehenduntur & diſtinguntur, & quoniam uirtus animæ eſt indiuiſibilis, fit hoc totum ſimul in unico inſtanti, quoniam uero intentiones uiſibilium fiunt ſimiles ualde, ut eſt uiriditas rutæ uiriditati mentæ, tunc non fit ipſorum diſtinctio in inſtanti illo, quo utraq; illorum uiriditatum comprehenditur à uiſu, ſed poſt compoſitionem unius ad alteram ex poſt facto cõprehenſionis, fit ergo in alio inſtanti, & ſic inter inſtans primi aſpectus ſimplicis & inſtans diſtinctionis ex comparatione neceſſarium eſt tempus medium aſſumi, patet ergo illud quod proponebatur.

LXX.

Comprehenſionẽ quidditatis coloris in tempore fieri eſt neceſſe, ex quo patet quod comprehenſio quidditatis omnium ſimilium uiſibilium non fit niſi in tempore.

Fit enim comprehenſio quidditatis coloris poſt comprehenſionem coloris in eo quod eſt color, ut patet per 68. huius, & quoniam color in eo quod eſt color non poteſt comprehendi per aſpectum ſimplicem niſi in inſtanti per 55. huius, cum ergo comprehenſio quidditatis alicuius coloris ſit compoſita ex comprehenſione coloris in eo quod eſt color, & inſuper ex alia diſtinctiua comparatione conſequente, per quam quidditas unius coloris diſtinguitur à quidditate alterius coloris, ideo quod omnes colores mixti habent eſſentialem conuenientiam in actu & hypoſtaſi lucis, & inſuper habent plures ipſorum adinuicem maximam conuenientiam in proximitate mixtionis, palã quia illa diſtinctio quidditatis ipſorum colorum completur in alio inſtanti temporis quàm comprehendatur à uiſu, ſed inter quibus duo inſtantia eſt tempus mediũ, quia itaq; cõprehenſio quidditatis coloris fit per diſtinctionẽ unius coloris ab alio, palã per præmiſſam, quoniam illa diſtinctio completur in tempore, ergo & comprehenſio quidditatis neceſſario fit in tempore: uiſus quoq; non comprehendit quantitatem coloris niſi p intuitionem, quoniam ſi color nõ fuerit in aliqua ſuperficie, ita ut ſibi poſſint infigi axes uiſuales in tẽpore ſenſibili, nõ cõprehendit uiſus quidditatẽ colorꝫ, unde in rebus uelociter motis nõ diſtinguiť quidditas coloris: ſed ſi plures in re uelociter mota ſint colores uidebunť oẽs indiſtincte unus permixtus color, ut patet in pila diuerſi coloris uelociter mota per iactũ fortem, patet ergo cõprehenſionẽ quidditatis ipſius coloris in tempore fieri eſt neceſſe, & ex hoc patet ꝙ comprehenſio quantitatis oĩm formaꝝ uiſibiliũ nõ fit niſi in tẽpore. Si eñ uiſus nõ cõprehendit quidditatẽ coloris, qui cõprehenditur ſolo ſenſu uiſus, niſi in tẽpore, palã qđ plus indiget tẽpori intentionibus alioꝝ uiſibiliũ quæ cõprehenduntur plurimũ diſtinctione & cognitione: oĩm itaq; intentionum uiſibiliũ quidditatũ cõprehenſio fit in tẽpore, licet illud tempus quandoq; ſit ualde paruum, & hoc ꝓponebať.

LXXI.

Viſus in formis indiuidualibus minori tempore comprehendit inten-

tiones ſpeciales quàm indiuiduales.

Quando enim uiſus comprehendit aliquod indiuiduum hominis, comprehendit ipſum eſſe hominem prius quàm comprehendit formam eius particularem, & forte per intentiones formæ hominis, uel per aliqua cõuenientia propria formæ hominis cõprehendit ipſum eſſe hominem, quamuis non cõprehendat lineationẽ ſuæ faciei, utpote ex rectitudine corporis & ordinatione membrorum corporis: indiuidualitas autem rei uiſæ non cõprehendetur niſi ex comprehenſione intentionũ particulariũ illi indiuiduo propriarum omnium aut quarundam, & hæc comprehendi non poſſunt niſi poſt comprehenſionem uniuerſalium intentionum, quæ ſunt ex genere uel ſpecie illius indiuidui omnium aut quarundam, ſed comprehẽſio formæ partialis eſt in minori tẽpore quàm formæ totius, & quoniam indiuidualitas addit aliquid ſuper ſpecialitatẽ, patet quod indiuidualitas eſt quaſi quædam totalitas reſpectu ſpecialitatis, comprehenſio ergo ſpecialitatis rei uiſæ eſt in minori tempore quàm comprehenſio indiuidualitatis, & hoc ꝓponebatur.

LXXII.

Intentiones ſpeciales & indiuiduales quorundã uiſibiliũ aſſuetorũ minori tẽpore alijs intentionibus ſpecialibus & indiuidualibus cõprehendũtur.

Quædam enim ſpecierum uiſibilium aſſuetorum non aſſimilatur alijs ſpeciebus, ut ſpecies hominis, quæ propter corporis rectitudinem nulli aliorum animalium aſſimilatur, & quædam aſſimilantur alijs ſpeciebus, ut ſpecies equi, quæ aſſimilatur multis animalibus in tota forma, tempus ergo in quo uiſus comprehẽdit ſpeciem indiuidui hominis, & comprehendit ipſum eſſe hominem, eſt minus tempore in quo comprehendit equum eſſe equum, & maxime quando comprehendit utraq; iſtorum in magna remotione, qm̃ uiſus comprehendens indiuiduum hominis motum localiter, ſtatim comprehendet ipſum eſſe animal, ex motu & ex corporis erectione cõprehendet ipſum eſſe hominem: ſed licet per motũ etiã poſſit cõprehendere quod indiuiduum equi ſit animal, & per numerũ quatuor pedũ comprehendit ipſum eſſe beſtiã, non tñ ꝓpter hoc cõprehendet ipſum eſſe equum, qm̃ intentiones equinæ quæ ſunt à ſpacio remoto uiſu perceptibiles, ſunt in pluribus quadrupedũ, quæ aſſimilantur equo in pluribus eſſentialibus & accidentalibus intentionibus, ut in mulo & in alijs. Si itaq; uiſus non cõprehendit aliquã intentionũ propriarũ equo, nõ comprehendet illud eſſe equũ, quia itaq; tempus in quo comprehendit uiſus erectionẽ corporis hominis, non eſt ſicut tempus in quo comprehẽdit formã equi cũ intentionibus particularibus, per quas diſtinguitur equus ab alijs beſtijs, ut eſt lineatio ſuæ faciei, & extẽſio colli, & uelocitas motus, & paſſuum amplitudo: comprehenſio igitur ſpeciei hominis eſt in minori tempore quàm cõprehenſio ſpeciei equi. quamuis enim illa duo tempora ſunt parua, tñ unum ipſorum ſecũdum omnes diſpoſitiones eius eſt maius altero, & ſimiliter quia roſæ hortenſi nullus alius flos aſſimilatur in forma ſuæ ſpeciei, uel etiã intentione ſuæ rubedinis, ideo uiſus in minori tempore comprehẽdit eius ſpeciem per rubedinem roſeaceum, quàm ſpeciem rutæ per eius uiriditatem, cui multæ herbarum aſſimilantur: & uniuerſaliter quidditates omniũ ſpecierum quæ poſſunt aſſimilari alijs, non adeo cito comprehenduntur à uiſu, ſicut quidditates omnium ſpecierum, quæ paucis uel nullis aſſimilantur, & ſimiliter etiam eſt de indiuiduis, quoniam indiuiduum nulli alij aſſimilatum comprehenditur per modicam intuitionem & per ſigna, illud aũt indiuiduum, quod aſſimilatur alio indiuiduo, oportet quod comprehendatur per multam intuitionem, patet ergo illud quod proponebatur.

LXXIII.

Virtus ſenſitiua comprehendit quantitatem anguli, quem in centro uiſus reſpicit ſuperficies rei uiſæ ſolum ex comprehẽſione partis ſuperficiei uiſus in qua figuratur forma rei uiſæ.

Quãuis em̃ ordo puræ matheſis ſit in hoc, ut p quantitatẽ angulorũ ſciaĩ quãtitas partium ſuperficierũ ſphærarũ illis angulis ſubtenſarũ, eo qđ ſicut centrũ eſt principiũ conſtitutionis totius ſphæræ, ſic partes angulorũ 8, ſolidorũ, q ſunt circa centrũ ſphæræ, ut circa

quodlibet

ꝗdlibet uniuerſi ꝑtiũ ſit principiũ diſtinctiuũ oĩs ꝑtis ſupficiei ſphæræ ꝑ 87. primi huiꝰ, tamen in hac ſcientiæ ſenſibilis experientia, quæ naturaliũ rerũ cõditione permiſcetur, uirtus ſenſitiua ex comprehẽſione partis ſuperficiei uiſus, in qua figurat̃ forma rei uiſæ, comprehendit à poſteriori uia ſenſibus competente quantitatẽ anguli, quã in centro uiſus reſpicit ſuperficies præfata: ſenſus enim uiſus naturaliter comprehendit illam ſupficiem, in qua figuratur forma rei uiſæ per diſtinctionẽ lucis & coloris, qui per ſe accidũt in illa parte ab alijs ſuperficiebus uiſus diſtincta, & quando cõprehendit quantitatẽ illius partis, tunc imaginatur angulos quos reſpiciũt illæ partes, & comprehendit quantitates eoꝝ apud centrũ uiſus ſecundũ quantitatẽ partiũ ſuperficiei uiſus illis angulis ſubtenſarũ: anguli aũt tunc non certificantur niſi per motũ uiſus reſpicientis ſuper diametros rei uiſæ, aut ſuper ſpaciũ, cuius uiſus magnitudinẽ uult ſcire: patet ergo propoſitũ: & licet lineæ radiales in centro uiſus non concurrant, qm̃ peruenit interſectio axiũ uiſuũ ad mediũ punctũ nerui cõmunis, ut in præcedentiũ theorematũ pluribus patuit, partes tamẽ ſuperficiei uiſus ipſius informantur ſecundũ modũ quo lineæ radiales concurrunt in centro ipſius uiſus, niſi ipſos refractio in medio ſecundi diafoni præueniret, ut patet per 22. huius, & hoc eſt notatu dignũ, qm̃ nos in ſequẽtibus utemur centro uiſus, ac ſi lineæ radiales in ipſo angulariter cõcurrant, q̃a ſc᷑dm hoc oĩs uiſio informat̃.

LIBER QVARTVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS

TRactauimus in præmiſſo tertio libro de proprietatibus organi uiſiui, & de eſſentialibus modis uidendi, nunc aũt reſtat, ut in hoc quarto libro ꝓſequamur ꝓprietates omniũ uiſibiliũ, quæ ut in principio tertij diximus, ſunt uigintiduo, quorũ tantũ duo. ſ. lux & color ſunt per ſe uiſibilia. Alia uero uidentur per accidens, uel quia pluribus alijs ſenſibus percipiuntur, uel quia non uidẽtur niſi ꝓpter luces & colores, ut patet in ſingulis ipſorũ, & qm̃ in præmiſſo tertio libro de uiſione lucis & coloris ſatis præmiſimus, ideo nũc alia 20. uiſibilia reſtant ꝑtractanda: hæc itaq; omnia, paſſiones quoq; & deceptiones, quæ accidũt uiſibus & potentijs intrinſecis animæ circa illa naturaliter uel mathematice, prout natura rei & poſſibilitas noſtra fert, ſub modo demonſtrationis ſuo ordine percurremus, unicuiq; ipſoꝝ ſuæ uiſionis modũ & in ſe & in ſuis ꝑtibus præmittentes, deceptiones quoq; quæ in ipſo uel tantũ uirtuti uiſiuæ, uel etiam potentijs animæ intrinſecis, ut quæ uirtuti diſtinctiuæ & rationatiuæ accidunt, cum ſtudio ſubiũgemus: quæ aũt præmittimus ſunt iſta.

Forma dicit̃ directe uiſibus incidere, à qua producta linea recta ſuper ſuperficiem uiſus eſt ꝑpendicularis incidens ipſi centro foraminis uueæ. Oblique uero incidere, dicitur à qua ꝓducta recta dicto modo non eſt ꝑpendicularis. Linea directe uiſui oppoſita, dicitur illa cui axis radialis ꝑpendiculariter incidit ſecundũ aliquod eius punctum.

Linea obliquata ad uiſum, dicitur cui axis radialis ad nullũ ſui punctũ ꝑpendiculariter poteſt incidere. Superficies directe oppoſita, dicitur quando axis radialis ꝑpendiculariter erigitur ſuper illam. Superficies uero obliquata ad uiſum, dicitur quando axis radialis punctis illius ſuperficiei incidit oblique. Complementũ directionis in oppoſitione uiſus eſt, cum axis ꝑpendicularis incidit medio ſuperficiei, uel lineæ oppoſitæ uiſui, & quanto magis punctus, cui incidit axis ꝑpendiculariter, fuerit medio ſuperficiei aut lineæ ꝓpinquior, tanto erit ſuperficies uel linea maioris directionis in oppoſitione.

Vera comprehenſio per uiſum, dicitur illa inter quã & ueritatem rei uiſæ non eſt diuerſitas ſenſibilis omnino reſpectu totius rei uiſæ. Remotio unius rei ab altera, eſt priuatio cõtactus inter illa. Conus dicitur pyramis rotunda uel uertex pyramidis cuiuſcũq; rotundæ uel lateratæ. Petimus aũt hæc. Sub eleuatioribus radijs uiſa eleuatiora apparere, ſub decliuioribus uero decliuiora, & ſimilit̃ ſub dexterioribus radijs uiſa dexte

riora apparere, ſub ſiniſterioribus uero ſiniſteriora. Item ſub pluribus angulis uiſa ꝑſpicatius uideri. Item omnes uiſus æqualis diſpoſitionis æque ueloces eſſe. Item omne totum uideri maius ſua parte.

THEOREMA I.

Ex intemperata proportione circumſtantiarũ formarũ uiſibilium ad uiſum fit deceptio in uiſu, non ſolum ſecundum ſe, ſed ſecundum uirtutem animæ diſtinctiuam.

Ex his quæ declarata ſunt in libro tertio patet 8. eſſe neceſſaria ad perfectam operationem uiſus, quæ ſunt lux, diſpoſitiones, uiſibilia & uiſum, per 1. tertij huius. Item diſtantia uiſibilis à uiſu per 15. tertij huius. Item ſitus oppoſitionis ipſius uiſus per 2. tertij huius, uel ſitus reſpectu axis cõmunis per 44. tertij huius. Item magnitudo corporis ꝑ 19. tertij huius. Item ſoliditas corporis uidendi per 14. tertij huius. Item diafonitas aëris per 13. tertij huius. Item tempus conueniens intuitioni faciendæ per 56. tertij huius. Item ſanitas uiſus per 16. tertij huius: quodlibet aũt iſtorũ latitudinem habet ꝓportionatã ad rem uiſam: lux enim habet latitudinẽ, qm̃ lux maxima impedit uiſum, & lux debilis non educit uiſibilia in actũ agendi in uiſum, unde corpora minuta uel intentiones uiſibiles minutæ non uidenẽ in luce debili, ſed eſt ibi latitudo in ijs lucibus, quæ eſt magnitudini corporis ꝓportionata. Diſtantia quoq; uiſibilis à uiſu ſiue ipſius remotio latitudinẽ habet: corpus enim aliquod ab aliqua diſtantia plene comprehendiẽ, & ab alia non plene, & inter illas diſtantias eſt latitudo magna, in qua fit plena comprehenſio corporis illius, & ſecundũ ꝙ magis fuerit corpus, maior erit latitudo diſtantiæ ſpacij ſecundũ quã ipſum poterit uideri. Similiter cũ magna fuerit declinatio alicuius corporis à directione oppoſitionis ipſius uiſus, non comprehendũtur particulæ uel notæ paruæ quæ ſunt in ipſo, quæ in parua declinatione corporis uiderenẽ, & eſt ibi inter illas declinationes latitudo. Similiter corpus paruũ ſitum extra axem cõmunem uidebitur multũ elongatũ & occultatũ, & idem corpus ſitum circa axem cõmunem uidebitur aperte, palam aũt ꝙ ſitus reſpectu axis cõmunis habet latitudinẽ, qm̃ habet habitudinẽ ꝓportionatã ad corporis magnitudinẽ & minutias ipſius. Magnitudo etiam corporis habet latitudinẽ: ſi enim partes rei uiſæ non fuerint ꝓportionales totali magnitudini uiſæ, occultabũtur uiſui: & ſi fuerint ꝓportiõales totali uiſæ magnitudini, ſit tñ corpus totale modicum, adhuc non uidebuntur, unde in picturis modicis aliquas particulas non ſtatim percipimus uiſu, licet ꝓportionales ſint ſuis totis: latitudo ergo magnitudinis rei uiſæ ꝓportionata debet eſſe ad totale corpus, cuius fuerit pars illa uiſa magnitudo. Soliditas quoq; habet latitudinẽ ꝓportionatam ad rem uiſam. Si enim in corpore aliquo color ualde acutus fuerit, licet ipſum ſit paucæ ſoliditatis, illud tamẽ corpus uideri poterit, ꝙ nõ accideret maiori ſoliditate in illo corpore exiſtente, qm̃ forte color ꝓpter reflectionẽ uehementem luminis impediret uiſum, quæ reflectio fieret ꝓpter magnam corporis ſoliditatem: & ſi color fuerit obſcurus, tũc forte accidet minus ſolidũ debilius uideri colore eius obſcuro exiſtente. Diafonitas etiam aëris habet latitudinẽ, quia per flammas & per fumos nõ fit uiſio rerum minutaꝝ, ſed forte groſſarũ, ſicut ſi per ipſa uidereẽ carta nõ ſcriptura. Tempus etiam conueniens intuitioni faciendæ latitudinem habet, quia corpus ſubito uiſum pertranſiens, non comprehendiẽ à uiſu, & quandoq; motus trochi non uidetur, quia eſt uelociſſimus in tempore ualde paruo. Sanitas etiam uiſus latitudinẽ habet, in qbuſdã enĩ ĩfirmitatibus minutiæ corporis, niſi abſcõdanẽ, in minori ſpacio ꝑcipiuntur, & uiſus debiliores non uident illa quæ occurrunt uiſibus fortioribus. Vniuerſaliter ergo, quilibet iſtorũ motorũ, in quo non uerificatur forma rei uiſæ, ſicut eſt in rei ueritate, eſt egreſſus à tẽperantia ad rem illam uidendã ꝓportionata, & hæc omnia ſe alterutrũ reſpiciunt, ſcḋm conuenientes adinuicem ꝓportiones, & ꝗdlibet ipſorum ad alia octo conuenientem, oportet ꝙ habeat diſpoſitonem, quorum pertractationẽ relinquimus conſiderationi animæ res propinquius intuentis.

Impoſ-

II.

Impoſſibile eſt uiſum unam intentionum uiſibilium per ſe ſolam comprehendere.

Viſus enim per ſe comprehendit formas uiſibiliũ, quæ ſunt corporales: omnes autẽ formæ corꝑales ſunt cõpoſitæ ex multis intentiõibus uiſibilibus particularibus prædictis, ſicut magnitudo non eſt ſine figura, & figura non eſt ſine ſitu, & hæc omnia nõ ſunt ſine colore, & color non eſt ſine luce, & lux nõ diffunditur niſi in corpore: uiſus itaq; nõ comprehendit aliquã iſtarũ partium intentionem, niſi ex cõprehenſione formaꝝ uiſibiliũ cõpoſitaꝝ ex pluribus intentiõibus particularibus, quarũ quãlibet ſimul comprehendit uiſus, & qm̃ nulla intentionũ per ſe ſola complet aliquã formaꝝ corporaliũ ſenſibilium: palam ꝙ impoſſibile eſt uiſum cõprehendere aliquam illaꝝ intentionũ ſolam per ſe, ſed ſemper ſunt plures illarũ intentionũ ſimul in forma ſenſibili congregatæ: uiſus ergo cõprehendit ſimul ſemper multas intentiones particulares, quæ ſolũ diſtinguũtur auxilio uirtutis diſtinctiuæ per imaginationẽ, & ſic demum uiſus comprehendit intentionem particularium quamlibet diſtinctam, quod eſt propoſitum.

III.

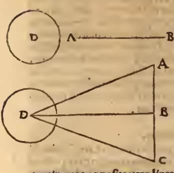
Non ſub quocunq; angulo res ſenſibiles uidentur.

Quod omne qđ uidetur ſub angulo uideatur, patet per correlariũ 18. tertij huius, & etiam cũ per 19. tertij huius, corpus uiſibile oportet ut ſit alicuius quantitatis reſpectu uiſus ad hoc ut actu uideať, palam ergo, ꝙ ſub angulo contingentiæ, qui eſt indiuiſibilis ꝑ 15. tertij huius, non erit poſſibile aliquã rem uideri, omnis enim angulus ſub quo poteſt fieri uiſio, eſt diuiſibilis ꝑ axem pyramidis radialis ſupficiei ipſius uiſus ꝑpẽdiculariter incidẽtem, eo ꝙ omnis uiſio fit per pyramidẽ uiſualem, cuius baſis ſuperficies rei uiſæ per 18. tertij huius, uel ad minus ille angulus eſt ſub illa axe, & ſub alia linea longitudinis radialis pyramidis contentus, ut declaratum eſt in 54. tertij huius, eſt ergo rectilineus, eſt ergo diuiſibilis per 9. primi, & qm̃ maximus anguloꝝ, ſub quo fit uiſio, eſt quaſi rectus, ideo ꝙ diametrũ foraminis ueæ quæ ſubtenditur illi angulo in centro uiſus, eſt quaſi æqualis lateri cubi inſcriptibilis ſphæræ ueæ, uel lateri quadrati iſcriptibilis circulo magno illius ſphæræ, ut oſtendimus in 4. tertij huius, illi aũt lateri ſemper ſubtendiť angulus rectus per ultimã ſexti, qm̃ eius corda eſt quarta circuli. Si ergo uiſio fieret ac ſi lineæ radiales in centro ueæ concurrent, tunc maximus angulus ſecundũ quẽ fit uiſio, eſſet quaſi angulus rectus ſolidus, ita ꝙ pyramis uiſualis maxima fieret rectangula, & ſemidiameter baſis illius pyramidis fieret æqualis axi: fit aũt uiſio ac ſi lineæ concurrant in centro uiſus, ut patet per ultimã tertij huius: centrũ uero uiſus eſt remotius in profundo ꝙ̃ centrũ ueæ per 8. tertij huius: maior ergo angulus ſecundũ quẽ fit uiſio, eſt minor recto, ſed non multũ minor, quia illorũ centroꝝ ſphæræ ſcilicet ueæ & oculi, nõ eſt magna diſtantia, & fit axis maximæ pyramidis uiſualis maior ſemidiametro baſis eius, ſed non multo maior: & hoc patet etiam experimento, qm̃ ſi aliquis ſtet in campo plano erectus, & aperiat oculũ ut amplius poteſt, tunc uidebit quaſi quartam circuli maioris ſphæræ cœleſtis per zenith capitis tranſeuntis, & per anguli huius diuiſionem fit uiſio partium illius, & omniũ rerum illis angulis ſubtenſarũ, quouſq; perueniať ad angulum minimũ, qui ſi diuideretur, non fieret uiſio ſecundũ illum, licet enim omnis angulus rectilineus mathematicus ſit in infinitũ diuiſibilis, in angulis tñ naturalibus, ſcđm quorũ diſpoſitiõem fit paſſio operationis ſenſibilis, oportet ut ſit ſtatus in diuiſione, quando minus ſenſibile illo non erit, neq; ergo erit uiſio ſenſibilis ſecundũ illum, ſed omnis uiſio eſt ſenſibilis, cum ſit actio ſenſitiua, nulla ergo uiſio erit ſecundũ angulũ minorem illo, non ergo ſub quocunq; angulo res ſenſibiles uideť, & hoc intelligendum eſt ſecundum lineas radiales perpendiculariter ſuperficiebus uiſuum incidentes non oblique, ſecundum quas obliquas fit incerta uiſio, & confuſio formaꝝ rerum uiſibiliũ in uiſu, ut oſtẽdimus in 17. tertij huius, patet ergo propoſitum.

IIII.

Forma lineæ perpendiculariter ſuperficiei uiſus oppoſitæ non uidetur, quoniã per ipſam ſolum fit diſtinctio punctualis, oppoſitæ uero uiſui ſecundum longitudinem ſecundum ſui formam propriam uidetur.

Eſto ut uiſui, cuius centrum ſit d, ꝑpendiculariter incidat linea a b, quæ ſit aliqua ſenſibilis, utpote corpus longum inſenſibile habens latitudinem, ut pilus, qui licet ſit columna rotunda, uel laterata, baſis tamen eius à uiſu percipi non poteſt, dico ꝙ tale corpus taliter diſpoſitum nõ uidetur, eſt enim angulus in centro uiſus, cui ſubtendit̃ baſis eius diametri penitus inſenſibilis, ſecundũ qđ non poteſt fieri uiſio per præmiſſam, in formis tamẽ alijs uiſis fiet per incidentiã formæ huiuſmodi corpis aliqua diſtinctio punctualis inſenſibilis, q̃m forma puncti illius ꝑpendiculariter incidentis, ſe formis punctoꝝ circũſtantium aliarũ formaꝝ immiſcebit, & cũ non ſit de genere illorũ, neceſſario aliquã faciet diſtinctionẽ, ita, ut illorum corpoꝝ formæ actu, licet non multum ſenſibiliter diſtinguant̃, nec ad naturam continuitatis unius lineæ pertingunt, oppoſita uero linea uiſui ſecundũ longitudinẽ ſiue ſit poſitio directa uel obliqua, ſemper ipſa ſecundũ ſui formam ꝓpriam uidebitur, q̃m tota eius longitudo ſub angulo uno, & partes eius ſub angulis ſenſibilibus peruenient ad uiſum, ut ſi linea a b c opponatur uiſui d ſecundum ſui longitudinẽ, & ſit diſtantia conueniens, tunc ipſa tota uidebitur ſub angulo a d c, & pars eius a b ſub angulo a d b, & pars eius b c ſub angulo b d c, & ſiue ſit recta uel curua, uel irregularis, ſemper aliqua longitudo ſecundũ latitudinem deſcribetur in oculi ſuperficie, ſecundũ ꝙ eſt in ipſa linea, & per longitudinẽ ſenſibilem & latitudinem non ſenſatam uirtus diſtinctiua formã lineæ iudicabit, ut accidit in lineis naturalibus quæ ſunt ut quidam pili, patet ergo propoſitum.



V.

Superficiei oppoſitæ uiſui taliter, ut imaginata protrahi ſecet oculum per eius centrum una tantum linea, oppoſitæ uero uiſui ſecundum latitudinem forma propria uidetur.

Oppoſita enim uiſui ſuperficie, quacunq; ſuperficie per mediũ quo ꝓponit̃ formæ omniũ punctoꝝ perpẽdiculariter incident ſuperficiei uiſus, & concurrent in centro, & quoniã forma cuiuslibet illorũ punctoꝝ facit aliquã diſtinctionẽ in uiſu per præcedentem, & oĩa illa puncta ſecundũ longitudinẽ incidentia coniũcta cadunt in quadã linea, patet ꝙ illius ſupficiei ſic diſpoſitæ una tm̃ linea uidet̃, oppoſita uero linea ſuperficie ſecundũ ſui longitudinẽ uiſui forma cuiuslibet ſuæ lineæ uidet̃ ſecundũ ſui formã propriã linearis ꝑ præcedentẽ: tota ergo ſuperficies ſecundũ ſui formã ꝓpriã uidet̃, q̃m ſemꝑ uidebitur longitudo & latitudo aliqua, ſiue illa ſuperficies ſit plana ſiue cõcaua, uel conuexa, qa nõ eſt differentia in illis quantũ ad ꝓpoſitam paſſionẽ, patet ergo propoſitum.

VI.

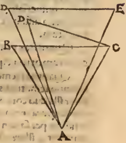
Corporũ uiſibus oppoſitorũ ſolæ ſuperficies à ſolo uiſu cõprehendunt̃.

Quia enim à ſolo uiſu corpora uidentur, ſecundũ ꝙ formæ ipſorum uiſui ſe offerũt, & in eius ſuperficie depinguntur, ut patet per 17. tertij huius: formæ uero profunditatis corporum uiſibus non offeruntur, ſed ſolum ea quibus ſecundũ longum & latum lineæ ductæ à centro uiſus incidunt, ut patet per 2. tertij huius, hæc aũt eſt diſpoſitio ſupficialis corpoꝝ, ergo uiſibus oppoſitorũ ſolæ ſuperficies à ſolo uiſu comprehenduntur. & ſi una ſit corporis ſuperficies, ſiue ſit illud corpus ſphæricum concauum uel conuexũ, una tantum uidebitur ſuperficies, & ſi plures ſint corporis unius ſuperficies, ut in corporibus

ribus omnium planarum ſuperficierū & columnarū rotundarum, & pyramidū & portionum ſphærarū quarūcunq;, ſemper non niſi plures ſuperficies uidebuntur, ac ſi nō eſſet corpus, ſed quædam ſuperficies ſic extenſa, ſine corporis medij incluſione, patet ergo ꝓpoſitum, quia itaq; paſſio in lineis uiſui accidens, deſcendit in ſuperficierū uiſionem, & paſſio in ſupficiebus uiſui accidēs deſcendit in corporū uiſionē, ſola uero corpora per ſe uideantur, quia ſolum corpora per ſe ſunt entia naturalia ſenſibilia, & ſuperficies & lineæ in illis ſunt imaginabilia. Parcendum nobis eſt, ſi uiſuales paſſiones corporum proponimus per modum paſſionū uiſualium ſuperficierū uel linearum, quia ꝙ uiſibus in lineis accidit, corporum longitudini uel latitudini ſolum æſtimamus accidere, & ꝙ ſuperficiebus accidit, corporum longitudini ſimul cum latitudine neceſſarium eſt euenire, unde ſecundū iſtorū conuenientiam ſuperficiebus uel lineis nos poſterius utemur.

VII.

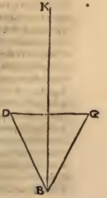
Omnium æqualiū uiſibilium qđ à propinquiori uidetur, ſub maiori angulo uidet̄: qđ uero à remotiori, ſub minori.



Sint duæ magnitudines æquales b c & d e, ſitq; centrum uiſus a, ſitq; b c propinquior uiſui a q̃ ipſa d e, dico ꝙ b c uidetur ſub maiori angulo q̃ d e, ducantur enim lineæ a b & a c, & quoniam hæ lineæ concurrunt in puncta a, palam ꝙ non æquediſtant per diffinitionem æquediſtantium linearū, ſed neq; concurrent in aliquo alio pūcto q̃ in a, quia ſic duæ rectæ lineæ ſuperficiē includerēt, qđ eſt impoſſibile, nunq̃ ergo concurrent alibi q̃ in puncto a, protractæ uero ultra puncta b & c, ſemper ibunt in diſtantiam, ergo nunq̃ tangunt lineam d e, nec erit uiſio aliquorū punctorū lineæ d e ſecundū illas per 2. tertij huius. Si ergo extrema puncta lineæ d e uideri debent, hoc erit ſecundum lineas cadentes intra lineas b a & c a, quæ ſint lineæ a d & a e, ſiue ergo magnitudines b c & d e æquediſtent ſiue non, ducta à puncto d æquediſtante & æquali ipſi b c per 31. primi, patet ꝑ 34. primi huius, qm̃ angulus b a c erit maior angulo d a e: lineæ ergo a d & a e ſunt angulū b a c diuidētes, qa uero angul9 partialis d a e eſt minor totali angulo b a c, patet id qđ ꝓponebat̄: & ſimiliter demōſtrādū eſt, ſi linearū b c & c d æqualiū ſit idem terminus, qui eſt c, uel ſi ſint adinuicē declinantes, tūc enim idem accidit ꝙ prius, totū tamē qđ hic proponitur per 108. primi huius perfectius patet, remotioris enim uiſi axis pyramidis radialis, eſt longior axe pyramidis radialis propinquioris uiſi, unde anguli ſolidi in uerticibus illarum pyramidum diuerſificantur, patet ergo ꝓpoſitum.

VIII.

Vnumquodq; uiſorum longitudinem habet ſpacij, ultra quod non uidetur.



Sit centrum oculi b, res autem d g ſit uiſa ſub minimo angulo uiſui determinato, dico ꝙ illa res quæ eſt g d in ulteriori ſpacio nō uidebitur: ſit enim poſitum g d in ſpacio ulteriori, in quo ſit punctus k, ſi igitur g d uidetur in puncto k, neceſſe eſt per præmiſſam ipſam ſub minori angulo uideri q̃ ſub illo minimo, qui eſt uiſui determinatus: nec enim ſub minori angulo uiſibile potuit ad uiſum multiplicari, angulus enim multiplicationis formarum ad uiſum tam diu poteſt diminui, donec formæ punctorum extremitatis rei uniantur, & fiant punctus unus, nec res uidebitur niſi punctualis, uel nullo modo uidebitur, patet ergo propoſitum.

IX.

Remotio rei uiſæ ab ipſo uiſu non eſt comprehenſibilis à ſolo ſenſu uiſus, ſed auxilio uirtutis animæ cognoſcitiuæ & diſtinctiuæ.

Intentio enim remotionis inter duo corpora eſt priuatio contactus propter aliqđ ſpacium inter illa duo corpora exiſtens: non comprehenditur ergo remotio per ſe à uiſu, ſed auxilio uirtutis cognoſcitiuæ & diſtinctiuæ cognoſcentis utrūq; extremorū corpoꝝ & diſtinguentis inter illa, fit tamē talis comprehenſio nō in tempore, ſed in inſtanti, quieſcunt enim in anima intentiones ſenſibiles, per quas cōprehendit̄ remotio, & quia illæ intentiones requieuerūt in aīa per tempora longiora, ideo ꝓpter nimiā frequentationē & iterationē formaꝝ illarū pluries in uiſu factā, nō indiget uirtus diſtinctiua nouis collationibus tēporalibus apud cōprehenſionē illaꝝ intentionū, ſed ſtatim cōprehendit remotionē ſimul cū rei cōprehenſione ꝓpter cognitionem antecedentē, quia enim oculis apertis res oppoſita uiſui ſtatim uidetur, & ſtatim clauſis oculis uel re ablata ab oppoſitione non uidetur, concludit ratio ꝙ illud quod accidit eſſe in uiſu apud aliquem certum ſitum, & non manet poſt eius ablationem, non eſt fixum intra uiſum, & quoniam forma ipſius per quam uidetur, non eſt intra uiſum, eſt ergo ab extrinſeco à corpore ſcilicet exiſtente extra uiſum, non contingens uiſum, eſt ergo inter uiſum & illam rem uiſam remotio. Fit autem hæc argumentatio non in tempore, ſed ſtatim ſimul cum ſimplici aſpectu uiſionis, quoniam ex frequentia uiſionis cum hac argumentatione quieſcit in anima uniuerſalis ꝓpoſitio, quā etiā aīa nō ꝑcipit apud ſe q̄ſcentē, & eſt ꝙ oīa uiſibilia ſunt extra uiſum, & ꝙ inter quālibet rem uiſam & ipſum uiſum eſt remotio, patet ergo ꝓpoſitum.

X.

Quantitas remotionis cōprehenditur à uiſu auxilio uirtutis diſtinctiuæ, cum remotio reſpicit corpora ordinata & continuata.

Quantitas remotionis diuerſa eſt ab intentione remotionis in eo ꝙ eſt remotio, qm̄ intentio remotionis dicit priuationem contactus aliquoꝝ duorū corpoꝝ ꝓpter ſpaciū inter illa duo corpora exiſtens, ſed quantitas remotionis eſt quantitas ſpacij inter illa duo corpora remota exiſtens: nulla itaq; quantitas remotionis omniū uiſibiliū comprehenditur per ſolum ſenſum uiſus etiam cum auxilio uirtutis diſtinctiuæ, niſi quantitas remotionis illoꝝ uiſibilium, quorum remotio reſpicit corpora ordinata & continuata, & quorum remotio eſt mediocris, tunc enim cum uiſus comprehendit corpora ordinata & continuata reſpicientia remotiones aliquorum corpoꝝ, & certificat menſuras illorum corporum, conſequenter quoq; certificat remotionis menſurā per menſuras illorū corporū & per quātitates ſpaciorū, quæ ſunt inter extremitates coꝝ: ſpaciū enī qđ eſt inter duas extremitates uiſus & corporis reſpicit remotionē quæ eſt inter uiſum & rem illam uiſam. Vnde cū uiſus apprehenderit menſurā illius ſpacij, comprehendet etiā menſuram remotionis rei uiſæ, & hoc fit certitudinaliter per corpora ordinata & continuata in illo ſpacio exiſtentia & uere cōprehenſa, & cum remotio eſt mediocris. Dicimus uero corpora ordinata & continuata, quæ ſunt in aliqua linea quaſi recta diſpoſita, inæquali quaſi ab inuicem diſtantia, ut ſunt arbores, montes, uel altæ turres, & ſimilia: per iſtorum enim numerationem cū ipſorum diſtantia ab inuicem aliqualiter fuerit nota, & innoteſcit quantitas remotionis eius ꝙ ſecundum illam lineam à uiſibus eſt remotū. Mediocris uero remotio eſt illa, in qua non latet omnino quantitas rei ſenſibilis reſpectu quantitatis totius remotionis: ſolum itaq; illorum corporum remotio à uiſu cōprehenditur uera comprehenſione, quorum remotio reſpicit corpora ordinata & continuata, quorum corporū & ſpaciorum ipſa interiacentiū quantitas & menſura à uiſu poteſt comprehendi uera comprehenſione, & cum remotio eſt mediocris, unde ſiue deficiat cōprehenſio corporum continuatoꝝ & ordinatorum, ſiue deficiat mediocritas remotiōis, nunq̄ comprehendetur remotio illorū corporum uera comprehenſione, ſed ſolum ſecundum æſtimationē: unde uidens nubes in loco non montuoſo, æſtimabit nubes ualde ꝓpinquas cœlo: ſi autem nubes uideantur ſuper cacumina montium, uel ſub illis, tunc ſciet uiſus, quia nubes ſunt propinquæ terræ: cum ergo uiſus comprehendit uiſibilia, quorum remotionum quantitates non certificantur à uiſu, tunc uirtus diſtinctiua cognoſcit menſuras remotionis eorum ſecundum æſtimationem, non ſecundum re-

ctiu

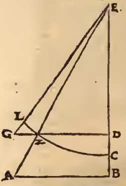
ctitudinem,& comparat remotionem earum ad remotionem ſibi ſimilium ex uiſibilibus prius comprehẽſis à uiſu:quando itaqꝫ uiſus comprehendit aliquam rem uiſam remotam,ſtatim uirtus diſtinctiua comprehendit remotionem eius & menſuram remotionis eius ſecundũ qđ poterit comprehendere,aut per certitudinem,aut per æſtimationem,& ſtatim remotio illius rei habebit in anima menſuram imaginatam. Corpora uero ordinata & continuata reſpicientia remotiones uiſibiliũ, ſunt ut plurimũ partes terræ & uiſibilia aſſueta,quæ ſemper uel frequentius comprehendunt̃ à uiſu, ut q̃ ſunt ſuper terræ ſuperficiem,& corpus terræ interiacet illa corpora,ſicut etiam interiacet illa & corpus hominis aſpicientis:corpus aũt terræ interiacens illa corpora,menſurat̃ à uiſu ꝑ numerũ pedum,quoniam pes eſt minima menſura conſueta hominibus ad menſurandum partes terræ propinquas.per quas partes terræ propinquas menſurant̃ partes terræ remotæ per uim diſtinctiuam animæ,propter frequentationẽ comprehenſionis ſimiliũ partiũ illi parti terræ,quaꝝ partiũ menſura quieſcit in anima,ita,ꝙ etiam anima nõ percipit illaꝝ partiũ quietem apud ſe ipſam,peruenit aũt hæc menſura ad animã,quoniam quãtitas ſpaciaꝝ quæ ſunt apud pedes hominũ cõprehendunt̃ à uiſu,menſurant̃ eñ etiam ſine intentione per pedes hominũ,qñ frequenter ambulant ſuper illa ſpacia,ſicut etiam menſurãtur per extenſiones brachioꝝ,& uirtus diſtinctiua cõprehendit iſtam ueram menſurationẽ,& certificat ex ea quãtitates partiũ continuataꝝ cũ corpore hominis uidentis:& hoc quieſcens in anima eſt principiũ menſurationis omniũ remotionũ ſecundũ æſtimationẽ:cũ enim uiſus cõprehendit ſuper quantitatẽ partiũ terræ ſibi uicinarũ, remanet apud animã etiam quantitas linearũ protenſaꝝ ab extremitatibus illaꝝ partiũ terræ ad uiſum,& quantitas partis ſuperficiei membri ſentientis,ad quã peruenit forma illarũ partiũ terræ,& per conſequẽs quantitates anguloꝝ peruenientiũ in centro uiſus, quos reſpiciũt illæ partes ſuperficieꝝ uiſus per ultimã tertij huius:unde ſi homo erectus aſpexerit terrã quæ eſt ante pedes eius, tunc longitudo lineaꝝ radialiũ erit quantitas lineæ erectionis,& ſuperducta ſuperiori palpebra uiſui,erit quaſi indiuiſibilis,ſicut angulus cõtingentiæ,ille angulus ſecundũ quẽ fit uiſio,& cũ ꝓſpexerit ulterius,augmentantur lineæ radiales per penultimam primi,& eleuata ſuperiori palpebra, augebitur angulus,ita ut cum quantitas ſpacij uiſi ad quantitatem ſemidiametri mundi acceſſerit, & quantitas anguli peruenit quaſi ad rectum angulum,quoniam illi angulo ſubtendetur quarta circuli magni ipſius ſphæræ cœleſtis uiſæ.Cum itaqꝫ hæ intentiões linearum & angulorum in anima quieuerint,fiunt principia comprehenſionis quantitatũ remotionum quarũcunqꝫ,quoniam æquales lineæ radiales & anguli æſtimant̃ partibus æqualibus correſpondere,& utimur ijs uidens præter intẽtionẽ compoſitionis,& coadiuuat in hoc quantitas anguloꝝ & augmentatio ipſorũ in longiori quantitate reſpectu breuioris:& ſimiliter eſt in ꝓportione lineaꝝ lõgitudinis radialiũ quã per ſe ſentit uiſus auxilio uirtutis diſtinctiuæ,ꝓpendens ꝙ omne totũ eſt maius ſua parte,hoc itaqꝫ modo comprehẽdit uiſus auxilio uirtutis diſtinctiuæ quantitatẽ remotiõis rerũ uiſaꝝ ſcđm lineas diſtantiaꝝ ſuarũ abinuicẽ & à uiſu,ſicut etiã uiſus qñqꝫ per uirtutẽ diſtinctiuã cõprehẽdit quãtitates altitudinũ aliquoꝝ corporũ eleuatoꝝ ſup ſuperficiẽ terræ,ſicut turriũ, parietum & montiũ,maxime cũ remotio fuerit mediocris, uel etiã altitudo.Cũ aũt remotio uel altitudo fuerit maxima,tũc partes paruæ,q̃ ſunt in ultimo ſpacij,nõ cõprehendũtur à uiſu,nec diſtinguũtur per uirtutẽ diſtinctiuã,qm̃ parua quantitas in remotione maxima latet uiſum,nõ enim facit angulũ ſenſibilẽ apud centrũ uiſus,ꝓpter qđ quantitas illorũ nõ certificat̃ per 3.huius. Nihil itaqꝫ ex quãtitatibus remotionũ uiſibiliũ certificatur,niſi per corpora ordinata & cõtinuata mediocris diſtantiæ ab inuicem & æqualis, nulla quoqꝫ remotio poteſt certificari,niſi cum uiſus aſſimilat remotionẽ rei uiſæ remotioni ſibi ſimili ex remotionibus aſſuetis & notis:remotio uero mediocris,cuius quantitas certificatur à uiſu,eſt remotio apud cuius ultimũ non latet uiſum pars habens proportionem ſenſibilem ad totam remotionem,& cum uidens ſcit quantitatem anguli ſecundũ quã uidet remotionem certam cognitã ſibi,tũc ſecundũ exceſſum uel diminutionem,uel æqualitatem, aut illum angulũ notum uirtus diſtinctiua iudicat, remotiones

ignotas accipiendo ſecundū quantitatē anguli & quantitatē ipſius remotionis, & etiam certificaт̄ remotio per motū uiſus ſuper corpus reſpiciens remotiones extremoꝝ alicuius ſuperficiei aut ſpacij generaliter, aut forma rei uiſæ cū forma remotionis rei uiſæ, cuius remotio eſt mediocris, & reſpiciens corpora ordinata & continuata, perueniunt cōmuniter in imaginatione ſimul apud intuitionem rei uiſæ, & uirtus diſtinctiua illā diiudicat modo dicto, patet ergo propoſitum.

XI.

Aequalibus quantitatibus ex inæquali diſtantia uiſis, maior eſt proportio diſtantiæ maioris ad minorem, q̃ maioris anguli, ſub quo fit uiſio, ad minorem.

Sint exempli cauſa datæ duæ æquales & æquediſtantes magnitudines, quæ a b & g d, ſitq́ centrum uiſus punctum e, & ſit g d propinquior uiſui, a b uero remotior, ſitq́ illarum magnitudinum una remota ab altera, & utraq; ipſarum ab ipſo centro uiſus ſenſibili remotione, ſtatuanturq́ taliter, ut puncta b & d, quæ ſunt extremitates illarum duarum magnitudinum, ſint in uno axe pyramidis uiſualis, & ſecundum illum axem formæ illorum punctorū perueniant ad uiſum: cum itaq; puncta b & d ſecundum eandem lineam ad uiſum ſe multiplicent, palam ꝙ oportet puncta a & g ſecundum diuerſas lineas quæ a e & g e ad uiſum peruenire, & quoniam ut patet per 7. huius magnitudo a b, quæ eſt remotior à uiſu ſub minori angulo, patet ꝙ linea e a ſecat angulū g e d, ergo per 29. primi huius ipſa ſecabit baſem g d, ſitq́ punctus, in q̃ linea a e interſecat lineā g d, pūctus z, & centro exiſtente puncto e, fiat arcus circuli ad quantitatē ſemidiametri e z, qui neceſſario ſecabit lineas e g & e b, cum linea e z, quæ eſt ſemidiameter, ſit minor illis ambabus lineis, linea .ſ. e b ex hypotheſi, & linea e g per 21. primi, ſecet ergo lineā e g in puncto l, & lineam e b in puncto c, ſitq́ ille arcus i z t, quia itaq; trigonū e g z eſt maius ſectore e z i, & trigonū e z d minus ſectore e z t, ergo per 9. primi huius trigonū e z g maiorem habet proportionem ad trigonū e z d, q̃ ſector e z i ad ſectorem e z t, ergo per 11. primi huius erit coniunctim maior proportio trigoni e g d ad trigonum e z d, q̃ ſectoris e i t ad ſectorem e z t. Sed proportio e g d trigoni ad e z d trigonum per primam ſexti eſt ſicut proportio lineæ g d ad lineam d z, ſed linea d g eſt æqualis lineæ a b ex hypotheſi, ergo per 7. quinti linearum g d & a b ad lineam d z eſt eadem proportio, & quoniam per 29. primi, & ex hypotheſi trigona a e b & e z d ſunt æquiangula, quia ambobus ipſis angulus a e b eſt communis, eſt ergo per 4. ſexti proportio lineæ a b ad lineam d z, ſicut lineæ b e ad lineam e d, ergo per 11. quinti erit proportio lineæ b e ad lineam d e maior q̃ proportio ſectoris e i t ad ſectorem e z t: ſed ſicut ſe habet ſector e i t ad ſectorem e z t, ita ſe habet arcus i t ad arcum z t, ꝙ patet per primam ſexti, & nos hoc declarauimus in 35. primi huius: eſt autem proportio arcus i t ad arcum z t, ſicut anguli i e t ad angulum z e t per ultimam ſexti, eſt ergo maior proportio lineæ b e ad lineam d e, q̃ anguli i e t ad angulum z e t, palam ergo ꝙ maior eſt proportio diſtantiæ maioris ad diſtantiam minorem, q̃ anguli maioris ſub quo fit uiſio ad angulum minorem, & hoc proponebatur. Illud enim ꝙ in æquediſtantibus magnitudinibus declaratum eſt, in non æquediſtantibus amplius patet, quoniam tunc uiſionis anguli minuuntur, ut oſtendimus in 7. huius, patet ergo propoſitum.

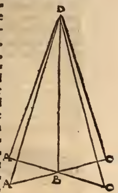


XII.

Aequalitas remotionis extremorum lineæ uel ſuperficiei rei uiſæ à centro uiſus directionis, comprehenſionis uiſiuæ eſt cauſa, ſicut inæqualitas eadem eorundem eſt cauſa obliquationis.

Aequa

Aequalitas enim remotiõis extremorum lineæ uel ſuperficiei rei uiſæ cauſat æqualitatem angulorum ipſorum axium radialium illi lineæ uel ſuperficiei incidentium ſecundum media ipſorum puncta, ut ſi lineæ a b c extrema quæ ſunt a & c, æqualiter diſtent à cẽtro uiſus, q̃d eſt d, & ducatur axis radialis quæ d b, & lineæ radiales quæ d a & d c, tũc patet ex hypotheſi, & per 8. primi, quoniam angulus d b a & d b c, ſunt æquales. Si uero extrema puncta quæ ſunt a & c, inæqualiter diſtent à centro d, tunc lineæ d a & d c, fiũt inæquales, & ſimiliter anguli d b a & d b c, fiunt inæquales & fit uiſio obliqua. Si itaq; linea uel ſuperficies rei uiſæ fuerit directe oppoſita uiſui, ſentiet uiſus directionẽ eius ex ſenſu æqualitatis remotionum ſuarum partium ab axe uiſuali perpendiculariter illi lineæ uel ſuperficiei incidente, quoniam tunc per diffinitionem lineæ uel ſuperficiei directe uiſibus oppoſitæ, & per 38. 3. huius patet, quoniã ambo axes radiales cõtinẽt hinc & inde angulos æquales, & ſi ſuperficies rei uiſæ fuerit obliqua, tunc ſentiet uiſus obliquationem eius ex ſenſu inæqualitatis quantitatũ remotionum extremorum eius, & etiam angulorum eius, & ſic incipit latere quantitas magnitudinis eius uirtutem diſtinctiuã, q̃m uirtus diſtinctiua comprehendit ex inæqualitate remotionũ diametrorũ extremorũ illius obliqui ſpacij obliquationẽ pyramidis continentis ipſum, quaſi ſentit diminutionẽ magnitudinis baſis eius, ꝓpter obliquationẽ, & nõ cõuenit ſecũdũ aſſimilationẽ quantitas magnitudinis obliq̃ uiſui oppoſitæ quãtitati magnitudinis directe uiſui oppoſitæ niſi tũc q̃n cõparatio fuerit ad angulũ ſolum, ſed ſi fiat cõparatio ad angulũ & ad lõgitudines linearũ radialium interiacentiũ uiſum & extrema rei uiſæ, tunc nullũ erit dubiũ in diuerſitate quantitatum magnitudinis hinc inde: remotiſſima enim remotionum mediocrium reſpectu rei uiſæ per obliquationem, eſt minor remotiſſima remotionũ mediocrium reſpectu illius eiuſdem rei uiſæ per directionem. Remotio uero mediocris reſpectu rei uiſæ eſt in qua non latet uiſum pars rei uiſæ proportionẽ habens ſenſibilẽ ad totam rem uiſam, tota itaq; res obliquata uiſui latet in remotione minori ſub illa remotione in qua latet illa res uiſa in directione, & diminuitur quãtitas eius in remotiõe minori illa remotione in qua minuitur quantitas eius q̃n fuerit directe uiſui oppoſita, patet ergo propoſitum.



XIII.

Horizon uidetur quaſi ꝑiferiæ terræ cohærere, diſtantiæ tamẽ maioris apparet quàm cenith capitis uidentis.

Quia enim inter horizontem, qui eſt circulus terminator uiſus ad cœli cõcauam ſuperficiem, & inter extremã terræ periferiã, quæ eſt ultima pars terræ uiſibilis, non cõprehenditur aliquod ſpacium ſenſibile per uiſum, non poteſt uiſus illorum certã remotionem ad inuicem diſcernere, quoniam ut patet per 10. huius, quãtitas remotionis tũc ſolum comprehẽditur à uiſu auxilio uirtutis diſtinctiuæ, cum remotio reſpicit corpora continuata & ordinata, & quia inter periferiam terræ & concauum cœli non ſunt huius corpora, uidetur ergo horizon quaſi periferiæ terræ cohærere. Diſtãtia uero periferiæ horizõtis à ſuo centro quod eſt centrum uiſus, apparet ſenſibiliter maior quàm diſtantia cenith capitis uidentis qui eſt polus horizõtis. Quia licet ſecundum diuerſitatẽ illã, quantitas diſtantiæ aut eadem ſit aut inſenſibiliter maior, propter quod quaſi in omnibus aſtronomicis conſiderationibus quæ per uiſum fiunt, centrum uiſus ponitur centrũ mundi, apparet tñ ſenſibiliter maior uiſui uirtute etiam diſtinctiua ſic iudicante, quod accidit propter latitudinem ſpacij ſuperficiei terræ quod ſentit̃ inter uiſum & horizõta, cũ inter cenith capitis & terram nihil percipiatur: quod enim ex corporum mediorũ ſenſibili diſtantia quantitas remotionis cognoſcitur per 10. huius, neceſſe eſt ubi maior quãtitas interiacere uidetur, maior diſtãtia iudicetur, multo ergo maior uidetur diſtantia periferiæ horizontis quàm diſtantia cenith capitis uidẽtis, & ſimiliter eſt de qualibet parte alia cœli uiſa, ꝓpter hoc qd' uiſus in medio terræ latitudinẽ cõprehendit, patet ergo ꝓpoſitum.

XIIII.

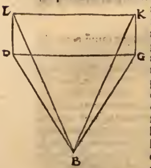
Locus rei uiſæ comprehenditur à uiſu ex remotione, & ex parte uniuerſi, & ex quantitate remotionis auxilio uirtutis diſtinctiuæ.

Quia enim intentio remotionis non eſt ipſa quãtitas remotionis, intentio enim re-
motionis eſt priuatio contactus duorum corporum, & ex cõſequenti cõprehẽſio cuiuſ
dam ſitus rerum ab inuicem remotarum: comprehenſio uero quantitatis remotionis
eſt cõprehenſio quantitatis uel magnitudinis ſpacij illa corpora interiacentis, palam er
go quod comprehenſio loci rei uiſæ non eſt comprehenſio remotionis eius. Conſiſtit
autem comprehenſio loci rei uiſæ ex cõprehenſione lucis & coloris rei & intentionis rei
& partis uniuerſi, in qua eſt res illa uiſa reſpectu uidentis, & ex cõprehenſione quantita
tis remotionis, quando omnia hæc ſimul cõprehenduntur per uiam cognitionis, & etiã
quia ut patet p 17. tertij huius, uiſio diſtincta fit ex peruẽtu formaꝝ ſecundũ lineas perpẽ
diculares ſuper ſuperficiẽ oculi incidentiũ ad ipſum uiſum: cũ ergo uiſus ſenſerit formã
ſic aduenientẽ, æſtimabit uirtus diſtinctiua rem uiſam eſſe apud extremitatem illius li-
neæ, & ſecundũ directionem illius lineæ comprehendet locũ rei uiſæ; locus ergo rei uiſæ
comprehenditur à ſentiente ex comprehenſiõe ſitus rei uiſæ apud uiſionem per directio
nem lineæ radialis ab illo loco ad uiſum: cũ itaq; forma rei uiſæ peruenit ad uiſum, tunc
ſentiet uiſus partẽ membri ſentientis ad quã peruenit illa forma, & uirtus diſtinctiua cõ
prehendet ſtatim locũ rei uiſæ per directionem lineæ radialis ab illo loco, & quoniã in-
tentio remotionis eſt quieſcens in anima ipſa, ergo cõprehendet locum & remotionẽ
inſimul in comprehenſione formæ ab ipſo uiſu, patet ergo propoſitum.

XV.

Aequalium uiſibilium inæqualiter à uiſu diſtantium æquali intuitu uiſo rum propinquioris certior eſt uiſio.

Sit centrũ uiſus b, ſintq; duo uiſibilia g d & k l, inæqualiter diſtantia à centro uiſus b
quæ nunc exempli cauſa ponantur æquediſtantia inter ſe, quoniam ſi ſint ſe contingen
tia uel ſecantia, patet q̊d ipſa in puncto contactus uel ſectionis æqualiter diſtant à pun
cto b, de alijs uero ipſoꝝ punctis eadẽ eſt demõſtratio quæ de ipſis æquediſtantibus ipſo
rum partibus uariatis ſecũdum approximationem uel remotionem à uiſu quantum ad



modum certitudinis uiſionis: ponatur itaq; g d & k l, æquedi-
ſtare & ſint g d propinquius uiſui, perueniantq; ad uiſum for
mæ punctorũ terminaliũ per lineas d b, g b, k b, l b, fientq; tri-
goni b g d & b k l, ducanturq; lineæ l d & k g, quæ per 33. pri-
mi, erunt æquediſtantes & æquales, forma itaq; puncti l, mul
tiplicans ſe ad uiſum b, non tranſibit ad punctũ d, neq; forma
puncti k ad punctum g, q̃m ſi ſic, eſſet linea k g b, linea una,
& linea l d b linea una, ergo lineæ k g & l d concurrent in pũ-
cto b, quæ ſunt æquediſtantes, hoc autem impoſſibile, ſed neq;
fient formarum punctorum k & l, multiplicationes ad uiſum
b, extra aliquod pũctum lineæ g d, quia tunc cum in trigono
l k b, cadat linea d g æquediſtanter lineæ k l, palam per ſecun-
dam 6. quoniam erit linea g d minor quàm linea k l, poſita au
tem eſt æqualis illi, palam ergo quoniam lineæ k b & l b, per-
tranſeunt aliqua puncta lineæ g d, erit ergo aliqua pars lineæ
g d, intra pyramidem uiſionis quæ b k l, ſub quoq; ergo angulo uidetur k l, ſub eodẽ ui
detur & aliquid ipſius g d, & non econuerſo, quoniam ut patet per 34. primi huius, uel p
7. huius, angulus g d b eſt maior angulo k b l, quidquid ergo uirtutis uiſiuæ applicatur
ipſi k l, applicatur etiam ipſi g d, & non econuerſo, fortius autem patet illud per 108. pri
mi huius, ſub pluribus ergo uiſibus & angulis uidetur g d quàm k l, ergo perſpicatius ui
detur per ſuppoſitionẽ præmiſſam in principio libri huius, ipſius ergo certior eſt uiſio,
& hoc eſt propoſitum.

XVI.

Viſioni uirtutis diſtinctiuæ error accidit in remotiōis uiſione ex intemperata diſpoſitione octo circunſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ.

Accidit enim uirtuti diſtinctiuæ in uiſione remotionis ex intemperata lucis diſpoſitione error in remotione rerum uiſarum: exiſtente enim remotione temperata non multum certa & debili luce, ſi fiat hominum uel aliarumrerum talis diſpoſitio, ut unus poſt alium ſit poſitus, tunc de nocte uel in crepuſculis, & maxime uno uiſo adhibito, uidebuntur illi homines uel res aliæ ſibi quaſi cohærere, quia propter lucis debilitatem non comprehenditur diſtantia inter illa, & ſi illi homines ad eandem partem moueantur æquali motu, ſemper ſimul moueri putabuntur, & non perpendetur diſtantia inter illa, ſed uidebuntur quaſi res una. Similiter etiam ex nimia diſtantia uirtuti diſtinctiuæ accidit error in rerum uiſarum remotiōe ab inuicem, tamē eñ ſi quis arbores ualde remotas inſpexerit, licet illi plurimū diſtent inter ſe, uidebunt tamen quaſi coniunctæ uel quaſi propinquæ ad inuicē, & ita ſtellæ cœli aliquæ reputantur quaſi coniunctæ, licet plurimū à ſe diſtent in ueritate, propter egreſſum etiam diſtantiæ à temperantia ſtellæ uagantes æſtimantur fore in eadem ſuperficie cum ſtellis fixis licet plurimum diſtent ab illis. Ex intemperata diſpoſitione etiam ſitus in oppoſitione rei uiſibilis ad uiſum error accidit in remotionis uiſione, ut ſi uideātur duo corpora, quorum unum ſit retro, alterum ita quod anterius cooperiat partem poſterioris & alia pars emineat, nec inter ea fiunt aliqua corpora uiſa, & ſic remotio temperata nō multum certa tunc non plene æſtimabitur menſura longitudinis unius ad alterum, & forte iudicabit uiſus ipſa eſſe ſibi ualde propinqua, & eſt hic error ex ſola ſitus oppoſitionis intemperantia, quoniam ſi unum non occultaret partem alterius, ſed utrunq; totum exponeretur uiſui, ita ut eſſet ſenſibilis diuerſitas inter illa, tunc diſcerneretur diſtantia unius ab alio, & ita patet quod ille error eſt propter intemperantiam ſitus, quoniam ſolo ſitu ad temperantiam reducto nō accideret error talis. Ex intēperantia etiam diſpoſitionis quantitatis error accidit in uiſione remotionis, unde ſi ſint duo corpora æqualiter à uiſu diſtantia ſecundum temperatam remotionem non multū certam, quorū unū ſit longe maius alio, æſtimabitur maius propinquius uiſui, quia certius uidebitur, & ſic propter quantitatem erit deceptio in remotione, quoniam æque remotorum unum uidetur remotius altero. Ex intēperata quoq; ſoliditate corporū accidit error uiſui in remotiōis uiſione, ſi enim corpus fuerit ualde rarum minime ſoliditatis, ſicut eſt criſtallus pura, & ſit retro ipſum corpus ualde coloratum lucidum, tunc non plene comprehenditur criſtallus, ſed quaſi non eſſet inter media comprehendetur corpus per ipſam, & accidit error in comprehenſione criſtalli propter remotionem criſtalli à uiſu. Ex intemperantia enim diafonitatis error accidit uiſui remotionis uiſione, ſi enim fuerit aër nubiloſus, ſicut accidit plærūq; in crepuſculis, tunc res aliqua ut turris oppoſita uiſui in longitudine temperata æſtimabitur à uiſui plus elongata quàm ſit ſecundū ueritatem, quia enim tunc propter denſitatem aëris nō comprehenditur quātitas terræ interiacens uiſum & rem uiſam, per quam accipitur menſura elongationis turris, fitq; erroris cauſa ex ipſa intemperantia diafonitatis aëris. Ex intemperātia etiā tēporis fit error uiſui in remotione, ſi enim intueatur quis aliquod remotum à turre alta. q̄d ſtatim uiſui ſubripiatur, tunc uirtus diſtinctiua non poterit plene diſcernere inter remotionem illius à turre, & iudicabit forte aut minus remotum à turre aut magis quàm fuerit in rei ueritate, quoniam in tam modico tēpore non percipitur à uidente quantitas terræ interiacens turrim & aliam rem uiſam, ſecundum quam per 10. huius, perpenditur menſura remotionis illorum ab inuicem, nec enim in tam breui tempore potuit axis uiſualis quantitatem terræ inter mediam per diligentem intuitum tranſcurrere, unde illam nō plene comprehendit: & ſic ex breuitate tēporis fit error in remotione. Ex intemperantia etiam debilitatis uiſus error accidit uiſui in remotione, ſi enim opponātur uiſui duo corpora, quorum unum quod eſt remotius à uiſu ſit coloris fortis, & alterum quod eſt propinquius ſit coloris debilis, tunc debilitas uiſus incertam faciet collationē, & quia apud

fortes uiſus expertum eſt, & patet per præcedentem, quod corpus uiſui propinquius eſt maioris certitudinis. Aeſtimabit uiſus debilis illud quod eſt certius eſſe propinquius, & ſic quia fortior color à uiſu debili melius percipitur, iudicabit uiſibile fortiori colore coloratum propinquius ſibi, licet ſit remotius ſecundum ueritatem: & ſic fit error in remotione ex uiſus debilitate, & etiã quia ab oculis groſſa humiditate infectis fit reflexio formarum, ſicut etiam à ſpeculis cum ab uno uiſu non facta reflexio peruenit ad alterum, propter groſſitudinẽ aëris extrinſecam uidebit uiſus debilis formam ſibi propinquam, quæ eſt forma rei remotæ ſcilicet. Sic ergo uiſioni uirtutis diſtinctiuæ error accidit ĩ remotione ex intemperata diſpoſitione circunſtantiarum quarumlibet rei uiſæ, quæ ſunt tantum 8. ut patuit per primam huius, quarum euentũ percurrimus his exemplis & experimentationibus per ſe notis, patet itaq; propoſitum.

XVII.

Magnitudo rei uiſæ comprehenditur à uiſu ſecundum magnitudinem partis ſuperficiei uiſus, ad quam peruenit forma rei & anguli ſolidi qui fit in centro uiſus.

Pars enim ſuperficiei uiſus ad quam peruenit forma rei uiſæ per angulum uirtutis pyramidis radialis, ſecundum quam per 18. 3. huius, fit rei obiectæ uiſio, quod eſt apud centrum uiſus ſemper menſuratur, quamuis uirtus ſenſitiua comprehendat quantitatẽ illius anguli ex comprehenſione partis ſuperficiei uiſus in qua figuratur forma rei uiſæ, ut patet per ultimam 3. huius, proprie tamen angulus eſt per ſe cauſa menſurationis illius ſuperficiei: eſt enim ſemper proportio illius partis ſuperficiei oculi ad totam ſphæricam ſuperficiem oculi, ſicut illius anguli ad octo angulos rectos ſolidos per 87. primi huius, cũ eñ pyramidis radialis baſis ſemper ſit in ſuperficie rei uiſæ per 18. tertij huius, ſecatur tamẽ ipſa pyramis quaſi æquediſtanter ſuæ baſi per ſuperficiem ipſius uiſus, & ſic unus angulus fit ambabus pyramidibus cõmunis, radiali uidelicet totali & eius partis reſectæ per ipſam ſuperficiem oculi. Magnitudo itaq; partis ſuperficiei uiſus, ad quã peruenit forma rei, & angulus quem continet pyramis radialis continens illam partem ſuperficiei uiſus, ſunt ambo radix comprehenſionis magnitudinis rei uiſæ: quamuis aũt & hic angulus & hæc pars ſuperficiei uiſus diuerſificentur ſecundum diuerſitatem remotionis: quanto enim magis elongatur res, tanto magis ille angulus minorabitur p. 106. primi huius, quia pyramis radialis fit ſtrictior, & quaſi una pyramidũ radialium, quæ eſt rei uiſæ remotioris, inſcribitur pyramidi radiali quæ eſt rei uiſæ propinquioris: angulus ergo in centro uiſus fit acutior, & pars ſuperficiei uiſus correſpondens illi angulo fit minor, & quãto plus approximatur res uiſui, tanto plus ampliatur magnitudo: ſemper tñ magnitudo rei uiſæ comprehenditur à uiſu ſecundum magnitudinem partis præmiſſæ ſuperficiei uiſus, & anguli illius ſolidi qui fit in centro uiſus, patet ergo propoſitũ.

XVIII.

Magnitudines omnes comprehẽſæ à uiſu ſecundum oppoſitionem ſunt quantitates ſuperficierum uiſibilium & partium illarum ſuperficierum, nec non ſuorum terminorum & ſpaciorum inter uiſibilia diſtinctorum.

Quantitas enim totius corporis rei uiſæ non comprehenditur à uiſu, quoniam uiſus non comprehendit totam ſuperficiem corporis, ſed ſolum illud quod ſibi opponitur ex ſuperficie corporis aut ex ſuperficiebus eius, quamuis corpus ſit paruum, utpote illud inter quod & aliquam partem ſuperficiei uiſus duci poſſunt lineæ rectæ per ſecundam 3. huius: ſic ergo uiſus comprehendit ſolam rei ſuperficiem; & ſi uiſus cõprehenderit corporeitatem corporis, non propter hoc comprehendet quantitatem eius, ſed tantum figuram corporeitatis: quod ſi fortaſſe corpus fuerit motum aut uiſus motus, ita quod uiſus comprehendet totam corporis ſuperficiem, tũc uirtus diſtinctiua comprehendet quantitates corporeitatis eius alia operatione quàm uiſa ſit apud uiſionem, & ſimiliter eſt de partibus corporis: quantitates ergo quas uiſus comprehẽdit per oppoſitionem, nõ ſunt niſi quantitates ſuperficierum & linearum terminantiũ illas ſuքficies uel ipſas

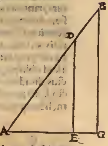
menſurantiũ

menſurantium ſecundum longum uel ſecundum latum, & quoniam comprehenſis diuerſorum corporum ſuperficiebus diuerſis & ipſarum terminis, neceſſario comprehenditur diſtantia inter illa corpora per comprehenſiones partium ſuperficiei uiſus non coloratarum colore uiſorum corporum, ſed interiacentium partes ſuperficiei uiſus coloratas coloribus illorum corporum, nec ſunt plures magnitudines quæ uiſu comprehendantur, patet ergo propoſitum.

XIX.

Omnia uiſa ſub eodem angulo, quorum diſtantia ab inuicem non perpenditur æqualia uidentur.

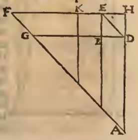
Sit uiſus centrum punctum a, & ſit res uiſa linea b g, ſintq́ lineæ ſecũdum quas puncta g & b, perueniunt ad uiſum g a & b a, uidetᷓ itaq́ linea b g ſub angulo g a b, ſitq́ alia res quæ eſt d e cadens inter eaſdem lineas g a & b a, ita ut ipſa uideatur ſub eodem angulo g a b, dico quod lineæ g b & d e, uidebuntur æquales. Si lineæ d b & e g, non perpendantur à uiſu, quia enim uiſus a, comprehendit duo puncta d & b, ſuper lineam unam quæ eſt a b, & duo puncta e & g ſuper lineam unam quod eſt a g, non ergo uidet aliquem terminũ alicuius duarum quantitatum b g & d e, egredi ab alia, ſed uidet fines extremitatum æquales, & quia non perpendit quantitatem linearum d b & e g, eſſe aliquam, apparet uiſui punctus d ſuper punctum b, & pũctus e ſuper punctum g, eorum uero quorum alterum alteri ſuppoſitionẽ nõ excedit reliquum, nec exceditur ab illo, illa ſunt ad inuicẽ æqualia: duæ ergo lineæ d e & b g, uidẽtur æquales, qm̃ ſecũdũ iudiciũ uiſus una ipſarum aliam cooperit, neq́ extremitates unius ſuperant alterius extremitates, & per hunc modum in noctibus aliqualiter lucidis, ut cum luna lucet de ſub nubibus, uel in horis crepuſcularibus, ſi accidat hominem uel aliud aliquid cum alta arbore uel turri ſub eodem angulo uideri, iudicabitur homo uel res alia forte altitudinis ipſius arboris uel turris, & fit propter hoc multa deceptio in uiſu, patet itaq́ propoſitum.



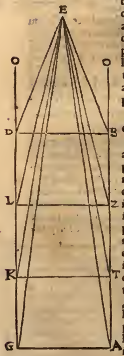
XX.

Omne quod ſub maiori angulo uidetur, maius uidetᷓ, & qđ ſub minori minus: ex quo patet qđ idẽ ſub maiori angulo uiſum apparere maius ſe ipſo ſub minori angulo uiſo, & uniuerſaliter ſecundum proportionem anguli fit ꝓportio quantitatis rei directe uel ſub eadem obliquitate uiſæ.

Eſto centrum uiſus in pũcto a, & ſit res quæ f e uiſa ſub angulo f a e, ꝓductis quoq́ lineis a f & a e, producatur inter ipſas linea g b æquediſtanter lineæ f e, uidebitur ergo linea g b ſub angulo f a e, quam forte accidet uideri eſſe æqualem lineæ f e, per præmiſſam, ut ſi lineas g f & b e, non contingat uideri, ſed uiſis lineis g f & b e, uidetur minor, quia eſt ſecundum ueritatem per 4. ſexti, linea g b minor quàm ſit linea f e, cũ linea a g ſit minor quàm linea a f, ex hypotheſi: ducatur itaq́ à puncto e linea æquediſtans lineæ a g per 31. primi, quæ ſecet protractam lineam g b in puncto d, erit ergo per 34. primi, linea g d æqualis lineæ f e, ducaturq́ linea a d, ſecans protractam lineã e f in puncto h, eritq́ linea h f maior quàm linea e f, & angulus f a h eſt maior angulo f a e, per 29. primi huius, & quoniam angulus f a e eſt pars anguli f a h, linea uero f h uidetur maior quàm linea e f, & linea d g uidetur maior quàm linea b g, quia uiſus partẽ à toto dijudicat, ꝗ ergo ſub minori angulo uidetur, minus uidetᷓ, ſed & quãdoq́ f e per præcedentem uidetur æqualis lineæ g b, ergo ut poteſt uideri linea e f minor quàm linea g d, quæ eſt æqualis lineæ f e, ut patet ex præmiſſis: quod ergo ſub maiori angulo uidetur maius uidetur, & quod uidetur ſub minori, uidetur minus: conus itaq́ pyramidis uiſualis qui eſt f a e, ſecundum quam uidetur res remotior, quæ eſt f e, minor & acutior eſt quàm conus pyramidis



g a d, & quoniã ſuperficies oculi ſecat ambas iſtas pyramides, cũ ipſarum ambarum conus ſit quaſi in cẽtro oculi per 18. tertij huius, neceſſe eſt ergo baſem pyramidis abſciſæ à pyramide f a e minorem eſſe baſe pyramidis abſciſæ à totali pyramide g a d, per 109. primi huius, cũ illæ duæ abſciſæ pyramides æqualis ſint altitudinis, quoniã linea producta à centro foraminis girationis nerui concaui ad ſuperficiem oculi extrinſecã, eſt axis ambarũ illarum pyramidũ abſciſarum, pars ergo ſuperficiei uiſus ibi figurata ꝑ formã rei uiſæ quæ eſt g d, eſt maior quàm pars eiuſdem ſuperficiei figurata per formam rei q̃ eſt f e, uidetur ergo linea g d maior quàm linea f e, & quoniam ſecundum quantitatem illarum partium ſuperficiei ipſius uiſus uirtus ſenſitiua comprehẽdet angulũ quẽ lineæ radiales continent in centro per ultimam 3. huius, patet quod rei quæ uidetur maior, correſpondet angulus maior, & rei quæ uidetur minor correſpondet angulus minor, quoniam ſecundũ qđ forma rei uiſæ recipitur in ſuperficie organi uiſũi, ſecundũ hoc accipitur quantitas anguli ſub quo fit uiſio, & ſecũdũ hoc idẽ etiã fit iudiciũ quantitatis rei uiſæ: oĩs ergo res ſub maiori angulo uiſa maior uidetur ſe ipſa uiſa ſub angulo minori, & uniuerſaliter in rebus directe uiſis ſecundũ excrementũ anguli fit excrementũ quantitatis rei uiſæ, unde ſub duplo angulo uiſum duplum uidetur, & ſub triplo triplũ, & ſic ſecundũ proportionẽ neruoꝝ. In oblique tñ uiſis, uel in his quorũ unũ uidetur directe, & aliud oblique, non ſic. Si enim trigonũ a e f ſit orthogoniũ, ita ut eius angulus a e f ſit rectus, diuidaturq́; angulus f a e per æqualia, producta linea a k, ſecante lineam f e in pũcto k, nõ propter hoc d. uidetur linea e f per æqualia in pũcto k, qm̃ ut patet per 35. primi huius, minor eſt proportio anguli f a k ad angulũ k a e, quàm lineæ f k ad lineã k e, & ſic ſecũdum ꝓportionẽ anguli ad angulũ, nõ ſemper fit proportio quãtitatis uiſæ ad quantitatẽ uiſam, neq; eñ talia uiſa ſecundũ eandem uidenẽ diſpoſitionẽ & ſitũ reſpectu ipſi9 uiſus. In cõformibus aũt uiſibilibus ſecundũ diſtantiã & ſitum & alia accidentia quæ requiruntur ad conditionem & circũſtantiã uidendi, quæ patent ꝑ primã huius, ſemꝑ ſecundũ ꝓportionẽ anguli uidetur proportionaliter quantitas rei uiſæ, unde etiã illud qđ ſub minimo angulo uidetur, minimũ uidetur, & q̃d ſub nullo uel inſenſibili angulo peruenit ad uiſus ſuperficiẽ, nullo modo uidetur, ut patet ꝑ 19. primi huius, patet ergo ꝓpoſitũ.



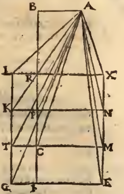
XXI.

Paralellæ lineæ ſecũdum remotiores à uiſu ꝑtes quaſi concurrere uidentur, nunq; tñ uidebuntur concurrentes.

Vniuerſale eſt qđ proponitur uiſui quocũq; modo ſe habente ad illas lineas paralellas, ſiue eñ uiſus ſit in illarũ ſuperficie ſiue ſupra illam ſiue ſub illa, ſemper eadem paſſio uiſui accidit, ſit ergo primo uiſus in illa ſuperficie, & ſint duæ paralellæ lineæ a b & g d, hæ ergo ꝑ primã 3. huius, neceſſario erunt in eadem ſuperficie, ſit ergo in ipſarũ ſuperficie uiſus qui ſit e, uel ꝓpe illam, dico qđ ſuperficiei interiacẽtis lineas a b & g d, inæqualis apparebit latitudo, & quod pars ſui propinquior uiſui apparebit latior quàm pars eius à uiſu remotior, & ita lineæ a b & g d, quaſi concurrere uidebũtur: ſignẽtur enim puncta æquediſtanter, & ſimiliter in lineis a b & g d, quæ ſint in linea a b puncta z & t, & in illa linea g d & d g puncta l & k, & coniungant illa puncta & puncta terminalia ductis lineis b d, z b, t k, a g, quæ oẽs erũt æquediſtantes ex hypotheſi, & ꝑ 33. primi, & ꝓducantur lineæ e b, e z, e t, & e a, e d, e l, e k, e g, & qm̃ ergo angulus b e d maior eſt angulo z e l, ſicut totum parte, quod patet ꝑ 34. primi huius, palã ꝑ præmiſſam, qa maior uidebitur linea b d quàm linea z l, & eodẽ modo maior uidebitur linea z l quàm linea t k, maiorq́; uidebitur linea t k quàm linea a g, et quia ſic diminuuntur in uiſu lineæ latitudinis, palam qđ ſuꝑficies interiacens lineas minor

uidebitur

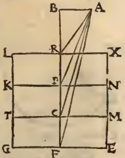
uidebitur,lineæ ergo a b & g d quaſi concurrere uidebuntur,nunquã tñ uidebuntur cõcurrẽtes,quia ſemp lineæ latitudinis ſub aliquo angulo uidentur, cui in termino uiſiõis ſubtenditur baſis cuiuſcũq; fuerit paruitatis, nunquã ergo uidebũtur cõcurrentes,ſi noſtra uiſui quæ ſit a,paralellæ ſubiaceant,quæ ſint lineæ l g & x e, ita qđ uiſus ſit erectus ſuper ſuperficiẽ horizontis,& lineæ illæ ſint in ſuperficie ipſius horizontis, adhuc illæ lineæ ſecundũ remotiores à uiſu partes quaſi cõcurrere uidebũtur,dimittatur ẽm à uiſu a, ꝑpendicularis ſup ſuperficiẽ horizontis p 11.undecimi,quæ ſit a b,ſintq; ut prius lineæ h e,k n,t m,paralellæ,dico qm̃ adhuc inæqualis latitudinis apparet ſuperficies interiacens lineas l g & x e,& partes linearũ remotiores à uiſu quaſi cõcurrere uidentur, ducatẽm linea à puncto b,perpendiculariter ſuper lineã x l quæ ſint b r,eruntq; lineæ b r & l x, in eadẽ ſuperficie per ſecundã 11.& producatur linea b r ſuper lineam g e in punctum f, ſeceťq; lineã k n in puncto p, & lineã m in puncto t,& ducãtur lineæ l a, k a, c a,x a,n a, m a,ſimiliter ducantur lineæ a r,a p,a t,qm̃ itaq; angulus a b r,eſt rectus, palamq; ſuperficies a b c,erecta eſt ſup ſuperficiẽ l x,e g,& earũ cõmunis ſectio eſt linea b f,per 19.primi huius,qm̃ illa linea b f,eſt in ambabus illis ſuperficiebus, quia ergo linea a r ꝓtracta eſt in ſuperficie a b c,& ſimiliter lineæ a p & a t,palã per diffinitionẽ, qm̃ anguli a r x & a p u & a c m,ſunt recti,& ita illi trigoni qui ſunt a b r, & a b p, & a b c, ſunt orthogonij, ſi linea p n eſt æqualis lineæ r x,ex hypotheſi,& per 34.primi,qa uero angulus a b r eſt rectus,erit angulus a r b acutus per 32.ergo per 13.primi angulus a r p eſt obtuſus, linea ergo a p maior eſt quàm linea a r per 19.primi,angulus ergo r a x,per 34.primi huius,maior eſt angulo p a n,maior ergo uidebitur linea r x ꝙ linea p n, per præmiſſam, ſimiliterq; maior uidebitur linea l r quàm linea k p,quoniam eadem eſt demõſtratio,eſt enim linea l r æqualis lineæ k p, per principiũ:Si ab æqualibus etc.tota ergo linea l x uidebiť maior quàm tota linea k n,eodẽq; modo tota linea k n uidebitur maior quàm tota linea t m ſuperficiei,ergo l x g e,partes remotiores uiſui uidebuntur ſtrictiores, lineæ ergo l g & x e,uidebuntur quaſi concurrere,non tamẽ uidebuntur unquã concurrentes, quia ſemper ſub angulo aliquo uidebuntur,& eodẽ penitus modo demonſtrãdum ſi lineæ paralellæ uiſæ ſint uiſu ſuperiores,ut ſi uiſu inferius exiſtente lineæ ipſæ paralellæ ſint in aliqua ſupẽficie ſuper uiſum, ut accidit in tectis domuum, & ſimilibus uiſu exiſtente inferius, patet ergo propoſitum.



XXII.

Lineis pluribus æqualiter ab inuicẽ æquediſtãtibus obiectis uiſui diſtãtia remotiorũ minor uiſui apparet.

Eſto ut in præmiſſa uiſus,cuius centrum ſit a,erectus in aëre ſecundũ erectionem uidentis,in ſuperficie quoq; horizontis ſubiaceant uiſui lineæ æquales & æquediſtantes, & ſecundũ æqualẽ diſtantiam ab inuicem diſtantes,quæ ſint l x, k n,t m, g e,hoc ordine poſitæ ut linea b e ſit uiſui ꝓpinquior,aliæ uero ſuæ nominationis ordine ſint remotiores à uiſu, dico quod linearũ k n & t m, diſtantia minor uidebitur quàm linearũ l x & k n, cum ẽm iſtæ lineæ ſint æquales & æquediſtãtes,quæ ſunt l x k n,& t m,copulatis ipſarum terminis per lineas l g & x e,erit per 30.& per 33.primi, linea l g æqualis lineæ x e,& ducatur ut in ꝓxima præcedente linea a b, perpendicularis ſuper ſuperficiẽ l x,g e, & facta demõſtratione ut in illa,ſequatur angulum r a p eſſe maiorẽ angulo p a c, facilius tñ patet hoc per 35.primi huius,qm̃ in trigono orthogonio a b f,partes æquales ſunt abſciſſæ ab uno laterũ rectum angulũ continentiũ, quæ r p & p c,& c f, eſt ergo angulus r a p maior angulo p a c,p 10. quinti,linea ergo r p ꝗ 20. huius, uidebit maior ꝙ linea p c,et linea p t maior ꝙ linea e f.Remotior ergo iſtaꝝ diſtantiarũ quæ ſunt r p,& p c,et e f,minor ap

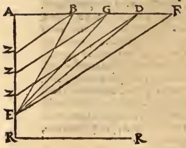


paret uiſui per 20. huius, & hoc eſt ꝓpoſitũ. Et uniuerſaliter in omni uiſus diſpoſitione ad datas paralellas poteſt hoc idem ut in præcedenti demonſtrari.

XXIII.

Aequaliũ partiũ eiuſdẽ uiſibilis lineæ cõnectenti centra foraminũ girationis neruorum cõcauorum æquediſtantis remotior à uiſu minor uidetur.

Sit linea r t connectens centra foraminũ girationis neruorum concauorũ, ſintq; æquales partes eiuſdẽ uiſibilis ſuꝑ lineã æquediſtantẽ lineæ r t collocatæ, quæ ſint a b, b g, g d, d f, trahaturq; perpendicularis a e, in qua ſit centrũ oculi e, dico quod maior apparebit pars, a b q̃ b g, & b g quàm g d, & g d quàm d f, cũ enim perpendicularis e a, ſit breuior oĩbus lineis ductibilibus à puncto e ad lineam a d, ut oĩbus lineis e b, e g, e d, q̃d per

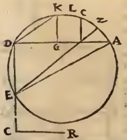


penultimã primi palã eſt, manifeſtũ eſt ergo, q̃m ꝑs a b, eſt ꝓpinquior uiſui oĩbus illis partibus quæ ſunt b g & g d, d f, ducantur eñ lineæ ꝑ quas accedunt formæ punctoꝝ ad uiſum quæ ſunt b e, g e, d e, f e, & ducatur ꝑ 31. primi, linea b z æquediſtãs lineæ g e, quia igit̃ in trigono a e g, linea b z æquediſtat lateri e g, palã per ſecundã ſexti, q̃m eſt ꝓportio lineæ a z ad lineã z e, ſicut lineæ a b ad lineã b g, ſed linea a b æqualis eſt lineæ b g, ex hypotheſi, ergo linea a z eſt æqualis lineæ z e, ſed ꝑ penultimã primi linea z b eſt maior quàm linea z a, ergo linea b z eſt maior q̃ linea z e, angulus ergo z e b ꝑ 18. primi, maior eſt angulo z b e, ſed angulus z b e, per 29. primi, æqualis eſt angulo b e g, quia ſunt coalterni inter lineas æquediſtãtes, quæ ſunt z b & e g, ergo angulus a e b maior eſt angulo b e g, ergo ꝑ 20. huius, maius uidebitur a b quàm b g, ſub maiori eñ angulo uidebitur. Similiter quoq; ducta à puncto g linea æquediſtãte lineæ e d, eadẽ eſt demonſtratio. Idem quoq; accidit ſi lineæ e a, e b, e g, e d, e f, nõ ſunt in una linea naturali, dum tñ linea mathematica inter ipſas imaginata æquediſtet lineæ g e uel g r, & hoc eſt ꝓpoſitũ.

XXIIII.

Aequalium diuerſorũ uiſibiliũ ſecundum eandem rectam lineam æque diſtantem lineæ connectenti centra foraminum giratiõis neruorum concauorum uiſui obiectorũ, quod propinquius eſt uiſui apparet maius.

Sint duo uiſibilia diſcontinuata diuerſa, ſed æqualia a b & g d, oppoſita uiſui ſecũdũ lineã a d, quæ ſit æquædiſtans lineæ r t, cõnectenti cẽtra foraminũ giratiõis neruoꝝ cõcauorũ, & ſint inæqualiter diſtãtes à cẽtro uiſus q̃d ſit e, ducãturq; lineæ à terminis uiſibiliũ ad centrũ uiſus, quæ ſint e d & e a, & ſit linea e a maior q̃ linea d e, dico q̃d g d apparebit uiſui maius q̃ a b, ꝓducantur eñ lineæ e g & e b, et circa trigonũ a e d, deſcribatur circulus ꝑ 5. quarti, & ꝓducatur linea e g ad circũferentiã in punctũ l, & linea a b in punctũ z, & à puncto g ducatur perpendicularis ſuꝑ a d, ꝑ 11. primi, q̃ ꝓtracta ad circũferentiã ſit g k, et à pũcto b ducatur linea b c, æquediſtãs lineæ g k, erit ergo ꝑ 29. primi linea b c, ꝑpendicularis ſuper lineã a d, ſecetq; periferiã circuli in pũcto t, quia itaq; à terminis lineæ a d intra circulũ collocatæ æquales ꝑtes ſunt reſectæ quæ ſunt a b & g d, q̃m illæ ſunt æquales ex hypotheſi, & à pũctis ſectionũ ſunt duæ lineæ ꝑpendiculares ſuꝑ lineã d a, ꝓductæ ad periferiã illius circuli, q̃ ſunt



g k & b c, erit ergo ꝑ 45. primi huius, linea b c æqualis lineæ g k, ſed & linea a b eſt æq̃lis lineæ g d, ex hypotheſi, & angulus a b c æqualis eſt angulo k g d, q̃a uterq; rectus, ergo corda k d æqualis eſt cordæ c a, ꝑ 4. primi, ergo ꝑ 27. tertij, arcus d k æqualis eſt arcui c a, ſed arcus c a eſt maior arcu z a, ergo & arcus k d maior eſt arcu z a, arcus uero l d maior arcu k d, ergo multo maior eſt arcus l d arcu z a, ſed in arcũ z a cadit angulus

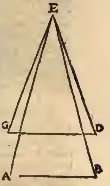
a c z,

a e z, & in arcũ l d cadit angulus l e d, ergo ꝑ ultimã ſexti angulus l e d maior eſt angulo z e a, ſed ſub angulo a e z, uidebitur linea a b, & ſub angulo e l d uidebitur linea g d, maior ergo apparet uiſui linea g d, quàm linea a b, per 20. huius, quod eſt propoſitum.

XXV.

Aequaliũ & æquediſtantiũ magnitudinũ inæqualiter à uiſu diſtantiũ, ꝓpinquior ſemꝑ maior uidetur, nõ tñ ꝓportionaliter ſuis diſtãtijs uidetur.

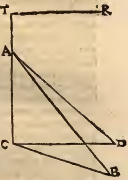
Sint duæ magnitudines uiſæ a b & g d inæqualiter diſtantes ab oculo, cuius centrũ ſit e, ſitq́; uiſui propinquior g d q̃ a b, dico ꝙ maior apparebit g d q̃ a b, producantur enim lineæ e a, e b, e d, e g, uidebiturq́; g d ſub angulo g e d, qui eſt minor angulo a e b, ut parte ſua per 34. primi huius, patet ergo per 20. quia linea g d uidebitur maior q̃ linea a b, & hoc eodem modo demonſtrandum, ſiue centrũ uiſus & res uiſæ ſint in eadem altitudine, ſiue in diuerſis: ut ſi uiſus ſit altior rebus uiſis, uel etiam econtra, non tamen uidentur hæc proportionaliter ſuis diſtantijs, uidelicet ut ꝓportio g d maioris ſecundũ apparentiam ad a b minorem, ſecundũ apparentiã ſit ſicut b e diſtantiæ maioris ad d e diſtantiam minorẽ, qm̃ ut patet per 11. huius maior eſt proportio b e diſtantiæ maioris ad d e diſtantiæ minorẽ, q̃ anguli g e d maioris ad angulũ a e b minorem. Sed quantũ angulus g e d eſt maior angulo a e b, tanto linea g d uidetur maior q̃ linea a b, ut diximus in 20. huius, quoniam illa uiſibilia conformiter ordinantur ad uiſum. Non uidentur ergo lineæ g d & a b proportionaliter ſuis diſtantijs, quoniam diſtantiarum maior eſt proportio, & hoc eſt propoſitum.



XXVI.

Om̃e uiſibile obliquatũ à uiſu minus uidetur ſe ipſo ſecundum proximum ſui terminũ directe uiſui oppoſito.

Sit enim linea connectens centra oculorũ r t, ſitq́; centrum uiſus a, & ſit uiſibile obliquatũ à uiſu b c, ducanturq́; lineæ a b & a c, & à puncto c, qui ſit terminus rei uiſæ proximus uiſui, ducaẽ linea c d, æqualis lineæ c d, & æquediſtans lineæ r t connectenti centra oculorũ, qđ fieri poteſt per 39. tertij huius, illa ergo directe uiſui opponetur per ſuppoſitionẽ, ducaẽ quoq; linea a d, & quoniam per a huius linea c d ſub maiori angulo uidetur q̃ linea c b, patet per 20. huius, quoniã minor uideẽ linea c b obliquata q̃ ſua æqualis, quæ eſt linea c d directe uiſui oppoſita ſecundum proximũ terminũ ipſius lineæ c b, quo uiſui plus appropinquat, qui eſt punctus c, & hoc eſt propoſitum.



XXVII.

Vera rerum quantitas non comprehenditur à uiſu niſi auxilio uirtutis diſtinctiuæ.

Quoniam enim, ut patet ex præmiſſis, anguli qui formantur in centro uiſus, & partes ſuperficierũ uiſus, ſecundũ quas fit cõprehenſio magnitudinis rei uiſæ, ſemper diuerſantur ſecundũ approximationẽ & remotionem eiuſdẽ rei, & ſecundũ eandem directionem uel obliquationẽ ſe habentis ad uiſum & ad axes radiales. Virtus ergo diſtinctiua diſtinguens quantitatẽ ueram rei uiſæ, non conſiderabit ſolum angulũ uel ſolum remotionem, qm̃ neutrũ illorũ per ſe ſufficit, ſed conſiderabit angulũ & remotionẽ ſimul: quãtitates ergo ueræ ipſoꝝ uiſibilium nõ cõprehendentur niſi per diſtinctionẽ & cõparationem: hæc aũt cõparatio erit ſimul, & erit ipſius baſis pyramidis radialis, quæ per 18. tertij huius, eſt ſuperficies rei uiſæ ad angulũ pyramidis, & ad quantitatẽ lõgitudinis axis pyramidis, quæ eſt linea remotionis rei uiſæ à uiſu. Cõſideratio uero uirtutis diſtinctiuæ ipſius ſuperficiei eſt ſemper in parte colorata ſuperficiei uiſus, angulo dicto correſpondenti cum cõſideratione remotiõis ipſius rei uiſæ à ſuperficie uiſus, qm̃ quantitas illius partis coloratæ ſuperficiei uiſus ſemper eſt ſecundũ quantitatẽ illius anguli per ultimã

tertij huius. Nō eſt autem in illa cōſideratione uirtutis diſtinctiuæ inter remotiōem rei
uiſæ à ſuperficie uiſus & remotionem eius à centro uiſus diuerſitas ſenſibilis: cum itaq;
uiſus cōprehendit lineas pyramidis radialis perpendiculariter ſibi incidentes, tunc uir-
tus diſtinctiua imaginabitur quantitatem extenſiōis, ſecundū quantitatē extenſiōis iſta
rum linearū à centro uiſus uſq; ad terminos rei uiſæ, & quomodo cū hoc cōprehenderit
quantitatē remotiōis rei uiſæ per 10. huius, tunc imaginabiť quantitatē lōgitudinū iſta
rum linearū & quantitatē ſpaciorū, quæ ſunt inter ipſarū extremitates, quæ ſpacia ſunt di
ametri rei ipſius uiſæ, qm̃ ergo uirtus diſtinctiua imaginabiť quantitatē anguli, & quan
titatem partis ſuperficiei uiſus correſpondentis illi angulo, & quantitatē lōgitudinis li-
nearum radialiū, & quantitatē ſitus ipſorū adinuicem, & quantitatē ſpaciorū quæ ſunt
inter extremitates eorū, tunc ipſa cōprehendet quantitatē rei uiſæ ſecundū ſuum eſſe,
qm̃ tunc nihil eorū, quibus cōprehenditur magnitudo rei uiſæ, remanet incōprehēſum.
Hæc eſt itaq; qualitas cōprehenſionis magnitudinis rerum uiſarū, & fit plurimū ꝓpter
aſſuetudinem uiſus indiſtinctæ remotionis uiſibiliū, qui quando ſenſerit formā & remo
tionem rei uiſæ, ſtatim imaginabitur quantitatē loci & quantitatē remotionis, & ex ijs
cōprehendet magnitudinē rei uiſæ, patet ergo illud quod proponebatur.

XXVIII.

In magnitudinis uiſione uirtuti diſtinctiuæ error accidit ex intempera-
ta diſpoſitione octo circumſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ.

Ex intemperata enim lucis diſpoſitione, ut de nocte uel in crepuſculis cum lux eſt
dubia, inſpecto homine & uiſo nemore aut pariete, remotis ab illo homine, cum latuerit
hominē uidentem diſtantia inter hominē & nemus aut parietē uiſum, quãuis illa diſtan
tia ſecundū ueritatem ſit plurima, tunc uidebiť propinquitas hominis ad nemus uel ad
parietem: & ſi accidit, ut idem radius pertingens ad caput hominis perueniat ad conca-
uum nemoris, & tunc per 19. huius uidebūtur homo & nemus aut paries eiuſdē altitudi
nis, qm̃ ſub eodem angulo uidētur, & forſitan homo uidebitur maioris altitudinis ipſo
nemore: ut ſi radius tranſiens caput hominis ad nemoris uel parietis altitudinē nō per
tingat, & huius ſimile accidit iuxta ciuitatē Vratislauiæ apud nemus uillæ Boret, uiſi
ſunt enim homines ibi in crepuſculis altiores nemore illo alto, & uiſus eſt lupus iuxta li-
gnum & caſtrum Poloniæ, æqualis altitudinis ipſi nemori, ſed hoc accidit in horis cre-
puſcularibus: ſed cum lux eſt dubia, & æſtimata ſunt illa uiſa fuiſſe fantaſmata à uidentĩ
bus: non accideret autē aliquid talium luce exiſtente in temperamento, qm̃ tunc diſtan-
tia hominis à nemore diſcerneretur, & altitudo uniuſcuiuſq; ſecundū terminū ipſius ap-
parentem mēſuraretur. Similiter etiā ex coloris debilitate accidit error in uiſione ma
gnitudinis, qm̃ ſi in aliquo loco ſtatuatur aliqđ corpus fortis coloris, nō latebit uiſum:
ꝙ ſi in eodem loco ponatur corpus æquale priori, ſed coloris debilis, non uidebiť illud
corpus. Sic etiam accidit error iſte ex colorū identitate in corpore medio & in re uiſa,
unde corpus album in loco aliquo poſitū effuſa aliqua albedine in ſuperficie terræ inter
iacentis uiſum & rem uiſam, nō uidebiť: remota uero albedine ſpacij interiacentis, ſta-
tim forma illius albi corpis cōprehendeť, fit ergo tunc occultatio ex cōuenientia colorū,
qm̃ ſi loco illius albi corporis ponatur corpus æquale ſibi alterius coloris, unde uidebiť
ipſum trans mediū dealbatum. Ex intemperata etiam lōgitudinis diſtantia fit error
in magnitudinis uiſione, qm̃ tunc uidebiť res multo minor ꝙ̃ ſit in ueritate per 32. hu-
ius, tunc enim etiam partes eiuſdem rei improportionales ſuo toti abſconduntur uiſui,
quia nō poteſt in tanta diſtantia uideri per 23. huius, & fit minor totalis rei apparentia,
quoniã plura inſenſibiliter abſcōdita faciunt rei ſenſibilem ablationē, quæ nō fieret di-
ſtantia temperata. Intemperata etiam approximatio errorem inducit in uiſione ma-
gnitudinis, qm̃ corpus approximatū oculo, uidetur maioris quantitatis ꝙ̃ ſit re uera, q-
niam ꝓpter magnitudinē anguli corpus uideť maius, ut prius propter paruitatem an-
guli corpus uiſum eſt minus, & patet hoc per 29. huius, ſecundū quantitatē enim ampli-
orem anguli pyramidalis amplior ſuperficies uiſus informať, ut patet per 87. primi hu-
ius; unde ſecundū quantitatē illius anguli & elongationem corporis fit æſtimatio quan
tita-

titatis rei uiſæ, ut præmiſſum eſt in præcedente ꝓpoſitione, nec enim longitudo diſtan-
tiæ rei ad interiora uidentis penetrat, cum pars capitis interior nō ſit capax totius quan
titatis radialiū linearum, nec poteſt certitudinaliter menſurari, & ꝓpter hoc rei quantitas
refertur ad capacitatem & totam longitudinē. Vera aūt remotio corporis attendit̄ ſe-
cundum lineam à centro uiſus ad ſuperficiē rei præcedentē, reſpectu cuius lineæ ſemidi
ameter oculi incipit eſſe inſenſibilis, unde nō facit aliquā ſenſibilē errorem in longitudi-
nis illius æſtimatione. Sed corpore approximato uiſui ultra illam diſtantiā, tunc fit ſe-
midiameter oculi ꝓportionalis diſtantiæ corporis ꝓportione ſenſibili, erit enim aliqñ
maior, aliquando æqualis, aliqñ minor ꝓportiōe modica, nec forte ſub dupla uel ſub tri-
pla, uel huiuſmodi: unde in tali ꝓprietate rei uiſæ magnitudo anguli pyramidalis & ſen
ſibilis minoritatis lōgitudinis æſtimatæ reſpectu, uere inducunt ſenſibilē apparentiam
maioris in corpore. Ex inordinata etiā ſitus oppoſitione fit error in magnitudinis ui
ſione, cum enim aliquis in alto exiſtens uidet ſub illa altitudine aliqua exiſtentia inter ſe
æqualia, quorū eſt unum poſt aliud in ordine diſpoſitū, tunc enim per 25. huius iudica-
bitur poſtremum, qđ eſt uidenti propinquius altetius, omnibus alijs uel maius, ut uigil
ſtans in turris alicuius eminētia, uidēs homines uel arbores æquales, inæqualiter à ſe di
ſtantes, ꝓpinquiores ſibi æſtimat altiorē. Ex intemperata etiam quantitatis rei uiſæ
accidit error in magnitudinis uiſione, propoſitis enim uiſui duobus corporibus, quorū
unum ſit modicū maius alio, aut in ſola longitudine, aut in latitudine, aut in utroq; ipſo
rum, forſitan illa iudicabuntur æqualia in omni dimenſione, qm̄ paruitas illius exceſſus
nō ſentitur ꝓpter ſui paruitatem, nō enim excedit fines temperantiæ reſpectu ipſius ui
ſus. Ex intemperata etiam ſoliditate fit error in uiſione magnitudinis, in criſtallo enī
angulata corpora angulorū, quia parum ſolida ſunt, qñq; nō uidentur, cum corporis ſo
lidi anguli uideri poſſent. Ex intemperata etiam raritatis in uiſione magnitudinis er-
rór accidit, quoniā in aëre nubiloſo obſcuro, ut in horis crepuſcularibus plurimum acci
dit, ꝙ corpus uiſum maius apparet ꝙ̄ in aëre temperato, ut nos infra declarabimus, cū
tractatū de ijs quæ uidentur per medium ſecundi diafoni faciemus. Ex intemperan-
tia etiam temporis fit error in uiſione quantitatis, cum enim ardens ticio ſæpius per ali
quod ſpacium uelociter mouetur, apparet totum ſpacium ignitū, quia nō perpenditur
quantitas temporis propter uelocitatē motus ticionis, & ſic ignis paruus æſtimat̄ ma
ior propter ſui motus temporis breuitatem. Ex intemperantia & uiſus debilitate in
magnitudinis uiſione error accidit, quia etiam res forte parua nullo modo uidetur, ut
patet in ſenibus, qui non poſſunt diſcernere literam minutā, patet ergo propoſitum.

XXIX.

Viſio comprehendit omnem ſitum per comprehenſionem debitæ remo
tionis in ipſis rebus ſituatis.

Siue enim nomen ſitus dicat totius rei uiſæ, ſiue partiū eius oppoſitionem ad uiſum
ſecundū directionem uel obliquationē, ſiue dicat ordinationē ſuperficierum rei uiſæ, uel
partium eius apud ſuperficiē ipſius uiſus, ut cum res uiſa eſt multarum ſuperficierū ap-
parentium uiſui, ſiue nomen ſitus dicat ſituationem linearum, quæ ſunt ipſarum ſuper-
ficierum uiſibilium, ſiue dicat ſitum ſpaciorū, quæ ſunt inter quælibet duo uiſibilia ſimul
cōprehēſa à uiſu, ſemper accepto ſitu ſecundū quācunq; iſtorū modorum: hæc omnia & ſin
gula cōprehēdit uiſus, ut hæc ſunt diſpoſita in corporibus lucidis uel coloratis, ut per ſe
uiſibilibus & in illis fundata, & ſemp cōprehendit quēlibet motū ſitus, cōprehenſa remo
tione à uiſu uel inter ſe, quæ debentur ipſis totis uel partibus ſituatis, patet ergo ꝓpoſitū,
qm̄ hos modos particulariter in ſequentibus proſequemur.

XXX.

Situs oppoſitionis rei uiſæ & partium eius ad uiſum comprehenditur à
ſenſu uiſus auxilio uirtutis diſtinctiuæ.

Cum enim ſitus cuiuslibet habentis ſitum apud aliud, componatur ex remotione il
lorum duorum ab inuicem, palam ꝙ oppoſitio rei uiſæ ad uiſum, quæ quidem ſitus eſt,

componitur ex remotione rei uiſæ à uiſu,& ex parte uniuerſi,in qua eſt res uiſa reſpectu uiſus:comprehenſio autem remotionis rei uiſæ eſt ab ipſa uirtute diſtinctiua per intentionem quieſcẽtem in anima,ut oſtenſum eſt per nonam & per 10.huius. Cum ergo uirtus diſtinctiua cõprehendet locum rei uiſæ & ſuam remotionẽ,tunc uiſibilis cum illis cõprehendet rei oppoſitionẽ:uerus autem locus rei uiſæ comprehenditur ex ſitu ipſius uiſus,& ex ſitu ipſius rei uiſæ apud uiſionem,quoniã uiſus nõ cõprehendit rem uiſam niſi ex oppoſitione. Diſtinguet ergo uirtus diſtinctiua inter locum obliquũ uiſui & locum propinquũ ei:uirtus enim diſtinctiua cõprehendit omnia loca rerum locatarũ per comprehenſionem remotionis & partis uniuerſi,ad quã eſt illa remotio,ut patuit per 14.huius:unde etiam comprehendet locum oppoſitum uiſui apud cõprehenſionem rei uiſæ, & quoniã uiſui ablato ab illa re uiſa,deſtruitur uiſio illius rei,tunc uirtus diſtinctiua cõprehendit ꝙ res uiſa non eſt niſi in parte oppoſita uiſui apud uiſionem illius rei uiſæ, & ſecundum hunc modum diſtinguuntur loca uiſibilium,quoniam uiſibilia diſtincta non diſtinguuntur à uiſu niſi ex diſtinctione locorum diſtinctorũ in ſuperficie membri ſentientis,ad qđ perueniunt formæ uiſibilium diſtinctorum. Sicut itaq; loca uocum & ſonorum comprehenduntur à ſenſu auditus,& deinde mediante auditu à uirtute diſtinctiua,ita loca uiſibiliũ comprehendũtur mediante uiſu à uirtute diſtinctiua. Cum enim forma rei uiſæ peruenerit in ſuperficiem uiſus,ſentiet uirtus uidens locum membri ſentientis ad quam peruenit illa forma,& ex rectitudine lineæ perpendiculariter incidentis illi loco,comprehendet uirtus diſtinctiua locum rei uiſæ, & quia intentio remotionis eſt quieſcens apud ipſam animam,ipſa ergo comprehendet locum rei uiſæ, & remotionem eius in ſimul apud comprehenſionem formæ à uiſu ſentiente. In peruentu ergo formæ uiſæ ad uiſum comprehendit uiſus lucem & colorem rei uiſæ,& partem ſuperficiei uiſus,quæ illuminatur & coloratur ab iſta forma,& uirtus diſtinctiua comprehendit locum & remotionem rei uiſæ,& per conſequens oppoſitionem ipſius totius rei uiſæ & omnium partium eius adinuicem in ſuo toto, & omnium iſtorum comprehenſio fit ſimul:ſitus ergo oppoſitionis rei uiſæ & partium eius ad uiſum comprehenditur à ſenſu uiſus auxilio uirtutis diſtinctiuæ,quod eſt propoſitum.

XXXI.

Viſus comprehendit directionem & obliquationem linearum, ſuperficierum & ſpaciorum ex comprehenſione diuerſitate remotionum ſuarũ extremitatum auxilio uirtutis diſtinctiuæ.

Cum enim axes radiales ſecant lineas uel ſuperficies,uel ſpacia,ut ſuper illa perpendiculariter erecti,tunc uiſus comprehendit ſuperficiem rei uiſæ,& remotiones extremitatum eius æquales ex utraq; parte axis erecti, tunc comprehendit illam ſuperficiem eſſe directe uiſui oppoſitam,& iudicabit uirtus diſtinctiua ſuperficiẽ illam directe oppoſitam uiſui. Cum autem uiſus comprehenderit remotionem extremitatis ſuperficiei uiſæ diuerſam,& à puncto coniunctionis axium extra lineam,in quam incidunt axes perpendiculariter,non inuenit in tota ſuperficie ſibi oppoſita duo puncta æqualis remotionis à ſuperficie uiſus,tũc comprehendet illam ſuperficiem obliquatam in eius oppoſitione,& uirtus diſtinctiua iudicabit ipſam obliquatã:& ſimiliter eſt de ſitibus linearum & ſpaciorũ cadentium inter res plures uiſas ſimul, ipſorum enim directionẽ & obliquationem iudicabit uiſus auxilio uirtutis diſtinctiuæ,& iſta æqualitas directionis & diuerſitas obliquationis multotiens comprehendãtur à ſentiente per ſolam æſtimationem & per ſigna:in maxima enim diſtantia uel remotione comprehendetur ſuperficies uel linea uel ſpacium,quod eſt obliquatum,quaſi ſit directũ,quando ſcilicet non perfecte cõprehenditur diuerſitas,quæ eſt inter remotiones extremitatum eius:unde ad hoc quod uiſus bene hoc comprehendat,oportet ut talium uiſibilium ſit diſtantia mediocris,quia etiã in magna diſtantia,parum obliquata uidentur ut penitus directa, & licet ſecundũ modum prædictum ſuperficies aliqua,uel linea uel ſpacium uiſui ſint directe oppoſita, nulla tamẽ pars illius ſuperficiei,lineæ uel ſpacij per ſe directe opponitur uiſui, quoniã axes

axes radiales ubicunqꝫ extra unum punctū perpendiculares incidāt, ſemꝑ incidūt obliquę, & ſecundū angulos inæquales per 10. primi huius. Si aūt ſuꝑficies, lineæ uel ſpacia æquediſtēt axibus uiſualibus, nec ſecent̄ ab illis, opponant̄ aūt uiſui, tūc etiā ſitus ipſoꝝ in directione & obliquatione cōprehenditur à uiſu per remotionē ſuarum extremitatū, & poteſt fieri proportio iſtorū ad ſuperficies, lineas uel ſpacia quæ ſecant axes radiales, quibus axibus ipſa æquediſtant, patet itaqꝫ illud quod proponebatur.

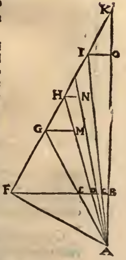
XXXII.

Situs partiū & ſitus terminorū ſuperficiei rei uiſæ, aut ſitus ſuperficierū eius adinuicem, & ſitus plurium uiſibiliū ſimul uiſorum ex comprehenſiōe diuerſitatis in remotione & ordinatione formarum peruenientiū ad uiſum, comprehenditur à uiſu auxilio uirtutis diſtinctiuæ.

Quoniā enim forma cuiuslibet partis ſuperficiei rei uiſæ ꝑuenit ad aliquā partē ſuperficiei uiſus, ad quā peruenit forma totius rei uiſæ; unde cū ſuperficies rei uiſæ fuerit diuerſoꝝ colorū diſtinctorū, tunc erit forma perueniēs in uiſum diuerſoꝝ colorū, & erūt partes eius diſtinctæ ſecundū directionē partiū ſuperficiei rei uiſæ, tunc itaqꝫ uiſus ſentit quālibet partē formæ uiſæ ex ſenſu coloꝝ illarū partiū & lucis quæ eſt in eis, & ſentit loca formaꝝ partiū in ſuperficie uiſus ex ſenſu coloꝝ partiū illarū & lucis eaꝝ, & uirtus diſtinctiua cōprehendit ordinationē illoꝝ colorū ex cōprehenſione diuerſitatis partium formæ, & ex cōprehenſione differentiaꝝ ipſarū partiū, & ſic cōprehendit aliqd cōtiguū & aliquid ſeparatū, ſimiliter etiā eſt de ipſis uiſibilibus contiguis uel diſiunctis. Situs uero partium rei uiſæ adinuicē ſecundū acceſſionē & remotionem, uel ſecundū præminentiā unius ipſaꝝ ſuper alterā, & profundationē unius ipſaꝝ ſub altera cōprehenditur à uiſu ex cōprehenſione quantitatis remotionis partiū ſecundū magis & minus: termini aūt ſuperficiei rei uiſæ ac ſuperficieꝝ eius, quæ ſunt lineæ ipſas ſuperficies terminantes, & ordinatio ipſoꝝ cōprehenditur à uiſu per cōprehenſionē partis ſuperficiei eius, in qua ꝑuenit color ipſius ſuperficiei rei uiſæ per illos terminos uel lineas terminatæ, & lux eiꝰ & ꝑ cōprehēſionē terminoꝝ illius partis ordinatiōis auxilio uirtutis diſtinctiuæ, & qm̄ oīa ꝓpoſita ſecundū hunc modum cōprehenduntur, patet ergo illud q̄d ꝓponebatur.

XXXIII.

Oīs linea uel ſuꝑficies rei uiſæ directe uiſibus uel uiſui oppoſita ꝑfectius uidetur ꝙ obliquata, & ſecūdum quātitatem obliquationis fit imperfectio uiſionis.

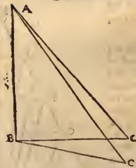


Eſto centrum uiſus a, & ſit exempli gratia ſuperficies plana rei uiſæ directe uiſibus oppoſitæ, in qua ſit linea b c d e f, & ſint b c, c d, d e, e f partes illius lineæ æquales uel inæquales, ſitqꝫ ſuperficies obliquata uiſibus, in qua ſit linea f g h i k, & ſit taliter, ut obliquatio illius ſuperficiei incipiat à puncto f, ſitqꝫ linea a d perpendicularis ſuper lineā b f, ducanturqꝫ à centro uiſus lineæ a f, a e, a d, a c, a b, quæ omnes ꝓducantur ad ſuperficiē obliquatam. Incidat linea a e in punctū g, & linea a d in punctū h, & linea a c in punctū i, & linea a b in punctū k, & quia per 13. primi angulus h d f eſt rectus, quia angulus a d f eſt rectus ex hypotheſi, palam ergo per penultimam primi, quoniam linea f h eſt maior ꝙ linea f d: & ſi à puncto g ducatur linea æquediſtans lineæ f d per 31. primi, quæ ſit g m, erit per 29. primi & 4. ſexti, & penultimam primi linea g h maior ꝙ linea e d: & ſimiliter fiet de omnibus punctis inter puncta f & h datis. Item à puncto h ducatur linea æquediſtans lineæ d c, quæ ſit h n, & quoniam per 32. primi angulus a c d eſt acutus, erit per 13. primi angulus i c d obtuſus, ergo per 29. primi angulus i n h eſt obtuſus, ergo per 19. primi & per ſecundam ſexti linea h i eſt maior ꝙ d c, eodem quoqꝫ modo fit de omnibus

punctis lineæ h k, patet ergo ꝙ eidem angulo, qui fit in centro uiſus, ſemper ſubtenduntur maiores partes lineæ obliquatæ, ꝗ̃ lineæ directe oppoſitæ uiſui: partes itaq; ſuperficiei rei uiſæ directe uiſui uel uiſibus oppoſitæ æqualiter diſtantes à puncto axis, uel à puncto coniũctionis, ſimiliter uiſiuæ uirtuti offeruntur per 45. tertij huius, propter qđ perfectius tota illa ſuperficies uidetur, & omnes ſubtiles intentiones quæ ſunt in ipſa: ſuperficies nota obliquata uiſibus, acquirit formam dubitabilem, ſiue per unum uiſum uideatur ſiue per ambos, & ſiue illa forma per axes perueniat ad uiſum ſiue extra axes: & etiam ſi diſtantia ſit mediocris ipſius ſuperficiei obliquatæ à uiſu, partes enim ſuperficiei illius æquales partibus ſuperficiei directe uiſui oppoſitæ, ut patet ex prædemonſtratis, ſub minori angulo uidentur, quoniã ſi eſſent directe uiſibus oppoſitæ, quia lineæ ſuarum extremitatum à centro uiſus productæ, minoribus angulis ſubtenduntur, ſic ergo totales illæ ſuperficies inſtituuntur in ſuperficiebus uiſus, quaſi congregatæ propter ſuam obliquationem, angulus enim quem ſubtendit ſuperficies ipſius uiſus, quæ eſt informata ſuperficiei obliquatæ, eſt paruus & ſenſibiliter minor, eo ꝙ faceret eadem ſuperficies uiſibus oppoſita directe, uel ſuperficies aliqua alia æqualis ſuperficiei obliquatæ, quia ergo ipſa ſupeficies uiſus informata ex illa obliquata ſuperficie eſt minor, & partes paruæ illius ſuperficiei obliquatæ incidunt angulis quaſi inſenſibilibus, ꝓpter maximam obliquationem, ideo de neceſſitate illa ſuperficies obliquata uidetur minus perfecte: cum enim parua ſuperficies fuerit multum obliquata, tunc enim duæ lineæ exeuntes à centro uiſus ad extremam illius partis, fient quaſi linea una, qua propter ſentiẽs non comprehendet angulũ contentum inter illas, neq; partem quam diſtinguũt ex ſuperficie uiſus: tota ergo ſupficies obliquata uiſui multũ amittit ſenſibilitatis, q̃a ſi in ipſa fuerũt ſubtiles aliq̃ intentiones, non cõprehendent̃ à uiſu ꝓpter latitantiã ſuarum partiũ paruarũ, & q̃m ſuperficiebus plus obliquatis plus accidit ꝓpoſitæ paſſionis, ideo ſecundũ quantitatẽ obliquatiõis fit imperfectio uiſionis, patet ergo illud quod ꝓponebatur.

XXXIIII.

Exceſſu remotionis nimio exiſtente, res à uiſibus obliquata quandoq; uidebitur directe oppoſita.



Quoniã enim, ut patet per 10. huius, quantitas remotionis attendit̃ ſecundũ quantitatem diametrorũ rei uiſæ, ideo & nimietas exceſſus remotionis attenditur ſecundũ quantitatem diametroꝝ rei uiſæ: quæ enim magno uiſibili non eſt nimia diſtantia à uiſu, hoc minori uiſibili eſt nimia, q̃m non eodẽ modo in eadem diſtantia magis & minus percipiũtur à uiſu, ut patet per 7. & per 20. huius. Sit itaq; centrum uiſus a, & res uiſa obliqua quæ b c, cuius alter terminorum qui ſit b propinquior ſit uiſu, ſitq; illa res uiſa ſub angulo b a c, erit ergo argumento 26. & 20. huius angulus b a c minor ꝗ̃ ipſa res uiſa, quæ b c à proximo ſui termino ad uiſum qui eſt b directe uideretur, ſed per 11. huius, in omnibus uiſis maior eſt proportio diſtantiæ maioris ad diſtantiam minoris, ꝗ̃ ſit anguli maioris ad angulum minorem: in nimia autẽ remotione diſtantiarum proportio diſtantiæ maioris unius extremorum rei uiſæ, ut in propoſito ipſius c ad diſtantiã minorem alterius extremorum, ut ipſius b, eſt differentia inſenſibilis, ut lineæ a c longioris ad lineam a b breuiorem, ergo multo magis inſenſibilis eſt differentia ipſorum angulorum: uidebitur ergo b c in maxima remotione quaſi directe uiſibus oppoſita cum ſit obliquata, & hoc eſt propoſitum.

XXXV.

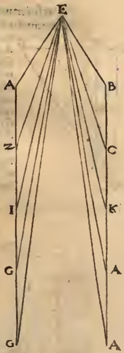
Omne uiſum exiſtens extra cõmunẽ axem in uno tantũ axe uiſuali, uel ꝑ radios propinquos axi, uel in ꝓpinquos ambobus axibus uiſualibus comprehenſum, uidetur axi communi approximare plus eius ſitu uero.

Axis

Axis enim radialis,ut patet per 37.tertij huius,ſemper defert punctum, cui incidit ad punctū medium nerui cōmunis,cui ſemper inhæret terminus axis cōmunis.Cum ergo uiſus comprehendit rem uiſam ſecundū qđ eſt,& inſtituitur forma in concauitate cōmunis nerui in uno loco,& cōtinua ſibi adinuicem ſecundū continuationem rei uiſæ,& punctus rei uiſæ qui eſt ſuper radialem axem,licet non fuerit ſuper axem cōmunem,uidetur tamen in loco propinquiori cōmuni axi, ꝙ ſit in ſuo uero loco,tunc puncta reſidua etiam uidentur in loco propinquiori cōmuni axi,ꝙ ſint in ſuo uero loco, quia ſunt continuata cum parte quæ eſt apud extremum axis:& ſi axes amborū uiſuum concurrerint in aliqua re uiſa extra axem cōmunem,uidebitur tunc illa res in loco propinquiori communi axi,ꝙ ſit in ſuo loco uero,hoc tamen raro accidit,quia cum axes uiſuales concurrerint in aliquo uiſo,tunc ut plurimum axis communis tranſibit per illud uiſum, quia raro axes amborum uiſuum concurrunt in aliquo uiſo extra axem communem, niſi per laborem aut impedimentum cogens uiſum ad hoc:unde hæc diſpoſitio non eſt uiſibus aſſueta,quia ſi eſſet talis diſpoſitio uiſibus multum aſſueta , tunc ipſa accideret in omni uiſione uel pluribus,qđ tamen non eſt uerum,patet itaꝗ propoſitum.

XXXVI.

Omnium uiſibilium ſecundum ſui longitudinem ante oculos extenſorum,quæ ſunt à dextris in ſiniſtram,& quæ in ſiniſtris ad dextram educi uidentur partem.



Sint duo uiſibilia ſecundū ſui longitudinem ante oculos extenſa, quæ exempli cauſa ſint æquediſtantia,& ſint a b & d g,ſitꝗ centrum uiſus e, ducanturꝗ lineæ ad puncta illorum uiſibilium in ſiniſteriori quidem parte quæ ſit a b,ducantur lineæ e b,e c,e k,e a,& in dexteriori quæ ſit g d ducantur lineæ e d,e z,e i,e g,dico ꝙ lineæ e z,e i,e g uidenť qua ſi in partem ſiniſtram productæ,& lineæ e t,e k,e a uidentur quaſi ꝓtractæ in partem dextrā,ſit eni linea e d ꝑpendicularis ſup lineam d g,& linea e b ꝑpendicularis ſuper lineā b a,erit ergo per 19. primi linea e d breuior oībus lineis e z,e i,e g,& linea e b breuior oībus lineis e t,e k,e a:lineæ ergo e d & e b minimā à uiſu denotebūt diſtantiam linearū g d & a b,ſecundū illas ergo lineas ꝑfectior fit uiſio partiū rerū uiſarū qbus incidūt p 23 .h9,linea ergo e d apparebit dexterior oībus lineis ſuo uiſibili incidētibus,& linea e b ſiniſterior,illis ꝗ ꝗ lineis ꝓpinquis incidētes mutabūt ſitus diſpoſitionē ſcđm receſſum ab illis lineis,eritꝗ linea e z dexterior ꝙ illa linea e i,& linea e i dexterior ꝙ linea e g:palā ergo,qm linea e g uideť in ſiniſtra à linea e i,& linea e i ſimiliter uideť in ſiniſtra à linea e z,eodē quoꝗ modo uidebitur linea e a in dextrā educi à linea e k,& linea e k uidetur in dextrā educi à linea e t:punctū ergo z plus approximat ad ſiniſtrā ꝙ punctū d,& punctū i plus ꝙ punctū z,& punctū g pl9 ꝙ punctū i:tota ergo linea d g uideť ſiniſtrari,& tota linea b a uideť dextrari, qm pūcto b exiſtente ſiniſtro,punctū t uideť plus dextrū illo: & itē punctū k plus dextrū pūcto t,& punctū a plus dextrū puncto k,pater ergo ꝓpoſitū,qm ſimiliter eſt in quibuslibet alijs punctis demonſtrandū,q enim ſub dexterioribus radijs uidenť,dexteriora apparēt, & quæ ſub ſiniſterioribus ſiniſteriora,ut patet per ſuppoſitionē huius,hæc aūt omnia accidūt,qa lineæ paralellæ ſcđm remotiores ſui à uiſu partes cōcurrere uidenť p 21.huius,& hoc eſt propoſitum.

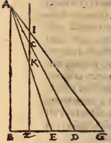
XXXVII.

Superficierum ſub oculo iacentium,remotiores à uiſu, altiores uidentur.

Sit centrum uiſus a in altiori ſitu collocatū, quoniam ſuperfi-

y 2 cies

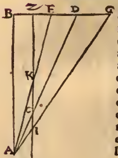
cies rei uiſæ in qua ſint lineæ b e, e d, d g, ducanturq́ lineæ a b, a e, a d, a g. ſitq́ cauſa exempli ſitus talis, ut linea a b ſit perpendicularis ſuper lineam b g, in qua collocantur lineæ b e, e g, d g, q̃m in alijs ſitibus maior eſt diuerſitas, dico ꝙ linea g d altior uidetur ꝗ linea d e, & linea d e altior ꝗ linea b e, ſumatur enim in linea b e punctus, & à quo ducatur per 11. primi linea z i perpendicularis ſuper lineam b e, quæ fiat altior ꝗ linea a b, quoniam ergo punctorũ formæ e g d procedentes ad uiſum, primo pertranſeunt lineam z i, ꝗ perueniant ad punctum a centrũ uiſus, ſit ut linea g a ſecet lineam z i in puncto i, & linea d a in puncto t, & linea e a in puncto k, quia ergo punctus i eleuatior eſt puncto t, & pũctus t puncto k, ideo ꝙ linea a t maior eſt ꝗ linea a i, & linea a k maior ꝗ linea a t per 18. primi: & in linea in qua eſt punctum i, eſt etiam punctum g, & in linea in qua eſt punctum t, eſt etiam punctũ d, & in linea in qua eſt punctũ k, eſt etiam punctũ e: per cõprehenſionẽ uero punctorũ d & g uidetur linea d g, & per puncta e & d uidetur linea e d, palam, q̃m cũ linea g d eleuatior apparebit ꝗ linea d e, & ſimiliter d e apparebit eleuatior ꝗ linea b e, cuius enim puncti forma multiplicando ſe ad uiſum magis eleuatur, hoc altius apparet uiſui per ſuppoſitionẽ huius, quia in altiori ſitu offertur uiſui, & ſecundũ illum modum figuratur in ſuperficie uiſus, patet ergo propoſitum, & patet ex hoc, ꝙ multum exaltato uiſu ſuperficies planæ iacentes longe à uiſu concaue uidebuntur, tendunt enim formæ talium punctoꝝ ad uiſum per modũ circũferentiæ circa centrũ uiſus propter æqualitatem uirtutis uiſiuæ, patet ergo propoſitum.



XXXVIII.

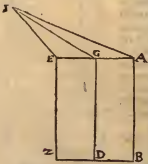
Superficierum uiſui ſuperiacentiũ remotiores à uiſu decliuiores uident.

Sit centrum uiſus punctus a in inferiori ſitu collocatum ꝗ ſuperficies rei uiſæ, in qua ſint lineæ b e, e d, d g, & ducantur ſicut in præcedenti lineæ a b, a e, a d, a g, quarum a b ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem ſuppoſitam uiſui, dico ꝙ linea d g apparebit decliuior ꝗ linea d e, & linea d e decliuior ꝗ linea b e, ducatur enim in præcedente linea z i æquediſtans lineæ a b, ſecans lineam g d in puncto i, & lineam e a in puncto c, & lineam d a in puncto k, ergo per ea quæ in præcedenti diximus, forma puncti g decliuior uidebitur ꝗ forma puncti d, & forma d decliuior ꝗ forma puncti e, & forma puncti e decliuior ꝗ forma pũcti b. Sed per formas punctorum g & d forma lineæ g d occurrit uiſui, & per formas punctorum d & e uidebitur forma lineæ d e, & per formas punctorũ e & b uidebitur forma lineæ e b. quoniã itaq́, ut oſtendimus in præmiſſa, linea a t eſt maior ꝗ linea a i, & linea a k minor ꝗ linea a c: & ſecundum harum lineaꝝ diſpoſitionẽ fit forma illoꝝ punctorũ uiſio, palã ergo, q̃m cẽtro uiſus & ipſo uiſibili ſic diſpoſitis. Remotiora igitᷓ à uiſu decliuiora uiſui occurrunt, ꝗ propinquiora, & hoc eſt ꝓpoſitum.



XXXIX.

Aequalium magnitudinũ ſub eodem uiſu erectarum remotiores altiores apparent.

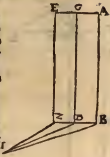


Sit centrum uiſus punctum i, & ſint uiſæ æquales magnitudines, quæ ſub ipſo uiſu ſint erectæ, q̄ ſint a b, g d, e z, ſitq́ a b remotior à uiſu, & deinde g d, & deinde e z, & ſit centrũ oculi punctũ i, eleuatius exiſtẽs illis magnitudinibus, ducãturq́ lineæ i a, i g, i e, dico ꝙ magnitudinũ illaꝝ a b apparet altior ꝗ g d, & g d altior ꝗ e z, q̃m enĩ linea i a eſt eleuatior ꝗ linea i g, & linea i g eleuatior ꝗ linea i e, & in linea cui icidũt lineæ i a, i g, i e ſunt pũcta a g e, & p 37. h9 uidenẽ pũcta remotiora uiſui altiora, pũcta uero a g e ſunt in magnitudinib9 a b, g d e z, ergo magnitudo a b apparet eleuatior ꝗ ipſa magnitudo g d, & magnitudo g d apparet

paret altior quàm ipſa e z, quod eſt ꝓpoſitũ, & q̃a de qualibet magnitudine lõgiori poteſt abſcindi æqualis breuiori. Ideo in oĩbus magnitudinibus ſubiacentibus uiſui præſens tenet demonſtratio, quoniam ſemper remotiores uidẽtur altiores, quàm ſint ſecundum ueritatem.

XL.

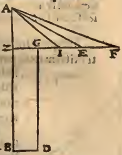
Aequalium magnitudinum uiſui ſuper erectarum remotiores decliuiores apparent.



Eſto ſicut in præcedenti centrum uiſus punctum i, & ſint æquales magnitudines quæ a b, g d, e z, erectæ ſuperſtantes uiſui, ſitq́ a b remotior uiſui quàm aliæ, & e z propinquior uiſui, dico quod magnitudo a b apparet decliuior quàm g d, & magnitudo g d decliuior q̃ e z, ducantur enim ut in præmiſſa lineæ i b, i d, i z, quoniã ergo ſicut, patet per 38. huius, forma ueniens per lineã i b, eſt decliuior modo uiſui incidens, quàm forma ueniens per lineam i d, & forma uiſui adueniens per lineam i d, decliuiori modo incidet, quàm forma ueniens per lineam i z, ſed in linea cui incidunt lineæ i z, i d, i b, ſunt puncta z d b, quæ puncta ſunt in magnitudinibus a b, g d, e z, palam ergo quoniam iſtarum magnitudinum illa quæ eſt a b decliuior apparet quàm g d, & g d quàm e z, & hoc eſt propoſitũ, eſt aũt uniuerſale illo modo quo diximus in præcedenti.

XLI.

Altioris magnitudinis uiſibilis per uerticem inferioris aſpectæ accedente & recedente uiſui ſecundum lineam uertici inferioris ꝑpendiculariter incidentem, ſemper idem erit exceſſus, non uidebitur autẽ idem.



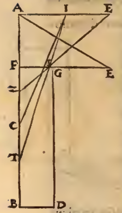
Sint duæ uiſæ magnitudines inæquales a b maior, & g d minor, quarum uertices ſint a & g, & ſit centrũ uiſus punctum e, ducaturq́ linea g e perpendicularis ſuper lineã g d, ſecans lineam a b in puncto z, dico quod oculo accedente & recedente ſecundum lineam g e, ſemper idem uidebitur exceſſus lineæ a b ſuper lineam g d, qui exceſſus eſt linea z a, accedat enim uiſus ad punctum i, propinquius puncto g quàm punctum e, uel remoueatur ad aliud punctum f, remotius quàm punctum e, ſemper autem perpendiculariter non incidet forma alicuius punctorum lineæ g d, ipſi uiſui, niſi ſola forma pũcti, eſt in quam cadit perpendiculariter e z, quoniam per 20. primi huius, duas lineas eidem ſuperficiei ab eodem pũcto ductas perpendiculariter inſiſtere eſt impoſſibile, palam ergo propoſitum, uidebitur tñ linea a z, minui uel augumentari ſecundum diuerſitatem angulorum, ſub quibus fiet uiſio per 20. huius, & eſt ut patet ex præmiſſis, & per 21. primi, angulus a i z maior angulo a e z, & angulus a e z maior angulo a f z, ſecundũ hoc aũt diuerſificatur in uiſu quantitas lineæ a z, ſemper tamẽ illius lineæ a z, eadem eſt quantitas in ſe ipſa, & hoc eſt propoſitum.

XLII.

Altioris uiſibilis per uerticem inferioris aſpecti accedente uiſui ſecũdum lineam exceſſui altioris perpendiculariter incidentẽ, maior pars altioris uidetur, recedente uero uiſu ſecundum eandem lineam minor pars altioris uidetur, ſecundũ aliã uero lineã accedente uel recedente uiſu, accidit ecõuerſo.

Sint ut in præmiſſa duæ inæquales magnitudines, quæ a b & g d, quarum maior ſit a b, & ſit centrum uiſus in puncto e, poſitum in linea e a, perpendiculariter incidente pũcto a qui ſit altior terminis lineæ a b, ambæ ergo magnitudines tam a b quàm g d ſubiacebunt uiſui, cum uertex altioris qui eſt a, ſit in perpendiculari ducta à centro uiſus ad magnitudinem altiorem, ſint enim magnitudines a b & g d, taliter erectæ, ut pũctum a ſit altius quàm punctum g, perueniatq́ forma alicuius pũctorũ lineæ a b, quod ſit z, per

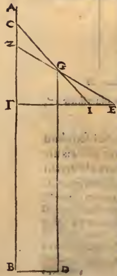
uerticem lineæ d g, qui ſit g ad uiſum e, & ſit linea ſecundum quam aduenit illa forma linea z e, ſub linea itaq; z e uidetur linea z a, pars magnitudinis a b & tota magnitudo



d g, remanet'q; pars lineæ a b, quæ non uidetur per uerticem g, & hoc eſt linea z b, accedat autem uiſus propinquius ad punctũ a, ut fiat in eadem linea puncto i; palam quoq; quia in hoc ſitu aliquis punctus lineæ a b inferior puncto z peruenit ad uiſum, qui ſit punctus t, & ducatur linea t per uerticem g ad uiſum, ſub linea ergo i t uidebitur pars magnitudinis a b quæ eſt t a, & tota magnitudo g d, remanet'q; pars lineæ a b quæ eſt a t uiſa, & quoniam linea a t eſt maior quàm linea z a, quæ uidebatur uiſu exiſtente remotiore, neceſſarium autem eſt lineam t a fieri maiorem quàm ſit linea z a, ideo quod angulus a i t eſt maior angulo a e z, illud ergo q̃d uidetur ſub angulo a i t, eſt maius illo quod uidetur ſub angulo a e z, per 29. huius, linea ergo a t maior uidebitur, & per 19. primi, maior eſt quàm linea a z, & quando linea e g perpendiculariter incidente cuicunq; puncto f, exceſſus lineæ a b ſuper lineam g d, eadem eſt demonſtratio, palam ergo quod accedente uiſu ſuper apparens pars lineæ a b ſemper ſit maior, recedente uero uiſu fit minor, & hoc eſt propoſitum primum: ſecũdum aliam uero lineam quæ ſit perpendicularis ſuper lineam a b, non tamen incidat in punctum a, uel in aliquod punctum exceſſus, ſed in aliquod aliud punctum lineæ a b, baſſius toto exceſſu lineæ a b ſuper lineam g d, ut in punctum f, uiſu accedente uel recedente accidit econuerſo, nam accedente uiſu totius magnitudinis a b, minus uidetur per uerticem g, & recedente uiſu magis, exiſtente enim uiſu in pũcto e, multiplicabitur ad uiſum forma lineæ z a, accedente uero p, uiſu in punctum i, & ductis lineis e g & e t, i g c, patet quod illæ lineæ ſecabunt ſe in puncto g, & non peruenict ad uiſum forma alicuius pũctorum lineæ z t, ſed ſolum formæ lineæ t a, quæ eſt neceſſario minor q̃ linea z a, patet ergo propoſitum.

XLIII.

Inæqualium uiſibilium uerticibus in eadem linea æquediſtãte horizonti exiſtentibus, pars inferior longioris uiſa per baſem breuioris accedente uiſu ſecundum lineam exceſſui longioris perpendiculariter incidentem maior pars longioris uidebitur: recedente uero uiſu ſecũdum eandem lineam minor pars altioris uidebitur, ſecundum aliam uero lineam accidit econuerſo.



Hæc non differt in hypotheſi à præmiſſa, niſi quod in illa uiſibilia ſunt ſubiacentia uiſui, In hoc uero ſunt ſuperſtãtia. Sint ergo inæquales quantitates a b & g d, quarum maior ſit a b, ſint'q; uertices illarum quantitatum b & d, & ſit linea b d æquediſtans horizonti, ſit'q; centrũ uiſus in puncto e, multiplicetur'q; forma alicuius puncti lineæ a b, ut z per baſem g, ad uiſum e, fiat'q; linea z g e, ſub linea ergo z e continẽtur z a & g d, & b z, non apparet uiſui propter interpoſitionem ipſius g d, inferior uero ipſius pars decliuior apparet per 40. huius, remanet'q; a z pars lineæ a b apparens uiſui ultra lineam g d, accedat ergo uiſus & ſit in puncto i propinquiori ad punctum a, in eadem linea perpendiculari, ſuper lineam a b quæ ſit e f, hæc enim æquediſtat uerticibus ipſorum uiſorum quæ ſunt b & d, multiplicabitur'q; forma alicuius pũcti lineæ a b per punctum g, ad uiſum exiſtente in puncto i, ſit ille punctus t, & ducatur linea t g i, ſub linea ergo t g i continentur magnitudines g d & t a, ſub linea uero e z, continentur magnitudines a z & g d, & quoniam linea t z a minor eſt quàm linea t a, cum enim angulus t i f, p 16. primi, ſit maior angulo z e f, ergo per 20. huius, linea e f uiſa ſub angu

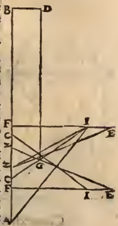
lo, t i f

lo t i f maior eſt quàm linea z f, uiſa ſub angulo z e f, & non ſolum apparebit uiſui maior in uno & erit minor, quia itaq; ambabus lineis t f & z f, communis eſt linea f a, patet quod tota linea t a erit maior quàm linea z a, & hoc eſt primum propoſitorum. Si uero uiſus accedat non ſecundum lineam e f, ſed fiat in puncto i, extra illam lineam e f, & in alia linea e f perpendiculariter incidente lineæ a b, non in aliquod punctorum exceſſus a b ſuper d g, dico quod accidet econuerſo, erit enim linea t a minor quàm linea z a, ducãtur enim lineæ t g i, & a i, & i z, palam quoq; per 32. primi, quoniam angulus a i t, eſt minor angulo a i z, ideo quia angulus a i z minor eſt angulo a t i, per 21. primi, & angulus t a i cõmunis, uiſum ergo à pũcto i, ſub angulo a i t eſt minus uiſo ſub angulo a i z linea ergo z a eſt maior ꝙ linea t a, & uidebitur maior, & hoc accidit cum centrum uiſus collocatur ſuper lineam primam e f, & altius quàm illa. Si uero ipſum collocetur inferius quàm linea prima e f, tunc accidit econuerſo, patet ergo propoſitum.

XLIIII.

In ſitus uiſione uirtuti diſtinctiuæ error accidit ex intemperata diſpoſitione octo circunſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ.

Ex intemperantia enim lucis uirtuti diſtinctiuæ error accidit in uiſione ſitus, ut ſi in nocte non obſcura aliquid modice decliner à uiſu, tunc æſtimabitur in eo ſitus rectitudo propter debilitatem lucis egreſſam à temperamento. Nimia etiam remotio in uiſione ſitus errorem inducit, unde res uiſibilis ualde remota à uiſu & obliquata uiſui uidebitur directe oppoſita per 34. huius. Item intemperantia etiam ſitus errorem facit in ſitus uiſione, cadente enim axe uiſuali in corpus ſecundum temperatam diſtantiam uiſui oppoſitum, & ſumpto alio corpore multum elongato ab axe, & declinato modicum ſuper lineam imaginatam, ſuper quam cadit axis radialis perpendiculariter, tunc uiſus non comprehendit corporis illius declinationem propter ſitum à temperamento egreſſum, quoniam non fit plena comprehenſio corporum longe ab axe poſitorum per 45. tertij huius, & ita propter hunc errorem res oblique uiſibus oppoſita, iudicabitur oppoſita directe. Intemperantia etiam magnitudinis in uiſione ſitus efficit errorem, quoniam granum ſinapis ſi fuerit ab oculis declinans, uidetur tũc ac ſi eſſet directe oppoſitum, quia eius declinatio propter paruitatem corporis nõ poteſt comprehendi, nec enĩ eſt ſenſibilis declinatio huius grani ab axe communi orthogonaliter ſuper uiſibilia cadente, ſecundum quam diſcernitur obliquatio rerum uiſarum reſpectu uiſus, quoniam non plene diſcernitur diſtantia inter hunc axem & extremitates grani quæ eſt quaſi minima linea omnium linearum ſenſibilium. Ex intemperata etiam ſoliditate error accidit uiſui in ſitu, quoniam ſi corporis rari ſitus reſpectu uiſus fuerit declinatus, occultabitur eius declinatio, & ſi forte uidebitur directe opponi, una enim extremitatum illius corporis eiuſdem diſtantiæ reputabitur cum alia, cum tamẽ ſint diuerſæ, & accidit hoc propter minimam raritatem non terminantem certitudinaliter uiſibilem oppoſitionem, & inducentem incertitudinem in quantitate anguli, ſub quo ſit uiſio. Intemperata etiam diafonitas efficit errorem uiſui in ſitu, ſi enim corpus uiſum ſub parua obliquatiõe obijciatur uiſui in aëre denſo obſcuro, ſicut accidit in oris crepuſcularibus, occultabitur declinatio quæ pateret in aëre lucido claro, fit ergo error in ſitu oppoſitionis corporis ad uiſum. Ex intemperata etiam quantitate temporis fit error uiſui in ſitu, cũ aliquid occurrit uiſui ſubito, quod ſtatim recedit, hoc enim forte directe uiſui oppoſitum reputabitur obliquatum, uel econuerſo. Si fuerit obliquatum uiſui forte reputabitur rectum. Ex indiſpoſitione etiam uiſus in ſanitate fit error uiſui in ſitu, ut ſi ab obliquata diſtãtia licet temperata corpus aliquod in oppoſitione uiſus modicum obliquatur, tunc enim uiſu exiſtente debili, non ſentietur obliquatio, cũ tamen ſit obliquatio ſecundũ uerum.



Sic ergo in ſitus uiſione uirtuti diſtinctiuæ error accidit ex intemperata diſpoſitione

octo

octo circumſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ, ut proponebatur.

XLV.

Figura circularis ſuperficiei rei uiſæ comprehenditur à uiſu ex circularitate formæ in ſuperficie oculi deſcriptæ.

Quoniam enim formæ rerum deſcribuntur in oculi ſuperficie ſicut ſunt in rebus extra, per 17. huius, & formæ ſecundum figuram quæ deſcribuntur in oculi ſuperficie ſic perueniūt ad neruum communem, & circa eius punctum medium figurātur, pro ut patet per 37. tertij huius, & ibi comprehenduntur ab anima ſecundum ſui diſpoſitionem, tūc patet quod forma circularis ſuperficiei rei uiſæ cōprehenditur à uiſu ex circularitate formæ in ſuperficie oculi deſcriptæ, & ſimiliter cōprehenditur circularitas cuiuslibet partium ſuperficiei rei uiſæ; certificatur aūt hæc uiſio cū uidens mouerit axes radiales ambos uel ſaltem unū per totam circunferentiam rei uiſæ aut partis eius, ſic em̄ ex certificatione ſituum terminorū formæ comprehendet figuram ſuperficiei circularem ex conſimilitudine uel diſſimilitudine partium, & ex cōprehenſione æqualitatis uel inæqualitatis remotionis partiū rei uiſæ ab inuicem, uel æqualitatis uel inæqualitatis eleuationum partiū rei uiſæ ſuper inuicem, patet ergo propoſitum.

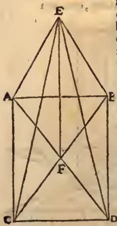
XLVI.

Figura rectilinea cōprehendit̄ à uiſu ex ſuorū terminorū cōprehēſione.

Qm̄ enim figura eſt quæ termino uel terminis continetur, termini autem figurarum ſunt lineæ quæ comprehendūtur uiſu non decepto ſecundum ipſarum ſituationē in ſuperficie oculi, ſicut eſt ipſarum ſituatio in ſuperficie rei uiſæ, palam ergo quoniam ipſarum comprehenſio à uiſu eſt comprehenſio figuræ in ipſis contentæ, cuius ſunt termini illi, & hoc eſt propoſitum, ſed in his omnibus uiſus requirit diſtātiam mediocrem & alias circumſtantias uiſui debitas, ne forte fiat deceptio in ipſo uiſu.

XLVII.

Planicies ſuperficiei ſecundum mediocrem diſtantiam directe uiſui oppoſitæ comprehenditur, & ex comprehenſione æqualitatis remotionis partium, & conſimilitudinis ordinationis ipſarum.



Sit ſuperficies plana a b c, d, & ſit centrum uiſus e, à quo ducatur ſuper datam ſuperficiem perpendicularis e f, & quoniam ſuperficies illa eſt directe uiſui oppoſita, ſic quod perpendicularis incidat in medium punctum illius ſuperficiei, producantur quoq; ad puncta æqualiter à puncto f, diſtantia quæ ſunt a b c d, lineæ e a, e b, e c, e d, & cōtinuentur lineæ f a, f b, f c, f d, quæ omnes erunt æquales propter æqualem ipſarum diſtātiam à puncto f, cum ergo omnes illæ lineæ f a, f b, f c, f d, per diffinitionem lineæ ſuper ſuperficiē erectæ ſint ꝑpendiculares ſuper lineā e f, patet per 4. primi, quoniam lineæ e a, e b, e c, e d ſunt æquales, ſuperficies itaq; a b, c d, ſecundum illos eius terminos æqualiter diſtat à uiſu, ſed & alijs lineis ad puncta alia æqualiter diſtantia à puncto f, centro uiſus productis illarum omnium ad inuicem ex præmiſſis cōcluditur æqualitas, tota ergo ſuperficies ſecundum omnes ſui partes æqualiter diſtantes ex omni parte à puncto f, conſimiliter peruenit ad uiſum, tota itaq; ſuperficies uidebitur plana ex comprehenſione æqualitatis remotionis partium & conſimilitudinis ordinationis ipſarum, & hoc eſt propoſitum. Sed & ſi axes radiales nō incidant ad medium, nihilominus per eandem demonſtrandum, ſemper enim termini cuiuslibet partium ſuperficiei erunt lineæ rectæ, ſuperficies ergo eſt plana.

XLVIII.

Conuexitas ſuperficiei comprehenditur à uiſu ex propinquitate partiū mediarum & æquali remotione partium extremarum.

Cum

Cum enim ſuperficies conuexa directe uiſui opponitur ſecundum mediocrē diſtantiam,tunc cum omnis regularis ſuperficies conuexa ſit pars alicuius ſphæræ uel columnæ rotundæ uel pyramis rotundæ per 118. primi huius, ſi ſuperficies illa oppoſita uiſui ſit pars ſphæricæ ſuperficiei,ſi à centro uiſus ad centrum ſphæræ linea recta ducatur, aliæq́ præter centrum lineæ plurimum producatur,patet per 73.primi huius, quod ſola illa quæ centrū tranſit,eſt ꝑpendicularis ſuper ſphæræ ſuperficiē:aliæ uero oēs lineæ à centro uiſus ad illā ſphæricā ſuperficiē productæ,ſunt ſup illā ſuperficiē incidētes obliquę,erit ergo ꝑ 8.tertij,pars perpendicularis interiacens centrū uiſus & ſuperficiē ſphæricam omniū aliarum linearū breuiſſima,ergo ſecundū illā fit ꝓxima approximatio ad uiſum,& oēs circuli ſecundū punctum cui incidit illa perpendicularis in ſuperficie ſphæræ deſcripti,erūt uiſui proximiores ſecundū illa puncta,& ſecundū alias lineas oblique incidentes erunt uiſui remotiores,quia omnes lineæ perpendiculari lineæ ꝓpinquiores modo dicto ſunt minores remotioribus,quoniam per prænominatam ergo tertij, omnes lineæ à centro uiſus ad periferias maioꝝ circulorum productæ ſunt longiores lineis ꝓpinquioribus ipſi perpendiculari,ex cōprehenſione ergo propinquitatis partium mediorum in illa ſuperficie,et remotione aliaꝝ partiū quæ ſunt in terminis,apparet maior eleuatio partiū mediarū quàm extremarum, & ex inæqualitate eleuationis partiū ſuperficiei uidetur gibboſitas,quæ eſt cauſa conuexitatis,& qm̄ in omni pūcto ſuꝑficiei ſphæricæ ſecant ſe circuli magni trāſeuntes per centrū illius ſphæræ, & oēs lineæ quæ lineæ breuiſſimæ utrunq; æque ꝓpinquant ſunt æquales,ideo ſecundū æqualem diſtantiam à perpendiculari fit æqualitas omniū lineaꝝ ad ſphæræ ſuperficiē à centro uiſus ꝓductarū,& apparet deflexio gibboſitatis æqualis ſecundū omnē differentiā poſitiōis in ſphæricis ſuperficiebus maxime cum directe uiſibus opponuntur. Si uero ſuperficies conuexa oppoſita uiſui fuerit pars ſuperficiei columnaris aut pyramidalis rotundarū, tunc fit eadē demonſtratio ꝓductis lineis perpendicularibus à centro uiſus ad centrum circuli baſis,& omnium circulorū æquediſtantiū baſi,alijs quoq; lineis pluribus ab eodē centro uiſus non perpendiculariter per eoſdē circulos ꝓductis,cōplebitur demonſtratio ut prius, & ſi illæ ſuꝑficies quæcūq; obliquatæ ſint ad uiſum,nihilominus ꝑ eadē eſt demōſtrandum. Siue enim gibboſitas ſit inferius, ſiue ſuperius, ſiue à dextris,ſiue à ſiniſtris, ſemper partiū inæqualis diſtantia propoſitū cōcluderet de irregularibus cōuexitatibus per eadē fit cōprehenſio in uiſu,patet ergo ꝓpoſitum,uniuerſaliter enim cōuexitas comprehenditur à uiſu ex ꝓpinquitate partiū mediaꝝ,& æquali remotiōe partiū extremaꝝ, patet ergo qđ ꝓponebat.

XLIX.

Concauitas ſuperficiei comprehenditur à uiſu ex remotione partiū mediarum & æquali appropinquatione partium extremarum.

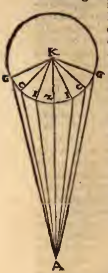
Per eadem q̄ in præcedenti demonſtrandū,& ſimiliter per omnē ſuperficiē tranſcurrendū,ſemꝑ eñ per 8.tertij,linea à cētro uiſus ad centrū ſphæræ uel circuli ꝓducta, quia continet diametrum,eſt omniū longiſſima,& ſibi ꝓpinquiores ſunt cæteris remotioribus maiores,& oēs æqualiter ab illa diſtātes ſunt æquales,ergo termini illius ſuperficiei uidebuntur arcuales,& tota ſuperficies uidebitur concaua,& ſi illæ ſuperficies ſint obliquatæ uiſibus,ſecundū arcualitas terminoꝝ fit ſuperius ſecundū inferius,ſiue à dextris,ſiue à ſiniſtris,ſemper per eandem demonſtrandum, patet ergo propoſitum.

L.

Centro foraminis ueæ & circunferentia circuli in eadē ſuꝑficie exiſtentibus,circunferentia ad aliquam rectitudinem accedere uidetur.

Eſto foraminis ueæ centrū a, in eadem exiſtens ſuperficie,cū circunferentia circuli uiſi,ita ꝙ plana ſuperficies circuli imaginata ꝓducti,ſecet ſphærā oculi trans centrum, illius quoq; circunferentia circuli ſit g b,& eius centrū k,& à punctis illius circūferentiæ ducantur lineæ plurimæ ad uiſum a,quæ ſint b a,d a,e a,z a,i a,c a,g a,ſecundū quas lineas formæ illoꝝ punctorū accedūt ad uiſum,dico qm̄ arcus b g,apparet uiſui linea recta,ducātur eñ à centro illius circuli lineæ k b,k d,k e,k z,k i,k c,k g,qm̄ ergo linea k b uidetur ſub angulo k a b,& linea k d ſub angulo k a d,qui minor eſt angulo k a b,quoniā

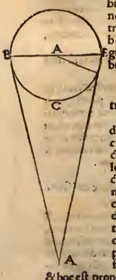
pars eius eſt, ergo ꝑ 20. huius, palã eſt, quia maior uidebitur linea k b quàm k d, qm̃ ſub maiori angulo uidetur, & ſimiliter uidebitur linea k d maior quàm k e, & k e maior ꝙ k z, & eodem modo uidebitur k g maior quàm k c, & k c maior ꝙ k i, & k i maior quàm k z, & punctus quoq; z inter omnes datos punctos, qm̃ cadit in perpendiculari a k, propinquior uidebitur centro k quàm punctum e, & punctus e ꝓpinquior quàm punctum d, & punctus d propinquior quàm punctũ b, in apparentia ergo uiſui, alioqui tollitur de curuitate arcus z b, & ſimiliter eſt de arcu z g, accedere ergo uidetur ad rectitudinem arcus g b, cum enim per 8. tertij, linea a z, ſit omniũ breuiſſima, & linea a e breuior ſit quàm linea a d, & a d breuior quàm a b, patet qđ in uiſu aliquid remanet curuitatis apprehenſæ, & ſic non uidebitur tota periferia linea recta, ſed ad rectitudinẽ aliqualiter accedens, patet ergo ꝓpoſitum, & hoc idẽ accidet cõuexis & concauis partibus periferiæ circuli uiſui oppoſitis, quia ſi à pũcto z ducaĩ aliqua ꝑpendicularis ſup lineam a z, tũc nõ eſt differentia magna uiſui inter arcũ & lineã cõtingentem, cũ per maius ſpaciũ uiſio fiat, ꝓpe uero exiſtẽte uiſu, maior percipitur conuexitas uel cõcauitas & magis apparet. Et ſi centrũ oculi & circulus nõ ſint in eadẽ ſuperficie, tũc circũferentia circuli uidebitur curua, qm̃ tunc ſitus partium lineæ circularis ſecundũ ſuum ſitũ & eſſe propriũ, peruenit ad uiſum & depingitur ſecundũ ſuã curuitatẽ in ſuꝑficie illius, licet quandoq; forma ſphærica illius curuitatis ſecundũ aliqđ ſui uarieĩ.



L I

Circulo centroq; foraminis uneæ in eadem ſuꝑficie exiſtentibus minus ſemicirculo uidetur.

Sit centrum foraminis uneæ qđ ſit punctum a, & circulus b c d, cuius diameter b e, in eadem ſuperficie plana exiſtens, uideaturq; arcus b c d, dico quod minus ſemicirculo uidebitur, ſi enim arcus b c d qui uidetur ſit ſemicirculus, neceſſe eſt lineas a b & a e, ſuper terminos diametri b e incidere, aliter enim ſemicirculus non uidebitur, quia ſola diameter eſt quæ diuidit circulum per æqualia, ergo lineæ a b & a e, ſemper contingent circulum, quoniam à terminis diametri producuntur, palam ergo per 17. tertij, quoniam utraq; cum diametro b e, angulum rectum continebit, triangulus itaq; a b c habebit duos angulos rectos, & tertium angulum, quod eſt contra 32. primi, & impoſſibile, patet ergo propoſitum.



L I I.

Centro foraminis uneæ exiſtente in circũferentia uel in centro circuli, totalis circulus uidetur.

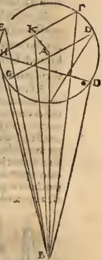
Eſto centrum foraminis uneæ punctum a, in circunferentia circuli d b, dico quod totus circulus d b uidebitur, nec enim eſt punctus in toto circulo à quo ad quẽlibet punctum datum in circunferentia duci linea recta non poſſit, & quia ut oſtenſum eſt per ſecundam tertij huius, poſſibile eſt ſolum illum uideri, inter cuius quodlibet punctum in aliquod punctum ſuperficiei uiſus produci lineas rectas eſt poſſibile, formæ ergo omnium punctorum circuli pertingere poſſunt ad uiſum nullo extrinſeco corpore impediente, talis ergo circulus ſecundum omnia ſua puncta uideri poterit centro foraminis uneæ in illius circuli circunferentia collocata, & quoniam centro foraminis uneæ in centro circuli exiſtente, ad hue omnes lineæ ducibiles à punctis circũferentiæ ad centrũ ad ipſum uiſum perueniunr, patet quia fiet uiſio ſecundum lineas quæ à punctis circunferentiæ ducuntur ad centrum uiſus per decimam ſeptimam tertij huius, & hoc eſt propoſitum.

Exiſtent

LIII.

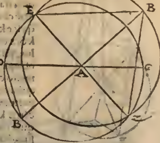
Exiſtente centro oculi in linea à centro circuli ſuper ſuperficiem circuli erecta, aut in termino lineæ obliquæ ſuperficiei circuli inſiſtentis æqualis ſemidiametro, oẽs diametri in eodẽ circulo ꝓducti æquales uiſui apparebũt.

Eſto circulus d e g z, cuius centrum ſit punctus a, erigaturq́ꝫ linea a b, perpendiculariter ſuper circuli ſuperficiem, & ducantur diametri e z & d g, ponaturq́ꝫ centrũ oculi in linea a b in pũcto b, dico quod omnes diametri ductæ trans ſuperficiem circuli, ut e z & d g, æquales adinuicem uidebuntur, ducantur enĩ à centro uiſus lineæ b e, b z, b d, b g, quoniam ergo linea z a æqualis eſt lineæ a g, & linea b a communis ambobus trigonis a b g & a b z, anguli quoqꝫ ad centrum a ſunt æquales, quia recti, palam per 4. primi, quoniam linea b g eſt æqualis lineæ b z, & angulus a b z æqualis angulo a b g, & eodem modo erit angulus a b d æqualis angulo a b e, & omnes anguli ad centrum uiſus inter ſe ſunt æquales, ergo per 19. uel 20. huius, omnes ſemidiametri æquales apparẽt, imò & ipſi diametri, ſub æqualibus enim angulis omnia uidentur, & totales diametri & partes, ſed & omnes lineæ æquediſtantes alteri diametrorum uidentur maiores diametris, & remotiores minores propinquioribus, quod patet ducta linea f h æquediſtante diametrorum d g, cuius medio puncto qui ſit k, incidat linea b k, & copulentur lineæ b f, & b h, & a k, eritq́ꝫ linea a k per 3. tertij, ꝑpendicularis ſuper lineam f h, quoniam ueniens à centro diuidit ipſam per æqualia in puncto k, quia itaqꝫ in trigonis b a g & b k h, anguli b a g & b k h ſint recti, ut b a g, ex hypotheſi & b k h per 22. primi huius, linea uero b k eſt maior quàm linea b a, & linea a g eſt maior quàm linea k h, ꝑ 37. primi huius, angulus b h k eſt maior angulo b g a, ſimiliter quoqꝫ angulus b f h erit maior angulo b d a, in trigonis ergo d b g & f b k erit ꝑ 32. primi, angulus d b g minor angulo f b k, diameter ergo d g uidebitͬ maior quàm linea f h, per 20. huius, ſimiliter quoqꝫ eſt de omnibus alijs lineis æquediſtantibus diametro reſpectu ipſius diametri, & ad inuicẽ demonſtrandum, quælibet ergo minor uidebitur minor, & ita totus circulus uidebitur propriæ ſuæ figuræ, & hoc eſt propoſitum primum. Si uero linea a b, non ſit erecta ſuper circuli ſuperficiem, ſed oblique inſiſtens, ſit tñ æqualis ſemidiametro circuli, ad huc diameter d g & z e uidebuntur æquales cẽtro uiſus in puncto b, exiſtente enĩ ex hypotheſi, z a ſemidiameter ſit æqualis lineæ a b, & ſemidiameter a e æqualis ſit eidem, palã quoniam lineæ a b, a e, a z ſunt æquales. Si ergo ſuper punctum a, ad quantitatem ſemidiametri e a, circulus deſcribatur in ſuperficie in qua ſunt lineæ a e, a z, a b, palam quia tranſibit per punctum b, ergo per 30. tertij, angulus e b z eſt rectus, ſimiliter quoqꝫ oſtẽdetur angulum g b d eſſe rectũ, & quia omnes anguli recti ſunt æquales, & ſub æqualibus angulis uiſa æqualia apparent ꝑ 19. uel 20. huius, palam quia oẽs diametri illius circuli quocunqꝫ ducantͬ æq̃les apparebũt, ſicut diametri e z ipſi diametro g d, qđ eſt propoſitum ſecũdum, patet ergo totũ q̃d ꝓponebatͬ.



LIIII.

Centro oculi exiſtente in termino lineæ maioris uel minoris ſemidiametro circuli, cuius ſuꝑficiei in cẽtro oblique eſt inſiſtens, æquales angulos cũ diuerſis ſemidiametris cõtinentes, illæ diametri eiuſdem circuli æquales apparebunt.



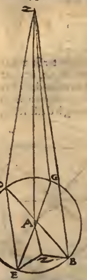
Sit circulus b g d e, cuius centrũ a, & ſit centrũ uiſus z, ſitq́ꝫ linea a z non erecta ſed oblique incidens ſuperficiei circuli maior uel minor ſemidiametro d a, ſit tñ angulus d a z æqualis angulo g a z, & angulus e a z æqualis an-

gulo b a z, dico quod ad hoc diameter d g & e b uidebuntur æquales, quoniam enim li-
nea d a eſt æqualis a g, & linea z a communis duobus trigonis z a g, & z a d, eſt quoq;
ex hypotheſi angulus d a z æqualis angulo e a z, erit per 4. primi, linea z d æqualis li-
neæ z g, & angulus d z a æqualis angulo g z a, ergo per 19. uel 20. huius, baſis d a uide
bitur æqualis g a baſi. Similiter quoq; per eadem demõſtrabitur angulus e z a æqualis
angulo b a z, & ꝑ præmiſſa uidebit̃ linea e a æqualis lineæ b a, & angulus a z g, æqualis
eſt angulo a z d, & angulus e a z æqualis angulo a z g, ideo accidit ut totalis angulus d
z b totali angulo e z g ſit æqualis, uidebitur ergo ut ſupra patuit diameter d b æqualis
diametro e g, quod eſt ꝓpoſitum, poſſibile eſt aũt hoc in quibuſdam diametris accidere,
non aũt in o͂mibus diametris circuli taliter uiſui oppoſiti, nõ ergo oportet q͛ oẽs diame
tri illius circuli uideãtur æquales: nõ e͂m illæ diametri uidebunt̃ æquales, cũ quibuslibet
linea z a, facit angulos inæquales.

LV.

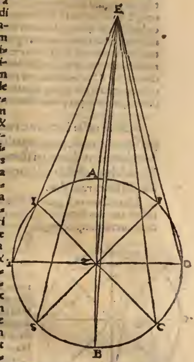
Si recta linea à centro circuli centro oculi incidens nõ erigatur ſuper ſu-
perficiem circuli, necq; æquales angulos cõtineat cũ diametris, ſitq; maior ſe-
midiametro, diametri illius circuli inæquales apparebunt, totusq; circu-
lus uidebitur ſectio columnaris, cuius maxima eſt diameter illa cui perpen
diculariter incidit linea radialis.

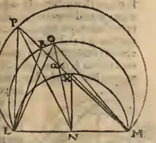
Eſto circulus a g b d cuius centrum z, & ducantur diametri a b & g d, ſe ad inuicem
orthogonaliter ſecantes, ſic quod centrum oculi e, à quo ducatur linea e z ad centrũ cir
culi diametro quidem d g ſecũdum angulum rectum perpendiculariter incidentes, di-
ametro uero a b oblique ut acciderit, non erit ergo linea e z erecta ſuper ſuperficiem cir
culi, ſitq; linea e z maior ſemidiametro circuli, dico quod diametri a b & g d uidebun-
tur inæquales, & g d maxima quidem a b uero minima, & quod totus circulus uidebitur
altera parte longior, ueluti ſectio columnaris, quoniam omnis diameter circuli quæ ce-
ciderit propior minimæ, uidebitur minor remotiore ab illa, & duæ tantum diametri ap
parebunt æquales, ut illæ quæ æqualiter diſtãt ab utraq; parte à minima diametro quæ
eſt a b, quoniam enim diameter g d, eſt perpẽdicularis ſuper diametrũ a b, & ſuper lineã



z e, palam per 4. undecimi, quoniam linea g z eſt perpendicula-
ris ſuper ſuperficiem in qua ſunt lineæ e z & a z, uel a b, ergo per
18. undecimi, erit circulus propoſitus orthogonaliter ſuper ſup-
ficiem e a z, ergo & e a z, ſuperficies erecta erit ſuper circulum, du
catur ergo à puncto e, ſuper ſuperficiem circuli a b g d, perpendi-
cularis per 11. undecimi, hoc itaq; per præmiſſa neceſſario cadet
in communem ſectionẽ illarum ſuperficierum, quæ eſt a b, cadat
ergo & ſit e k, & ducãtur lineæ e a, e b, e d, e g, producaturq; dia-
meter circuli alia quæ ſit s z p, conſtituendo cũ diametro g z d an
gulum p z d æqualem angulo g z s per 15. primi, ducatur quoq;
alia diameter quæ ſit i z d, ita ut anguli g z g & i z g ſint æquales,
quia itaq; à puncto e, in aere dato ſuper ſubſtratam planam ſuper
ficiẽ circuli qui eſt a b g d, ducant̃ duæ lineæ, una ꝑpendiculariter
q̃ eſt e k, & alia oblique q̃ eſt e z, & inter pũcta incidẽtiæ quæ ſunt
k & z copulatur linea z h, in ipſa ſuperficie, patet per 39. primi hu
ius, q͞m angulus e z k, minimus eſt omniũ angulorum ſub linea e z,
oblique incidente, et ſemidiametro z i uel z p, uel quacũq; alia dia
metro contentorum, & omnis angulus iſtorũ angulorum propin
quior angulo e z k eſt minor remotiore: duo ꝗq; anguli ex utraq;
parte æqualiter angulo e z k approximãtes, ut ſunt anguli i z k,
& p z k inter ſe ſunt æquales, copulentur ꝗq; lineæ e i, e s, e p, e t,
quia itaq; ab angulis duorum trigonorũ d e g & t e i, ad medietates
ſuarum baſium æqualiũ in trigono d e g linea e z perpendiculariter
incidit, & in trigono t e i obliq̃ eſt, q̃ linea e z maior medietate utriuſq; illarum baſiũ, g d
& i t, ut patet ex hypotheſi, ergo ꝑ 49. primi huius, erit angulus d e g maior angulo t e i;
ergo

ergo per 20. huius, diameter d g uidebitur maior diametro i t, & quoniam ut oſtenſum eſt per 39. primi huius angulus e z i eſt maior angulo e z a, ambabus uero baſibus trigonorum t e i & a e b, quæ ſunt i t & a b, ad medium punctũ qđ eſt z linea e z incidit oblique: erit per 51. primi huius angulus t e i maior angulo a e b, ergo per 20. huius diameter i t uidebitur maior diametro a b, & ſic per præmiſſa de qualibet aliarũ diametrorũ reſpectu diametri a b eſt demõſtrandũ. Oĩm itaq; diametrorũ circuli propoſiti g d uidetur maxima, & a b minima, & propinquiores diametro g d uidentur maiores, & propinquiores diametro a b uidentur minores: duæ quoq; diametri æqualiter hinc inde diſtantes uidentur æquales, ut ſunt i t & s p per præmiſſam, qm̃ propter æqualitatẽ angulorũ aliquorum qui ſunt e z i & e z p per 39. primi huius anguli t e i & s e p fiunt æquales per 51. primi huius, totus ergo circulus uidetur altera parte longior, ueluti ſectio columnaris. Sed & ſuppoſitis ijs quæ per 39. primi huius declarata ſunt, poteſt reliquũ aliter demõſtrari. Extra hanc enim figuram protrahatur linea l m æqualis diametro d g per 3. primi, & diuidatur linea l m per æqualia in puncto n per 10. primi, & à puncto n ducatur linea n x perpendiculariter ſuper lineam l m per 11. primi, & reſecetur linea n x ad æqualitatẽ lineæ z e, quæ eſt ex hypotheſi maior quàm linea n m, æqualis ſemidiametro z g, ut patet ex præmiſſis, ductisq; lineis l x & m x, compleatur trigonũ l m x, & per 5. quarti circũſcribatur ei portio circuli quæ ſit l m x, eſt itaq; illa portio circuli l m x maior ſemicirculo, ideo quia linea n x eſt maior utraq; linearũ n m & n l, & qm̃ trigonorum g z e & l n x latus g z eſt æquale lateri n l, & latus z e æquale lateri n x, & angulus g z e æqualis angulo l n x, qm̃ ut patet ex præmiſſis uterq; ipſorum eſt rectus, erit per 4. primi baſis g e æqualis baſi l x: & ſimiliter iterata demonſtratio in trigonis d z e & n x m, erit linea d e æqualis lineæ m x, & erit totus angulus l x m æqualis totali angulo g e d, fiat quoq; ſuper punctũ n terminũ lineæ l n per 23. primi angulus æqualis angulo i z e, & ſit angulus l n o, fiatq; per 3. primi linea n o æqualis lineæ e z, & ducantur lineæ l o & m o, deſcribaturq; ſupra circa trigonum l o m portio circuli quæ ſit l o m, erit quoq; ſecundũ præmiſſum probandi modum angulus l o m æqualis angulo i e t, ita ut prius per 23. primi conſtituatur ſuper punctũ n terminũ lineæ l n, angulus l n p æqualis angulo a z e, & fiat linea n p æqualis lineæ e z, & ducãtur lineæ l p & p m, & circa trigonũ l p m deſcribatur portio circuli ut prius, quæ ſit l p m, erit quoq; modo præmiſſo angulus l p m æqualis angulo a e b, ducaturq; linea à puncto l ad punctũ ſectionis, ubi linea m o ſecat circũferentiã portionis circuli quæ l x m, quæ linea ſit l q, & quia per 26. tertij angulus l q m æqualis eſt angulo l x m, cadunt enim in eundem arcũ quẽ concordat linea l m, angulus uero l q m maior eſt angulo l o m per 16. primi, patet, quia angulus l x m maior eſt angulo l o m, angulus uero l x m æqualis eſt angulo g e d, & angulus l o m æqualis eſt angulo i e t, pa-





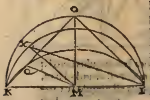
ſam ergo, quoniã angulus g e d maior eſt angulo i e t. Similiter quoq; ducta linea k ad punctũ ſectionis, in quo linea m p ſecat arcum l o m, palam ut prius, q̃m angulus l o m maior eſt angulo l p m, & quoniã angulus l p m eſt æqualis angulo a e b, erit angulus i e t maior angulo a e b, ergo per 20. huius maior apparebit uiſui in puncto e poſito diameter g d, q̃ diameter i t, & diameter i t maior diametro a b, & q̃m de omnibus diametris cadentibus in arcum i a eadem eſt demonſtratio reſpectu diametri a b, patet q omnib9 illis maior uidebitur diameter g d, & minor uidebitur diameter a b: omniũ itaq; diametrorũ concurrentiũ cum linea e z in puncto z diameter a b uidetur minima, & g d maxima: diameter uero media diuidens angulũ a z g per æqualia, modo medio uidebitur in diametris g d & a b, & quia per præmiſſam angulus i e t æqualis eſt angulo s e p, palam quia diametri i t & s p æquales uidebuntur, quoniã ſunt diametris g d & a b æqualiter diſtantes, ut patet per præmiſſam & per 15. primi, hoc ergo eſt propoſitum.

LVI.

Si linea recta à centro circuli centro uiſus incidens, non erigatur ſuper ſuperficiem circuli, neq; æquales angulos contineat cum diametris, ſitq; minor diametro, diametri illius circuli inæquales apparebunt, totusq; circulus uidebitur ſectio columnaris, cuius maxima diameter eſt illa, cui oblique incidit linea radialis.

Eſto circulus a b g, cuius centrũ e, & ducantur duæ diametri a g & b d ſe inuicem ad rectos angulos ſecantes in cẽtro e, & ducatur linea e z, quæ neq; ſit erecta ſuper ſuperficiem circuli dati, nec angulos æquales continens cum diametris a g & b d, & ſit minor ſemidiametro continens angulos rectos cum diametro g a, & inæquales cum diametro d b, dico q diametri propoſiti circuli apparebunt inæquales, & q totus circulus uidebitur ſectio columnaris, cuius diameter g a apparebit omniũ minima, & diameter d b maxima: diametri uero æqualiter ab iſtis ambobus diametris diſtantes, æquales apparebunt oculo in puncto, & exiſtẽte ut ſunt diametri h p & s r, quia enim angulus z e g eſt rectus, ducantur lineæ z g, z d, z a, z b, & ducantur ad diametrũ h p lineæ z h, z p, & ad diametrũ g r lineæ z g & z r, & omnibus alijs ut in præmiſſa diſpoſitis, ſcilicet ducta linea z k ſuper diametrũ g a, cui ꝑpendiculariter incidit linea z e per 39. itaq; primi huius, patet q angulus z e k eſt minimus omniũ angulorũ illorũ: & omnis angulus illi propinquior eſt minor remotiore, quia uero ab angulo trigoni g z a deſcendit linea z e ad mediũ baſis, quæ eſt a g perpendiculariter, & ab angulo trigoni h z p deſcendit eadem linea z e oblique ad medium baſis h p, eſt itaq; linea z e minor medietate utriuſq; illorũ baſium æqualiũ, ut patet ex hypotheſi, palam per 50. primi huius, q̃m angulus g z a eſt minor angulo h z p, ita per 51. primi huius, quoniam angulus g z a eſt angulus h z p minor angulo d z b. Similiter quoq; de quibuſcunq; diametris medijs demonſtrandũ, patet ergo per 30. huius, q̃m omniũ diametrorũ a g uidetur minima, & d b maxima, & mediæ medio modo ſe habentes, ſecundũ q plana approximant hinc & inde: duæ quoq; diametri æqualiter diſtãtes ab extremis uidentur æquales per 54. huius, patet ergo ꝓpoſitũ. Sed & ſuppoſitis ijs, quæ per 39. huius primi, poteſt reliquũ aliter demonſtrari: Aſſumatur ut in præmiſſa k l æqualis diametro g d, & diuidatur in duo æqualia in puncto m, & producatur à puncto m perpendiculariter linea m o æqualis lineæ e z, erit ergo linea m o ex hypotheſi minor ſemidiametro g e, & minor linea k m, & ducantur lineæ k o & l o: trigono quoq; k o l circũſcribatur circuli portio per 5. quarti, quæ ſit k o l; eſt autẽ illa portio minor ſemicirculo, quia linea





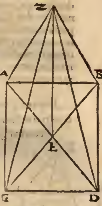
m o

mo eſt minor ſemidiametro, eritq́ per 4. & 8. primi angulus k o l æqualis angulo g z a. Sit iterum angulus p e z æqualis angulo k m x, & ſit linea x m æqualis lineæ e z, ductisq́ lineis k x & l x, circūſcribatur trigono k x l portio circuli k x l, & erit modo præmiſſo angulus k x l æqualis angulo h z p. Item ſit angulus k m q æqualis angulo a e z, & ſit linea m q æqualis e z, ductisq́ lineis k q & l q, ut prius deſcribatur portio circuli k q l, & erit angulus æqualis angulo d z b, & quia inter præmiſſum patuit, erit angulus k o l minor angulo k x l, & angulus k x l minor angulo k q l, erit angulus g z a minor angulo h z p, & angulus h z p minor angulo d z b, apparebit ergo diameter d b maior quàm diameter h p, & h p maior quàm g d, diameter uero h p & ei æqualiter diſtans, quæ s k, à diametro g a, æquales apparebunt per 54. huius, & hoc eſt propoſitum.

LVII.

Centro uiſus exiſtente in linea erecta ſuper ſuperficiem quadrati in puncto interſectionis duorum diagonorum, latera quadrati æqualia apparent, & diametri æquales.

Sit tetragonus a b g d, & protrahatur in ipſo diagoni a g, b d, & earū interſectio ſit e, erigatur e z ſuper ſuperficiem tetragoni per 12. undecimi, ponaturq́ oculus in aliquo puncto lineæ e z ut m z, & ducantur lineæ z a, z b, z d, z g, quia itaq́ per 40. primi huius medietates diagonorum inter ſe ſunt æquales, ut d e & g e, & linea e z eſt cōmunis duobus trigonis d z e & g z e, & anguli circa e ſunt recti per diffinitiōem lineæ ſuper ſuperficiē erectæ, erit per 4. primi baſis z g æqualis baſi z d, & angulus e z g æqualis angulo e z d, uidebitur itaq́ linea d e æqualis lineæ e g per 20 huius: & ſimiliter per eandem, quia angulus a z e eſt æqualis angulo b z e. uidebitur ergo linea a e æqualis lineæ b e, tota quoq́ linea d b apparebit æqualis toti lineæ a g, & quoniam linea g z eſt æqualis lineæ b z, & linea a z æqualis lineæ d z & linea a b eſt æqualis ipſi g d, quoniā ſunt latera eiuſdem quadrati, & ſic tria latera unius trigoni ſunt æqualia tribus lateribus alterius, ergo per 8. primi anguli æqualibus lateribus contenti ſunt æquales: omnia itaq́ latera ipſius quadrati hoc modo æqualia apparebunt, & hoc eſt propoſitū, quoniam in omni puncto lineæ a z eadem eſt demonſtratio, concludendo ſemper per 20. huius.



LVIII.

Si recta linea maior uel minor medietate diagoni quadrati à medio puncto centro uiſus incidens obliquata ſuper eius ſuperficiem æquales angulos cōtineat cum diuerſis medietatibus diagonorū, diagoni illius quadrati apparebūt æquales.

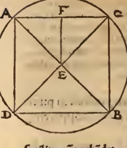
Sit quadratū a b c d, cuius medius punctus inueniatur per 40. primi huius, quod ſit e, & ducantur diagoni a c b & c e d, ſitq́ centrū uiſus f, & linea f e ſit maior quàm linea e a medietate diagoni, uel minor illa, ſit quoq́ linea f e obliquata ſuper ſuperficiem quadrati, ſit tamē angulus f e a æqualis angulo f e c, dico quod adhuc diagoni ipſius quadrati æquales apparebunt: circa punctū enim e deſcribatur circulus ad quantitatē ſemidiametri e a, palam ergo, cum omnes medietates diagonorū ſint æquales per 40. primi huius, quoniam per 9. tertij circulus iſte circūſcribet totali quadrato, oēs terminos diagonorum attingēs, erūt ergo diagoni quadrati diametri deſcripti circuli. Sed manifeſtū eſt per 54. huius, quoniam diametri circulorum in hac diſpoſitione omnes uidētur æquales, ergo & diagoni quadrati cum ſint idem cū illis, & hoc eſt propoſitum. Idem quoq́ accidit in omnibus figuris poligonijs quibuſcunq́ formæ, & per eadem uel ſimilia demonſtrandum.

LIX.

Linea recta ad punctum medium ſuperficiei quadratæ oblique à centro uiſus incidēte, & inæquales angulos cū diagonis cōtinente, ſiue maior ſiue minor ſemidiagono fuerit, ſemper diagoni quadrati inæquales apparebūt.

Remaneat

Remaneat diſpoſitio proximæ præcedentis,contineatq; linea f e inæquales angu-
los cum diagonis,ita q angulus f e a ſit inæqualis angulo f e c,& circumducatur circu-



lus quadrato circa centrum e ut prius,& ſi linea f e fuerit maior ſemidiagono a e,concludetur per 55.huius diametros circuli,qui ſunt diagoni propoſiti quadrati, inæquales uideri, q ſi linea f e fuerit minor ſemidiagono a e,tunc ſimiliter per 56.huius conuinceť diagonos quadrati inæquales uideri. Diuerſitas tamen iſtarum inæqualitatũ,fit ſecundũ modum illic in circulis propoſitũ,ſecundũ diuerſitatẽ angulorum incidentiæ hinc inde,patet ergo ꝓpoſitũ,& eodem modo poteſt de alijs figuris,ut de quadrangulo altera parte lõgiore,& de hexagonis, octogonis, & uniuerſaliter de omnibus poligonijs parium angulorum faciliter demonſtrari, q ipſorum diagoni quandoq; æquales uideñt,& qñq; inæquales,nec in talibus duximus immorandũ,quia quilibet huius ſcientiæ pſcrutator hoc faciliter cõprehẽdet.

LX.

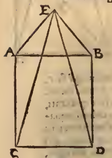
Centro foraminis uneæ in puncto medio ſuperficiei cuiuſcunq; figuræ rectilineæ exiſtente,ſemp figura ſecundũ ſui formã propriã uiſui occurret.

Verbi gratia;Sit figura data exempli cauſa quadrata , & inueniatur punctus medius per 40. primi huius,in quo ponatur centrum foraminis uneæ,& hoc eſt,ut ſupponatur oculus illi puncto,& quoniã ab illo puncto ad omnem punctũ laterum angulorum poſſunt duci lineæ æquales uel proportionales ijs quæ in ipſa ſuperficie,patetq; q forma cuiuslibet illorũ punctorum uidebitur,& propter æqualitatẽ linearũ radialium ad eas quæ in ſuperficie lineas figurabitur figura in oculi ſuperficie,ſicut eſt extra in ſuperficie rei uiſæ,patet ergo q totalis forma & figura illius ſupficiei uidebiť,ſicut eſt ꝓpria illi figuratio cuiuſcunq; ſit figuræ,& hoc eſt propoſitum.

LXI.

Figura quadrata uno ſolo latere directe uiſui oppoſito, diſtantia uiſa altera parte longior uidetur.

Sit enim figura quadrata a b c d,& centrum uiſus e,& latus quadrati qđ ſit a b, op-



ponatur uiſui directe;palam ergo,quoniã alia uiſui opponẽtur oblique, ſed per 26.huius quantitas oblique uiſui oppoſita uidetur minor,quoniam ſub minori angulo uidetur:directe uero uiſui oppoſita,uidetur ſua propriæ quantitatis q̃ oblique uiſa: ſub maiori enim angulo uidẽtur omnia directe uiſibus oppoſita,q̃ ſibi æqualia quæ opponuntur uiſibus oblique,tota ergo figura quadrata uidebitur altera parte longior. Superficies uero quadrata e, diſtantia uiſa altera parte longior,uidetur ut proponitur , ſed eſt poſſibile, uel altera parte longior appareat uiſui eſſe quadrata , ut ſi latus ei uero breuius directe opponať uiſui & longius oblique,tunc enim poteſt fieri propter diſpoſitionem obliquitatis,ut longius latus apparet æquale breuiori. Multa quoq; ſimilia accidunt ex hac radice, utpote irregularitas in quibuslibet poligonijs figuris æquilateris & æquiangulis. In alijs quoq; accidit ſitæ formæ diuerſitas in uiſione, quæ omnia relinquimus diligentiæ particulariter perquirentis,ſufficit enim nobis hoc uniuerſaliter propoſitum in radice.

LXII.

Si quadratum, cuius latus non ſit excedẽs , diſtantia oculorũ uiſibus proprijs apponatur, uidebitur altera parte longius, & latera uiſibus obuiantia, ex parte uiſuum concurrere uidebuntur.

Sit qua-

Sit quadratum a b c d, cuius latus a b non ſit excedens quantitatē lineæ cōnectenti centra oculoꝝ, hoc eſt diſtantiā oculoꝝ, & applicetur uiſibus ut ꝓpius poteſt, ſecundū latus ſuū a b, dico ꝙ uidebit̃ altera parte longius, latera enim eius duo. ſ. a c & b d directe ſubijciuntur uiſui, qm̃ q̃dlibet illorū laterum imaginatū extendi ſecundū ſitum continuum & directum per 1. ſecundi huius penetrat centrum uiſus, cui directe ſubijcitur, & ſic forma eius directe depingitur in ſupficie ipſius uiſus, & latus c d directe opponitur uiſui, uidebūtur ergo illa ſua ꝓpriæ quantitatis per 26. huius, latus uero a b uidet̃ oblique, qm̃ cadit intra axes uiſuales, nec ſuper ipſum erigitur aliquis axium uiſualiū, uidetur ergo minus per eandem 26. huius: totum ergo quadratū a b c d uidetur altera parte longius, & lineæ c a & d b, quæ ſunt latera illius quadrati uiſibus obuiantia, uidebuntur plus diſtare ſecundū lineam c d, q̃ ſecundū lineam a b, uidentur ergo concurrere uerſus partem uiſus, qđ eſt propoſitū: & eadem paſſio accidit figuræ quadrangulæ altera parte lōgiori, nec eſt differentia q̃ ad illū, qđ etiā per eandē poteſt demōſtrari, patet ergo ꝓpoſitum. Et qm̃ figura corporalis q̃dā figura eſt, licet uiſio corporeitatis ſit alia à uiſione figuræ, quō uirtuti diſtinctiuæ error in uiſiōe figuræ accidat, duximus in poſterius differendum.

LXIII.

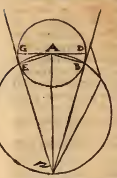
Corporeitas comprehenditur à uiſu, in quibuſdam corporibus per ſe, & in quibuſdam auxilio uirtutis iudicatiuæ.

Cum enim corporeitas ſit extenſio corporis ſecundū trinā dimenſionē, dico ꝙ ipſa quandoq; cōprehenditur in quibuſdā corꝑibus à uiſu per ſe, quædā enim corpora continentur à ſupficiebus planis ſecātibus ſe recte uel oblique adinuicē, & quædā à ſuperficiebus cōcauis & cōuexis, & q̃dam à ſupficiebus cōuexis & planis, & quædā à ſuperficiebus concauis & planis, & quædā à diuerſis ſuperficiebus cōuexis, concauis & planis ſe interſecantibus, & quædam continentur ab una ſola ſuperficie rotunda: corpus itaq; cōtentum à ſuperficiebus ſecantibus ſe, cuius una ſuperficies eſt plana: quando ſuperficies eius fuerit oppoſita uiſui ſecundū directam oppoſitionē ſiue obliquatam, ita tamen, ꝙ communis ſectio duarum ſuperficierū uideatur, & ꝙ ambæ ſuperficies ſe ſecantes occurrant ſimul uiſui, tunc extenſio corporis ſecundum longitudinem & latitudinem, & ſecundum profunditatem à uiſu comprehendetur, ſic ergo corporeitas cōprehendetur. Corpora quoq;, quorū ſuperficies eſt conuexa ſiue ſit una ſiue multæ, cum opponuntur uiſui ſecundū directionem uel obliquationē, erunt remotiores partiū eius à uiſu inæquales, & erit medium conuexi eius propinquius extremitatibus uiſus per 8. tertij. Reliquæ uero partes eius erunt à uiſu remotiores, quo comprehēſio ſentiet uiſus corporeitatem, quoniam comprehendet profunditatem partium plus remotarum à ſe reſpectu partiū propinquiorū ſibi, & cum hoc comprehendet longitudinem & latitudinem dimenſionū illorum corporū. Corporis quoq; concaui concauitas percipi poteſt à uiſu ſecundū mediocrem diſtantiam, tunc enim, quia medium eius maxime elongatur à uiſu per 8. tertij, ut prius: profunditas illius corporis cōprehenditur à uiſu propter maiorem diſtantiam unius partis reſpectu aliarum, ſed ex conſequenti longitudo & latitudo patent: ꝙ ſi plures ſunt in ipſo ſuperficies ſe ſecantes, quorū communes ſectiones ſe à uiſu offerant, corporeitas ipſorum comprehenditur à uiſu cum ſentitur obliquitas illarū ſuperficierum. In ijs autem omnibus attendenda eſt mediocritas diſtantiæ, quoniam in maximis remotionibus eſt ſecus, tunc enim per uiſum nudum non comprehenditur corpus propter uiſionem ſuperficiei, ſed auxilio uirtutis animæ ſuperioris, eſt enim principium quieſcens in anima ex conſuetudine uiſionum, & eſt tale, ꝙ nihil uidetur niſi corpus. Vnde qando uiſus uidet aliquam uiſibilem ſuperficiem, ſtatim uirtus iudicatiua animæ dicet, ꝙ uidens uidet corpus, quamuis non comprehendat uiſus extenſionem eius in profundum. Nam latitudinem & longitudinem per ſe comprehendet uiſus per comprehenſionem ſuperficiei cuiuſcunq; per 17. tertij huius, non autem comprehendet ſemper corporum profunditatem, quæ eſt tertia dimēſio ipſorū, niſi auxilio uirtutis ſuperioris ipſius animæ, patet ergo propoſitum.

LXIIII.

Longior linea ab aliquo puncto ſuperficiei conuexæ ſphæricæ ad uiſum accedens, eſt linea contingens circulum magnum illius ſphæræ.

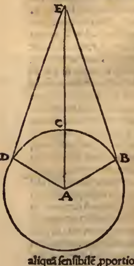
Eſto data ſphæra d g, cuius centrũ ſit a, circulus eius magnus d g e b, quæ ſphæra ſit uiſa ab oculo, cuius centrũ ſit punctũ z, & ſuper lineam diſtãtiæ centri ſphæræ qđ eſt a, & centri oculi qđ eſt z, poſitam ꝑ diametro quæ ſit a z, figuretur circulus a b e z, & ducantur ad ſectiones circulorũ iſtorũ lineæ z b & z e, dico ꝙ hæ lineæ contingunt circulũ d g e b, qui eſt circulus magnus ꝓpoſitæ ſphæræ, & ꝙ ipſæ ſunt longiores omnibus alijs lineis ductibilibus à quibuſcunq; punctis ſuperficiei ſphæræ ad centrũ uiſus, ducantur enim à centro ſphæræ qđ eſt a, duæ lineæ ad terminos linearũ z e & z b, quæ facient cum eis angulos rectos; fient enim anguli a e z & a b z recti per 30. tertij, quia uterq; illorũ cadit in ſemicirculo, ergo per 15. tertij illæ duæ lineæ z e & z b ſunt contingentes circulũ d g e b, protractæ ergo circulũ nõ ſecabũt. Si uero dicat̃, ꝙ illæ contingentes non ſunt longiſſimæ, quæ perueniũt à punctis ſuperficiei ſphæræ uiſæ ad centrũ uiſus z, ſint aliæ longiores, quæ ut patet ex præmiſſis, ſi linea z b protrahatur, ipſa non ſecabit circulum quem contingit per 15. tertij, ergo ſi à puncto z centro uiſus in ſuperficie, in qua ſunt lineæ z e & z b, protrahatur linea longior ꝙ̃ ſit linea z b uſq; ad circulum: palam ergo, quia iſta recta cum linea z b ſuperficiem includet, qđ eſt impoſſibile. Illæ ergo duæ lineæ contingentes circulũ ſunt omnibus alijs lineis longiores, quod eſt propoſitum.



LXV.

Sphæræ à remotiſſimo uiſæ ſuꝑficies conuexa uel concaua uidet̃ plana.

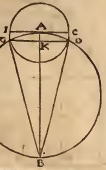
Sit ſphæra, cuius centrũ ſit a, & in ea circulus magnus b c d, & ſit centrũ uiſus e, ducanturq́; lineæ e a, e b, e c, e d, palamq́; per 50. huius, quoniã forma arcus b c d ipſi uiſui e à remotiori incidentiæ arcus b c d accedit ad rectitudinem, & idem eſt de alijs arcubus quibuſcunq; uiſus incidit in tota data ſphæra, totalis ergo portio conuexæ ſuperficiei, cui uiſus incidit, uidetur plana, ut ſicut arcus circulorũ in ſuperficie ipſius deſcriptibiliũ accedũt ad rectitudinem linearũ, ſic totalis ſphæræ ſuperficies ad planiciem accedat, & per eadem poteſt fieri demõſtratio de cõuexa ſuperficie ipſius ſphæræ, cũ enim in illa partiũ rei uiſæ plus altera diſtare uidetur, neceſſe eſt unius diſpoſitionis apparere totam ſuperficiẽ rei uiſæ. Cum itaq; totum conuexũ corpus uel concauũ in remotione maxima fuerit à uiſu, tũc uiſus nõ comprehendet concauitatẽ uel conuexitatẽ, ſed cõprehẽdet ipſum quaſi planũ, quia ſitus partiũ ſuperficiei ſuæ adinuicem nõ comprehendit̃ à uiſu in aliqua diuerſitate, ſed ſecundũ concauitatẽ æqualem peruenerint ad uiſum, & in ipſius uiſus ſuꝑficie ſecundũ diuerſitatem ſitus figurat̃, unde plana iudicant̃, & plana uidebit̃ totalis ſuperficies rei uiſæ, & ob hoc figuræ ſuperficierũ ſolis & lunæ uident̃ planæ, ſemidiametri enim ipſorũ ad lineam ſuæ diſtantiæ, quæ à centro uiſus ad ipſorum ſolis & lunæ centra ducitur, non habet aliquã ſenſibilẽ ꝓportionẽ, unde nihil aufert à quantitate lineæ à centro uiſus productæ contingente ſphæras illas per præmiſſam. Longior enim linea ab aliquo puncto ſuperficiei conuexæ ipſius ſphæræ ad uiſum accedens, eſt linea circulũ magnũ illius ſphæræ cõ



ræ contingens,& illæ lineæ omnes ſunt æquales inter ſe per 58. primi huius,& quãſenſibiliter nõ excedunt lineam à centro uiſus ſuper ſupficies illarũ ſphærarum ꝑductas, ideo omnes illæ lineæ uidentur quaſi æquales ipſis ꝑpendicularibus,quæ tranſeunt centra illorum corporũ à centro uiſus productæ,& arcus interiacentes rectitudini accedunt:unde totales ſuperficies uidentur planæ,& hoc idem propter eandem cauſam accidit in omnibus alijs ſtellis,quæ propter remotiõem maximam quaſi quædam ſuperficies paruorum circulorũ uidentur,patet ergo propoſitum.

LXVI.

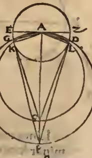
Sphæricæ ſuperficiei cõuexæ illuminatæ uno oculo uiſæ,ſemper minus hemiſphærio apparet,& pars eius uiſa circulo continetur.



Sit ſphæræ uiſæ centrũ a,& ſit centrum uiſus b,producaturq́ linea a b,ſitq́ ut ſuperficies plana tranſiens punctũ b,ſecet ſphæram,erit ergo per 69. primi huius communis ſectio illius ſuperficiei & ſphæræ circulus,ſit ille circulus g d,& ſuper diametrũ a b,quæ interiacet centrum uiſus & centrũ ſphæræ uiſæ,deſcribatur circulus qui ſit a g d b,& producantur lineæ g b,d b,a g,a d, quia ergo arcus a g b eſt ſemicirculus,palã per 30. tertij,quia angulus a g b eſt rectus. Similiter autẽ & angulus a d b eſt rectus, ergo lineæ b g & b d ſunt contingentes circulũ per 15. tertij,copuletur itaq; linea g d ducta per puncta contactuũ, quã ſecabit linea b a per æqualia per 58. primi huius,ſit ergo punctus ſectionis k,eruntq́; per 4. primi trigona g k b & d k b æquiangula,patet & hoc p 3. tertij,ducatẽ quoq; p centrũ a linea i t æquediſtãter lineæ g d per 31. primi: erit ergo per 29. primi linea a b ꝑpendicularis ſuper lineã i t, cum ipſa ſit ꝑpendicularis ſuper lineam g d æquediſtantẽ lineæ i t, ergo per 15. tertij erit linea i a contingẽs circulũ a g b d,& ipſa eſt diameter circuli d g,arcus ergo d g qui uidetur,minor eſt ſemicirculo,put etiam patet per 51. huius, trigonus itaq; b g k manẽte fixo latere b k,intelligatur circũduci quouſq; redeat ad locum unde cœpit, & palam,quoniã linea b g contingens circulũ d g,unũquodq; punctũ ſuperficiei ſphæræ,cui ipſa circũducitur,continget,& linea k g motu ſuo faciet circuli ſectionem,fietq́; pyramis,cuius uertex erit punctũ b,qđ eſt centrum uiſus,baſisq́; eius erit circulus per motum lineæ k g factus:pars ergo uiſa ſub circulo continetur,palam quoq; quoniam uidetur minus hemiſphærio:eſt enim,ut præmiſſum eſt,ſphæræ uiſæ diameter i t,& linea g d illi æquediſtãs minor diametro,eſt aũt linea g d diameter baſis pyramidis uiſionis,minus ergo hemiſphærio uidetur,quod eſt propoſitum.

LXVII.

Viſu ſphæræ illuminatæ conuexæ approximãte,minus ſuperficiei ſphæræ uidetur,apparet autem quaſi magis uideatur.

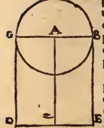


Eſto ut in præmiſſa ſphæra,cuius centrum a,ſit quoq; centrũ uiſus b,& ducatur linea a b,& circa diametrũ a b deſcribatur circulus g b d,& ducatur à puncto a linea e a z perpendiculariter ſuper lineam a b per 11. primi,& quia lineæ a b & e z ſunt in una ſuperficie per 2. undecimi. Intelligaẽ hæc ſuperficies plana ſecare ſphæram,ipſa aũt per 69. primi huius ſecabit ſphærã ſecundũ circulũ qui ſit g e z d,eruntq́; puncta ſectionis duorũ ꝑpoſitorum circulorũ quæ g & d,ducantur lineæ g a,d a,b g,b d,& patet per modũ ꝑximæ præcedentis,quã lineæ b g & b d contingũt ſphæram, & uideẽ ab oculo exiſtente in puncto b pars ſphæræ g d: ſit ergo ut appropinquet oculus ſphæræ,& fiat in pũcto c, ducaturq́; c a circa quã ut diametrũ deſcribaẽ circulus a k d l,ducanturq́; lineæ c k,c l,a k,a l,ergo propter præmiſſam uidebitur ſub circulo exi-

ſtente in puncto c pars ſphæræ, quæ eſt k l, quæ minor eſt parte ſphæræ g d uiſæ ab oculo exiſtente in puncto b, quõ arcus cadens inter puncta cõtingentiæ linearũ c k & c l, quæ per 64. huius attingũt ſphærã, minor eſt arcu g d, quæ cadit inter puncta cõtingentiæ linearũ b g & b d, qđ patet per 60. huius, palam ergo, quõ appropinquante oculo ipſi ſphæræ, minus ſuperficiei ſphæricæ uidetur, quia uero, ut patet per eandẽ 60. primi huius, lineæ g b & c k concurrũt ſi producãtur uerſus punctũ g, palam per 16. primi, quoniam angulus k c a minor eſt angulo g b a, ſimiliter angulus a c l maior eſt angulo a b d, totus ergo angulus k c l eſt maior toto angulo g b d: pars ergo ſphæræ, in qua eſt arcus k l, ſub maiori angulo uidebitur, quàm pars ſphæræ in qua eſt arcus g d, apparet ergo per 20. huius maior uiſui pars ſphæræ quæ eſt k l, quàm pars eius quæ eſt g d, & hoc eſt propoſitum.

LXVIII.

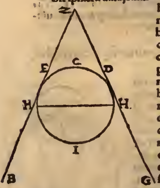
Diametro ſphæræ illuminatæ conuexæ lineæ connectenti centra amborũ oculorũ æquali exiſtente, hemiſphæriũ eſt qđ ambobus uiſibus uideť.



Sphæræ datæ ſit centrũ a, ſitq́; circulus eius maior, cuius diameter ſit b g, quæ ex hypotheſi erit æqualis diſtantiæ oculorum, hoc eſt lineæ connectenti centra uiſuum amborũ quæ ſunt e & d, ducantur quoq; à punctis b & g perpendiculares b d & g e, quæ fiant æquales per 3. primi, & copuletur linea d e, quæ per 33. primi & ex hypotheſi erit æqualis & æquediſtans lineæ g b, ducať quoq; perpendicularis à puncto a centro ſphæræ ſuper lineam g b per 11. primi, quæ producta ad lineam d e ſecet ipſam in puncto z: palam ergo per 29. primi, quoniã linea a z eſt perpendicularis ſuper lineam e d, & per 27. primi erit linea a z æquediſtans lineæ g e, ergo per 33. primi patet quòd linea e d diuiditur per æqualia in puncto z, & quia, ut patet ex hypotheſi, erunt oculi in punctis d & e, dico quòd hemiſphæriũ eſt qđ uidetur, manente enim fixa linea a z, circũuoluatur paralellũ a b z d, donec redeat ad locum unde incepit: linea ergo a b mota deſcribet circulũ æqualẽ circulo g b, cuius ipſa eſt ſemidiameter, erit aũt circulus magnus ſphæræ datæ circulus g d, ergo per motũ lineæ a b deſcribiť circulus magnus, hic aũt ſphærã diuidit in duo æqualia, patet ergo propoſitum.

LXIX.

Linea connectẽs centra amborũ oculorũ, ſi maior diametro ſphæræ illuminatæ cõuexæ fuerit, plus hemiſphærio eſt qđ ambobus uiſibus uideť.



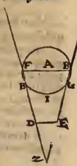
Sit ſphæra data, cuius centrum a, & eius circulus magnus ſit e c d i, ſintq́; centra amborum oculorum b & g, ſitq́; linea b g producta maior diametro datæ ſphæræ & eius circuli magni, dico quòd a b ambobus uiſibus maius hemiſphærio uidebitur, ducantur enim à centris oculorum lineæ b e & g d contingentes circulum e d c i per 16. tertij, contingantq́; in punctis e & d, & ducatur à puncto a diameter ſphæræ æquediſtans lineæ b g per 31. primi, & quia diameter ſphæræ ex hypotheſi eſt maior quàm linea b g, palam, quõ lineæ b e & g d ultra diametrum f h concurrunt per 15. primi huius, concurrant ergo in puncto z, quia ergo ab uno puncto z ducuntur duæ lineæ contingentes circulũ ſcilicet e z & z d, palã, quia portio circuli quæ eſt e c d eſt minor ſemicirculo per 59. primi huius, ergo portio eiuſdẽ circuli reliqua, quæ eſt e i d eſt maior ſemicirculo: hæc aũt portio eſt illa quæ uideť, & quia idẽ eſt de oĩbus circulis magnis in tota ſphæra ſignatis, palã, quia maius hemiſphærio eſt, qđ ſuperficiei ſphæricæ hypotheſi tali exiſtẽte uideť, & hoc eſt propoſitũ.

LXX.

Linea connectens centra amborũ uiſuum, ſi diametro ſphæræ conuexæ minor fuerit, minus hemiſphærio eſt quod uidetur.

Sit

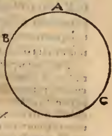
Sit ſphæra data cuius centrum a,& circuli eius magni diameter ſit f h,ſintq́ꝫ centra oculorum d & e,& producatur linea d e,cōnectens centra oculorum minor exiſtens diametro f h,ducanturq́ꝫ lineæ illum circulum contingentes,quæ ſint d b & e g,dico quod minꝰ hemiſphærio eſt illud quod uidet. protrahantur enim lineæ b d & g e,& quoniam linea d e, eſt minor diametro f h,palam per 15.primi huius,quoniam lineæ b d & g e, concurrunt ultra ambos uiſus, ſit ergo concurſus punctus z,palam per 58. primi huius,quoniam cum à puncto z ducantur duæ lineæ unum circulum contingentes,quæ ſunt z b & z g,quod arcus b i g eſt minor ſemicirculo,minus ergo ſemicirculo b g uidetur ſub oculis d & e, ergo ut prius minꝰ hemiſphærio uidebitur ſub oculis d & e,& hoc eſt qđ ꝓponebatur.



LXXI.

Centro foraminis uneæ in ſuperficie ſphæræ concauæ illuminatæ exiſtente tota ſphæræ intrinſeca ſuperficies uidetur.

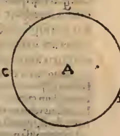
Eſto centrum foraminis uneæ punctus a,& ſit ſphæra data,cuius maior circulus ſit b a g trāſiens per centrum a,patet ergo per 52.huius,quoniam ſic uiſu diſpoſito totus circulus b a g,poterit uideri, & q̄a plurimi circuli magni ſpæræ ſe ſecant ſuper polos ſphæræ,quilibet autem punctus ſphæræ eſt polus ſphæræ,palā quia oēs circuli magni ſphæræ datæ,qui per omnia puncta ſuperficiei ſphæræ imaginari poſſunt,tranſeuntes ſe interſecabunt ſuper punctū a,erit ergo punctū a,quod eſt centrum foraminis ipſius uneæ in quolibet illorum magnorum circulorum,oēs autem illi circuli magni ſphæræ totam ſphæræ ſuperficiem euacuant,quia non eſt dare punctum in ſphæræ ſuperficie,quem aliquis circulus magnus nō tranſeat, uiſu ergo taliter diſpoſito tota cōcaua ſphæræ ſuperficies uidebitur,&hoc eſt propoſitum.



LXXII.

Centro foraminis uneæ intra ſphæræ cōcauæ illuminatæ ſuperficiem uel extra illam exiſtente portio circularis ſphæræ uidebitur, cui incidunt æquales lineæ à centro uiſus ductæ, eritq́ꝫ uiſum quandoq; hemiſphæriū,quādoque maior portio quandoq; minor.

Eſto centrum foraminis uneæ punctum a, & ſit ſphæra concaua,cuius circulus magnus ſit b c d,& centrum ſphæræ ſit punctum e. Si ergo centrum uiſus fuerit in puncto e,centrum ſphæræ quod eſt etiam centrum circuli magni, qui eſt b c d, per diffinitionē circuli magni,tūc manifeſtum eſt per 52.huius,quod totus circulus b c d uidebitur, ſed & per eandē 52.huius,omnes alij circuli ſubiecti hemiſphærij æquediſtātes circulo b c d uidebuntur, quoniam omnium illorum polus erit cētrum uiſus, omnes quoq; lineæ directe ductæ à polo ad periferiam ſui circuli ſunt æquales per 65.primi huius, & quoniam hi omnes circuli totū hemiſphæriū exhauriunt,patet quod in hoc ſitu exiſtente uiſu totū hemiſphærium uidebitur, quod ſi punctum a,centrum foraminis uneæ ſit ſub centro ſphæræ,quod eſt pūctum e, tūc per eadem minus hemiſphærio uidebitur. Si ſit ſupra centrū e,ſiue ſit intra ſphæram ſiue extra, tunc ſimiliter per ſecundam tertij huius,omnes circuli ad quorum circunferentias poſſunt ꝓduci lineæ rectæ uidebuntur,maius ergo hemiſphærio uidebit, & ſi linea à centro uiſus ad ſuperficiē ſphæræ ducta,oblique incidat ſuperficiei ipſius ſphæræ,tunc palam,quod etiam ſuperficiebus multorum circulorū oblique incidet, & poteſt accidere quod tota figura ſphæræ uidebitur inæqualis,ſuorum circulorum periferijs quibuſdam tendentibus ad figurā ſe-



ctionis columnaris per 55. & 56. huius, patet ergo propoſitum.

LXXIII.

Viſu hemiſphærio cõcauo appropinquante minus ſuperficiei ſphæræ uidebitur, apparet autem plus uideri.

Hæc poteſt demonſtrari ſicut & 67. huius, de ſphæra conuexa eſt demonſtrata, eſt enim per omnia idem hinc inde demonſtrandi modus, unde hæc ſphæra concaua figuretur ut illic conuexa, & ſub eiſdem literis conſignetur figuratio totalis, & per eadem concludetur, & hoc quidem de uiſione ſuperficierum dicta ſunt ſuperficiebus ipſarum oppoſitis uiſui totaliter exiſtentibus luminoſis per ſe, uel illuminatis aliunde, quoniã hoc non exiſtente licet in ſphærarũ ſuperficiebus permaneat dictorũ modorum uiſibilitas, non tamen actu uidebũtur, niſi lineis interuentu, ut patet per primam tertij huius, & ſecundũ diuerſitatem luminoſitatis in partibus ſuperficiei ſphærarũ quæ uidentur, nonne paſſiones uiſibus generantur, æquales ſunt hæ, quas nũc intendimus exemplificare.

LXXIIII.

Diametro ſphæræ uiſæ illuminatæ maiore diſtantia oculorum exiſtente, & diametro ſphæræ illuminãtis eidem æquali uel maiore, circuloq́ basis pyramidis uiſionis æquediſtante, circulo baſis pyramidis illuminationis uel ipſum intrinſecus contingente, tota ſuperficies baſis pyramidis uiſiõis illuminata uiſibus occurrit, uidetur autem in maiori diſtantia quaſi plana.

Patet enim per 26. uel 27. ſecundi huius, quoniam tanta exiſtente quantitate diametrorum iſtorum corporum ut proponitur, tunc baſis pyramidis illuminationis aut eſt circulus magnus ſphæræ illuminatæ, aut æquediſtans ei. Circulus autem qui eſt baſis pyramidis uiſiõis, ut patet per 70. huius, ſemper eſt minor circulo magno ſphæræ uiſæ, quoniam ut ex hypotheſi diameter ſphæræ uiſæ eſt maior quàm diſtantia oculorum. Si ergo circunferentia circuli minoris ſit æquediſtans circunferentiæ circuli maioris, tunc per 68. primi huius, centra duorum illorum circulorũ in eodem ſphæræ diametro conſiſtunt, & tota baſis pyramidis uiſionis occurrit uiſibus, quia tota eſt illuminata, uidetᷣ autẽ ſuperficies plana per 65. huius, & hoc proponitur. Sed etiam ſi centra iſtorũ circulorum uſq; ad punctum contactus circunferentiarum immutentur, quandiu unus circulus aliũ non ſecat, ſemper tota baſis pyramidis uiſionis uidetur illuminata, & lumen in ſphæræ uiſæ ſuperficie uidetur ſemper circulare, & tota baſis pyramidis illuminatã, plus tamen tenebreſcit baſis pyramidis uiſionis ad illam partem, niſi ſit contactus illorum circulorum per 21. tertij huius, patet ergo propoſitum, & quod hoc de duobus oculis oſtenſum eſt, euidentius patet, ſi uiſio tantum uno fiat oculo per 66. huius.

LXXV.

Si diametro ſphæræ uiſæ illuminatæ maiore diſtãtia oculorũ exiſtente, diametroq́ ſphæræ illuminãtis eidem æquali uel maiore baſis pyramidis uiſiõis interſecet baſem pyramidis illuminationis ita ut ambo centra baſiũ ſint ſub ſuꝑficie cõmunis ſectionis; erit illa cõmunis ſectio pars ſuperficiei ſphæricæ irregularis, uidebiturq́ ſuꝑficies plana gibboroſa, ut duabus curuis lineis inæqualis quantitatis & curuitatis contenta.

Imaginetur enim centra baſium, quæ per præcedentẽ in eadem diametro ſphæræ uiſæ fore diſponuntur, tantum ab inuicem elongari, ut circuli baſium ſe ſecent quantumcunq;, dum tamen centra ambarum baſium ſub ſphæræ quæ eſt communis ambabus illis baſibus remaneant, tunc illa communis ſectio erit pars ſuperficiei ſphæricæ figuræ irregularis, quoniã ut patet per 26. uel per 27. ſecundi huius, & 70. huius, et ut oſtẽſum eſt in præmiſſa proxima, arcus circuli baſis pyramidis illuminationis eſt maior arcu circuli baſis pyramidis uiſionis, & ſi illius ſuperficiei acciperetur punctus medius lineæ ab illo puncto ad periferias arcuum ductæ eſſent inæquales, uidetur autem ſuperficies illa eſſe plana per 65. huius, & erit gibboroſa, ut duabus præmiſſis curuis lineis inæqlis quãtitatis

tiratis & curuitatis contenta, quoniã arcus circuli pyramidis uiſionis eſt curuior & maior portio ſuæ circumferentiæ, quàm arcus circuli baſis pyramidis illuminationis ſit portio ſuæ circumferentiæ, quod accidit per inæqualitatem circulorum, patet ergo propoſitũ.

LXXVI.

Baſe pyramidis uiſionis ſphæræ interſecante baſem pyramidis illuminationis, ita quod ipſorum axes angulum rectum contineant, communis earum ſectio eſt quarta ſuperficiei ſphæricæ, uidetur autem in maiori diſtantia plana ſuperficies una recta linea & ſemicirculo contenta.

Quod illuminatio cuiuslibet ſphæræ fiat ſecundum pyramidem, cuius baſis in ſuperficie ſphæræ illuminatæ eſt circulus, hoc patet per 26. & 27. & 28. ſecundi huius, quod etiam baſis pyramidis uiſionis omnis ſphæræ ſit circulus, patet per 66. & 68. & 69. & 70. huius. quoniam axes iſtarum pyramidum ex hypotheſi productæ ad inuicem angulum rectum continent, tunc patet per ultimam ſexti, quod ab illorũ axium concurſus puncto ſecundum quantitatem ſemidiametri ſphæræ uiſæ circũducto circulo interiacebit quarta circuli inter axes, & quoniam uterque axiũ eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſphæræ illuminatæ uiſæ, palam per 111. primi huius, quod uterque axiũ tranſibit per centrum illius ſphæræ: punctus itaque interſectionis axiũ eſt in centro illius ſphæræ, & ſolũ ille punctus qui eſt centrũ ſphæræ ambobus axibus erit cõmunis, axibus itaque interiacet quarta magni circuli ſphæræ æqualiter diſtantis à duobus punctis duarum interſectionũ circulorum baſis pyramidis illuminationis & baſis pyramidis uiſionis: cõmunis itaque ſectio iſtarũ duarum baſiũ eſt quarta ſuperficiei ſphæricæ, & quoniã tota ſuperficies ſphærica in maiori diſtantia uidetur plana ſuperficies per 65. huius, palam & hanc ſuperficiem ſphæricam planam à maiori diſtantia uideri, axis enim pyramidis uiſionis cadit in ſuperficie circuli baſis pyramidis illuminationis propter erectionem ſui ſuper axem illius pyramidis, quod patet per 4. undecimi, palam ergo cũ centrum uiſus ſit in uertice axis pyramidis uiſionis, quoniam circulus baſis pyramidis illuminationis eſt in eadem ſuperficie cum centro uiſus, palam ergo per 50. huius, quoniam ipſe uidetur linea recta. Semicirculus uero baſis illuminationis quia non eſt in eadem ſuperficie cum centro uiſus uidetur circularis. Sic ergo illa ſuperficies communis ſectionis, uidetur ſuperficies plana, una linea recta, & alia curua contenta, quod eſt propoſitum.

LXXVII.

Baſe pyramidis uiſionis ſphæræ interſecante baſem pyramidis illuminationis, earum communis ſectio cui neutrius axis incidit, eſt portio minor quarta parte ſuperficiei ſphæricæ, uidetur autem plana ſuperficies duobus quaſi æqualibus circunferentiarum baſium arcubus contenta.

Quia enim ut in proxima præmiſſum eſt, omnis illuminatio ſphæræ fit ſecundũ pyramidum cuius baſis eſt circulus, ut patet per plures propoſitiones ſecundi huius, & ſimiliter baſis pyramidis uiſionis eſt circulus per 66. huius, palã ſi iſti circuli qui ſunt baſes pyramidis ſe non ſecent, ut quia ipſi ſiti ſunt in oppoſitis quaſi partibus ſuperficiei ſphæræ, cuius una pars eſt illuminata uel aliàs uiſa, nec incidentia luminis quæ ſic ſuperficiei ſphæræ aliqualiter à uiſu perpendetur, utpote ſi globum ligneum uel cereum, cuius diameter ſit maior diſtantia oculorum, oculis & lumen directe interponas, reuoluto autẽ globo ita ut lumen ſuperficiei ſphæricæ ipſius globi incidens aliqualiter appareat, tũc uidebitur ipſius ſuperficiei globi illuminata pars, quam recepit circumferentia baſis pyramidis uiſionis, & quoniam illa pars uiſa ut illuminata eſt, terminatur per circumferentiã baſis pyramidis illuminationis, patet quod illa uiſa portio ſphæræ eſt minor quarta parte ſuperficiei ſphæræ: cũ enim neutrius pyramidis axis incidet ſuperficiei cõmunis ſectionis, ut patet ex hypotheſi, palam per ultimam ſexti, quia arcus diuidens illã ſuperficiem æqualiter diſtans à duobus punctis interſectionum circulorum dictarum baſiũ diuidens totam ſphæram & illam communem ſectionis ſuperficiem per æqualia, eſt minor quarta circuli, quoniam enim angulus ei ſubtenſus eſt minor recto, patet quod ar

cus

cus ille eſt minor quarta circuli, & ipſa uiſa ſuperficies uidetur plana per 65. huius, & ga
nullus illorum circulorum uel arcuum directe uiſibus opponitur, quilibet illorum in ſua
uidetur curuitate, quoniam forma punctorum cuiuslibet illorum arcuum ſecundum ſi
tum ſuum peruenit ad uiſum. Illa ergo portio cõmunis ſectionis baſium ductarum pyra
midum uidetur quaſi duobus æqualibus arcubus contenta propter inſenſibilitatem in-
æqualitatis, maxime cum à remotiori ſpacio fit uiſio per 50. huius, certum tamẽ eſt per
27. ſecundi huius, & per ſeptuageſimam huius, quia arcus baſis pyramidis illuminati-
onis eſt pars maioris circuli quàm arcus baſis pyramidis uiſionis, quoniam diameter
ſphæræ corporis illuminantis eſt maior diametro ſphæræ illuminatæ, & diſtantia
oculorum minor illa, patet ergo propoſitum. Ex his itaq; quatuor theorematibus pa
tet, quare forma lunæ ſit in receſſu à coniunctione nouacularis: in tempore enim cõiun
ctionis luna non uidetur, niſi fiat eclypſis ſolis, ita quod radij ſolis penetrantes diafoni
tatem corporis lunæ propter differentiam denſitatis corporis lunaris ad diafonitatem
partium ſuæ ſphæræ uicinarum, & peruenientes ad uiſum, faciant corpus ſphæricum lu
næ uiſibile: tunc enim uidetur luna ſecundum ſui figuram diſtincte, ſed proprio lumine
priuata. In alijs autem coniunctionibus quia radij perpendiculariter incidentes corpo-
ri lunæ, aut ualde oblique aut nullo modo peruenient ad uiſum: Corpus tunc lunæ non
uidetur, eo quod baſis pyramidis uiſionis incidit in partem oppoſitam baſi pyramidis il
luminationis, nec ſecat una illarum baſium aliam. Cum autem luna recedet à ſole, iſtæ
baſes ſe incipiunt interſecare, tunc ipſorum communis ſectio quæ eſt portio ſuperficiei
ſphærici corporis lunæ uidetur, & propter magnitudinem diſtantiæ uidetur illa portio
ſphæræ quaſi plana ſuperficies duabus curuis lineis ſecundum eius conuexum & conca
uum contenta, quæ uidentur æquales propter remotionem, nõ ſunt autem æquales, ſed
ſemper illa quæ eſt in conuexo, quia itaq; arcus circuli baſis pyramidis illuminationis
eſt pars maioris circuli quàm illa quæ eſt in concauo, quæ eſt arcus circuli baſis pyrami
dis uiſionis, & quoniam axis pyramidis illuminationis ſemper eſt perpendicularis ſup
corpus ſolis, ut patet per 3. primi huius, ideo ſemper conuexum lunæ eſt auerſum ſoli &
cornua uidentur ſemper reſpicere ad ſolem. Vnde illorum ſitus ſemper uariatur ſecun-
dum ſitum ſolis, & ſecundum latitudinem motus lunæ, Et durat ſemper in luna hæc fi-
gura, quouſq; axes pyramidum ſecant ſe ad angulos rectos per 76. huius, tunc enim lu-
na uidebitur in quadratura, quoniã quarta pars ſuæ ſphæræ interiacẽs periferias ducta
rum baſiũ uidebitur, & in prima quadratura & ſecũda ſemper arcus illuminationis, quia
directe uiſibus opponitur, uidebitur linea recta, & arcus pyramidis illuminationis ſem-
per curuus. Mutato autem hoc ſitu, tunc centra baſium ambarum pyramidum ſunt in
ſuperficie communis ſectionis, uidebitur ergo luna gibberoſa & planæ ſuperficiei p 75.
huius, & hoc durabit quouſq; circuli baſium intrinſecus ſe contingant, tunc enim luna
uidetur plena. Et quando centra circulorum ductarum baſium ſibi ad inuicem ſuppo-
nentur, ita ut ambo fiant in linea una, ut quando illi circuli fiunt æquediſtantes in eadẽ
ſuperficie ſphæræ lunæ, ut patet per 68. primi huius, tũc erit uera lunæ impletio, & lumẽ
ex omni parte circumfertur æquale. Et deinde luna mota uſq; ad cõcauum circulorum
ipſarum baſium, uidetur ſemper plena, tñ aliquantum obfuſcatur lumen approximans
tenebroſitati, & ſic procedit luna in figuris eidem diſtantiæ competentibus ab oppoſi-
tione ad coniunctionem, ſicut à cõiunctione ad oppoſitionem, & hoc quidem in luna p-
pter eius propinquitatem ad uiſus noſtros euidentius apparet. In alijs tamen omnibus
ſtellis ſuum lumen & actualitatem ſui luminis à ſole uel ab alijs ſtellis accipientibus,
neceſſe eſt eaſdem figuras ex præmiſſis tribus theorematibus prouenire. Et ſecundũ hoc
cœleſtium influentium aſpectus & modi diuerſificantur: non apparet autem hoc uiſi-
biliter in ſtellis alijs à luna, propter ipſarum magnam remotionem à uiſu, ratione cuius
accidit error uiſui, ut patet p 16. huius. Videntur itaq; omnes aliæ ſtellæ præter lunam
ſemper rotundæ, ppter ſui remotionem à uiſibus, propter quod etiam ignis remotus à
uiſibus uidetur rotundus. Videntur autem ſtellæ eædem maxime plenæ quandoq; maio
res quandoq; minores, quod nos eidem cauſæ paucitati ſcilicet ſuæ illuminationis uel

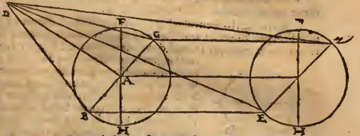
multitu-

multitudini credimus ex præmiſſis aſcribendum. De his tamen ſuo loco ſermo erit, ad præſens uero nobis ſufficiat ex præmiſſis ꝓpoſitionibus demonſtrationẽ præſentibus attuliſſe, ſecundum enim ſtellarum diametri ſunt omnes ad inuicem æquales, cum tamẽ una ipſarum ſit maior altera, ſemper tñ patet, qđ omnis diameter cuiuſcūq; ſtellæ eſt maior ꝙ ſit diſtantia oculorum cuiuſcūq; uidentis, & ſic hanc paſſionem uiſibus in ipſarũ illuminatione accidere eſt neceſſe, quamuis illã diſtincte non cõprehendat uiſus, & hoc quidem & ante nos dixit Arabs Meſſila, Sed ſuper hoc nullã attulit demonſtrationẽ.

LXXVIII.

Columnæ rotundæ uel chilindri conuexi ſub uno oculo uiſi minus medietate curuæ ſuperficiei uidentur.

Eſto columna rotũda, cuius una baſis ſit circulus g b, & eius diameter f h, & centrũ a, ſitq; in ſuperficie illius circuli centrum oculi punctum d, & producatur linea d a, copulans centrum uiſus cum centro circuli baſis columnæ, & ducãtur lineæ d b & d g, quæ contingant circulum g b per 16. tertij, & producantur à punctis g & d, duæ lineæ longitudinis columnæ per 101. primi huius, quæ ſunt b e & g z, & erunt illæ lineæ orthogonaliter ſuper baſem g b erectæ, per 92. primi huius, ſitq; ut per lineas b e & b d, una tranſeat ſuperficies plana, & per lineas g d & g z, alia ſuperficies plana, neutra ergo iſtarum ſuperficierum ſecat columnam, quoniam lineæ d b & d g, ſunt contingentes circulum baſis, & lineæ b e & g z ſunt lineæ longitudinis in ſuperficie columnæ nõ ſecantes illam: ſunt ergo illæ ſuperficies ipſam columnam contingentes, iſtarum quoq; ſuperficierum contingentium columnam, quia ambæ tranſeunt centra uiſus, ut patet ex præmiſſis, & ipſarum communis ſectio eſt linea recta per 3. undecimi, interſectio fit in quadam linea, tranſeunte centrum uiſus æquediſtanter axi columnæ & hoc, quod inter ipſas de ſuperficie columnæ intercipitur, hoc ſolum uidetur, quia uero lineæ longitudinis b e & g z, ſunt æquediſtãtes p 6. undecimi, paſſam per 33. primi, quoniã cordæ arcuum baſium inter ipſas cadentes, quæ ſunt g b & z e, ſunt æquales, ergo per 27. tertij, arcus illis cordis correſpondentes erunt æquales, portiones itaq; circulorum ipſarum baſium interceptæ inter has lineas longitudinis columnæ b e & g z, & omnium circulorum æquediſtantium baſibus ſunt æquales portioni circuli g b, eſt autem hoc minor ſemicirculo per 51. huius, ergo & omnes portiones aliorum circulorum ſunt minores ſuis ſemicirculis, uidebit̃ ergo minus medietate columnæ, quod eſt propoſitũ. Idem quoq; accideret in columnis lateratis, niſi quod anguli quandoq; impediunt quandoque iuuant uiſionis quantitatem, quorum uiſionis modum propter infinitatem numerorum obmittimus, quia radice præſenti ſuppoſita diligens inueſtigator multa particularia concludet.

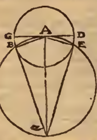


LXXIX.

Linea connectens centra amborum uiſuum ſi æqualis diametro baſis chilindri fuerit, ſemichilindri conuexum uidebitur, ſi maior magis, ſi minor minus.

Eſto circulus baſis chilindri, cuius centrum ſit punctum a, punctus uero extra ſignatus ſit z, & ducatur linea a z, & producatur à puncto a, diameter g d orthogonaliter ſuper lineam z a, per 11. primi, & deſcribatur ſuper lineam a z, ut ſuper diametrũ

circulus a b z e, & producantur lineæ a b, b z, a e, e z, duæ itaq; lineæ quæ z e & z b, con
tingunt circulum b e, d g per 30. & per 15. tertij, producantur ergo à punctis b & e, per
101. huius duæ lineæ longitudinis, quæ erunt perpendiculares ſuper lineas a e, a b, p. 92.
primi huius, ideo quod ſint erectæ ſuper baſem, ſuperficies quoq; ductæ ſuper lineas z e
& z b, & per lineas longitudinũ ſibi conterminales ſecabũt ſe in linea per centrum com
mune amborum uiſuum, quod eſt in medio puncto interſectionis nerui concaui, ducta
æquediſtanter axi columnæ, quando linea connectens centra amborum uiſuum fuerit
minor diametro baſis columnæ, quæ ſi maior fuerit, illæ diametri concurrent ad partem

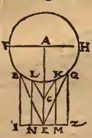


oppoſitam in aliqua linea ſuperficiei ductæ per lineam ductam
per centrum commune æquediſtanter axi, & per ipſam axem.
Si uero fuerint diametri baſis columnæ uiſæ & linea cõnectens
centra oculorum æquales, tunc lineæ longitudinis ductæ ca-
dunt ſuper terminos diametri æquediſtãtis centris oculorum,
& ſuperficies productæ nunquam concurrent. Superficies autẽ
columnæ inter has ſuperficies columnam contingentes inter-
cepta eſt portio ſuꝑficiei columnæ quæ uidetur, ſunt autem o-
mnes portiões circulorum interceptæ inter eas æquales portio
ni baſis interceptæ. Si ergo illa fuerit ſemicirculus, medietas chi
lindri uidebitur. Si minor ſemicirculo, ut eſt in propoſito ar-
cus b e, tunc minus ſemichilindro uidebitur, ſi maior maius, ho
rum autem omnium deductio eſt euidens ex præmiſſis pluries repetitis, patet ergo pro
poſitum.

LXXX.

Viſu appropinquante chilindro conuexo minus curuæ ſuperficiei uide-
bitur, apparet autem ac ſi magis uideatur.

Sit chilindri baſis circulus b g cuius centrum ſit a, & diameter f h, oculi uero cen-
trum ſit in puncto e, & ducatur linea e a inter illa centra, & ducantur lineæ e b & e g, cir
culum contingentes per 16. tertij, & ducantur à punctis b & g, per 101. primi huius, li-



neæ longitudinis chilindri, quæ ſint b i & g z, uidetur itaq; ꝑ
modum præmiſſarum ſub oculo exiſtente in puncto e, ſuper
ficies chilindri i b & g z, quæ minor eſt ſemichilindro per 78.
huius, appropinquet ergo uiſus columnæ & ſit in puncto t,
& ducañt lineæ cõtingentes baſem columnæ, quæ ſint t k &
t l, & à punctis k & l ducantur lineæ longitudinis chilindri,
quæ ſint b a & k n, uidebitur ergo ſub uiſu exiſtente in pũcto
t, ſuperficies chilindri, quæ eſt b a & k m, quæ minor eſt ſuper
ficie i b & g z uiſa in puncto e, cuius declaratio eſt ſimilis de-
clarationi factæ in 67. huius, appropinquante ergo uiſu ad
chilindrum minus ipſius ſuperficiei uidetur, apparet autẽ ac
ſi magis uideatur, quoniã per 60. primi huius, & per 21. pri-
mi, angulus l t k maior eſt angulo b e g, concurrant enim lineæ t k & e g, uerſus pun-
ctum g, patet ergo propoſitum per 20. huius.

LXXXI.

Axe unius tantum uiſus centro baſis columnæ rotundæ uel lateratæ cu-
iuſcunq; incidente, uel ſi diſtantia oculorum æqualis uel minor fuerit dia-
metro baſis chilindri obiectæ directe uiſui, ſola baſis uidetur, quæ ſi maior
baſe fuerit, totum uidebitur chilindrum, baſe remotiore duntaxat excepta.

Cum enim uno oculo fit uiſio, & axis incidat centro circuli baſis columnæ ro-
tundæ uel lateratæ, tunc quia omnes lineæ longitudinis ſunt perpendiculares ſuper ba-
ſem, ut patet per 92. primi huius, non uidebitur forma puncti altius illarum linearum
niſi ſolus punctus communis lineæ longitudinis & periferiæ ſuperficiei baſis, uidebitur
ergo ſola baſis, & idem eſt ſi uiſio fiat ambobus uiſibus, diſtantia tamen oculorum quæ
eſt lig

eſt linea connectens centra oculorum fuerit æqualis uel minor diametro baſis, tunc enĩ ut patet per 4. huius, nulla linearum longitudinis columnæ peruenient ad ambos uiſus niſi ſolum ut prius oſtenſum eſt, punctus qui eſt communis ſectio alicuius illarum linearum & periferiæ ipſius baſis. Si uero maior fuerit diſtantia oculorum ipſa diametro baſis, tunc omnes lineæ longitudinis columnæ peruenient ad ambos uiſus, & uidebitur tota conuexitas uiſæ columnæ, & baſis ſuperior uicinior uiſibus, inferior uero baſis non uidetur, quia nullus eius punctus peruenit ad uiſum, niſi periferiæ ſuæ cum lineis longitudinis columnæ, quæ ad illam periferiam terminantur, quod ſi uno tantum oculo uiſione facta axis ceciderit extra centrum baſis, uidebitur aliqua pars linearum longitudinis totius columnæ, quoniam tunc periferia baſis ſecat pyramidem uiſionis, patet ergo illud quod proponebatur. Eſt aũt poſſibile ut uiſu oblique baſi columnæ incidente, tota columna, & ſi regularis ſit, uideatur eius baſis altera parte longior, & tota columna figuræ irregularis per 55. huius, & hoc eſt nota dignum.

LXXXII.

Vnius tantum uiſus axe centro columnaris ſectionis, quæ eſt baſis abſidis columnaris rotundæ incidente, tota illa baſis & pars linearum longitudinis abſidis uidentur.

Sit enim aliqua columna rotunda taliter abſciſa, ut abſis non ſit ꝑpendiculariter erectus ſuper baſem, palam ergo per 103. primi huius quod baſis hæc eſt ſectio q̃ dicitur columnaris uel ſectio oxigonia, & ipſa pars columnæ abſciſa dicitur abſis, dico quod ſi axis uiſualis incidat centro illius baſis, quod pars linearum longitudinis abſidis, illa ſcilicet q̃ in decliuiori parte approximat, uidebitur uno tm̃ uiſu. Huius autem cauſa eſt obliquatio baſis quæ ſub minori angulo uidetur, per 26. huius, propter quod etiam uidentur formæ punctorum linearum longitudinis illius obliquitatis remotiori parti adiacentium, cũ reſidui anguli perueniũt ad uiſum, quod nõ accideret ſi illa baſis poſſet directe uiſui opponi: hoc autem impoſſibile ſine linearum longitudinis abſidis uiſione, patet ergo propoſitum.

LXXXIII.

Centro foraminis uneæ in ſuperficie illuminata concaua columnæ cuiuſcunq; exiſtente, ſemper columnæ tota concauitas uidetur: in alijs autem partium columnarũ concauarũ uiſionibus, idẽ accidit qđ ſphærarũ cõcauitati.

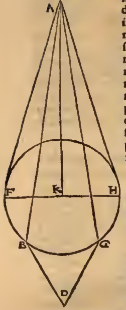
Diſpoſito enim uiſu ſecundum propoſitũ modum reſpectu cuiuſlibet columnæ cõcauæ formæ omniũ punctorum linearum longitudinis quas ſecat ſuperficies foraminis uneæ, tunc omnes perueniunt ad uiſum, ideo quod ad centrum foraminis illius ſecundũ lineas rectas pertingunt, & ſuperficiem oculi contingit tantũ una in illo centro, aliæ uero ipſam contingunt in pũctis diuerſis circuli foraminis: uidebuntur ergo omnes ꝑ ſecundam tertij, huius, & quoniam formæ omniũ aliaꝝ linearum longitudinũ, & omnes puncti baſiũ directe uel oblique perueniunt ad uiſum, palam quia tota columnæ cõcauitas uidet̃ ſecundũ omnia puncta ſuæ ſuperficiei. Sed forte accidet figuræ uiſæ irregularitas ꝑpter aliquarum ſuarũ partium obliquationẽ ad uiſum ꝑ 55. uel 56. huius. In alijs quoq; uiſionibus partium columnarũ concauarum idem accidit quod in ſphæris cõcauis, quoniam uiſu poſitæ in puncto medio quadranguli terminantis ſemichilindrũ illũ totaliter uidebitur per 60. huius. Sed & quodlibet punctorũ ſuperficiei concauæ & baſium uiſibus occurrit. Et recedente uiſu ab illo pũcto, ſemper uidebitur portio columnæ minor uel maior ſemichilindro, patet ergo propoſitum.

LXXXIIII.

Pyramidis rotundæ baſi in eadem ſuperficie cũ centro unius oculorum exiſtente, minus medietate ſuperficiei conuexæ pyramidis uidetur.

Sit pyramis rotunda cuius baſis ſit circulus qui b g, cuius diametrum f h, cẽtrum k, uertex uero illius pyramidis ſit punctum a, & ſit centrum uiſus d; & ducantur lineæ d b & d h, contingentes circulum b g, per 16. tertij, eſt ergo per 58. primi huius, ar-

cus b g minor ſemicirculo, ducantur quoque à uertice a pyramis per 101. primi huius, lineæ longitudinis, quæ ſint a b & a g, palam itaque ad modum eorum quæ demonſtrauimus in columnis, quoniã ſuperficies intercepta lineis a b & a g ſola uidetur. Et quoniam hæ lineæ ex omnibus circulis æquediſtantibus baſi pyramidis partes ſimiles reſecant & intra ſe illas continent, cum per 58. huius, arcus b g ſit minor ſemicirculo. Erunt neceſſario arcus omnium aliorum circulorum minores ſemicirculis ſuis, ergo portio uiſa minor erit hemiconio. Quoniam ſicut tota conuexa ſuperficies pyramidis toti baſi reſpondet, Sic pars proportionalis ad totũ conuexam ſuperficiem parti proportionali baſis ad totam baſem: quoniam lineæ longitudinis productæ à uertice ad periferiam baſis, ſicut diuidũt conicam ſuperficiem, ſic lineæ à terminis illarum linearum ad centrum baſis pyramidis productæ diuidunt ipſam, & poteſt hoc conuinci argumento quintæ duodecimi Euclydis, patet ergo ꝓpoſitum.



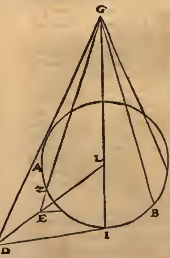
LXXXV.

Centris amborũ uiſuũ in eadem ſuperficie cũ baſe coni exiſtentibus, ſi linea connectens centra uiſuũ æqualis fuerit diametro baſis, hemiconiũ uidebitur, ſi maior maius, ſi minor minus.

Diſpoſitiõe ordinata ad conum, quæ in 79. huius, ad columnã, hoc ſolo adiecto quod centra uiſuum ſint ſolũ in eadẽ ſuperficie cũ baſe pyramidis, & non eleuentur ſecundum lineam axi coni æquediſtantem, ſicut poteſt fieri in columna. Si enim uiſus in linea æquediſtante axi columnæ eleuetur, idem accidit quod eo in baſi exiſtente, quia in columna ſufficit, etiam ſi ſint in ſuperficie baſi æquediſtãti, patet ergo quod hic ꝓponitur, & eſt idẽ demonſtrandi modus, unde fruſtra eſt membranas denuo occupare.

LXXXVI.

Appropinquante centro uiſus in ſuperficie baſis coni, minus conicæ ſuperficiei uidebitur, apparet autem plus uideri.



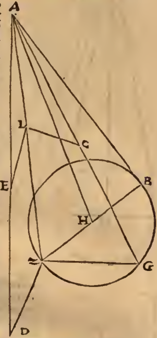
Sit circulus a b, baſis coni, cuius centrũ l, & ſit uertex coni punctũ g, centrum quoq; oculi ſit d, ducatur linea d l, ad centrum uiſus à centro baſis pyramidis, & ducantur lineæ d b & d a, contingentes circulũ, qui eſt baſis coni, in pũctis b & a, & ducanẽ à uertice pyramidis lineæ longitudinis coni, quæ ſint g a & g b, ergo ꝑ ea q̃ prius in præcedentibus dicta ſunt, ſuꝑficies g a b uideẽ ſub oculo d, & eſt minor hemiconio, appropinquet aũt oculus, & fiat in pũcto e, ducãturq; lineæ e z, e i, contingentes circulũ qui eſt baſis coni, & à uertice coni cõtinueneẽ lineæ g z & g i, uidebitur itaq; ab uno oculo exiſtente in puncto e, portio ſuꝑficiei conicæ, q̃ eſt g z i minor portione g a b, uidetur autem apparere maior portione g a b, ꝓpter maioritatẽ anguli z e i, ſuper angulum a d b, & hoc eſt ꝓpoſitum.

LXXXVII.

Lineis à cẽtro uiſus ad baſem coni cõtingenter ductis, & à pũctis cõtactuũ ductis lineis lõgitudinis coni, ſi in cõmuni ſectiõe ſuꝑficierũ ꝑ eaſdẽ lineas & per centrum oculi

oculi productarum uiſus cono appropinquet, eadem portio ſuperficiei conicæ uidebitur quæ prius, & eiuſdem quantitatis apparebit.

Eſto conus, cuius baſis ſit circulus b z g, & uertex eius punctũ a, axis quoq; ſit a h, centrum'q; oculi ſit d, & ducantur per 16. tertij lineæ à centro uiſus d contingentes circulum b z g, quæ ſint d z & d g, & q̃m hoc ſit ex hypotheſi, tunc patet per 15. tertij & 2. undecimi, quoniã centrum uiſus eſt in ſuperficie baſis coni uiſi, & ducantur à punctis cõtactuũ z & g duæ lineæ longitudinis per coni uerticẽ punctum a, quæ ſint z a & g a, qđ fiet 101. primi huius, & à centro uiſus puncto d, & ad uerticem punctũ coni a ducatur linea d a, & ducantur duæ ſuperficies, una per lineas d g & g a, alia uero per lineas d z & z a, & q̃m eæ ſuperficies concurrunt in centro uiſus d, & in uertice coni a, erit ipſarũ cõmunis ſectio linea a d per 1. undecimi & per 19. primi huius, dico ꝙ ſi oculus appropinquat cono ſecundũ lineam d a, non uidebitur maior conicæ ſuperficiei portio nũc ꝗ prius oculo in puncto d exiſtente. Sit enim ut approximando ipſi cono perueniat in punctũ e lineæ d a, & ducantur à puncto e lineæ æquediſtantes lineis d b & d z ad ſuperficiem coni uiſam, hæ erunt ergo neceſſarij contingentes aliquẽ circuli coni æquediſtantẽ baſi b z g; ergo neceſſario cadent in aliqua puncta linearũ a z & a g, ideo ꝙ illæ ſecant ꝓportionaliter baſem coni, & omnes circulos ei æquediſtantes, q̃m ſecundũ lineas illas terminatur uiſus, & ſecundũ illas ſuperficies contingentes terminatur uiſio circulorũ. Si ergo dicatur ꝙ illæ lineæ contingentes aliꝗ dictorũ circulorũ ductæ à puncto e, cadant extra lineas a z & a g, cum lineæ à puncto e in lineas a z & a g ductæ terminent uiſum: & ſimiliter illæ contingentes terminẽt uiſum, ſequitur uel lineas radiales eſſe refractas in medio unius diafoni, qđ eſt contra ea quæ demonſtrata ſunt per 44. & ſequẽtes ſecundi huius, uel ſequitur lineas radiales eſſe curuas, qđ eſt contra 1. ſecundi huius, uel ſequitur duas rectas lineas ſuperficiem includere, quod eſt impoſſibile: cadent ergo dictæ lineæ pertingentes ad ſuperficiem conicam ductæ à puncto e in lineas a z & a g: cadant itaq; in ipſarũ duo puncta quæ ſint l & c, & ſint lineæ e l & e c, quia ergo angulus d e l eſt æqualis angulo g d z per 10. undecimi, ſicut & anguli contenti ſub lineis c l & g z, quoniam omnes illi anguli continentur ſub lineis æquediſtantibus angulariter coniunctis, patet per 20. huius uerum eſſe quod proponitur. Et quia ubicunq; uiſus in linea d a ponitur, ſemper anguli ad uiſum ſunt æquales per 10. undecimi, palam ergo eſt propoſitum, & hoc idem ſuo modo in ambobus poteſt uiſibus demonſtrari.

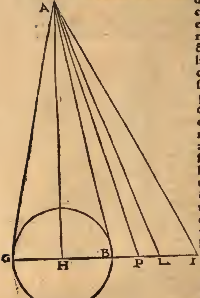


LXXXVIII.

Eleuato uiſu reſpectu ſuperficiei conicæ, maius erit quod uidetur, uidebitur autem minus uideri, depreſſo uero uiſu minus erit qđ uidebitur, ſed apparebit maius prius uiſo.

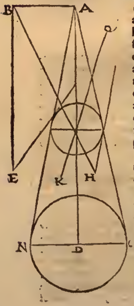
Eſto conus, cuius baſis circulus b g, & uertex punctus a, & ducantur lineæ longitudinis quæ ſint a b & a g, & ducatur linea b g, & producatur uſq; ad punctum l, & à puncto t, qđ ſit inferius puncto a uertice coni, ducatur linea æquediſtans lineæ a b per 31. primi, quæ producta uerſus lineam b l, ſecet illam in puncto p, & ſit aliquis punctus eius inferior puncto t punctus k, & ſit illa linea t k p, dico ꝙ oculo poſito ſuper punctum t, qui eſt eleuatior puncto k, pars ſuperficiei conicæ uiſa, maior quidem erit, minor autem

uidebitur, ꝗ uideatur oculo exiſtente in puncto k, ducantur enim lineæ a k & a t, & producatur linea a t, donec concurrant cum linea b l: concurrant autem per conuerſam ſecundæ 6. quoniam enim linea t p eſt minor ꝗ linea a b, ut patet ex præmiſſis, & illæ lineæ æquediſtant, patet ꝙ lineæ a t & & b l concurrent, ſit ergo punctũ concurſus i, & ſimiliter lineæ a k & b l concurrent, ſitq́ punctus concurſus l: palam itaq́, quia magis uidebitur de cono ſuper punctũ i, ꝗ ſuper punctum l per 86. huius, propinquior enim eſt ipſi cono punctus l, quàm punctus i: qd' autem de ſuperficie conica uidetur oculo exiſtente in puncto i, idem per præcedentẽ proximam uidetur centro uiſus exiſtente per totam lineam i a, utpote in puncto t, & illud quod uidetur uiſu exiſtente in puncto l, uidetur in quolibet puncto lineæ l a exiſtente uiſu, ergo & in puncto k. Sed qd' uidetur à pũcto i maius eſt eo qd' uidetur à puncto l & minus eſſe uidetur per 86. huius, ergo illud quod uidetur à puncto t maius eſt illo qd' uidetur à puncto k, & minus uidetur eſſe, & hoc eſt quod proponitur, & hoc idem etiam ſuo modo de ambobus uiſibus poteſt demonſtrari, patet ergo propoſitum.



LXXXIX.

Linea à centro uiſus ad uerticem coni ducta perpendiculariter exiſtente ſuper axem ſuperficiei conicæ medietas uidetur.



Verbi gratia ſit pyramis a c n, cuius axis a d, & uertex a, palam ergo per 89. primi huius, ꝙ punctũ d eſt centrũ circuli baſis ipſius coni, ſitq́ centrũ uiſus b, & ducatur linea b a faciẽs angulum b a d rectũ, dico ꝙ conicæ ſuperficiei a c n medietas uidebitur, ſecet enim aliqua ſuperficies conum a c n æquediſtanter baſi c n: hæc ergo per 100. primi huius ſecabit ipſam ſecundũ circulũ qui ſit f g, & eius centrũ, qd' ſit punctũ l, erit in aliquo puncto axis a d, ſecetq́ ſuperficies plana pyramidis per axem a d, & per centrum uiſus b: illa ergo ſuperficies ſecabit circulum f g, linea quoq́ cõmunis huic ſuperficiei & circulo f g erit orthogonalis ſuper axem, quoniã axis eſt erectus ſuper ſuperficiem circuli, & tranſibit centrũ circuli. Sit quoq́ illa linea k l, quæ erit per 28. primi æquediſtans lineæ b a, & eſt cum illa in eadem ſuperficie: ducatur quoq́ per centrũ circuli diametri f l g orthogonalis ſuper lineam k l per 11. primi, & à terminis huius diametri protrahantur duæ lineæ cõtingentes circulũ per 16. primi, quæ ſint f e & g h, & ab eiſdẽ punctis g & h ducantur duæ lineæ longitudinis ad uerticem coni per 101. primi huius, quæ ſint f a & g a: duæ ergo ſuperficies planæ, in quarũ una ſint lineæ f e & f a, & in quarũ altera ſint lineæ g h & g a: palam, qm̃ contingent pyramidem ſecundũ lineas longitudinis, quæ ſunt f a & g a, per 95. primi huius, & qm̃ linea k l æquediſtat lineæ b a, & lineis contingentibus circulũ, quæ ſunt f e & g h, ut patet per 15. tertij, & per 28. primi, erunt per 9. undecimi lineæ f e & g h æquediſtantes lineæ b a: quælibet ergo ipſarũ eſt in eadem ſuperficie cum illa per 1. primi huius. Illæ ergo duæ ſuperficies neceſſa-

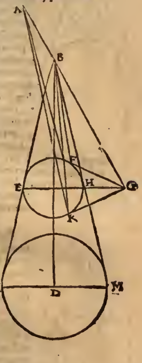
rio ſe-

rio ſecabunt ſe ſuper lineam b a per 19. primi huius, utraq; ergo ſuperficierū pyramidū ꝓpoſitaꝝ in terminis diametri unius ſuorū circuloꝝ contingentiū tranſit per centrū uiſus: ꝙ ergo ſuperficiei conicæ inter illas ſuperficies cadit, apparet uiſui, eſt aūt hæc medietas pyramidis, q̄m illas lineas contingentes interiacet medietas circuli. In hoc ergo ſitu medietas ſuperficiei conicæ uidetur, quod eſt propoſitum.

XC.

Linea à centro uiſus ad uerticem coni ducta angulum obtuſum cum axe tenente, nec tamen cum aliqua linearum longitudinis coni unita, uidetur ſuperficiei conicæ pars maior medietate.

Sit pyramis b i m, cuius axis b d, uertex b, palam'q; per 89. primi huiꝰ, ꝙ centrū circuli baſis eſt punctū d, ſit'q; punctū a centrū uiſus, & ducta linea a b, fiat angulus a b d obtuſus, ita tamen, ut linea a b nō fiat una linea cū aliqua linearū longitudinis coni, ſed ſecet eas utcunq; poſſibile eſt productas omnes, erit'q; tunc uiſus altior uertice pyramidis. Sit'q; ut in præcedente circulus e h æquèdiſtans baſi pyramidis quæ eſt i m, & linea cōmunis huic ſuperficiei & circulo, in quo eſt centrū uiſus punctū a. & axis coni qui eſt b d ſit linea e h, erit'q; linea e h ꝑpendicularis ſuper axem b d, & producatur linea e h extra pyramidem, donec concurrat cū linea b a, producta ultra punctū b, concurret aūt per 14. primi huius, ideo, quia angulus a b d eſt obtuſus ex hypotheſi, & angulus d b h eſt acutus per 32. primi, & linea e h eſt ꝑpēdicularis ſuper axem b d. Sit ergo concurſus punctus g, & à puncto g producātur duæ lineæ g f & g k, circulū e h contingentes per 16. tertij, contingant q̄q; circulū in duobus punctis f & k, & ab ijs punctis per 101. primi huius, ꝓducantur lineæ longitudinis ad uerticem coni punctū b quæ ſint f b & a b: ſuperficies ergo illæ in quibus ſunt lineæ g f & f b, & lineæ g r & r b contingūt pyramidem, & in utraq; iſtarū ſuperficierū erit uertex pyramidis punctus b, & punctus g, in ꝗ concurrit linea a b cum linea e h, ergo linea a b g per 1. undecimi eſt in utraq; illarū ſuperficieꝝ, ergo utraq; ſuperficies tranſit per punctū a centrū uiſus, & quoniā per 58. primi huius duæ lineæ g f & g r includūt minorem partem circuli, q̄m arcus circuli interiacens puncta contingentiæ duarū lineaꝝ ab eodem puncto productaꝝ, eſt minor ſemicirculo, tunc patet, ꝙ illæ duæ ſuperficies includūt minorem partem ſuperficiei conicæ q̄ ſit medietas: reſiduū ergo illius ſuperficiei eſt maius medietate, hoc autem uidetur à uiſu taliter ut ꝓponitur collocato, pars ergo ſuperficiei conicæ maior medietate taliter uidetur, & hoc eſt ꝓpoſitū, ambobus uero uiſibus adhuc uidetur magis.

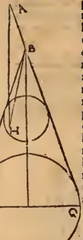


XCI.

Cum linea longitudinis coni producta ultra uerticem cum centro uiſus concurrerit, nihil uiſum totius ſuperficiei conicæ latebit, niſi linea longitudinis illa ſola.

Sit pyramis, cuius uertex ſit punctū b, & linea longitudinis ſit c b, ſit'q; centrum uiſus punctū a, & linea c b producta ultra punctū b, concurrat cum centro uiſus puncto a, dico ꝙ non latebit uiſum totius huius ſuperficiei conicæ pars aliqua, præter quandā lineam intellectualē, quæ eſt ipſa linea longitudinis b c. Omnis enim ſuperficies in quo eſt linea à centro uiſus ad aliquod punctū axis ducta, ſecabit pyramidē, excepta tāntum illa ſuperficie in qua eſt linea a b c, hæc enim contingit pyramidem ſecundū lineā b c ꝑ 95. primi huius, & q̄m illud qđ ſub ſuperficie contingente pyramidem, & tranſeunte centro ui-

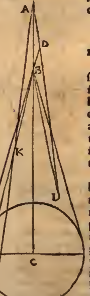
tro uiſus continetur occurret uiſui per 17. tertij huius, formæ enim omnium punctorum ſuperficiei illius conicæ in ſuperficie uiſus depinguntur: palam ergo, quoniam tota ſuperficies conica uidetur, excepta ſola linea intellectuali quæ eſt b c, dato enim quocunque puncto ſuperficiei pyramidalis extra lineam b c, dico quod illud uidebitur, ſit enim illud punctum h, & ducatur ad ipſum à centro uiſus a linea a h, & ab illo eodem per 101. primi huius, ducatur linea longitudinis quæ ſit h b, fietque triangulus h b a, qui neceſſario erit in aliqua ſuperficie pyramidē ſecante, pertranſeunte centrū uiſus a: ex lineis aūt illius ſuperficiei non cadunt, niſi duæ in ſuperficiem conicā pyramidis. ſ. linea lōgitudinis b h, & linea oppoſita lineæ b h in alia parte pyramidis, quoniam ut patet per 90. primi huius, planæ ſuperficiei ſecantis coni trans axem, & ſuperficiei conicæ cōmunis ſectio eſt trigonū duabus lineis longitudinis pyramidis & diametro baſis contentū: lineæ uero a h ſecat lineam b h in puncto h, & linea c b ſecat eādem b h in puncto b per 91. primi huius: lineæ ergo a h nulla linea concurret à uertice pyramidis niſi in puncto a, nec enim ad aliquod punctū mediū lineæ a h à uertice b ductæ lineæ incident, nō occultabitur ergo punctus h ab aliquo alio puncto quo minus perueniat ad centrū uiſus a, occurrit ergo punctus h uiſui, cū inter ipſum & uiſum nō accidet ſolidi corporis interpoſitio, eadem quoque eſt probatio de quolibet alio dato puncto ſuperficiei pyramidis: in linea uero b c quæ perpendicularis eſt ſuper ſuperficiē uiſus per 72. primi huius, ſolū tantū punctū poſſibile eſt uideri, ut oſtenſum eſt in 4. huius: omnia uero alia puncta lineæ b c neceſſario occultantur, patet ergo propoſitū. Patet itaque ex ijs, quoniam in hoc ſitu nulla ſuperficierum pyramidē contingentium peruenit ad centrū uiſus, præter illam quæ in linea b c longitudinis centrum uiſus tranſeuntis pyramidē contingit, & omnes ſuperficies aliæ conū contingentes, ſecant lineam productam à centro ad ipſam pyramidem inter uerticem coni & centrum uiſus.



XCII.

Axe pyramidis cum centro uiſus uerſus uerticem concurrente, tota conica ſuperficies uno oculo uidetur.

Eſto data pyramis, cuius axis b c, uertex quoque punctus b, & ſit uiſus centrū punctū a, ſitque ut axis b c producta currat in punctū a, dico quod in hoc ſitu oculi tota conica ſuperficies pyramidis occurrit uni uiſui, nullus enim punctus ſuperficiei conicæ totius pyramidis uiſui occultatur, dato enim quocunque puncto ſit ille l, & ducatur ad ipſum à centro uiſus a linea a b, & ab ipſo puncto l ducatur per 101. primi huius linea longitudinis pyramidis, quæ ſit l b, fietque trigonū l b a, quod neceſſario erit in ſuperficie pyramidis ſecante, ideo quod linea a c ducta à centro uiſus intrat in ipſam pyramidē ſecans ipſam, & ipſa eſt in dicta ſuperficie per 1. undecimi, quoniam linea a b eſt in linea ſuperficie: linea uero a l ſecat lineā b l in puncto l, ex lineis uero ſuperficiei, in qua ſunt duæ lineæ a l & b l, nō ſunt niſi duæ tantū lineæ in ſuperficie pyramidis. ſ. linea longitudinis quæ eſt b l, & linea alia longitudinis illi oppoſita quæ ſit b k, ut patet per 90. primi huius: hæc ergo linea b k producta ultra punctū b, cum ſit in eadem ſuperficie cū lineis a b & b l, neceſſario ſecabit angulū a b l, ergo per 49. primi huius ipſa ſecabit & baſem a l: ſit ergo ut ſecet illam in puncto d, & quia linea a l ſecat duas lineas k b & l b, quæ ſolæ ex lineis ſuperficiei pyramidis ſecantis ſunt in pyramidis ſuperficie, ſecat enim linea a l lineam k b extra pyramidē in puncto d, & lineam l b in ſuperficie pyramidis in puncto l: producta ergo linea a k in infinitū, non concurret cum aliqua illarū linearum; nō interponatur ergo ſolidum punctum



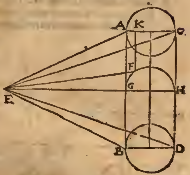
qd

quod eſt k inter uiſum & punctum l,ſed nullum aliquod aliorum punctorum ipſius pyramidis, quoniam nullum ipſorum cadit in illa ſuperficie,non occultabitur ergo tunc uiſui exiſtenti in puncto a datum punctum l,tunc inter ipſum & centrum uiſus non accidet aliqua ſolidi corporis interpoſitio:& eadem eſt demõſtratio de quolibet dato puncto in tota ſuperficie pyramidis,patet ergo propoſitum:palam itaq; ex his,quoniam in hoc ſitu nulla ſuperficierum contingentium pyramidum tranſit per centrum uiſus, ſed quælibet ipſarum ſecabit lineam à centro uiſus ſuper uerticem conum intrantem inter centrum uiſus & pyramidum,quàm in uertice ipſius axis,ut patet intuenti.

XCIII.

Omnes lineæ uel ſuperficies inter lineas uel ſuperficies contingentes columnam uel pyramidem rotundam ſuperficiem uiſam terminantis à centro uiſus productæ,columnam uel pyramidem neceſſario ſecabunt.

Verbi gratia, ſint duæ lineæ longitudinis columnæ uel pyramidis terminantes uiſam ſuperficiẽ quæ ſit a b & c d,dico quod ſi à centro uiſus quod eſt e ducatur linea e f, inter lineas illas a b & c d,quoniam linea e f,ſecabit propoſitam columnam uel pyramidem,tranſeat enim ſuperficies plana columnam uel pyramidẽ ſecans ipſam in puncto f æquediſtanter baſi, eritq; per 100.primi huius,communis ſectio circulus qui ſit g f h,qui ſecet lineas longitudinis columnæ uel pyramidis, eam ſcilicet quæ a b in puncto g; & eam quæ eſt c d in pũcto h,& ducantur à puncto e,per 16.tertij,duæ lineæ contingentes illum circulum quæ ſint e g & e h,palam autem per 57.primi huius,quoniam linea e f,in eadẽ ſuperficie cum lineis illis exiſtens ſecat circulum g f h,ergo ſecabit columnam uel pyramidem quæ per eundem circulum ſecatur. Idem quoq; accidit ſi per ſectionem lineæ longitudinis hoc placuerit demonſtrari,& in idem redijt, patet ergo propoſitum.

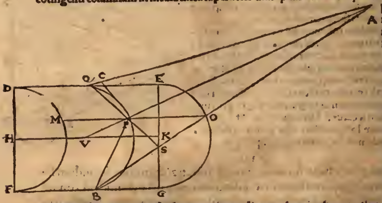


XCIIII.

Pluribus planis ſuperficiebus centrum uiſus tranſeuntibus ſecundum lineas longitudinis partis ſuperficiei uiſæ columnam uel pyramidem conuexam ſecãtibus, ſolam ſuperficiem axem columnæ tranſeuntem,ſuperficiem columnarem uel pyramidalem uiſam per æqualia diuidere:& ecõuerſo ſuperficiem per æqualia illã uiſam ſuperficiẽ diuidentẽ axem tranſire eſt neceſſe.

Sit columna conuexa cuius ſuperficies uiſa ſit e d f g, & axis eius ſit h l, ſit cẽtrum uiſus punctum a,ſintq; lineæ longitudinis columnæ continentes uiſam ſuperficiem quæ e d & f g,imaginentur quoq; multæ planæ ſuperficies tranſeuntes centrum uiſus a,& ſecantes e d f g,uiſam ſuperficiem columnæ,dico quod ſola illa quæ pertranſit axem h l, ipſam uiſam ſuperficiem per æqualia diuidit & nulla aliarũ,ſola enim hæc erecta eſt ſuper conuexam ſuperficiem columnæ,quoniam communis ſectio illius ſuperficiei ſecantis,& ſuperficiei columnæ eſt rectangulũ ſuper duabus lineis longitudinis columnæ & duabus diametris baſium cõtentum,ut patet per 93.primi huius,ergo communis ſectio illius ſuperficiei & uiſæ ſuperficiei conuexæ ipſius columnæ ſit linea lõgitudinis columnæ, quæ m o, & imaginetur ſuperficies plana contingens columnam ſecundum lineam longitudinis m o,per 95.primi huius,erunt ergo illa contingens ſuperficies & ſuperficies ſecans per axem erectæ ad inuicem per 97.primi huius. Si itaq; in linea m o ſignetur punctum p,& in ſuperficie contingente ducatur linea t p s,tunc palam quod linea t p s cõtinget quendam circulum ſuperficiei columnæ æquediſtantem baſibus qui ſit b q & eius centrum ſit u,ducãturq; per 36.tertij,lineæ a b & a q,à centro uiſus circulũ

b q contingentes, erunt ergo illæ lineæ æquales per 58. primi huius, ſecentq́ue lineā illam circulum contingentem quæ eſt t p s in punctis t & s, & ducatur linea a p, quæ producta, ut patet per 17. tertij, pertinget ad axem in punctum b centrum circuli, & ducatur intra columnā lineæ b u & q u, ſemidiametri circuli b q, trigona itaq; a b u & a q u ſunt æquilatera, ergo per 8. primi, ſunt æquiangula, angulus ergo u a b eſt æqualis angulo u a q. Sed in trigono a t p angulus a p t, eſt æqualis angulo a p s trigoni i p s, per diffinitionem lineæ ſuper ſuperficiem erectæ, ergo per 32. primi, angulus a t p eſt æqualis angulo a s p, ergo per 6. primi, eſt linea a t æqualis lineæ a s, & quia lineæ a b & a q ſunt æquales, ut ſupra patet: ablatis ergo hinc inde lineis a t & a s, remaneat linea t q æqualis lineæ s b. ſed linea t q eſt æqualis lineæ t p, per 58. primi huius, quoniam à puncto t, ductæ ſunt duæ lineæ circulum contingentes, quæ ſunt lineæ t q & t p. Similiter quoq; fit linea s b æqualis lineæ s p, cum ergo per 13. primi, anguli b s p & q t p ſint æquales, erit per 4. primi, corda p b æqualis cordæ p q, ergo per 27. tertij, erit arcus p b æqualis arcui p t i, & quoniam idem accidet in baſibus columnæ, & in quolibet aliorum circulorum æquediſtante baſibus, patet ergo propoſitum primum, ſcilicet quod ſuperficies plana ſecans columnam per axem & tranſiens centrum uiſus ſecat ſuperficiem uiſam per æqualia, & quoniam omnes aliæ ſuperficies declinantes ab axe oblique incidunt ſuperficiei cōtingenti columnam in media linea ſuperficiei uiſæ ipſius columnæ quæ eſt linea m o, patet quod nulla ipſarum illam ſuperficiē uiſam ꝑ æqualia ſecat. Sed etiam ſuperficies quæ uiſam partem ſuperficiei columnæ ꝑ æqualia ſecat, neceſſario trāſit ꝑ axem.



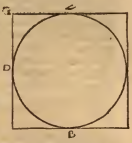
Sit enim diſpoſitio quæ prius, & ducantur omnes lineæ priores, erit ergo etiam linea m o, cui illa ſuperficies incidit, diuidens ſuperficiem uiſam per æqualia, & ipſa eſt communis ſectio ſuperficierum ſecantis & contingentis, erit itaq; per 61. primi huius, linea p t æqualis lineæ p s, ſed linea p t æqualis lineæ t a, per 58. primi huius, & ſimiliter linea p s æqualis ipſi lineæ s b, relinquiī ergo linea a t æqualis eſſe lineæ a s, & quoniā in illis trigonis a p s & a p t, linea a p eſt cōmunis ambobus ipſis, erit ergo per 8. primi, angulus a p t æqualis angulo a p s, uterq; ergo illorum angulorum eſt rectus, linea a p eſt perpendicularis ſuper lineam t p s, linea ergo a p, cum æquales angulos contineat cum linea m o, palam per diffinitionem, quoniam ipſa eſt erecta ſuper ſuperficiem contingentem columnam in linea m o, ergo per 18. undecimi, ſuperficies in qua eſt linea a p ſecās columnam, erecta eſt ſuper ſuperficiem ipſam contingentem columnam ſecundum lineam m o, ergo per 97. primi huius, patet quod ipſa tranſit per illius columnæ axem, & penitus eodem modo eſt in rotundis pyramidibus demonſtrandū, & hoc ꝓponebatur.

XCV.

Rectangulæ magnitudines à maiori diſtantia uiſæ circulares apparent.

Sit magnitudo rectangula uiſa ex magna diſtantia, quæ ſit b g, d z, quoniam ergo unumquodq; uiſorum habet longitudinem diſtantiæ qua facta non fiet uiſio, ut patet per 8. huius. Corpus aero angulare circa angulū eſt minus quàm circa alias ſui partes,

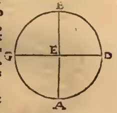
tes, eſt ergo neceſſe prius deficere uiſui corpus circa angulū g quàm circa puncta remotiora quæ ſunt d z, & ſimiliter accidet in unoquoq; aliorum angulorum, tota ergo periferia corporis quantum ad prominentiam angulorum propter ſui diſtantiam à uiſu non apparebit, uidetur itaq; uiſui corpus rectangulū eſſe figuræ circularis, ut turris quadrata uidebitur rotunda: quando itaq; uiſus comprehendit quadratum aut poligonium à remoto, comprehendet illud rotundum ſi fuerit æqualium diametrorum, aut comprehendet ipſum oblongum figuræ teretis. Si fuerit inæqualium diametrorum, ut eſt figura altera parte longior, ut plurimum ſunt quadrangulæ turres, quæ cum à remoto uidentur, apparent teretis figuræ, nec enim exceſſus radiorum ab angulis ſuperficiei quadratæ prodeuntium ad uiſum ſuper longitudinem radiorum prodeuntium à lateribus planis eſt proportionalis, reſpectu diſtātiæ totius corporis à uiſu aliqua proportione ſenſibili, unde propter inſenſibilitatem exceſſus omnes radij æſtimantur eſſe æquales, magis autem hoc ſolet accidere in alijs poligonis figuris. Oxigona enim corpora plurimū ex aliqua magna diſtantia uiſa uidentur rotunda, & eſt hoc quaſi per eadem præmiſſis demonſtrandum, & hoc eſt propoſitum.



XCVI.

Curruum rotæ uel lapidum molarium figuræ quādoq; circulares, quandoq; oblongæ apparent.

Quod ſupra per 55. & 56. huius concluſum eſt de figuris ſuperficialibus, hic proponimus ſimiliter de corporalibus figuris: paſſiones proprias ipſarum ſuperficierum illis corporibus, quorum ſunt ipſæ ſuperficies applicantes: ſit itaq; rota a b g d, cuius diametri ſint b a & g d, ſecantes ſe orthogonaliter ſuper centrum e, ſitq; oculus in ſuperficie circuli uel circa, ſi ergo linea quæ cadit à centro oculi ſuper cētrum rotæ, quod eſt punctum e, oblique incidat ſuperficiei ipſius rotæ, illa ut non ſit perpendicularis ſuper rotæ ſuperficiē, nec æqualis ſemidiametro, dico quod diametri rotæ inæquales apparebunt, & una quidem maxima, alia uero minima, aliæ uero omnes quæ ſunt mediæ inter maximā & minimā, ꝓpinquiores minimæ ſunt minores remotioribus ab illa, quælibet aūt duæ æqualiter diſtantes ab altera diametroꝝ æquales apparebunt. Rotæ ergo oblongæ ut ſectio columnaris uel conica oxigonia uidentur. Et idē accidit in figuris lapidū molariū & oībus alijs quibuſcūq; figuris & hoc eſt ꝓpoſitū.



XCVII.

In figuræ uiſiōe uirtuti diſtinctiuæ error accidit ex intēperata diſpoſitione octo circūſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ.

Ex intemperata em̄ lucis diſpoſitione figura poligonia æquilatera uidebit̄ de nocte circularis uel ſphærica, quoniam lux nimis debilis occultat angulos, & etiā ſphæra ſub luce ualde debili uiſa æſtimat̄ ſupficiei planæ, quia propter lucis debilitatem occultātur uiſui partium prominentia in ſupficie ipſius ſphæræ. Ex intemperata etiā lōgitudine diſtantiæ figura quadrata quandoq; uidetur rotunda ſphærica, & etiā figura quadrata quandoq; apparet uiſui altera parte longior, ut patet ꝑ 59. huius, qm̄ etiā propter remotionē nimiam obliquatio alterius lateris quadrati nō ſentitur. Tunc ꝓpter ipſam remotionem quadratū altera parte longius uidetur, ut patet ꝑ 62. huius. Accidit etiā error uiſioni figuræ ex longitudinis immoderatione, figura enim multorū laterū æqualiū oppoſita uiſui directe, in magna diſtantia uidetur circularis rotunda, quia anguli eius ſunt uiſui imperceptibiles, quod patet ꝑ 95. huius, & linea curua æſtimatur recta per 90. huius, & figura ſphærica uidetur plana ꝑ 65. huius. Ex inordinatione etiā ſitus error accidit in figuræ uiſione. Si enim corpus circulare ut ſcutella ab axe elongetur, & modicū ſuper lineam cui axis perpendiculariter incidit obliquatur, uidebuntur eius diametri inæquales per 96. huius, & figura circularis per 55. & 56. huius, uidebitur ſectionis oxigo

niæ uel columnaris figuræ, & ſimiliter propter æqualitatem oppoſitionis unius laterum ad uiſum figura quadrata æſtimabitur altera parte longior per 61. huius. Ex intemperantia etiam quantitatis uel magnitudinis accidit error uiſioni figurarum, cum enim ſuperficies uiſa fuerit multum parua, ſi fuerint in ea anguli occultabūtur uiſui, unde forte forma eius angularis æſtimabitur rotunda, ſphærica, aut columnaris. Et ſi fuerint in eius ſuperficie aliquæ prominentiæ latebunt uiſum, & æſtimabitur eorū ſuperficies plana, ut hæc patere poſſunt in athomis ſolis, quorum certa figura nō cōprehenditur, quoniam anguli ipſorum uiſui à minori diſtantia occultantur, ut patet per 8. huius. Ex intemperata etiam ſoliditate accidit error uiſioni figurarum. Si enim corpus fuerit minus ſolidum in quo fuerint anguli, illi forte occultabunť uidenti, & angularis forma putabitur ſphærica, forte et ſphæricitas illorum corporū uidebitur plana. Intemperata quoque diafonitas in uiſione figurarum errorem inducit, quoniam exiſtente aëre nubiloſo obſcuro, ut in crepuſculis, ſi in corpore illo fuerint anguli, forte apparebit ſphæricitas, & ſi in ipſo fuerit ſphæricitas apparebit forte planicies, quoniam medium nō eſt taliter diſpoſitū ut per ipſum poſſit fieri completa uiſio, ad quam requiritur lumē, ut patet per primam tertij huius. Breuitas etiam temporis errorem uiſibus in uiſione figurarum adducit, modica enim gibboſitas in re ſubito uiſa latet uiſum, & æſtimatur planicies. Et ſi fuerint res figuræ angularis ſubito uiſæ, forte ſphæricæ apparebunt. Viſus quoque debilitas errorem cauſat in figurarum uiſione, modicus enim gibbus, & multiplex angulus debilem latent uiſum, & uidētur res ſphæricæ planæ & angulares ſphæricæ, ſic ergo patet propoſitum in omnibus circunſtantijs uiſibilium, & hoc proponebatur.

XCVIII.

In uiſione corporeitatis errores accidentes uirtuti diſtinctiuæ ex intemperata diſpoſitione octo circūſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ, ſunt idem illis qui in ſitus & figuræ accidunt uiſione.

Corporeitas enim ut patet in 63. huius, à uiſu comprehenditur ex comprehenſione figurarum quas faciunt ſuperficies corpus continentes, eſt ergo eadem hinc inde erroris cauſa, & omnis error qui poteſt accidere uiſui in uera comprehenſione ueræ corporeitatis, uel in erronea comprehenſione, accidit ex errore proueniente circa ſpecies figurarum, ut ſi ſuperficies ſphærica conuexa uel concaua æſtimetur plana per 65. huius, quia in corporibus maximæ remotionis à uiſu non comprehendet uiſus corporeitatē, quando non comprehendit obliquationem ſuperficierum, & hoc totum accidit ꝑpter deceptionem circa figuras factam, non enim comprehendit tunc uiſus ſitus partium illarum ſuperficierum ad inuicem, qui ſitus efficit figuram, unde cū certitudinaliter comprehenditur figura, certitudinaliter cōprehenditur corporeitas, & cū comprehenditur figura indiſtincte, cōprehenditur etiā corporeitas indiſtincte, & hoc accidit in oībus modis quibus error accidit in uiſionibus figurarum, & quia ſitus eſt cauſa figurarū, ideo etiā errores accidentes ſitui, accidunt & corporeitati, quia enim corporeitas includiť ſub figura & ſitu, ideo errorem corporeitatis gerit error in ſe ſitus & figuræ.

XCIX.

Diſtinctio uiſibilium comprehenditur à uiſu ex diſtinctione formarum ipſarum uiſibilium in diuerſis ſuperficiei uiſus partibus impreſſarum.

Diſtinctio quæ eſt inter quælibet duo corpora, aut eſt ex luce, aut ex colore actum lucidi habente, aut ex obſcuritate, hæ enim ſunt principiū diſtinctionis formarum in ſuperficie uiſus, quoniam hæc per ſe perueniunt in partem ſuperficiei uiſus, quando que autē lux & color uel obſcuritas ſunt in ipſis formis quæ diſtinguūtur, quando que uero lux & color uel obſcuritas diſtinguentia formas in ipſa ſuperficie uiſus ſunt in corporibus medijs ſecundū ſitum diſtinguentibus corpora, quorum formæ diſtinguūtur in uiſu, & tūc ſi uiſus non ſenſerit quod lux, color aut obſcuritas, quæ eſt in loco diſtinctionis, nō eſt in corpore continuato cum utroque corporum quæ ſunt in eius lateribus, tunc non ſentiet diſtinctionem duorum corporum, & etiam quando que fit diſtinctio uiſibiliū ex hoc,

quia

quia non eſt poſſibile plura uiſibilia æqualiter uideri per 49. tertij huius, aut enim ſuperficies cuiuslibet illorum corporum eſt obliqua ad ſuperficiem uiſus, in loco indiſtinctionis, ſed eſt inæqualis obliquitatis, aut unius ipſoꝝ forma eſt obliquata, alterius uero forma eſt uiſui directe oppoſita, manifeſtior uiſui, quàm alia, quæ non eſt uiſui oblique oppoſita, uel quæ ſibi opponitur plus oblique, & ſecundum hoc comprehēdet uiſus diſtinctionem uiſibilium formarum, ſi ipſorum diſtinctio ſecundum ſpaciū interiacens ſit ampla ſiue ſtricta, dum tn̄ ſit ſenſibilis reſpectu remotiōis corporū uiſorū & reſpectu quantitatū corpoꝝ diſtinctorū, quia forte quādoq; diſtinctio formaꝝ eſt quantitatis unius capilli, & illud diminutū non aufert diſtantiā ſenſibilem in uiſu, patet ergo propoſitum.

C.

Continuitas uiſibilium cōprehenditur à uiſu ex diſtantiæ priuatione.

Cum enim uiſus non ſenſerit in corpore aliquam diſtantiam, comprehendet ipſum eſſe continuū, & ſi in corpore fuerit diſtantia occulta non comprehenſa à uiſu, comprehendet uiſus illud corpus eſſe continuum, & diſcernet inter continuationem & cōtiguationem ex comprehēſione aggregationis duorū terminorum duorum corporum. Si ergo ſentiens non ſenſerit, quod utrunq; duorum corporum cōtiguorum eſt diuerſum ab altero & diſtinctum ab eo, tunc non ſentiet contiguationem, ſed iudicabit eſſe inter illa uiſa perfectam continuationem & totius ſuperficiei uiſæ perfectam unitatem quæ eſt continuitas, patet ergo propoſitum.

CI.

Numerus comprehenditur à uiſu per hoc, quod unum uiſibilium cōprehenditur ab altero diſtinctum.

Quia enim uiſus comprehendit in una hora multa uiſibilia in ſimul diſtincta, & in illorum diſtinctione comprehendet ꝙ quodlibet ipſorum eſt ab altero diuiſum, comprehendet ergo multitudinem, et tunc uirtus diſtinctiua comprehendet numerū ex multitudine illorum, & ſi eſt par uel impar, & medietatem paris numeri & quamlibet ipſorū unitatem, & per hunc modum omnium rerum uiſarū numerū cōprehendit & mathematicum & naturalem, patet ergo propoſitum.

CII.

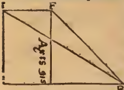
Omnis forma uiſibus oblique incidens ſemper apparet ultra locum formæ directe incidentis, ex quo patet quod formæ ambobus uiſibus ſecundū æqualitatem angulorū obliquius incidentes plurimū à ſe diſtant.

Quod hic proponitur ſatis patet, quando em̄ linea radialis ſuperficiei uiſus oblique incidit, tunc ipſa per 47. ſecundi huius, refringitur à ſuperficie oculi, & ad cōcauum nerui peruenit plus oblique, quoniam tunc ſecundum angulum incidentiæ formatur quantitas anguli refractionis per 36. tertij huius, palam ergo quoniam illa linea oblique ſuperficiei ipſius uiſus incidens propter ſuæ incidētiæ obliquitatem & anguli acuitatem facit angulum ſuæ refractionis acutū, unde tunc linea refractionis interſecat lineam directe incidentem, & à ſuperficie oculi æqualiter refractam, & ſic forma obliqua uidetur ultra formam rectæ uiſam, & ſi ambæ formæ oblique incidant ſecundum eundem ſuæ obliquitatis modum, ita ut utrobiq; ſit æqualitas angulorum incidentiæ & refractiōis, tunc forma oculo dextro incidens, ſecans lineam per quam directe incidens ad mediū punctum concauitatis nerui perueniſſet, ſit ſiniſtra ab illa, & forma oculo ſiniſtro oblique incidens, reſpectu illius medij puncti concauitatis nerui, ſit dextra, & ſic quandoq; accidit illas formas à ſe plurimum diſtare, & quoniam quælibet ipſarum offertur uirtuti ſenſitiuæ, quoniam ſecundum luces & colores quæ ſunt in ipſa forma, quæ eſt extra, depingitur ipſa forma in ſuperficie organū membri ſentientis in duobus locis ſecūdum neruum oculorū quibus incidit & à quorum ſuperficie refringitur, quia uero forma directe incidens ad unum ſecundum omnes eius partes ordinatur locum conſimiliter, ut patet per 37. tertij huius, forma ergo oblique incidens ſemper apparet ultra locum formæ directe incidentis, patet ergo propoſitum, & eius correlatiuum.

CIII.

Omne uiſum quod directe opponitur medio unius uiſus, & in reſpectu ad reliquum uiſum eſt obliquum, ſemper uidetur duo.

Nam forma puncti, quæ directe incidit medio alterius uiſuum, peruenit ad punctũ mediũ cõcauitatis nerui, ut patet per 39. tertij huius, qm̃ forma illius puncti incidit uiſui ſecundũ axem pyramidis radialis: forma uero puncti oblique incidentis in medio

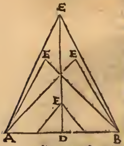


ſuperficiei alterius uiſus uenit ad punctũ aliud q̃ ad mediũ punctum concauitatis ipſius nerui ſecundum obliquationem puncti ſuperficiei uiſus, & ſic non concurrunt illæ formæ in eodem puncto medio concauitatis nerui. Verbi gratia, ſint centra duorũ uiſuum a & b, ſit linea e f, quod uiſum directe oppoſitum centro uiſus a. ſit autem ipſa linea e f oblique oppoſita uiſui, cuius centrum eſt punctum b. quia ergo forma lineæ e f directe peruenit ad medium concauitatis nerui communis per 29. tertij huius, palam, ꝙ forma eius circa illum punctum medium concauitatis nerui ſecundum omnes ſitus ſuarum partium ordinatur per 3. tertij huius, quia uero forma eiuſdem lineæ e f tota oblique incidit ſuperficiei uiſus b, palam per ea quæ declarata ſunt in eadem 3. tertij huius, ꝙ forma eius non peruenit ad punctum medium concauitatis nerui, ſed ad aliquod ipſius punctum aliud: non ſupponetur ergo priori formæ, ſed remanebit diſtincta ab illa, apparebunt ergo duæ formæ, quoniam in duobus locis ipſius membri ſentientis offertur forma ipſius uiſibilis ipſi uirtuti ſentienti, & ſic iudicat illas eſſe duas, & non unam, patet ergo propoſitum.

CIIII.

Omnis forma rei uiſæ intra axes radiales conſtitutæ, oblique ambobus uiſibus occurrit, unde ſemper uidetur duo.

Verbi gratia, ſit centrum duorum uiſuum a & b, & concurrant axes uiſuales in puncto c, ſitq; axis d c, & ſit res intra axes uiſa, quæ e, dico ꝙ forma rei uiſæ, quæ eſt e, ſemper oblique occurrit ambobus uiſibus, unde ſemper uidebitur eſſe duæ, ꝙ autem oblique ſemper incidat ambobus uiſibus, patet, cum enim à puncto c, ducta ſit linea c a perpendiculariter ſuper centrum foraminis ueæ oculi, cuius centrum eſt punctum a, ut patet per 24. tertij huius, & cum linea c b ducta ſit perpendiculariter ſuper centrum foraminis ueæ oculi, cuius centrum eſt punctum b, palam per 13. undecimi, quoniã ab aliquo puncto ſuperficiei rei uiſæ, quæ eſt e, ad dicta centra foraminum perpendiculares aliæ duci non poſſunt, omnes ergo lineæ à ſuperficiei corporis e ad ſuperficiẽ uiſuum productæ, ſunt obliquæ per 24. tertij huius, non ergo per refractionem concurrent in puncto medio concauitatis nerui, ſed ultra, & plurimum à ſe diſtabunt per 102. huius, uidebuntur ergo ſemper duæ per præcedentem.



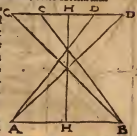
Cum itaq; axes duarum pyramidum uiſualium concurrant in aliquo puncto rei uiſæ, & duo alij radij obliqui comprehendant aliud uiſum propinquius duobus uiſibus aut remotius intra axes, tunc poſitio eius apud duos uiſus erit diuerſa in parte, nam illud uiſum erit dextrum uni axium uiſualium & ſiniſtrum alteri ipſorum. Radij quoq; exeuntes ab ipſa re taliter uiſa ad alterum uiſum, erunt dextri ab axe, & ad reliquum uiſum exeuntes erunt ſiniſtri ab illius axe, & ſic poſitio eius apud duos uiſus erit diuerſa in parte, & forma unius uiſorum incidit duobus uiſibus, in duobus locis diuerſe poſitis, & peruenit ad loca diuerſa concauitatis communis nerui à duobus lateribus ſui puncti medij, & partes illius formæ non ſuperponuntur ſibi, erunt ergo duæ formæ, & ita ſemper forma rei taliter ad uiſum diſpoſitæ uidentur duæ formæ, & res ipſa uiſa uidentur ſemper duo, quod eſt propoſitum.

CV.

Lineæ rectæ uicinæ uiſibus in ſuperficie axis communis erectæ ſuper trigonum

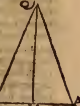
gonum axium radialium puncto coniunctionis incidente, ſolum illud punctum uidebitur unum, omnia uero alia dictæ lineæ puncta uidebūtur duo, & æqualiter à puncto coniunctionis declinantia, ac ſi duæ lineæ ſe interſecent in puncto coniunctionis.

Sit centum uiſus ſiniſtri punctum a, dextri uero punctum b, & ſit linea recta h z, quæ ſecundum medium punctum naſi ambobus uiſibus interpoſitis, extendatur taliter, ut in aliquo puncto ſuo ſignato quod ſit q, concurrant axes uiſuales, erit ergo q punctum coniunctionis amborum axium uiſualium, & quoniam ipſum punctum, quod eſt in linea h z, quæ ſic extenditur inter ambos axes radiales, tunc palam eſt ꝙ ipſa eſt in ſuperficie in qua eſt axis communis erecta ſuper baſem trigonum b q a, per 33. tertij huius. Dico ergo ꝙ ubicūq; punctus cōiunctionis qui eſt q, lineæ h z, oblique incidit uiſibus, hoc eſt ambobus axibus b q, & a q, uel eorum altero angulos rectos non continentibus cum linea h z, ſolus punctus q uidebitur unus, ut eſt, quoniam forma eius ſolius per ambos axes radiales peruenit ad medium punctum concauitatis nerui, & ſic forma una uidetur rei unius, ut hoc patere poteſt per 46. & 47. quarti huius, reliqua uero puncta omnia lineæ h z uidentur æqualiter à puncto cōiunctionis declinantia, ac ſi duæ lineæ ſe interſecent in puncto coniunctionis quod eſt q, quia radij diuerſi ab illis punctis peruenientes ad ambos uiſus & ſiniſtrantur & dextrantur, omnes enim radij exeuntes ab illis punctis lineæ h q, ad uiſum dextrum ex parte axis h q, fiunt ſiniſtri ab axe a q, & peruenientes ad ſiniſtrum uiſum ex parte axis h q, fiunt dextri ab axe b q, perueniunt enim ad ſuperficiem uiſus ex una parte ſemidiametri foraminis, quæ à centro ueæ reſpicit axem communem & radij peruenientes à punctis lineæ q z, ad uiſum dextrum, fiunt item ſiniſtri ab axe a q, & peruenientes ad uiſum ſiniſtrum fiunt dextri, perueniunt enim utriq; radij ad ſuperficiem uiſus ex parte ſemidiametri cum priori ſemidiametro, diametrum totam illius foraminis ueæ complente, & quoniam ambo oculi ſunt in omnibus diſpoſitionibus æquales per 4. tertij huius, palam ꝙ utriuſq; anguli axium & iſtorum ſemidiametrorum ſunt æquales circa centrum utriuſq; oculi foraminis, anguli quoq; c q z, & d q c, propter eandem ſint æquales, ducta itaq; linea à puncto, & æquidiſtante lineæ a b per 31. primi, quæ ſit e z d, producatur linea a q in pūctum d, & linea b q in punctum c, patet quòd ſecundum illas lineas fit uiſio illarum formarum, quoniam enim anguli ſecundum quòd fit obliquatio uiſionis, qui ſunt t q z, & d q z, ſunt æquales, ergo per 13. decimi quinti, & 14. primi lineæ uiſuales, quæ exempli cauſa ſint lineæ b q, & q c, coniunctæ ſunt linea una, & ſimiliter de lineis a q, & q d, uidetur autem linea una radialis duæ lineæ propter diuerſitatem incidentiæ formæ illius puncti ambobus uiſibus, quæ obliquatio fit quaſi per modum duarum linearum ſe ſecantium circa punctum q, forma enim ſecundum axes radiales uiſibus incidens ad mediū punctū concauitatis nerui pertingit, & formæ oblique incidentes, circa ipſum ſe ſecantes figurantur. Remotiones enim duarum quarumlibet linearum radialium ab aliquo puncto lineæ h z, ad ambas axes peruenientium, ſemper erunt in duabus partibus diuerſis, quapropter duæ formæ cuiuslibet puncti eius incident duobus punctis concauitatis nerui communis à duobus lateribus puncti medij, ut oſtendimus in præmiſſis, patet ergo propoſitum, patet etiam quod mutato puncto coniunctionis linearum interſectarum quantitas mutatur. Semper tamen ex utraq; parte ſectionis partes linearū ſunt æquales, & ſecundum approximationem ad uiſus anguli medij, ut ſunt a q b, & c q d, fiunt maiores, & ſecūdum elongationem à uiſu fiunt minores, quouſq; circa axes radiales pyramides deſcribuntur, quarum baſis eſt tota ſuperficies rei uiſæ, & horum probatio experimentalis accidit, ſi uiſibus modo dicto diſpoſitis unus ipſorum claudatur, alter'q; apertus reſeruetur, ſic uices mutando quantum placet.



ti centris amborum uiſuum, quodlibet duorum laterum trigoni duas formas uiſui repræſentat.

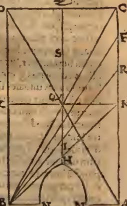
Sint centra amborum uiſuum a & b, ſitq; trigonum a b q applicatum uiſibus taliter ut ꝓponitur, uel ſi ita ut trigoni a b q, baſis a b, ſit baſſior centris oculorũ, incidantq; axes uiſuales in punctum q, qui ſit punctus coniunctionis, & axis communis ſit h q, dico ꝙ laterum trigoni, quæ ſunt a q & b q, unumquodq; duas formas uidenti præſentabit, quoniam enim utraq; formarum linearum a q & b q, utercq; uiſui ſe offert directe & oblique, ut linea dextra quæ eſt a q, dextro uiſui quæ eſt a, ſe offert directe, quoniam omnes radij à quolibet ſuorum punctorum exeuntes incidunt in centrum foraminis uneæ per 24. tertij huius, & linea ſiniſtra quæ eſt b q, incidit oblique uiſui dextro, quæ eſt a, et econuerſo linea b q ſiniſtro uiſui qui eſt b directe incidit, & linea a q eidē uiſui ſiniſtro qui eſt b incidit oblique, ut hæc omnia patent per 24. tertij huius, forma itaq; oblique incidens dextro uiſui declinat ultra latus ſiniſtrum, cuius ipſa eſt forma, & ſic ſiniſtra ab axe & forma oblique incidens ſiniſtro uiſui, declinat ad latus dextrum, cuius ipſa eſt forma, & ſit dextra ab axe, eruntq; laterum trigoni omnia puncta in apparentia uiſuum duplicata, præter ſolum punctũ q, qui eſt punctus coniunctionis, & eſt ratio huius apparitionis eadem illi in præcedenti theoremate declarata, patet ergo propoſitum.



CVIII.

Vnam rem nonnunquàm uideri duas experimentaliter declaratur.

Aſſumatur tabula lignea planæ ſuperficiei, cuius lineæ longitudinis æquediſtantes & æquales ſint a b, & b d, & ſint unius cubiti, latitudinis uero ipſius lineæ æquales & æquediſtātes, ſintq; a b, & c d, & ſint quatuor digitorum orthogonaliter ſuper lineas longitudinis erectæ, ducenturq; duæ diagoni quæ ſint a d, & b c ſecantes ſe in puncto q, & à puncto q, qđ per 40. primi huius eſt medius punctus ſuperficiei totius tabulæ a b c d, ducatur ad utrumq; latus longitudinis linea æquidiſtans lineis latitudinis per 31. primi, quæ ſit k q c, & ab eodem puncto q ducatur linea h q z, æquediſtans lineis longitudinis a c, & b d, & intingantur omnes iſtæ lineæ b c, a d, t k, h z, tincturis lucidis diuerſorũ colorum, ut bene appareant, Sed tñ duo diagoni qui ſunt a d, & b c, ſint unius coloris, & ſuper punctum h interiorem terminum lineæ z h in medio latitudinis ipſius tabulæ, cauetur tabula quaſi pyramidaliter, ut ita poſſit intrare cornu naſi, ita ut cum tabula ſupponitur ſuperiori parti ipſius naſi, tangant duo anguli tabulæ fere duo media ſuperficierum duorum uiſuũ, & ſit huius concauitas m h n, fiant itaq; de cæra tria corpuſcula columnaria, et ſint diuerſorum colorum, quæ ſint e g p, & erigantur iſtæ columnæ ſuper ſuperficiem tabulæ in linea k q c, ita ꝙ corpus g ſit ſuper punctū q, & corpus p ſuper punctū k, & corpus e ſuper punctū c, & applicent illa corpora firmiter ipſi tabulæ, ita ꝙ nō cadant, & tūc applicet tabula uiſibus ut ſupra ꝑmiſſum eſt, deinde experimentator inſpiciat forti intuitu corpus g, qđ eſt in puncto q, medio puncto tabulæ, tūc ergo duo axes amborum uiſuum concurrent in aliquo puncto ſuperficiei corporis g, & ſupponentur duobus diagonis tabulæ, qui ſunt b q, & a q, aut erunt æquediſtantes illis, & axis communis ſupponetur lineæ h q, & ſi in hac diſpoſitione intueantur ambo uiſus, om̄ia quæ ſunt in ſuperficie tabulæ & corpora & lineas, inuenietur forma uniuſcuiuſq; corporum, quæ ſunt e g p, forma una, & tota forma lineæ k q c, erit una, linea uero h z, extenſa in longitudine tabulæ apparebit lineæ duæ ſecantes ſe ſuper punctum q, uel ſuper q̃dcūq; aliud punctum, cōcurrāt radij uiſuales, & etiā quilibet duorum diagonorum qui ſunt



b c & a d, apparebit duplicatus ita ut uideantur 4. diagoni, angulus uero a q b apparet amplior ꝗ ſit ſecundum ueritatem, & ſi alter uiſuum claudatur, uidebuntur duo tantum diagoni, & diagonus remotus à medio ſequitur uiſum coopertum, ex quo patet, ꝙ duo diagoni qui uidentur remoti, ſunt illi quorum uterq; uidetur uiſui obliquo, & propter hoc comprehenditur per radios remotos ab axe dextros & ſiniſtros, unde inſtituuntur in cõcauitate nerui cõmunis ab inuicẽ remotæ, in figuntur em̃ in duabus partib9 contrarijs reſpectu puncti medij nerui cõmunis, & in partibus remotis ab illo puncto, unde illi duo diagoni habent duas formas propinquas ſibi, & duas remotas à ſe inuicem. Deinde experimentator figat axes uiſuales ſuper aliquod corporum, quæ ſunt e et p, quæ ſint ſuper puncta t & k extrema lineæ t q k, tunc enim apparebunt omnia numero quo prius, ꝙ ſi corpora e & p auferantur à locis ſuis, & ponantur in linea h z, æquediſtanter à puncto q, & ſit corpus e uicinius uiſibus in puncto l circa punctum q: & corpus p ſit remotius à uiſu in puncto s, ultra punctum q, & applicata tabula ipſis uiſibus figantur axes uiſuales ſuper corpus g, quod eſt in puncto q medio, tunc unumquodque corporum e & p apparebit duo, & apparebunt ambo illa corpora, quatuor corpora oblique à medio corpore g, duo. ſ. in dextro, & duo in ſiniſtro, & uidebuntur ſuper duas lineas, ꝗuis ſecundum ueritatem ſint ſuper lineam unam, & apparebunt quælibet duorum illorum 4. corporum ſuper alteram illarum duarum linearum. Idẽ quoq; accidit ſi corpora e & p, ponantur ſuper alterum duorum diagonorum ſecundum omnem modum quo poſita fuerint ſuper lineam h z, taliter ut æquediſtant corpori g, & unum ſit propinquius uiſui ꝗ alterum, quia enim tunc uterq; diagonorum apparebit duo, unde ſuper utramq; linearum quæ ſunt unius diagoni duo apparebunt corpora, unum in parte ipſius uiſus, & aliud ultra corpus g poſitum in medio illorum duorum corporum. Et ſimiliter ſi corpora e & p, ponantur ſuper ambos diagonos, unum ſuper unum, & aliud ſuper alium, & ambo in parte uiſus, tunc enim apparebunt 4. corpora, duo propinqua & duo remota. Deinde auferantur duo corpora e & p à tabula, & ponantur alterum ipſorum ſuper marginem tabulæ in linea a c, ultra punctum k, & tamen ualde uicine illi puncto k, & ſit ſupra punctum r, & tunc applicata tabula uiſibus dirigantur ad hoc axes ad corpus g poſitum in medio, & tunc apparebit forma puncti e, tantum una, ꝙ ſi corpus e in eadem linea a t, ponatur ſuper punctum f, remotius à puncto k, quàm ſit punctũ r, ſitq; puncti f, à puncto k diſtantia ſenſibilis, & ſit directis axibus uiſualibus ad corpus g medium, apparebit forma corporis e duplicata. Idem quoq; accidit ſi ambo axes uiſuales ſecundum iſtam diſpoſitionẽ dirigantur ad quodcunq; punctum lineæ c k, ſemper enim tunc corpus e poſitum in puncto f uidebitur eſſe duo, hæc uero quæ præmiſſa ſunt omnia per 105. huius & propoſitiones ſequentes declarata, ut patet intuenti. Quod ſi experimentator direxerit axes uiſuales ad punctũ aliquem tabulæ extra lineam k t, tunc ipſum corpus g, poſitum in medio ſuperficiei tabulæ in puncto q uidebitur duo, & ſi corpus e ponatur in puncto t, & corpus p in puncto k, tunc utraq; ipſorum uidetur duo. Sed redeuntibus axibus uiſualibus ſuper punctum q, aut ſuper aliqđ punctũ lineæ t k, tunc reuertetᷣ prior diſpoſitio. Deinde accipiat experimentator tres cedulas pergameni paruas & æquales, & inſcribat oẽs ipſas una ſcriptura manifeſta æqualis quãtitatis, & ponat unam ipſarum in medio præmiſſæ tabulæ in puncto q. & alteram ipſarum ſuper punctum k, figendo cum cæra ut ſtent erecte, & applicata tabula ipſis uiſibus ut prius, intueatur cedulam poſitam ſuper punctum q, & cõprehendet eius ſcripturam certa comprehenſione, & ſimiliter ſcripturam cedulæ poſitæ in puncto k, cõprehendet, ſed non ita perfecte ut ſcripturam cedulæ poſitæ in puncto q, licet ſint illæ ſcripturæ conſimiles in figura, forma & quantitate. Deinde aſſumatur tertia cedula, & ponatur quaſi in medio puncto lineæ e z, & manu protracta ſecundum rectitudinem lineæ k c, teneatur ultra tabulam in ſitu & poſitione duarum aliarum cedularum, tunc enim fixis ambobus axibus uiſuum in cedula poſita in puncto q, & tunc uiſa tertia cedula uidebitur forma ſcripturæ ſuæ dubitabilis & indiſtincta, & ſi cedula puncti k repo

ſita

ſita tertia cedula ponatur penes primam,quæ eſt in puncto q,tunc ambæ cedulæ comprehendentur in ſuis ſcripturis æqualiter diſpoſitæ, nec erit differentia ſenſibilis inter illas:& ſi tertia cedula moueatur plane ſuper lineam q k,axibus illorum uiſuum cadēte in punctum q,uidebitur tunc diminui diſtinctio ſcripturæ cedulæ motæ ſecundum diſtantiam quæ fit per motum donec perueniat ad punctum k,& tunc paulatim à puncto k, extra tabulam moueatur ſecundum lineam latitudinis a k protenſam, tunc ſemper minuetur ſcripturæ diſtinctio, ita quòd tandem nulla erit diſcretio ipſius.Peractisq; circa lineam c d, eiſdem quæ cum his cedulis facta ſunt circa lineam k c,eadem tunc uiſibus apparent quæ prius ſeruata diſtantiæ proportione,& etiam ſi elongetur ultra longitudinem tabulæ, quæ itaq; ex his paſſionibus ambobus uiſibus accidunt, plus accidunt uni uiſuum ſi alter fuerit coopertus. Deinde aſſumatur ſchedula 4. digitorum quadrata,in qua punctus medius ſignetur per 40. primi huius, & alia ſchedula ſcribatur ſcriptura aliqua diſtincte,& erigatur hæc ſchedula ſuper lineam k t,& dirigatur uiſus ad medium illius ſchedulæ,tunc enim uidebitur ſcriptura bene diſtincta, ſed ſcriptura quæ eſt circa medium ſchedulæ uidebitur diſtinctior, quàm quæ in extremis. Deinde parum obliquetur ſchedula ſuper lineam t k, in puncto q, & tunc axibus uiſuū cadentibus ſuper medium punctum ſchedulæ,inuenietur ſchedula minus diſtincta q̄ prius,cum ſchedula fuerit ſuper lineam k t,& ſi ſchedula plus obliquatur,indiſtinctior uidebitur ſcriptura,& quanto magis obliquabitur ſchedula, tanto magis latebit utrumq; uiſum uel alterum ipſa ſcriptura. Et ſi ſchedula ſecundum alterum ſuorum extremorum ponatur in puncto q,& erigatur ſuper ſuperficiem tabulæ ſecundum lineam k q, tunc patet quòd medietas ſchedulæ cadet extra tabulam:uiſui itaq; cadente in punctum q,tunc uidebitur ſcriptura circa punctum q diſtinctior,minus autem ſecundum partes remotiores ab illo,& ſi obliquetur ſchedula ſuper lineam q k, apparebit latentior ſcriptura ſecundum quantitatem obliquationis & diſtantiæ à puncto q, & ſi ſchedula ponatur ſuper lineam c d,tunc uiſibus directis ad medium punctum ſchedulæ erit litera legibiliter diſtincta,& ſi obliquetur ſchedula ſuper punctum z, & tunc erit ſcriptura latentior quàm prius,& taliter peracto circa lineam c d,quod prius actum eſt circa lineam t k, idem accidet in diſtinctione ſcripturæ proportionaliter illi ſpacio diſtantiæ, etiam ſi elongetur ſchedula ultra longitudinem tabulæ: quòd autem accidit ambobus uiſibus in hac experimentatione,etiam accidit uni uiſuum altero cooperto. Patet ergo ex his experimentationibus exemplum eorū quæ ꝑ plura theoremata proponuntur, & patet manifeſte,quòd pluribus modis accidit unam rem uideri duas, patet ergo propoſitum.

C I X.

In uiſione diuiſionis, cōtinuationis & numeri error accidit uirtuti diſtinctiuæ ex intemperata diſpoſitione octo circunſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ.

Ex lucis enim debilitate error accidit in præmiſſorum uiſione, quia ſi de nocte uideatur tabula,in qua ſint linearum obſcurarum protractiones, uidens illas putabit forte diuiſiones eſſe uel ſciſſuras,& ita continuum etiam putabitur diuiſum, & partes eiuſdem continui plura putabuntur ut diuiſa ,cum tamen tabula ſit continua & tantum una.Similiter exiſtente uiſu in forti luce reflexa,ſi ipſi uiſui adhibeantur corpora modicum diſtantia apparebunt continua unum, propter reflexionem lucis factæ ab illis corporibus,quæ non permittit eorum diſtantiam diſcerni. Ex intemperata etiam di-

ſtantia ſit error in præmiſſorum uiſione. Pariete enim aliquo à longe uiſo, ſi in parte eius fuerit color tenebroſus, forte putabitur facta eſſe diuiſio illius parietis ſecundum ſpacium illius coloris. Similiter etiam ſi prope parietem illum creſcat altitudo herbarum, ut conſueuit in talibus creſcere hædera, uidebitur forte paries ſecundũ hæderæ ſpacium diuiſus. Et ſimiliter luce ſolis ſuper uiſum album parietem ſplendente, ſi fortis umbra aliqua lucem parietis diuiſerit, æſtimabitur paries diuiſus: & ita his modis omnibus & etiam pluribus alijs hoc poteſt accidere, ut continuum æſtimetur diuiſum, & ex conſequenti unum plura. Sed & quandoq; ipſa ſecundum ueritatem diuiſa æſtimantur continua, & plura æſtimantur unum, corpora enim à longe uiſa in colore ſimilia, & adinuicem propinqua creduntur cõtinua, & ꝓpter hoc tabulæ parietis uel ſcamni apparẽt quãq; cõtinuæ, cũ modica diuiſione ad inuicẽ ſunt diuiſæ, & ſic diuiſa æſtimant̃ ꝓpter remotionem à uiſu eſſe continua, & plura æſtimantur unum. Ex inordinato etiam ſitu oppoſitionis oritur error in præmiſſorum uiſione. Si enim alicuius corporis magna fuerit à uiſu obliquatio, in quo fuerint puncta ſenſibilia, nigra uel ualde tenebroſa, illa quidẽ diuiſiones putabuntur, inter partes illis punctis confines, iudicabitur diuiſio & pluralitas, licet in eis ſit continuitatis unio, & ſi in hoc corpore fuerint lineæ tenebroſæ ſenſibiles, iudicabuntur partes eius cõtinuales diuiſæ, cum ſint continuæ, & plures, cum ſint unum. Similiter etiam ex obliquatione ſitus plurium parietum ad uiſum, quorum unus eſt ordinate poſt alium modicum diſtans ab illo, ita quòd uno aſpectu uideri ualeant, forte occultabitur uidenti ſpacium quod eſt inter illos parietes, & putabuntur continui & unus cum ſint diuerſi & plures: qualiter autem propter ſitum eius erret in numero, ſatis patet per propoſitionem præmiſſam. Ex intemperata etiam magnitudine error accidit in uiſione præmiſſorum: adhærente enim capillo uaſi uitreo, apparebit uitrum fiſſum, quòd ideo accidit, quia capilli paruitas non ſentitur eſſe corpus. Si enim lateret ſuper uas uitreum calamus aut corpus aliud ſenſibile, non propter hoc ſentiretur uitreum eſſe fiſſum. Similiter etiam accidit error in continuitate, ſi enim folia pergameni tenuis æqualis altitudinis, ita quòd in eadem plana ſuperficie conſtituta, & bene cõpreſſa, & uidens ignoret eſſe folia, iudicabit ipſa eſſe continua, & unam ſuperficiẽ ipſorum: huius autem error cauſa eſt paruitas quantitatis ſpacij & aeris, ſecundum quòd ſe illa folia contingunt, & ſic etiam numerus inducit errorem. Ex intemperantia quoq; ſoliditatis fit error in præmiſſorum uiſione, in corpore enim magnæ raritatis ut in criſtallo pura, ſi in aliqua parte ſuperficiei ſuæ fuerit linea magna, apparebit totum corpus fiſſum ſecundum locum in quem cadit illa linea, & ita æſtimatur uitrum diſcontinuum & plura, & hoc accidit propter perſpicuitatem quæ accidit ex defectu ſoliditatis. Et ſi duo corpora talia fuerint modicum à ſe diſtantia reputabuntur continua & unum. Ex intemperantia etiam raritatis accidit error in præmiſſorum uiſione idem, qui ex defectu ſoliditatis, augmentatus tamen propter exceſſum raritatis. Ex paucitate etiam temporis accidit error in præmiſſorum uiſione. Si enim corpus in quo ſit linea nigra ſubito à uiſu diuertatur, putabitur illa linea eſſe partium diuiſio: & ſi corpora contigua aut ualde propinqua ſubito uidentur, æſtimabuntur continua, ſicut accidit in tabulis ſcamnorum ſubito inſpectis, & fit error in continuitate & numero. Ex intemperantiã & debilitatis uiſus error accidit in uiſione præmiſſorum, & ſecundum modos temporis breuitate accidentes, quod enim ſano uiſui accidit in temporis breuitate, debili accidit in maiori tempore, & forte ſemper durante uiſus debilitate, & etiam ſtrabo uel debilis in uno oculo unum quandoq; iudicat duo, tunc enim res uiſa habet diuerſitatem ſitus reſpectu talium duorum oculorum, quæ diuerſitas facit ut unum uideatur duo, etiam per duos oculos ſanos & æqualis ordinationis, ut ſatis demonſtratum eſt ex præmiſſis, patet ergo propoſitum.

CX.

Motus comprehenditur à uiſu ex comprehenſione rei motæ ſecũdum diuerſos ſui ſitus in inſtantibus diuerſis, inter quæ ſenſibile cadit tempus.

Quoniam enim moueri eſt aliter ſe habere nunc quâm prius, palam quod facilitas huius comprehenſionis motus fit ex comparatione rei motæ uiſæ ad aliud uiſibile quieſcens non motum, quando enim comprehenditur ſitus unius rei mobilis reſpectu alterius rei uiſibilis, tũc etiam comprehenditur diuerſitas ſitus eius reſpectu illius uiſibilis, & tunc comprehenditur motus, ſemper itaq; motus comprehenditur à uiſu aut ex comprehenſione diuerſitatis & mutationis ſitus rei uiſæ motæ reſpectu alterius uiſibilis qđ eſt remotius aut propinquius uiſui, ipſo tamen uiſu in parte altera exiſtente in ſuo loco, aut comprehenditur motus experimentatione ſitus alicuius partis, uel partium rei uiſæ motæ reſpectu illius uiſibilis non ſecundum ſe totũ moti, & hoc modo comprehendit uiſus motum circularem. Similiter etiam accidit motũ à uiſu comprehendi, ſi res uiſa mota ad multa immota uiſibilia cõparetur. Cum enim uiſus fuerit quietus, & res uiſa mota ad ipſum uiſum uel à uiſu, tunc uiſus ſentiens diuerſam locationem corporis moti, ſentiet motum, aut enim mobile, tũc elongabitur aut appropinquabit uiſui per motũ, quia ut patet p. 9. huius, elongatio aut appropinquatio à uiſu ſentitur, palam quia motus tũc ſentitur, quod ſi mobile mouet̃ tantũ circa uiſum circulariter, tũc enim ſuperficies uiſiua oculi non ſit tota ſphærica, ut patet per 4. tertij huius, quoniam ſola ſuperficies foraminis uneæ eſt uiſiua, & non aliæ partes ſuperficiei oculi: aliqua itaq; re mota circa uiſum, neceſſario mutabitur ſitus partis oppoſitæ uiſui, & cum illa pars rei uiſæ motæ fuerit mutata, ſentiet uiſus mutationẽ eius, & ſic uiſu exiſtente in ſuo loco ſentiet uiſus motum rei uiſæ. Et ſi ipſe uiſus moueatur, cõprehendet tamen motum ſecundum quẽlibet iſtorum modorum, ut cum uiſus ſentit diuerſitatem ſitus rei uiſæ motæ, ſentiẽdo quod illa diuerſitas non eſt propter motum ipſius uiſus: ſed tamen quãdo ipſe uiſus & etiam res uiſa ambo mouentur, adhuc diſcernit uiſus motum, quoniam diſtinguit inter diuerſitatem illi uiſus quæ accidit rei uiſæ motæ propter motum ipſius rei, uel propter motũ ipſius uiſus, quoniam moto uiſu ſentiuntur etiam formæ corporum exiſtentium nõ motæ, nec ſemper iudicat uiſus rem uiſam moueri propter ſui ipſius motum, niſi forte perueniat in uiſum forma rei uiſæ motæ, & quoniam motus omnis eſt in tempore, non comprehendit uiſus motum niſi in tempore, diuerſitas enim ſitus partium rei uiſæ non poteſt comprehendi niſi ad minus in duobus inſtantibus, & quia inter quælibet duo inſtãtia cadit tempus medium, palam quod inter illa duo inſtantia cadit tempus medium, & quoniam uirtus uiſiua eſt uirtus ſenſitiua, oportet tempus ab ipſa cõprehenſum eſſe ſenſibile, & hoc proponebatur.

CXI.

Qualitas motus comprehenditur à uiſu ex comprehenſione ſpacij ſuper quod mouetur res ipſa uiſa.

Siue enim motus ſit ſurſum uel deorſum, uel etiam ſuper ipſam ſuperficiem horizontis uel æquediſtantem illi, ſiue etiam nõ ſit motus rectus, ſed ſit tortuoſus uel circularis, ſemper qualitas motus comprehenditur à uiſu ex comprehẽſione ſpacij ſuper quod mouetur res ipſa: qualitas enim motus recti comprehenditur ex comprehenſione ſpacij ſuper quod mouetur res uiſa ſecundum ſe totum motu recto, & tunc uiſus certificat qualitatem motus per certificationem figuræ ſpacij directi, ſuper quod ſit motus in ſuperficie horizontis, aut in ſuperficie æquediſtante ei, aut in linea perpendiculari uel obliqua ſuper ſuperficiem horizontis. Similiter quoq; qualitas aliorum motuum ut tortuoſi & circularis comprehenditur à uiſu ex comprehẽſione ſpacij tortuoſi uel etiam circularis, in ſuperficie horizontis, aut æquediſtante ipſi aut erecta ſuper ipſam, motũ enim compoſitum ex circulari & recto uiſus comprehendet ex comprehenſione ſpacij tortuoſi ſuper quod ſit motus. Comprehendit etiã uiſus diuerſitatẽ & æqualitatẽ motuum ſecundum uelocitatem & tarditatem ex comprehenſione ſpaciorum ſuper quæ mouentur uiſibilia mota, & cognitione temporis in quo fiunt illi motus, cum enim uiſus ſentit quod

unum ſpacium pertranſitum ab uno mobili in aliquo tēpore, eſt maius alio ſpacio pertranſito ab alio mobili in eodem tempore, uel cum uiſus ſenſerit æqualitatem duorū ſpaciorum cū inæqualitate temporum duorum motuum, tunc enim ſtante auxilio uirtutis animæ diſtinctiuæ & cognoſcitiuæ ſentiet uelocitatem unius mobilis ſuper alterū duorum motuum inæqualitatem, patet ergo propoſitum.

CXII.

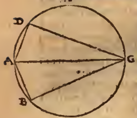
Quies comprehenditur à uiſu ex comprehenſione rei uiſæ in eodem loco & ſitu tempore ſenſibili permanente.

Cum enim uiſus comprehendit rem uiſam in eodem loco, & ſecundum eandem ſitū in duobus inſtantibus diuerſis, inter quæ cadit medium tempus ſenſibile, tunc comprehendet rem in illo tempore non fuiſſe motam, per 110. huius, quoniā ſi illa res in illo tempore fuit mota, mutatus eſt ſitus eius, comprehendet ergo illam rem quieſcentem: comprehenditur aūt ſitus rei uiſæ quieſcentis non mutatus reſpectu alterius rei uel aliarum rerum uiſarum, & etiam reſpectu ipſius uiſus, ſecundum hunc ergo modum fit comprehenſio quietis uiſorum corporum à uiſu, & hoc proponebatur.

CXIII.

Eſt locus in quo oculo manente & tranſpoſita re uiſa, res ſemper æqualis apparet.

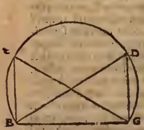
Sit res uiſa b g, & ſit centrum uiſus in puncto a, & accedant ad uiſum formæ pūctorum b & g ad uiſum a, ſecundum lineas b a & g a, fiatq; trigonum a b g, dico quod eſt locus in quo non mutato centro uiſus à puncto a, & tranſpoſita magnitudine b g, ſemper eiuſdem quantitatis uidebitur magnitudo b g: trigono enī a b g, circumſcribatur circulus per 5. quarti, & ſuper punctum g, terminum lineæ a g, conſtituatur angulus æqualis angulo a b, per 23. primi, qui ſit a g d, & producta linea g d, ad periferiam circuli copulentur lineæ a b & a d, eritq; per 25. tertij, arcus a d æqualis arcui b a, ergo per 28. tertij, eſt corda a b æqualis cordæ a d, & arcus g d, qui eſt reſiduus ſemicirculi, eſt æqualis arcui b g, corda quoq; g d erit æqualis cordæ b g, per 28. tertij, ergo per 8. primi, uel per 26. tertij, erit angulus b a g æqualis angulo d a g, quoniam illi anguli cadunt in æquales arcus qui ſunt d g & b g, quia itaq; lineæ b g & d g, æquales ſub æqualibus angulis qui ſunt d a g & b a g, hinc & inde uidentur, palam quoniam illæ lineæ æquales uiſui apparent per 20. huius, patet ergo propoſitum. Idem quoq; contingeret ſi centro oculi in centro circuli manente fixo res uiſa ſup circuli periferiam moueatur, tunc enim uiſibili tranſmutato res uiſa ſemper uidebitur æqualis uiſui non tranſmutato, quoniam ſub eodem ſemper angulo uidebitur, ut poteſt patere ſecundum præmiſſum modum, patet ergo propoſitum.



CXIIII.

Eſt locus in quo oculo tranſmutato re uiſa non mota ſemper res uiſa æqualis apparet.

Sit res uiſa b g, & ſit oculus in puncto z, dato in aēre, ut contingit, & ducantur à terminis rei uiſæ lineæ b z & g z, & circumſcribatur trigono b z g, circulus per 5. quarti, ut in præmiſſa, ſitq; ille circulus z d g b, & mutetur centrum oculi à puncto z in pūcto d, & ducantur lineæ b d & g d, eritq; per 26. tertij, angulus b z g æqualis angulo b d g, ergo per 20. huius, in utroq; ſitu magnitudo b g, ſemper uidebitur æqualis. Idem quoq; accidit uiſui per omnia puncta arcus b z g, tranſmutato, & hoc eſt propoſitum.

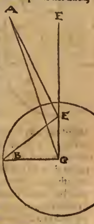


CXV.

Quantitas erecta ſuper aliquam planā ſuperficiem in qua

in qua ſit cẽtrum uiſus mota ſui circuli periferiam pro centro habentis centrum oculi, ſemper æqualis uidetur. Idemq́; accidit ſecundum lineam à centro circuli erectam centro oculi ſuper circuli ſuperficiem eleuato.

Eſto a b aliqua magnitudo uiſa erecta ſuper quamcunq; ſuperficiem planam datã, in qua ſit cẽtrum uiſus quod ſit g, & ducatur ab altero terminorum rei uiſæ ad centrum uiſus linea g b, & ſecundum quantitatem lineæ g b, centro exiſtente puncto g, deſcribatur circulus, dico quod ſi ſup illius circuli periferiam moueatur magnitudo erecta, quæ eſt a b, ꝙd ſemper uidebitur æqualis oculo ipſo in puncto g exiſtente, quia eñ linea a b, eſt erecta ſuper ſuperficiem planam ꝑ diffinitionem, quia ſemper facit angulum a b g rectum, & ſemper angulum æqualẽ cũ linea g b, utcunq; contingit ducta linea a b, ſed & linea g b ſemper eſt æqualis ſibiipſi, cũ ſit diameter circuli, & linea a b ſemꝑ eſt æqualis ſibiipſi: ducatur itaq; linea a g, palamq́; ꝙ ꝑ totam circuli periferiam angulo a b g eſt æqualis ſibiipſi, ergo per 20. huius, magnitudo a b, ſemper uidebitur æqualis quod eſt primum propoſitorũ, ducatur itemq́; linea g e à centro oculi erecta ſuper ſuperficiem circuli, erit ergo linea g e æquediſtans lineæ a b, per 6. undecimi, & centrum uiſus eleuetur ſuper ſuperficiem circuli ſecũdum aliquod punctum lineæ g e quod ſit e, in quo figatur uiſus, dico quod ad huc magnitudo a b, mota ſuper circuli periferiam æquediſtanter lineæ g e, ſemper uidebitur æqualis. Productis enim lineis a e & b e, patet ꝑ 4. primi, quoniam angulus a e b ſemper eſt æqualis ſibiipſi, cum enim angulus b g e, ſit ſemꝑ æqualis ſibiipſi, erit baſis b e ſibiipſi ſemper æqualis, & angul9 e b g æqualis ſibiipſi ergo etiã angulus a e b eſt ſemper æqualis ſibiipſi, ergo & baſis a e, & angulus a e b, erit ſemper æqualis ſibiipſi, ergo ꝑ 20. huius, linea a b, ſemper uidebitur æqualis ſibiipſi, patet ergo ſecundũ propoſitorum, & hoc eſt totum quod proponebatur.

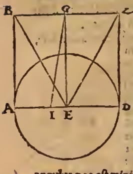


CXVI.

Quantitas oblique incidens ſuperficiei planæ, in quã eſt centrum uiſus, uniformiter mota ſecundum circuli periferiam, cuius centrum eſt centrũ uiſus, ſemper æqualis uidebitur: ipſa uero exiſtente æquali ſemidiametro illius circuli mota quoq; ſecundum ſui ſitus æquediſtantiam per illius circuli periferiã quandoq; æqualis q̃nq; minor quãdoq; maior uiſu apparebit.

Sit circulus a d, cuius centrum ſit punctum e, & in eius periferia ſumatur punctum d, ſit quoq; linea d z, oblique incidens ſuperficiei circuli, & ſic centrum oculi in puncto e, centro circuli. Dico quod ſi linea d z, in circuli periferia trãſponatur uniformiter, ita ut cum ſemidiametris illius circuli ſemper æqualem contineat angulum, quod ipſa ſemper æqualis apparet, hoc autem poteſt euinci per 4. primi, ut in præcedenti. Eſt enim angulus d e z, ſemper æqualis ſibiipſi, ergo & res ſemper uidetur æqualis per 20. huius, & hoc eſt propoſitum primum. Rurſum ſit centrum uiſus in puncto e, cẽtro circuli a d, cuius ſuꝑficiei oblique incidat linea d z, quæ ſit æqualis ſemidiametro d e, moueaturq́; per circuli illius periferiam ſecundum ſui primi ſitus æquediſtantiam, ſitq́; exempli cauſa angulus z d e acutus. Dico quod aliquando apparebit linea mota quæ d z æqualis ſuæ propriæ quantitati, utpote ſemidiametro circuli aliquando maior aliquãdo minor, ducatur enim à centro circuli e, linea e g æquediſtans lineæ d z, ꝑ 31. primi, quæ fiat æqualis eidem per 3. primi, ducatur quoq; à puncto g, perpendicularis ſuper circuli ſuperficiem per 11. undecimi, quæ ſit g i, & ducatur à centro circuli linea e i, quæ producatur ad periferiam circuli in punctum a, & à puncto a ducatur linea æquediſtans lineæ e g, per 31. primi, quæ ſit a b, quæ reſecetur per 3. primi, æqualis lineæ d z, eritq́; linea a b æquediſtans lineæ d z per 30. primi, uel per 9. undecimi. & quoniam linea g e, ut patet ex hypotheſi eſt obliqua ſuper ſuperficiem circuli a d & à puncto g, in aëre dato ad ſubſtrata

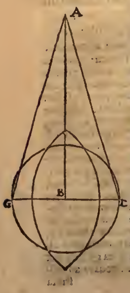
ſtrata planam ſuperficiem incidit linea g i, perpendiculariter,& linea g e oblique, tūc patet per 39.primi huius,quoniã angulus g e a minimus eſt omnium angulorum ſub illa linea obliqua g e,& quæcunq; linea in ſubſtrata ſuperficie circuli a d, protracta contento, & omnis angulus illi propinquior eſt minor remotiore,& duo anguli ex utraq; parte illi æqualiter approximantes ſunt inter ſe æquales, dico itaque quoniam linea a b omnium linearum æqualium lineæ d z tranſpoſitarum ſecundum periferiam circuli minima apparebit,ducantur enim lineæ g z,g b, e b,z e, e d,quia itaq; linea g e eſt æquediſtans lineæ a b & æqualis,patet per 34.primi, quõ linea g b eſt æqualis lineæ e a & æquediſtans eidẽ, ſunt ergo duæ ſuꝑficies ꝑalellogrãmæ q̃ e g b a & e d z g, qa uero angulus g e a eſt acutus, ut patet ex præmiſſis ꝑpter obliquationẽ lineæ g e, ſuper ſuperficiem circuli a d,erit ergo angulus g e d obtuſus per 13.primi,quoniam enim ut patet per 39. primi huius,



angulus g e a eſt minimus omnium angulorum contentorum ſub quacunq; linea in ſuperficie circuli ducta ad punctum e,& ſub linea g e,eſt ergo angulus g e a minor quàm angulus g e d, ſed tamen linea e z ſit diagonus paralellogrãmæ e d z g,palam quod angulus d e z eſt medietas g e d anguli per 4.primi,& ſimiliter angulus b e a eſt medietas anguli g e a,angulus itaq; d e z eſt maior angulo b e a, ergo per 20.huius, quantitas lineæ b a minor uidebitur quàm quantitas lineæ z d, & per præmiſſa cum angulus g e a, ſit minimus omnium angulorum qui continentur ſub linea g e,& aliqua linea in ſuperficie circuli a d e producta,palã quia medietas anguli g e a eſt minor medietate cuiuslibet aliorum angulorum,quantitas ergo lineæ a b,uidebitur omnium aliarum ſibi æqualium quantitate minima,& quoniam angulus z e d eſt maximus omnium illorum aliorum angulorum,uidebitur ergo quantitas z d maxima,mediæ uero modo medio uidebuntur, & quantitates in circuli periferia æqualiter æquediſtantes ab utraq; quantitatum,quæ a b & d z,ad inuicem uidebuntur æquales,& hoc eſt propoſitum.

CXVII.

Re uiſa ſuper ſuperficiem planam erecta fixa manente,& centro oculi ſecundum circuli periferiam moto circa pũctum in quo res uiſa ſuperficiei cõiungitur, res ſemper æqualis uiſui apparebit,quod non accidit centro uiſus moto ſuper periferiã oxigoniæ ſectionis.



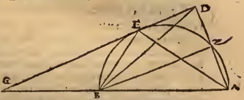
Sit a b,magnitudo erecta ſuper ſuperficiem planam, tangens ipſam in puncto b,ſitq; centrum oculi in puncto g,in eadem ſuperficie, & centro quidem exiſtente puncto b ſecundum ſpacium b g lineæ, deſcribatur circulus qui ſit g d, dico quod ſi tranſponatũ centrum oculi à puncto g, ſuper totum circuli g d periferiam, apparebit uiſui linea a b ſemper æqualis,quoniam enim angulus a b g eſt ſemper rectus per diffinitionem.lineæ ſuper ſuperficiem erectæ, palam quia omnes anguli a b g,per 4.primi,ſunt ubiq; æquales , ergo per 20.huius,res uiſa,quæ a b, ſemper uidebitur æqualis, & hoc eſt propoſitum primum,non accidit autem hoc centro uiſus moto ſuper periferiam oxigoniæ ſectionis quoniam tunc quantitas rei apparet inæqualis,quæ ſuper ipſius ſectionis pũctum medium eſt erecta,quoniam ſectio oxigonia habet ſemidiametros inæquales,& omnes lineæ à centro uſq; ad circunferentiam ductæ ſunt inæquales,appropinquantes enim ſemidiametro maiori ſunt maiores, & approximantes ſemidiametro minori ſunt minores,contrarium ergo neceſſario accidit eis, quod oculo moto ſecundum circuli periferiam

ſeriam accidebat, qđ patet per 7.& per 20.huius, patet ergo totũ quod proponebatur.

CXVIII.

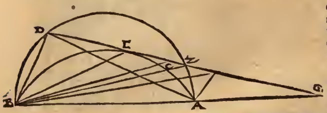
Re uiſa fixa manente oculo uero moto ſecundum lineam rectam oblique incidentem quantitati rei uiſæ, illa quantitas quandoq; æqualis quandoq; inæqualis uiſui apparet.

Sit res uiſa quæ a b, & ſit centrum uiſus punctum e, incidatq́; linea e g, oblique lineæ a b. producatur enim linea a b in punctum g, donec concurrat cum linea e g, & item producatur linea e g, in continuum & directum ultra punctum e ad punctum d, ſit illa linea indefinita d e g, dico quod oculo tranſmutato ſecundum lineam d g, quoniã linea a b uidetur minor, quandoq; maior, quandoq; æqualis. Sumatur enim per 9. ſexti, inter duas lineas b g & a g, linea medio loco ꝓportionalis, quæ ſit exempli cauſa linea e g, hoc autem eſt poſſibile per reſectionem lineæ d g per 3. primi, ponaturq́; centrum oculi in puncto e, producaturq́; linea e b, & producatur in ſuperficie trigoni b e g, à puncto b, linea perpendicularis ſuper lineam b a, quæ ſit b d, quæ per 14. primi huius, cõcurret cum linea e g, ideo quod angulus e g b eſt acutus, & angulus g b d rectus, concurrãt itaq; in puncto d, dico quod moto uiſu per totam lineam e d, ſemper uiſum b a inæquale apparet, ducantur enim lineæ a e, a d, & deſcribatur per 5. quarti, circa a e b trigonum portio circuli quæ ſimiliter ſit a e b, & quoniam illud quod fit ex ductu lineæ b g in lineã a g, ut patet per 16. ſexti, & ex præmiſſis, eſt æquale quadrato lineæ e g, patet per ultimam tertij, quoniã linea g e eſt contingens circulũ b e a in puncto e, & à termino quoq; a, lineæ g a ducatur linea a z per 23. primi, ita ut fiat angulus g a z æq̃lis angulo g d b, cadatq́; punctum z in lineam d g, inter puncta e & g, per 29. primi huius, eritq́; b a z d, quadrilaterum inſcriptibile circulo per 21. tertij, quilibet enim duo anguli ex aduerſo collocati ualent duos rectos, angulus enim d z a, per 32. primi, ualet angulum z g a, & angulum z a g, ſed angulus z a g, ut patet ex præmiſſis eſt æqualis angulo g d b, ſed angulus d b g, rectus cũ angulis b d g & d g b, ualet duos rectos ꝑ 32. primi, angulus itaq; d z a cum angulo d b g, ualet duos rectos, ſed omnes anguli quadranguli cuiuſcunq; ualent quatuor rectos, quia quodlibet illorum eſt diuiſibile in duos triangulos, quorum cuiuslibet anguli ualent duos rectos, ergo anguli z d b & z a b, ualent duos rectos, eſt ergo quadrilaterũ z d b a circulo inſcriptibile, circumſcribatur ergo ei cirtulus ꝑ 31. tertij, & per 9. quarti, & ſit circumſcripta portio circuli quæ ſit b d z a, ducaturq́; linea b z, ſecans arcum e a in puncto t, ſecabit enim ipſam ideo, quia ut patet ex præmiſſis punctũ z, cadit inter puncta e & g,



& ducatur linea t a, erit per 16. primi, angulus a t b extrinſecus maior angulo a z b intrinſeco, ſed angulus a t b eſt æqualis angulo a e b per 36. tertij, quoniam cadunt in eundem arcum qui eſt b a, portionis circuli minoris qui b e a, angulus itaq; a e b maior eſt angulo a z b, angulus uero a z b æqualis eſt angulo a d b, per eandem 36. tertij, quoniam ambo illi anguli cadunt in eundem arcum qui eſt a b circuli maioris qui eſt b d z a, angulus itaq; a e b maior eſt angulo a d b. centro uero uiſus exiſtente in pũcto d, uidetur linea a b ſub angulo a d b. Ipſo autem exiſtente in puncto e uidetur ſub angulo a e b, maior itaq; uidebitur in pũcto e quàm in pũcto d per 20. huius, mutato ergo oculo ſecũdum puncta lineæ e d, ſemper inæqualis uidebitur magnitudo b a, quoniam ſemper minor ſe ipſa, & quanto plus accidit ad punctum d, tanto uidebitur minor, & quanto plus appropinquat puncto e, tanto apparet maior, eodemq́; modo uiſu mutato ſuper pũcta lineæ e g, inæqualis uidebitur linea a b, & minor q̃ ſuper punctũ e, qm̃ lineæ ductæ ſuper pũctum aliquod lineæ e z, à terminis lineæ a b, ſemper angulus erit minor angulo b e a, qm̃ angulus à lineis ad circũferentiã arcus e a ductis ꝑ 21. primi, maior erit illo cõſtituto ſuꝑ aliquod punctoꝝ lineæ e g, per lineã trãs idem punctũ arcus ab altero terminoꝝ lineæ a b ꝓductam, et ꝑ lineã à reliquo

cus e a, per lineas à terminis lineæ a b productis eſt æqualis angulo b e a, ꝑ 26. tertij, ergo ꝑ 20. huius, linea a b maior uidebitur centro uiſus exiſtente in pũcto e quàm ipſo exiſtente in aliquo punctorũ e g, ſemꝑ quoqꝫ minor apparebit ſecundũ quod plus appropinquat pũcto g, ita quod centro uiſus exiſtẽte in pũcto g, nõ uidebitur niſi unicus eius punctus qui eſt a, ut patet per 4. huius, maior aũt ſemꝑ apparebit ſecũdum quod appropinquat ad punctũ e, & ad punctũ uero z apparebit ſicut ad punctũ d æqualis ſibi, ideo quod anguli b d a & b z a, per 26. tertij, ut ſupra patuit ſunt æquales, & q̃m ut iam oſtendimus uiſu exiſtente in pũcto g, nõ uidebit̃ linea a b, imò tota linea g b, niſi pũctus, palã quod inter pũcta g & z modica ſit additio, ſemper ergo uidebitur linea a b inæqualis, in æquediſtantia uero à punctis d & z, uidebitur etiam æqualitas ꝓpter æqualitatẽ angulorum prouenientiũ hinc inde, quod ſi linea e g nõ ex parte puncti a, ſed ex parte pũcti b, cõcurrat cũ linea a b, eadẽ eſt demonſtratio. Sit em̃ ut fiat cõcurſus ſicut prius in puncto g, & ſit linea g e medio loco ꝓportionalis inter lineas a g & g b, & copulatis lineis e a & e b trigono a e b, circumſcribat̃ portio circuli quæ ſit ut prius b e a, & ducant̃ lineæ d b & d a, ſitqꝫ centrũ oculi ſuper punctũ d, & ad punctũ in quo linea a d interſecat circũferentiam circuli b e a qui ſit z, ducatur linea b z, & quia angulus b z a eſt maior angulo b d a, ꝑ 16. primi, & angulus b e a æqualis eſt angulo b z a, per 26. tertij, q̃m cadunt in eũdem arcum a b, palã quia angulus b e a maior eſt angulo b d a, uiſus itaqꝫ centro exiſtente ſuꝑ punctũ e maior apparebit linea b a, per 20. huius, quoniã ipſo exiſtente in puncto d, in punctis uero d & z apparebit linea a b, æqualis, & omnia alia accidunt, ut prius declaratum eſt, patet ergo propoſitum.

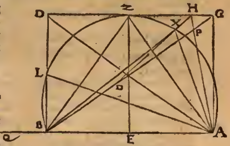


CXIX.

Re uiſa fixa manente, uiſu autem moto ſecundum lineam æquediſtantẽ rei uiſæ, eius quantitas quandoqꝫ æqualis quandoqꝫ inæqualis uidetur.

Eſto uiſa magnitudo quæ fixa & immota ꝑmanens ſit a b, diuidaturqꝫ ꝑ æqualia in pũcto e, & erigatur ſuper ipſam ꝑpendiculariter linea e z, per 11. primi, ſitqꝫ centrũ oculi in pũcto z, ducãturqꝫ lineæ z a & z b, ita ut cõpleatur trigonũ a z b, & deſcribatur circa a z b, trigonũ portio circuli a z b, ꝑ 5. quarti, ducaturqꝫ linea z d, paralella lineæ b a, per 31. primi, moueaturqꝫ centrũ oculi in punctũ d, & ducant̃ lineæ d a & d b, & ad punctum in quo linea d b, ſecat circulũ quod ſit l, ducatur linea a l: palã ergo ꝑ 16. primi, q̃m angulus a l b maior eſt angulo a d b, ſed ꝑ 26. tertij, angulus a z b eſt æqualis a l b, eſt ergo angulus a z b maior angulo a d b, maior ergo uidebit̃ magnitudo a b, in centro oculi exiſtente in pũcto z quàm in pũcto d, ut patet per 20. huius, & ſi linea z g ſit æqualis lineæ z o, æqualis uidebitur linea a b in pũctis d & g, hoc em̃ cõcluditur ꝑ 34. & ꝑ 4. primi, ductis lineis g b & g a, angulus em̃ b g a æqualis eſt angulo b d a, & ſimilit̃ patet hoc in alijs punctis æqualiter diſtantibus à punctis d & g, ergo ꝑ 20. huius, in talibus pũctis uidebitur linea b a, ſemꝑ ſibiipſi æqualis. Si uero linea z h ſit minor quàm linea z d, tũc ducãtur lineæ b h & a h, & ꝓducatur linea a b ultra pũctum b ad punctũ q, q̃m itaqꝫ angulus z e b eſt rectus, patet per 32. primi, quoniam angulus z b e eſt acutus, erit ergo ꝑ 13. primi, angulus q b z obtuſus, ergo ꝑ 29. primi, angulus h z b eſt obtuſus, ergo ꝑ 16. primi, angulus g h b eſt obtuſus, linea ergo b g eſt maior quàm linea b h, per 19. primi, quia uero per 4. primi, & ex hypotheſi patet, q̃d angulus z b a eſt æqualis angulo z h a, angulus ergo b a h eſt maior angulo h b a, ergo ꝑ 19. primi, linea b h eſt maior q̃ linea a h, ergo & linea b g eſt maior quàm linea a h, & quoniam lineæ b g & a h ſe interſecant, ſit pun

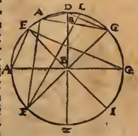
ſit punctus ſectionis p, & quoniam per 37. primi trigonũ b g a eſt æquale trigono b h a ablato ab ambobus cõmuni trigono b p a, remanebit trigonum b h p æquale trigono a p g, ſed per 15. primi, angulus a p g eſt æqualis angulo b p h, ergo per 14. ſexti, erit ꝓportio lineæ a p ad lineam b p, ſicut lineæ h p ad lineam g p, ergo per 13. quinti, erit proportio totius lineæ a h, ad totam lineam b g, ſicut lineæ a p ad lineam b p, ſed linea a h eſt minor quàm linea b g, ut patet ex præmiſſis, ergo linea a p eſt minor ꝙ linea b p, linea ergo b p eſt maior quàm linea a p, quæ eſt ergo proportio lineæ b p ad lineam a p, eadem ſit lineæ a p ad lineam p o, per 3. primi huius, erit ergo ex præmiſſis linea p o minor quàm linea p b, abſcindatur ergo linea p o à linea p b, per 3. primi, & ducaẽ linea h o, quia itaq; ꝑ 3. undecimi quinti, & ex præmiſſis eſt ꝓportio lineæ a p ad lineam p o, ſicut lineæ h p ad lineam p g, & angulus h p o eſt æqualis angulo a p g, per 15. primi, palam per 6. ſexti, quoniam trigono h p o & g p a ſunt ad inuicem æquiangula, eſt ergo angulus o h p æqualis angulo a g p, & quoniã linea h o diuidit baſem b p trigoni b h p, patet per 29. primi huius, quoniam ipſa linea h o diuidit etiam angulũ b h p, eſt ergo angulus b h a maior angulo o h p, ergo & eius æquali, ſcilicet angulo b g a, quãtitas ergo lineæ b a per 20. huius, maior uidebitur centro uiſus exiſtente in puncto h quàm in puncto g, minor aũt quàm in puncto z. Sit enim punctus in quo linea b h ſecet circulum b z a, punctus x, & ducatur linea a x, patet quoq; per 16. primi, & per 26. tertij, q̃m angulus b z a eſt maior angulo b h a, & quoniam quibuſcũq; pũctis lineæ d z uel lineæ z g datis, ſiue linea d z ſit maior quàm linea z g, ſiue minor, ſemper eodem modo poteſt demonſtrari, patet ergo propoſitũ, angulus eñ b z a, ſit maximus omnium illorũ angulorum, & ei ꝓpinquiores fiunt remotioribus maiores, & æqualiter ab illo diſtãtes fiũt æquales, & ſecundũ illorum angulorum quãtitates ꝑ 20. huius, mutaẽ quantitas rei uiſæ.



CXX.

Sunt loca in quibus oculo tranſpoſito æquales magnitudines cõmuniter loca quædã directe occupantes, q̃n꜓ æquales, quãdoq; inæquales apparẽt.

Communiter dicuntur magnitudines occupare loca ſua, quando una applicatur alteri taliter, quod nihil cadit medium inter ipſas, neq; ſecũdum rectam lineam æqualiter utriq; magnitudinum coniunctum, neq; ſecundum lineam alteri illarum magnitudinũ angulariter incidentem. Sit itaq; centrum oculi in puncto d, & ſint uiſæ magnitudines æquales quæ a b & b g, communiter occupantes locum b, & à puncto b ſuper ambas illas magnitudines ducatur linea perpendicularis, quæ ſit b z, ſitq; oculus diſpoſitus in tali ſitu, ut linea z b protracta ultra punctum b, concurrat cum puncto in quo eſt centrũ uiſus, & quoniam in quocũq; puncto lineæ d z, poſito cẽtro uiſus erunt ſemꝑ per 4. primi, anguli b d g & b d a in centro uiſus æquales, manifeſtum ergo ꝑ 20. huius, quoniam ſecundum quemcũq; punctũ lineæ d z poſito centro uiſus d, ſemper magnitudines b g & a b æquales apparebunt, tranſponatur autem oculus, & ſit extra lineam d z in puncto e, dico quoniam magnitudines a b & b g inæquales apparent, producantur enim lineæ e a, e b, e g, & deſcribatur circa a e g, trigonum circulus qui ſit a e d g, per 5. quarti, & adijciaẽ lineæ e b, linea recta b i, attingens in parte oppoſita puncti e circumferentiam, quia itaq; arcus a z eſt æqualis arcui z g, ꝑ ultimam ſexti, propter rectitudinem angulorum ad punctum b, ſiue punctum ſit centrum deſcripti circuli ſiue non, ſemper enim ex hypotheſi, & per 3. tertij, & per 4. primi, & per 27. tertij, erit arcus d q maior arcu i g,

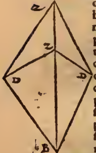


palam ergo, item per ultimam ſexti, quoniam angulus a e i maior eſt angulo i e g, ſed ſub angulo a e i uidetur magnitudo a b, ab oculo exiſtente centraliter in pũcto e, & ſub angulo i e g uidetur magnitudo b g, apparet ergo a b maior quàm b g, oculo taliter diſpoſito, ut patet per 20. huius, palam etiam per 118. huius, quod ſi oculus tranſmutetur ſecundum lineam e i illis magnitudinibus oblique incidentem, ſemper uiſæ magnitudines a b & b g apparent inæquales, & quanto propinquius ad punctum b, tanto apparent maiores per 16. primi, & per 20. huius, quoniam ſemper angulus extrinſecus maior fit angulo intrinſeco ſibi oppoſito. Si ergo ſuper circuli circumferentiam centrum uiſus moueri intelligatur, ſemper inæquales apparent magnitudines a b & b d, & ſi oculus extra circulum ponatur non exiſtens in directo lineæ d z, adhuc inæquales apparẽt magnitudines a b & b g, quod eſt propoſitum.

CXXI.

Sunt loca in quibus poſito uiſu æquales magnitudines communiter loca quædam oblique occupantes, quandoq; æquales, quandoq; inæquales apparent.

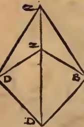
Eſto centrum uiſus in puncto z, & ſint duæ magnitudines æquales uiſæ, quæ g d & b g, quæ communiter locum unum occupent nullo medio corpore interpoſito, oblique tamen coniungantur ſecundum angulum qui ſit d g b, hunc ergo angulum per æqualia diuidat linea g z, per 9. primi, dico quod in quocunq; puncto lineæ z g cadat oculus, ſemper æquales uidebuntur magnitudines b g & g d, poteſt autem hoc conuinci per 4. primi, & per 20. huius, ſemper enim angulus g z b eſt æqualis angulo g z d. Idem



quoq; accidit ſi ſuper utranq; illarũ linearum b g & g d ſemicirculus deſcribatur, & à puncto ſectionis illorum ſemicirculorum qui ſit z, ducantur lineæ z b & z d, z g, tũc enim quia uterq; angulorum b z g & d z g, erit rectus per 30. tertij, patet ergo per 20. huius, propoſitum. Idem quoq; accidit ſi ultra punctum ſectionis ſemicirculorum linea g z producatur, & in eius puncto z centrum oculi ponatur. Sed eſt etiam locus in quo illæ magnitudines datæ æquales quæ ſunt b g & g d, uiſui inæquales apparent, ad quẽ inueniendum, circa lineam g b ſemicirculus deſcribatur, qui ſit b z g, & circa lineã g d portio maior ſemicirculo quæ ſit g d z, poſſibile quoq; eſt hoc ſuper g d, deſcribere portionem circuli capientem angulum dato acuto angulo æqualem per 32. tertij. Sed illa portio maior eſt ſemicirculo per 30. tertij, ſic ergo deſcripta, & ſit g z d, & ducantur lineæ b z & g z & d z, angulus itaq; b z g, eſt rectus per 30. tertij, & angulus g z d, acutus per eandem 30. ſed ſub maiori angulo uiſa maiora apparent per 20. huius. Eſt itaq; locus in quo magnitudines æquales inæquales apparent, ut pũctus ſectionis portionis maioris ſemicirculo cõſtitutæ ſuꝑ unam magnitudinum, & ſemicirculi ſuꝑ alteram cõſtituti, & hoc eſt quod proponitur.

CXXII.

Eſt locus in quo inæquales magnitudines cõmuniter loca quædam oblique occupantes, quandoq; inæquales, qñq; æquales apparent.



Sit ut in præcedente centrum uiſus in puncto z, & ſint duæ magnitudines quarum maior b g, minor uero g d, cõiunctæ ſecũdum angulum d g b, qui diuidatur ꝑ 9. primi, per æqualia, ducta linea g z, dico ꝙ oculo exiſtẽte ſuper quodcũq; punctũ lineæ z g, ſemꝑ magnitudines b g & g d uidebũtur inæquales, & b g maior: ductis em̃ lineis b z & d z, anguli ad punctũ z fiunt inæquales, & maior cui maior baſis ſubtenditur, ꝑ 26. primi, qm̃ ſi detur ꝙ illi anguli ſint æquales, erũt trigoni b z g & g z d æquiãguli & æquilateri, quod eſt cõtra hypotheſim, palã ergo ꝙ illi anguli erũt inæquales, uidebuntur itaq; per 20. huius, illæ magnitudines inæquales, & maior uidebitur ipſa g b, qm̃ ſub maiori angulo uidebitur. Sed & quãdoq; illæ magnitudines uidentur æquales, deſcribatur em̃ ſicut in præmiſſa circa lineã b g maiorẽ ipſaꝝ portio

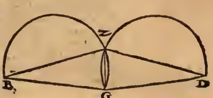
maiꝗ

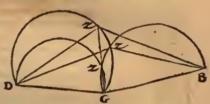
maior ſemicirculo quæ ſit b z g, & ducanẽ lineæ b z & z g, & circumſcribantur lineæ g d, minori portio ſimilis portioni b z g, hoc eſt angulum æqualem angulo b z g, capientem, ſit quoq; communis punctus iſtarum ſectionum punctus z, & ducantur lineæ z b, & z g, z d, quia itaq; angulus d z g, eſt æqualis angulo b z g, quoniam in ſimiles cadũt portiones, oculi itaq; centro poſito in puncto z, qui eſt punctus communis ſectionis illarum portionum, magnitudines b g & g d æquales apparent, qd' eſt propoſitum.

CXXIII.

Sunt loca in quibus centro uiſus poſito æquales magnitudines erectæ ſuper ſubiacentem planam ſuperficiem, quandoq; æquales, quandoq; inæquales apparent.

Sint duæ magnitudines a b, & g d, æquales & erectæ ſuper ſubiacentem ipſis planam ſuperficiem, dico φ eſt locus ubi poſito centro uiſus magnitudines a b & g h, apparent æquales. Ducatur enim inter ipſas in ſubiecta plana ſuperficie linea recta, quæ ſit b d, quæ diuidatur in duo æqualia in puncto e, per 10. primi, & à puncto e protrahatur perpendiculariter linea e z, ſuper lineam b d, in eadem ſuperficie per 11. primi, dico quòd ſuper lineam e z, perpendicularem ſuper lineam d b exiſtente centro uiſus ſuper magnitudines a b, & g d, æquales apparebunt. Sit enim oculus in puncto z, & ducantur lineæ z a, z b, z g, z d, quoniam ergo illorum trigonorum b e z, & d e z, latus b e, eſt æquale lateri d e, & latus e z eſt cõmune, anguli uero z e b, & z e d, ſunt æquales, quia recti, palam per 4. primi, quoniam linea z b eſt æqualis lineæ z d. Sed & linea a b, eſt æqualis lineæ d b ꝑ hypotheſim, & anguli g d z, & a b z, ſunt recti per diffinitionem lineæ ſuper ſuperficiem erectæ, erit ergo per 4. primi linea z a, æqualis lineæ z g, & reliqui anguli reliquis angulis, angulus ergo a z b, æqualis eſt angulo g z d, ergo per 20. huius æquales apparent magnitudines a b, & g d, dico etiam φ quandoq; inæquales apparent ipſæ magnitudines a b, & g d, remanente enim præmiſſa diſpoſitione in eadem ſubſtrata ſuperficie tranſmutatur centrum oculi extra lineam e z, & fiat in puncto i, & ducatur linea i e, ad medium punctum lineæ b d, & ducantur lineæ i a, i b, i g, i d, eritq; per 24. primi linea i b, maior φ linea i d, ideo quod angulus b e i, eſt maior angulo d e i, æquis inter ſe lateribus cõtento, abſcindatur ergo à linea i b, æqualis lineæ i d, per 3. primi, ſitq; linea b t, æqualis lineæ lineæ i d, & ducatur linea a t, quia itaq; per diffinitionem lineæ ſuper ſuperficiem erectæ anguli i b a, & i d g ſunt æquales, quia recti, erit per 4. primi angulus b t a, æqualis angulo g i d. Sed angulus b t a, per 16. primi, eſt maior angulo b i a, quia eſt extrinſecus; trigono a t i: angulus ergo g i d, maior eſt angulo b i a, ergo per 20. huius, uiſu exiſtente in puncto i maior apparet linea d g, φ linea a b, & eodem modo de quolibet puncto extra lineam z e dato, demonſtrandũ: uariantur autẽ magnitudines in uiſu ſecundum approximationem uel elongationem ab altero uiſibilium, patet ergo propoſitum.



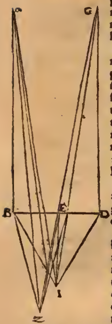


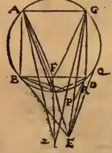
CXXIIII.

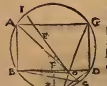
Sunt loca in quibus centro uiſus poſito in eadem ſuperficie æqualia latera rectanguli quandoq; æqualia, quandoq; inæqualia uidentur.

Sit rectangulum a b d g, cuius duo latera a b & g d, ſint æqualia, dico φ ſint loca in quibus centro uiſus poſito, illa duo latera uidebuntur æqualia, circumſcribatur enim illi rectangulo per 40. primi huius, & per 9. tertij circulus uicinus alterius arcuum qui

ſunt b d,& a g,in quocunq; puncto ponatur centrũ uiſus.Sit autem exempli cauſa poſitus in puncto medio arcus b d,qui ſit o,& copulent̃ lineæ quæ o a,o g,o,b,o d,quia itaq; latera a b,& d g,ſunt æqualia,erunt per 27.tertij arcus a b,& d g æquales, ergo per 26, tertij, erunt anguli a o b,|& g o d æquales, ergo per 20. huius latera a b, & d g uidentur æqualia uiſu exiſtente in puncto o. Similiter quoq; demonſtrandum de quolibet puncto amborum arcuum b d,& a g,ſemper enim centro uiſus in quorumcunq; illorũ punctorum exiſtente uidentur a b,& g d,magnitudines æquales. Similiter quoq; ſi linea b d diuidatur per æqualia in puncto f,per 10. primi,& in puncto f ponatur centrum uiſus, tunc item per 4.primi,& 20. huius lineæ a b & g d uidebuntur æquales, & ſi à puncto f, ducatur per 11.primi linea perpendicularis ſuper lineam b d,quæ ſit f,& ſecans periferiam circuli in puncto o,tũc ad huc ſecundum præmiſſa in quocũq; puncto lineæ f z,ponatur centrum uiſus,ſemper per 4.primi, & 20.huius dictæ lineæ a b,& g d, apparebunt æquales, quod ſi centrum oculi ſit extra circulum a b g d,ut in puncto e,ꝙ ſit exempli cauſa propinquius lineæ d g,ꝙ̃ ipſa b a,dico ꝙ uidebitur linea a b,maior ꝙ̃ linea g d,ꝓtrahantur enim lineæ e a,e g,e b,e d,ſecetq; linea e a,periferiam circuli in puncto t,& linea e g,in puncto r,& copulẽtur lineæ b t, & d r,& quoniam,ut ſupra patuit lineæ a b,& g d,ſunt æquales ex hypotheſi, ergo ꝑ 27.tertij,erit arcus a b,æqualis arcui g d,erunt ergo per 26.tertij anguli a b t, & g r d,æquales propter duorum arcuũ æqualitatem, ergo per 13.primi anguli b t e & d r e ſunt æquales, qa uero arcus b t, eſt maior arcu d r,propter maiorẽ propinquitatem puncti e ad lineam d g,erit ergo ꝑ 28.tertij latus b t,maius latere r d,linea uero e t eſt minor ꝙ̃ linea r e,ꝙ patet ex penultima tertij,& 15.ſexti,protracta prius à puncto e, ꝑ 16.tertij,linea e q,circulum contingentem in puncto q, tunc ergo cum linea a e,ſit maior ꝙ̃ linea e g, ex hypotheſi, patet etiã per 8. tertij, lineã a r,eſſe maiorem linea e t,quia uero linea b t,eſt maior ꝙ̃ linea r d,& linea e t,eſt minor ꝙ̃ linea e r,fiat per 3.primi huius, ut quæ eſt proportio lineæ b t,ad lineam t e,eadem ſit lineæ r d,ad aliquã lineam quartã, quæ neceſſario,ut patet ex præmiſſis, erit minor ꝙ̃ linea r e, abſcindat̃ ergo per 3.primi æqualis illi à linea r e,quæ ſit r p : copuletur quoq; linea p d,ergo per 6.ſexti trigona b t e,& r d p, æquiangula erunt,eritq; angulus r p d,æqualis angulo b e t. Sed per 16.primi angulus r p d,maior eſt angulo p e d:angulus ergo a e b,eſt maior angulo g e d,ergo per 20.huius,uidebitur linea a b,maior ꝙ̃ linea g d.Si autẽ centrum oculi conſiſtat intra circulũ,tunc immutetur figura, ſitq; ut prius circulus a b d g,circũſcriptus rectangulo a b g d, cuius latus b d,diuidatur per æqualia in pũcto f, & ducatur à puncto f,ad periferiam circuli perpendicularis ſuper lineam b d,quæ ſit z f, cõſiſtatq; centrum uiſus intra portionem z f d,ut in puncto o,dico ꝙ linea g d,apparebit maior ꝙ̃ linea a b.Sit enim centrum illius circuli punctum e,ducãturq; lineæ o a,o b,o g,o d,producatur linea a o,uſq; in punctũ circumferentiæ,ꝙ ſit g,& linea g o, uſq; in punctum q,& linea e o,uſq; in punctum i,& copulentur lineæ q d, & g b,cum itaq; linea a s,ſit maior ꝙ̃ linea g q,per 7.tertij,propter hoc ꝙ punctus o,in q̃ eſt centrũ uiſus,datus eſt in portione z f d, ꝓpinquior lineæ d g ꝙ̃ lineæ q b,& ꝓpinqor puncto g,ꝙ̃ puncto a,linea quoq; a s,eſt propinquior centro e,ꝙ̃ linea g q,eſt ergo portio circuli & arcus a s maior portiõe circuli & arcu q g. Sed ut patet ex præmiſſis arcus a b,æqualis eſt arcu g d,per 27.tertij,& ex hypotheſi. Ablatis ergo hinc & inde arcubus æqualibus,remanebit arcus b s,maior arcu q d,ergo per 28.tertij







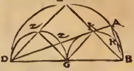
erit

erit corda b s, maior q̃ corda q d. Sed per 7. tertij linea o s, eſt minor q̃ linea o q, cum linea o s, ſit propinquior diamerro e i, q̃ linea o q, ut patet ex præmiſſis, quoniam ergo anguli b s a, & g q d, per 26. tertij ſunt æquales, quoniam cadunt in arcus æquales, in trigonis quoq; b o s, & d o q, latus b s, eſt maius latere q d, & latus q o, maius latere s o, ut patet ex præmiſſis, & hæc latera hinc & inde continenr angulos æquales, tunc per modum quo in præmiſſis ſuperius uſi ſumus, patet ꝙ angulus b o s, maior eſt angulo q o d, ergo per 13. primi angulus b o a eſt minor angulo g o d, ergo per 20. huius, uidebitur linea g d, maior q̃ linea a b, centro oculi exiſtente in puncto o, qđ eſt propoſitũ. Similiter ꝗq; ſi centrum uiſus fuerir in portione z o b, uidebitur linea a b, maior q̃ linea d g, hæc ergo latera trianguli qñq; uidentur æqualia, qñq; inæqualia in diuerſis locis cẽtro uiſus poſito, quod eſt propoſitũ.

CXXV.

Sunt loca in quibus oculo poſito inæquales magnitudines in idem cõpoſitæ æquales, utriq; inæqualium apparent.

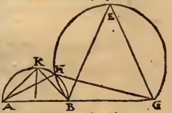
Sit duarũ magnitudinum datarũ b g maior, & d g minor, & circa utrãq; ſemicirculus deſcribatur, ut circa lineã d g ſemicirculus d z g, & circa lineã b g, ſemicirculus g k & tertius ſemicirculus deſcribatur circa totã lineã d b, q ſit d a b, ductis itaq; lineis d a & b a, pal, ãquia ꝓductæ lineæ ſecant minores ſemicirculos, ſecet ergo linea a b, ſemicirculum g k b, in puncto k & linea d a, ſemicirculum d z g in puncto z, & ducantur lineæ z g & k g: palam itaq; per 30. tertij, quoniam anguli d z p, & g k b & d a b, omnes ſunr æquales quia recti, oculi itaq; centro ſecundum puncta k a z tranſmutato, uidebitur linea b g, æqualis lineæ g d, & linea d b æqualis alteri datarum, & linea d g æqualis ambabus lineis d g & b g, & idem accidit centro oculi ſecundum puncta formarum ſemicirculorum tranſmutato, patet ergo propoſitũ.



CXXVI.

Poſſibile eſt inueniri loca à quibus æqualis magnitudo apparet medietas, uel quarta pars, & uniuerſaliter in ea proportione ſecundum quam propoſitus angulus diuidetur.

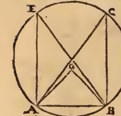
Sint duæ magnitudines a b & g b æquales, & circa a b deſcribatur ſemicirculus qui ſit a k b, qui per 29. tertij diuidatur per æqualia in puncto k, ductis lineis a k & b k, palam quoq; per 30. tertij, quoniam angulus a k b eſt rectus, diuidaturq; angulus a k b, per æqualia per 9. primi, ducta linea k f, quæ per ultimam ſexti neceſſario erit perpendicularis ſuper diametrum a b, & incidet centro ſemicirculi, ideo quia arcus ſemicirculi diuiſus eſt per æqualia in pũcto k, & per 32. tertij, ſupra lineam b g deſcribatur portio circuli capiens angulum æqualem angulo a k f, & quoniã angulus a k f, eſt acutus, angulus enim a k b, qui eſt rectus eſt duplus angulo a k f, erit ergo illa deſcripta portio maior ſemicirculo per 30. tertij, quæ ſit b e g, eritq; angulus a k b, duplus angulo b e g, cadatq; pũctus e in medio arcus b e g, quia itaq; linea a b & b g, uidentur directæ uiſui oppoſitæ, cum uiſus centrum eſt in punctis k & e, uidebitur ergo per 20. huius linea b a in puncto k, dupla lineæ b g, uiſæ in puncto e, & quoniam omnes anguli in una portione circuli ſuper arcum conſiſteutes ſunt æquales, per 26. tertij, palam ꝙ accidit ſimiliter ſuper omnia puncta illorum arcuum ſemicirculi. ſ. præmiſſi, qui a b k, & portionis b e g à quibus ductæ lineæ continent æquales angulos cũ diametro, ita ut obliquitas uiſionis hincinde ſit ſuper eadem, uiſu itaq; exiſtente in pũcto communis ſectionis ipſarũ, ꝙ ſit punctus h, tunc eodem intuitu uidebitur linea a b, quaſi dupla lineæ b g, & eodem ergo modo diuerſificatur rerum æqualiũ apparẽtia diuiſo angulo per aliũ numerũ quẽcũq;. Generale enim eſt hoc, data magnitudine & angulo diuidere angulum ſecũdum aliquã proportionem per 27. primi huius, & circa magnitudinem deſcribere portionẽ circuli capientem



capientem angulum alicui diuidentium æqualem,& ſuperpoſito centro uiſus ad illum angulum ui,debitur apparentia magnitudinis uariari ſecundum illud,hoc eſt ergo propoſitum.In hoc tamen non modicum effectum habet longitudo diſtantiæ ſecundum rectam lineã protenſæ à puncto cõcurſus linearũ illũ angulũ cõtinentiũ, qm̃ in omnibus uiſis ex inæquali diſtantia, maior eſt proportio diſtantiæ maioris ad minorem,ꝙ̃ anguli ad angulum,ut patet per 11.huius:idem quoq; accidit,ſi angulus a k b,ſecundũ aliã proportionem fuerit diuiſus,& ei æqualis in portione circuli,ſuper lineam b g,conſtituatur angulus,& eadem eſt demonſtratio,patet itaq; propoſitum.

CXXVII.

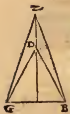
Sunt loca in quibus poſito uiſu eadẽ magnitudo qñq; totius ſuæ quãtitatis,qñq; medietatis,qñq; quartæ,uel ſecũdũ datam proportionem uidetur.



Eſto a b magnitudo uiſa,dicoq; ipſa tranſmutato cẽtro uiſus ad diuerſa puncta,quandoq; ipſa apparet ſuæ ꝓpriæ quãtitati,quandoq; in alia quacũq; portione:deſcribatur eñi circa lineam a b.circulus a e b,ita ꝙ linea a b non ſit diameter illius circuli,qđ poteſt fieri ſumpta diametro circuli aliqua linea maiore,ꝙ̃ ſit linea a b.Sit itaq; centrum illius circuli punctum g,& ducantur lineæ a g,b g,a e,b e,palã ergo per 19.tertij,quoniam angulus a g b,duplus eſt angulo a e b,oculi itaq; centro exiſtente in centro circuli g,linea a b apparebit duplo maior ꝙ̃ appareat centro oculi exiſtente in arcu a e d,per 20. huius,qm̃ omnes anguli cõtenti ſub lineis ab iſtis punctis ad puncta a b ductis ſunt æquales per 26. tertij,& cuilibet illorũ duplus eſt angulus qui ad centrum g,per 19.tertij, patet ergo propoſitum.

CXXVIII.

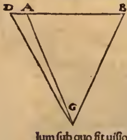
Oculo ei quod uidetur propius accedente uidebitur rei uiſæ,quantitas augmentari.



Sit linea uiſa b g,& ſit oculus in puncto 3,ducanturq; lineæ 3 b & 3 g,& accedat oculus propius lineæ,& ſit ſuper d punctum.Intelligimus enim hic acceſſionem ſecundũ lineam rectam perpendicularem ſuper magnitudinem uiſam, ducantur ergo lineæ b d & g d,& quia per 21.primi,angulus b d g,eſt maior angulo b 3 g,res autem ſub maiori angulo uiſa maior uidetur per 20.huius,uidebitur ergo augmentata quantitas lineæ q g, circulo ſuper d exiſtente, reſpectu eius quod fuit exiſtente centro uiſus in puncto 3,& hoc eſt propoſitum.

CXXIX.

Augmentatæ magnitudines uidebuntur oculo appropinquare.

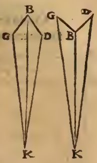


Sit magnitudo a b,quæ uidetur,& centro oculi ſit in puncto g,& ducantur lineæ g a & g b,& augmentetur b a,magnitudo ita ut fiat magnitudo b d,maior ꝙ̃ b a,& ducatur linea d g, quia ergo angulus b g d,maior eſt angulo b g a,ut patet per 29.primi huius quia eſt maior ſicut totum ſua parte,palam per 20. huius, quoniã maior apparet magnitudo b d,ꝙ̃ b a, maiora uero ſe ipſis prius uiſis uidentur omnia poſtmodũ aucta, & in eo uero ꝙ maiora ſunt ſub maiori angulo uidentur,& quoniam tale uiſum uidetur idem ei qđ prius uiſum eſt,& æſtimatur æquale ſibi ipſi,omnium autem æqualiũ qđ appropinquiori uidetur, ſub maiori angulo uidetur, ut patet per 7.huius,uirtus ergo diſtinctiua animæ ſentiens angulum ſub quo fit uiſio augmentari & æſtimans rem eandem, iudicat ſe illam appropinquiori uidere, omnes ergo auctæ magnitudines uidentur oculo appropinquare,& hoc eſt propoſitum.

CXXX.

Omnes magnitudines in eadem ſuperficie iacentes extremis ſuis non in directo

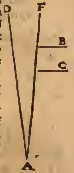
in directo ſuo medio exiſtentibus, totalem ſuam figuram quã doq; concauam, quandoq; uero faciunt conuexam.



Verbi gratia, uideat̃ magnitudo g b d, iacens in aliqua ſuperficie, & eius punctum mediũ qđ eſt b, nõ ſit in directo ſuorũ extremorũ, ſed extra illa. Sitq; oculus in pũcto k, & ducantur lineæ k g & k b, & k d, uidebitur itaq; tota figura g b d cõcaua, ſi eius medius punctus ſit remotior à uiſu, accedat uero medius punctus rei uiſæ, qđ eſt b, ad uiſum, & fiat ꝓpinquior oculo, dico q uidebitur tota magnitudo conuexa, uidet enim uiſus ſimul puncta media & extrema, quoꝶ formæ ſecundũ ipſoꝶ ſitũ & diſtantiã deſcribunt̃ in ſuperficie uiſus, & accidit uiſui paſſio quæ accidit ex ſupficiebus concauis & cõuexis, apparent ergo illa concaua & conuexa ſecundũ diuerſitatem ſitus ſui puncti medij, & hoc eſt ꝓpoſitũ.

CXXXI.

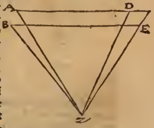
Omnium mobilium æque uelocium ſecundum eandem lineam motorum ultra punctum coniunctionis axiũ uiſualium, proximum uiſui exiſtentium remotiora uidentur tardius moueri.



Sint duo mobilia b & c, quæ moueantur æqualiter, & ſit centrum uiſus a, & ſit ut mobilia b & c, ſint ſuper lineã a g, & ſit b remotius à uiſu q̃ c, q̃a ergo linea a b, eſt maior q̃ linea a c, palam per 7. huius, q̃m ſecundũ lineam a b ſub minori angulo ſit uiſio q̃ ſecundũ lineã a c, uiſio ergo quæ ſit in puncto b, minus erit certa, q̃ quæ ſit in puncto c, & ſimiliter per eandẽ 7. huius, ſub minori angulo uidetur ſpacium qđ in aliquo tempore pertranſit mobile b, q̃ illud ſpaciũ qđ in eodem tempore pertranſit mobile c, motus ergo mobilis b, non cõprehenditur tam perfecte, ut motus mobilis c, uidebit̃ ergo b tardius moueri qđ ſub maiori angulo uidetur mobile b, q̃ mobile c, & ſimiliter ſpaciũ qđ pertrãſit mobile b, ſub minori angulo uidebitur q̃ ſpaciũ, per quod in eodem tempore pertranſit mobile c, minus ergo uidebit̃ ſpacium per quod motũ eſt mobile b, ſpacio qđ pertranſit mobile c, per 20. huius, & ſi hæc mobilia ambo ſint in linea obliqua ad uiſum extra axem, ut linea a d, tunc ambo minus uidebuntur moueri ſuis ueris motibus, minus autem ad huc uidebit̃ moueri b, qđ eſt remotius à uiſu q̃ ipſum c, quod ſi ambobus ipſis exiſtentibus in una axe uiſuali, & aliquod ipſoꝶ fuerit intra concurſum axium propinquiſſimũ uiſui, illud propinquius penitus oblique uidebitur, ut per multas præcedentiũ patuit; unde æſtimabit̃ tardius moueri, licet ipſum ſit propinquius uiſui, patet ergo propoſitum.

CXXXII.

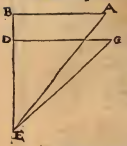
Omnium mobilium æqueuelociũ ſuper lineas æquediſtantes, non proximas uiſui motorum remotiora uidentur tardius moueri.



Sint duo mobilia a & b, æqueuelociter mota ſuper duas lineas æquediſtantes & æquales, quæ ſint a d & b e, quarũ remotior à uiſu ſit a d, ſitq; centrum uiſus punctum z, à quo ducantur lineæ z a, z b, z d, z e, dico q mobile a, q eſt uiſui remotius, uidebitur fieri tardius q̃ mobile b, quod eſt propinquius, quia per 7. & 20. huius linea a d, uidebitur minor q̃ linea b c, cum tamen ſint æquales, mobile ergo a, quod inæquali tempore æquales partes lineæ a d, abſcindit, uidetur tardius moueri q̃ mobile b, q in eodẽ tẽpore proportionaliter diuiſioni lineæ a d, maiores partes lineæ b e, abſcindere uidetur, q̃uis ut patet ex hypotheſi illæ partes hinc & inde ſunt æquales, apparet ergo uelocius moueri mobile b, q̃ mobile a, remotius uiſui: quãdo enĩ mobile b peruenit ad punctũ e, tunc mobile a, peruenit ad punctum d, qui uidetur eſſe retro punctum e, & ita uidetur mobile a, præpoſteratum mobili b, quia linea b e, uidetur maior q̃ linea a d, mobile ergo a, æſtimatur tardius moueri q̃ mobile b, quod eſt propſitum.

CXXXIII.

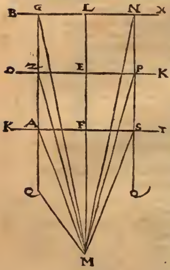
Oculo fixo exiſtente & axe uiſuali æqualiter tranſmutata, remotiora uiſorum æqualiter diſtantium à priori ſitu axis, poſteriorari uidentur.



Sint duo uiſibilia a & g, exiſtētia in duabus lineis æqualibus, quæ ſint a b & g d, ſitq́ centrũ uiſus e, & ſit ut axis uiſualis trāſeat ex puncto d, ad punctũ b, erit ergo punctũ b remotius à uiſu, ꝙ ſit punctũ d, palā itaq́ per 7. huius, q̃m linea a b remotior à uiſu ſub minori angulo uidet, ꝙ ſua æqualis, quæ eſt g d, propinquior uiſui, angulus ergo d e g, eſt maior angulo b e a, ergo per 20. huius linea g d, uidet̃ maior ꝙ linea a b, manente itaq́ oculo fixo in puncto e, & axe uiſuali mota per ſpacium totum, in quo ſunt uiſibilia a & g, pertranſit axis propter minoritatē anguli b e a, reſpectu anguli d e g, citius uiſibile a, ꝙ uiſibile g uidetur, ergo uiſibile a fieri poſterius uiſibili g, q̃m uiſo g uidebit̃ a retro illud, quod eſt propoſitum.

CXXXIIII.

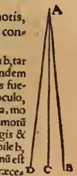
Mobilium ſecundũ lineā cui perpendiculariter inſiſtunt æquediſtantē lineæ ab oculo ductæ, æqualiter ad ductam ab oculo lineam motorũ, illud quod remotius à centro uiſus eſt antecedere, propinquius uero ſequi uidetur, tranſitu uero facto ad aliam partem lineæ ab oculo ductæ, remotius quidem ſubſequi, propinquius uero antecedere uidetur.



Sint æquali uelocitate mota tria mobilia. ſ. b g, d 3, k a, ſuper lineā quæ ſit g a, cui orthogonaliter inſiſtat ſecũdum puncta g 3 a, ſitq́ mobile b g, remotius à centro uiſus, quod ſit punctũ m, & ſit mobile a k, uiſui ꝓpinquius, ducaturq́ à uiſu à puncto. ſ. m, per 31. primi, linea parallela lineæ g a, quæ ſit m l, & ducantur lineæ m g, m 3, m a producanturq́ lineæ k a, d 3, b g, ad lineā m l, incidatq́ linea k a lineæ m l, in punctũ f, & linea d 3, in punctũ e, & linea b g, in punctũ l, & q̃m lineæ g a & m l ſunt paralelæ, palam per 21. huius, q̃m ad partē l, cõcurrere uidenẽ, propinquior igitur uidebitur g, ad pũctũ l, ꝙ 3 ad punctum e, uel a ad punctũ f, uidetur igitur p̃cedens b g, ſubſequens uero d 3, & ultimũ ipſoꝝ k a, protrahatur itaq́ linea g a, ultra punctũ a, ad punctũ q, & copuletur linea q m, quia ergo per 16. primi, angulus m a q, eſt maior angulo m 3 a, & angulus m 3 a, eſt maior angulo m g e, palam quod linea m g, magis approximare uidetur ad pũctum g, ꝙ linea m 3, ad punctũ 3, uel linea m a, ad punctum a, q̃m anguli extrinſeci maiores ſunt intrinſecis, itaq́ mobile b g, quod eſt remotius, uidebit̃ præcedere mobilia d 3 & k a, antecedentibus ſecundũ lineā rectam, quæ eſt g a, ad lineā m l, æqueuelociter ipſis mobilibus k a, d 3, d g, mobile uero k a, quod eſt poſtremum, uidetur ſubſequi, quia magis uidetur à linea m l, elongari, et hoc durabit quouſq́ linea g a, ſupponatur lineæ m l, tunc ſecundũ lineā rectā m l, mobile k a ꝓpinquius uiſui uidet̃ ꝙ alia, & maius per 7. & 20. huius, facto aũt tranſitu ultra lineam m l, ita ut mobilia quæ fuerint prius dextra uiſui, fiant ſiniſtra, uel ecõtrario, tũc mobile remotius uiſui uidebit̃ ſeq, & ꝓpinquius præcedere ꝓpter eandē cauſam quā præmiſimus, & ut hoc exemplariter pateat, ſit ut mobile b g, q̄d eſt remotius à centro uiſus m, pertrāſita linea m l, perueniat ad locũ lineæ n x, & mobile d 3, ad locũ lineæ p r, et mobile k a, q̄d eſt ꝓpinquius uiſui perueniat ad locũ lineæ s t, ducatur quoq́ à centro uiſus ad puncta n p s, lineæ m n, m p, m s, uidebitur ergo mobile n x, ſubſequi duo alia mobilia,

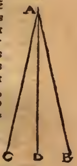
ideo

Ideo quòd ſicut præmiſſum eſt, linea n x magis approximat ad punctũ l, q̃ linea p r ad punctũ e, uel q̃ linea s t, ad punctũ f, igitur mobile b g, quod fuerit prius præcedens, cũ peruenerit ad lineã l x, uidebit̃ ſequi, & linea a k, quæ fuerit prius ſubſequẽs ſup lineam s t, uidebitur præcedere, & ſic iſtorum mobilium mutato ſitu motus uidebitur diuerſus, quod eſt propoſitum. CXXXV.



Pluribus mobilibus non æque uelociter ad eandem partem motis, ad quam mouetur & uiſus, æquelocia uiſui quieſcere, tardiora uero contra moueri, & celeriora antecedere uidebuntur.

Sint tria mobilia b c d, & ſit centrũ oculi punctũ a, ſit aũt inter hæc mobilia b, tardiſſimũ, & c æqueuelox uiſui, d uero ſit uelocius q̃ c, et om̃ia moueantur ad eandem partẽ uniuerſi, à centro quoq; uiſus a, ducantur lineæ a b, a c, a d, cũ itaq; motus fuerit oculus a, tunc mobile c, quod eſt æqueuelox oculo æqualiter motũ eſt cum oculo, nõ ergo mutat ſitũ reſpectu oculi, ergo per 112. huius, ipſum quieſcere uidebit̃ a, mobile uero b, quia eſt tardiſſimũ, patet quod moto uiſu ipſum eſt pertranſitũ per motũ uelociorẽ ipſius uiſus, & quia mobile c uidetur quieſcere, & mobile b ſemp magis & magis remouetur à mobili c, propter exceſſum uelocitatis mobilis c, ſuper mobile b, uidetur ergo mobile b ad partẽ contrariã moueri, mobile uero d, quia uelociſſimũ eſt præcedit mobile c, & ipſum uiſum, & ſemp ſit plus diſtans à uiſu, uidet̃ ergo præcedere, patet itaq; ꝓpoſitũ. CXXXVI.



Si aliquibus mobilibus æqueuelociter motis uiſis apparet aliquid immotum, illud uidebitur ad partem contrariam alijs mobilibus moueri.

Sint eñ duo mobilia b & d, quæ moueantur æqueuelociter ad unam partẽ contrariã, & ſit c, aliquid nõ motũ. Sitq; centrũ uiſus a, ducantur à centro uiſus lineæ a b, a c, a d, q a itaq; mobile b, mouet̃ ad aliquẽ terminũ, palã qm̃ ipſum ſit ꝓpinquius ad illũ q̃ corpus c, quia nõ mouetur, ſed & mobile d, æqueuelociter motũ eſt mobili b, uidẽtur ergo mobilia b & d, nõ mutare ſitũ adinuicẽ, corpus uero c mutat ſitũ reſpectu illoꝶ amboꝶ mobiliũ, uidetur ergo c, ad partẽ illius cõtrariã moueri, quod patet per 110. huius, & hoc eſt ꝓpoſitũ, & ex hoc apparet quare motis uelociter nubibus luna uiſa uidetur ad partem contrariã moueri, quia eñ partes nubiũ æque uelociter mouentur, ut b & d, lunæ uero motus propius à uiſu ꝓpter remotionẽ in paruo tp̃e nõ percipit̃, ideo uidetur luna ut mobile c, ad partem contrariam moueri. CXXXVII.

Puncta ſignata in re circulariter mota, uidentur circuli & lineæ ſuperficies rotundæ.

Cũ eñ talia mobilia ſic ſignata moueñt circulariter, q̃dlibet ſuoꝶ punctoꝶ motu ſuo deſcribit circulũ, qm̃ q̃dlibet pũctũ nõ figitur in eodẽ loco tp̃e ſenſibili, Sed in paruo tẽpore circumgirat totã circũferentiã ſuper quã uoluitur, peruenit ergo tunc forma puncti ſignati in ſuperficiẽ uiſus per modũ circũferentiæ circuli, qm̃ eñ motus circularis eſt totus unus, nõ diuidens tempus, nõ poteſt uiſus cõprehendere formã puncti ſignati niſi ſecundũ circũferentiã circuli, in minimo. n. tp̃e cõprehendit colorẽ illius pũcti circũgiratũ, & ſi plura ſunt pũcta ſecundũ ordinẽ unius ſub altero ſignata, plures uidebunt̃ circuli ſubalternatim & ordinate cõtenti, & hoc eſt ludus pueroꝶ in trochis ſup planas ſuperficies circulariter exagitatis, qm̃ qñ trochus fuerit circũgiratus motu forti, & aſpexerit q s ipſum, ſi unus eſt punctus in ipſo ſignatus, uidebitur circulus, & ſi plura ſunt puncta ab inuicẽ diſtãtia, uidebunt̃ plures circuli æq̃diſtãtes, & circa idẽ centrũ, & uidebit uiſus differentiã coloꝶ cuiuslibet illoꝶ circuloꝶ, & ſi plura puncta diuerſoꝶ coloꝶ ſibi adinuicẽ approximãtur, cõprehendet uiſus oẽs illoꝶ pũctoꝶ colores quaſi unũ colorẽ, diuerſum ab oĩbus colorib. q ſunt in illis punctis, q̃ſi ſit color cõpoſitus ex oĩb. coloribus illoꝶ pũctoꝶ, & nõ cõprehẽdet lineationẽ neq; diuerſitatẽ coloꝶ, & ſi motus fuerit ualde fortis, cõprehendet uiſus illud corpus motũ, quaſi q eſcẽs & circulariter figuratũ, ideo ꝙ nullũ illius corporis pũctũ figit̃ in loco tp̃e ſenſibili, ſed in minimo tp̃e giratur tota circũferẽtia ſup quã reuoluit̃, & ſimiliter mota linea uidebit̃ ſecundũ lineæ lõgitudinẽ latitudo cuiuſdã ſupficiei rotũdæ deſcripta in ſupficie ipſius uiſus, & ſi linea illa

fuerit colorata, tūc ꝓpter motus uelocitatē, motus facit totā ſuperficiē rotundā appare re coloratā, & hoc eſt propoſitū. CXXXVIII.

In motus & quietis uiſione error accidit uirtuti diſtinctiuæ ex intemperata diſpoſitione octo circumſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ.

Ex intēperata em̄ luce accidit error in uiſione motus & qetis, ſi em̄ de nocte cōprehēdit uiſus hoiem añ aliqđ nemus, forte occultabiť ei diſtātia hoīs ad nemus. Si itaq; uidens moueať uerſus hoiem uiſum, quāto magis ad illū acceſſerit, tāto diſtantiā illā certius uidebit, unde cū pri9 ſimul una cū nemore appareret ei homo uiſus, & ꝙto ad eū pl9 accedit, pl9 uideť à nemore remotus, & certū eſt ei nemus immotū remanere, æſtimabit ergo hoiem ad partē cōtrariā nemoris incedere, licet ueritas ſit ipſum hoiem uiſum immotū & qetū eſſe, & etiā ſi homo de nocte uiſus nō plene cōprehēdiť, ꝗ modicū moueať nō diſcerneť motus eius, & uidebiť quieſcēs, hi aūt errores nō acciderēt in tēperata luce. Et intēperata etiā remotione error accidit in uiſione motus & quietis. Si qs.n. ad partē in qua lunā añ ſolē aut ſtellā aliquā uiderit moueari, cū poſt plurimū motū lunā añ ſe uiderit elōgatā nō minus ꝙ in principio ſui motus, æſtimat ipam lunā ad eādē partē ſecū moueri, & ab eo recedere, & ob hoc elōgatiōes; durare, & euenit hoc etiā i luna ad partē cōtrariā ꝓperāte, accidit q; hic error ideo, ꝗa notū eſt hoī, qđ in his naturis inferiorib9 exiſtētib9 duobus corꝑibus, ꝙꝝ unū moueať in partē aliquā, ſi tūc permāſerit identitas ſitus reſpectu alterius corꝑis, tūc neceſſe eſt etiā aliud corpus i eandē partē æqli motu fuiſſe motū, hoc tñ nō oportet ſic æſtimari i luna uľ ſtellis, qm̄ magnitudo uiæ ꝙ ꝑagit qs motu ſuo, nō eſt ꝓportionalis magnitudini corꝑis lunæ uel alterius ſtellæ, ergo neq; exceſſus poſtremæ ꝓpinqtatis ad ſtellā ſuꝑ primā ꝓpinqtatē eſt ſenſibilis reſpectu totalis remotiōis. Idē etiā error accidit i motu nubiū, crediť.n. uelociſſimus eē motus lunæ, ꝗa ꝑtes nubiū, ꝑ quas uideť luna, ſubito mutanť, et luna nec cū his partibus nubiū, nec cū illis uideť eſſe ſita, & ꝗa luna eſt corp9 luminoſum uiſibilius ꝙ nubes, æſtimať luna moueri motu, qđ ſecundū ueritatē nō moueť. Similiter etiā accidit error in qete, aliqs.n. à lōge uiſus nō ueloci motu motus, qeſcere uideť, & ꝓpter hoc planetas credimus immotos licet uelociter moueanť, uiæ em̄ q̄s incedūt i tꝑe paruo, nō ſunt ꝑceptibiles uiſui à tanta remotiōe, unde durante ſitu ipſaꝝ, reſpectu uidētis identitate qeſcere putanť. Similiter etiā accidit hic error, ſi i eadē linea uiſuali uel axe corpus aliqđ uiſum uel à uiſu moueať Tūc em̄ ubi motus ei9 fuerit ualde fortis, putabiť imotū, ꝗa nō ꝑcipiť an ꝑtes uel ipſum totū ſe aliter habeat nūc ꝙ prius, uia em̄ q̄ icedit, eſt iꝑceptibilis à tāta remotiōe. Ex intempata etiā ſitus oppoſitiōis obliqtate accidit error uirtuti diſtinctiuæ in p̄miſſoꝝ uiſione, unde aliq̄ uelociter nauigāte i flumine, & obliq̄ iſpiciēte arbores in ripa fluminis, tūc arbores ab axe uiſuali multū elongatas æſtimabit moueri, illæ uero arbores quibus axis uiſualis icidet qeſcere uidebūť. Similiter rota aliq̄ mota, ut molendini obliq̄ uiſa uideť quieſcere. Eſt aūt hic error ꝓpter ſolā obliq̄tionē ſitus rei ad uiſum, qm̄ talis rota directe intuita moueri uideť. Ex intēperata etiā magnitudine accidit error in uiſione præmiſſoꝝ. Si em̄ moueanť duo, ꝙꝝ unū ſit paululū uelocius alio, putabit uidēs eſſe æqualē ipſoꝝ motū, cū inſenſibile ſit uiſui unius motus ſuꝑ aliū excrementū, & ſimiliter quātitas exceſſus uiæ quā trāſit alius, iꝑceptibilis eſt uiſui, unde iudicať æq̄litas motuū & uiaꝝ & ſimiliter res ꝑua mota forte æſtimabiť nō moueri, etiā ſi diſtātia à uiſu fuerit tꝑata. Ex intēperata etiā raritate accidit error in p̄miſſis. Si em̄ in aere nubiloſo obſcuro duo corpora moueanť, ꝙꝝ unū alio paululū uelocius moueať, iudicabunť forſitā æquales ipſoꝝ motus, cū ꝓpter intēperiē diafonitatis aeris diſcerni nō poſſit motus unius ad motū alterius exceſſus, uideť em̄ tūc perpēdiculariter à uiſu exceſſus uiæ ꝑtrāſitæ ab uno à uia ꝑtranſitæ ab alio. Similiter etiā in tali aere à lōgitudine media nō tñ parua ſi qs uideat aquā fluentē, aut iudicabit eā imotā, aut ſi fuerit fortis eius fluxus, æſtimabiť minus motā ꝙ moueať. Ex intēperata etiā tꝑis fit maximus error in uiſione motus & qetis, q̄ per ſe tꝑe menſuranť, cū em̄ duoꝝ mobiliū unū paulo uelocius alio mouebiť, tunc motus in tꝑe modico cōprehēſi æq̄les iudicabunť, ꝗa nō eſt tā ſubito cōprehenſibilis ipſoꝝ exceſſus, & ſi aliqd tarde moueať hoc in tꝑe modico in reſpectu nō uidebiť moueri, qm̄ uia ꝑ quā moueť in modico tꝑe, eſt iperceptibilis uiſui ꝓpter ſui paruitatē, ſed & uelociſſime

motum

motũ circulariter,& in eodẽ loco manens,ut trochus,nõ æſtimat̃ moueri,locus eñ trochi nõ mutat̃,& partes uelociſſime redeũt ad priorẽ ſitũ. Ex intẽperantia etiã diſpoſitionis uiſus accidit error uiſioni ꝑmiſſoꝝ. Cũ eñ qs ſæpius in circuitu fuerit reuolutus & poſt quieſcit,tũc putat ꝙ uicini parietes moueant̃,ideo ꝗa ſpiritus uiſibiles ĩterius moti diſcurrunt ex motu corꝑis ipſius facto,nec ſtatim qeſcente corꝑe exteriorĳ ſpũs intrinſecus moti quieſcũt,eo ꝗd leuiores corꝑe groſſo ſunt illo mobiliores, & minor uirtus animæ mouet illos,illi aũt moti formas motas uirtuti diſtinctiuæ reꝑſentãt,uidẽt̃ eñ oĩa moueri, ꝗrũ formæ motis ſpĩtibus uirtuti aĩæ offerũt etiã poſt qetẽ ipſius uidentis, & huius ſimile ẽ etiã ĩ alĳs motis,trochus eñ diu poſt qetẽ manus motricis mouet̃, & nõ qeſcit ꝗuſqꝫ uirtus influxa ſibi deſinit mouere. Eſt etiã ꝗdã corꝑis & oculoꝝ infirmitas,in ꝗ uident̃ oĩa circũuolui. Si etiã corꝑ9 ſimiliũ ꝑtiũ uoluat̃ tarde,ut accidit in ꝗbuſdã rotis horologioꝝ,tũc uiſus debilis nõ ꝑcipiet motũ eius,neqꝫ etiã ſanus uiſus ꝑcipiet motũ ꝑ ui tꝑis. Si uero ſit corꝑ9 diſſimiliũ ꝑtiũ,ut ĩ rotis molẽdini,tũc forte etiã uiſus debilis cõꝑhendet motũ,niſi ualde feſtina fuerit rotæ reuolutio, ꝗa ꝓpter uelocitatẽ motus forte diſſimilitudo ꝑtiũ rotæ nõ poterit comprehendi,patet itaqꝫ illud ꝗd proponebatur.

CXXXIX.

Aſperitas cõprehendit̃ à uiſu ex cõprehenſione lucis ſuperficiei corporis aſperi incidentis , ꝑ quã cõprehendit̃ diuerſitas ſituũ partiũ ſuꝑficiei corꝑis.

Cum aſperitas ſit diuerſitas ſitus partium ſuperficiei corporis,palam per 11. ſecundi huius,quod partes præminentes umbram faciunt quando lux inciderit ſuperficiei illius corporis,partes ergo præminentes erunt manifeſtæ luci & diſcoopertæ,& in partes ꝓfundas perueniũt umbræ permiſcentes lucem illis partibus incidentem,diuerſificabitur ergo forma lucis in ſuperficie illius corporis , quod non accidit in ſuperficie plana,eius enim partes ſunt conſimilis ſitus, & fit forma lucis in omnibus ſuis partibus conſimilis, uiſus itaqꝫ cognoſcit formã lucis in ſuperficiebus aſperis & planis diuerſam propter frequentationem uiſionis ſuperficierum aſperum & planarum, & ſecundum hoc dijudicat aſperitatem ſuperficierum uel planiciem in corporibus aſperis quibuſcunqꝫ,ſed ſi ſuperficiei aſperæ partes fuerint ualde præminentes, poteſt etiam uiſus comprehendere præminentiam illarum partiũ ex cõprehenſione diſtantiæ quæ eſt inter partes, & ſic ex comprehenſione diuerſitatis ſitus partium ſuperficiei corporis aſperi cõprehendet etiã aſperitatem illius,& erit etiam lux in illa aſperitate maximæ diuerſitatis , quoniam maioribus umbris diſtincti permiſcetur, & ex diuerſitate formæ lucis uidebitur diſtantia partium,& diuerſitas ſitus earum,& ex hoc uidebitur corporis aſperitas,quod ſi præminentiæ partium ſuperficiei rei uiſæ fuerint paruæ ualde , non comprehendet uiſus illam aſperitatem corporis niſi cum multa appropinquatione intuitus,fit ergo per diuerſitatem lucis ſuperficiebus corporum aſperorum incidentis,& ex conſequenti per comprehenſionem diuerſitatis ſituum partium ſuperficiei corporis, aſperitas comprehenditur à uiſu,patet ergo propoſitum.

CXL.

Lenitas ſiue planicies cõprehendit̃ à uiſu ex cõprehenſione lucis ſuꝑficiei lenis corporis incidentis illis ꝓetiã per ſuarũ partiũ oĩmodã æqualitatẽ.

Quia enim lenitas eſt æqualitas ſitus partium ſuperficiei,patet quod partes corporis lenis ſunt conſimilis ſitus,lux ergo illis corporibus incidens fit conſimilis & in illis umbris permixta,unde etiam corporis terſitudo ſiue politio , quæ eſt quædam lenitas uel planicies,comprehenditur à uiſu ex ſcintillatiõe lucis in ſuperficie illius corporis , & ex ſitu ſecundum quam reflectitur lux ad uiſum,uel ad aliud corpus obiectum,comprehendit etiam uiſus quandoqꝫ planiciem per intuitum diligentem,per ꝗuem comprehendit partium ſuperficiei uiſæ æqualitatem,quandoqꝫ etiam comprehẽdit ipſam planiciẽ ſuperpoſito uiſu in una parte illius ſuperficiei uiſæ,& cum formæ partium extremarum illius ſuperficiei quæ ſunt remotiores à uiſu ſecundum lineas rectas ꝑueniunt ad uiſum in ipſa ſuperficie productas,tũc uiſus ſic ipſius ſuperficiei planiciem cõprehendit, patet ergo ꝓpoſitum.

CXLI.

In aſperitatis & ꝓlenitatis uiſione error accidit uirtuti diſtinctiuæ ex intẽperata diſpoſitione octo circunſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ.

Ex debilitate enim lucis error accidit uiſioni aſperitatis et lenitatis, quia de nocte uiſa aſperitas forte iudicabitur lenitas, aut econuerſo ſecundum qualitatem rei uiſæ, et etiam cum à capillis nigris lotis fit lucis reflexio, æſtimantur illi capilli ſummæ plani, cum ſint ſecundum ueritatem aſperi, eo quod eſt in eis diuerſitas & diſtantia innumeroſa. Superflua etiam longitudo diſtantiæ errorem ingerit uiſioni aſperitatis & lenitatis, unde in pictis capillis uel ueſtibus alicuius pictæ imaginis propter lõgitudinem diſtantiæ æſtimatur aſperitas, ideo quia ſenſus conſueuit accipere aſperitatem in capillis ueris, & idem accidit in rugis ueſtium depictarum, quæ propter diſtantiam uidentur replicatæ, cum ſint in una ſuperficie conſtitutæ. Similiter etiam ſi magna diſtantia opponatũ uiſui corpus, in quo eſt modica aſperitas, putabitur lenitas, quia à tali diſtãtia nõ poteſt diſcerni diuerſitas partium aut proiectio umbræ partium eminentium ſuper depreſſas, unde iudicatur in eo lenitas. Ex intemperantia etiam ſitus fit error in uiſione aſperitatis & lenitatis. Si eñ à capillis depictis alicuius pictæ imaginis fiat obliqua reflexio lucis, utpote uiſu non exiſtente in loco reflexionis fiet comprehenſio aſperitatis capillorum, cũ non ſit niſi lenitas in illis: hoc autem non accideret uiſui directe lucem reflexam excipienti, quia tunc uera lenitas appareret, cum etiam corpus aliquod in quo eſt modica aſperitas obliquatum fuerit ab axe uiſuali, tũc apparebit lene, quod ſi directe uiſui opponeretur, ſua aſperitas uiſui ſe offert. Ex intemperantia etiam magnitudinis error accidit uiſioni præmiſſorum, cum enim occurrerit uiſui res multum parua, uidebitur forte lenitas ubi eſt aſperitas, aut econuerſo, non enim comprehenditur prominentia partium aliarum ſuper alias propter minimã corporis paruitatem. Ex ſoliditatis etiam intemperantia error accidit uiſioni præmiſſorũ. Si enim in corpore multum raro fuerit aſperitas non magna, putabitur forte lenitas, & ſi totum fuerit lene, & trans ipſum uideatur corpus aſperum aut diuerſorum colorũ, æſtimabitur hoc corpus quod eſt rarũ & lene eſſe aſperum, & erit error in aſperitate & lenitate. Ex intemperantia etiam raritatis error accidit uiſioni præmiſſorum, quia in aëre nubiloſo obſcuro uidebitur corpus aſperum eſſe lene propter latentes aſperitatis cauſas, & uiſa re polita cũ non diſcernitur reflexio ab ea, æſtimabitur forte aſpera. Ex paruitate etiam temporis fit error in uiſione præmiſſorũ, cũ enim ſubito uidetur aliquod aſperum æſtimabitur lene, & ſi lene uiſum fuerit ſubito non poterit diſcerni lenitas aut aſperitas, unde ſub dubio fit error. Ex uiſus etiã debilitate fit error in uiſione, præmiſſorũ, quia forte uiſus debilis reputabit corpus modice aſperum fore lene, uel econuerſo, ſi in formis corporis aſperi & leni fuerit diſſimilitudo, patet ergo propoſitum. CXLII.

Diafonitas comprehenditur à uiſu ex comprehenſione formæ corporis ultra corpus diafonum exiſtentis.

Quod diafonitas comprehendatur modo propoſito ſatis patet, dicimus enim ut in principio ſecundi huius præmiſimus, illa corpora diafona, quæ ſunt peruia uiſui ad alia corpora uidenda, corpus itaq; diafonũ per ſe non uidetur, ut patet per 14. tertij huius, niſi in ipſo ſit aliqua ſpiſſitudo reſpectu diafonitatis aëris interiacentis uiſum, ut eſt criſtallus & berillus, & ſimilia denſa diafona, ſed etiam illorum diafonitas à uiſu non comprehenditur, niſi ex comprehenſione formæ corporis exiſtentis ultra illa uel in circuitu ipſorum, quorum lux uel color per media illa diafona peruenit ad uiſum, cũ ergo uiſus comprehẽdit, quod forma lucis uel coloris comprehenſi à ſe eſt ſolum corporis ultra corpus diafonum exiſtentis, tunc ſentiet diafonitatem corporis diafoni: quod ſi corpus diafonum fuerit debilis diafonitatis, utpote maioris ſpiſſitudinis quàm alia diafona, & corpora ultra ipſum exiſtentia fuerint debilis lucis uel coloris, tũc diafonitas eius uix comprehenditur à uiſu, ubi apponatur forti luci, tunc enim poteſt eius diafonitas melius cõprehendi: propter applicationẽ aũt proximã corporũ ualet ſpiſſorũ talibus corporibꝰ diafonis, ipſorũ cõprehenſio à uiſu quantũ ad partẽ applicatiõis penitus impeditur, ut patet de hyaſpide in auro, patet ergo propoſitum. CXLIII.

Spiſſitudo ſiue denſitas cõprehendiẽ à uiſu ex priuatione diafonitatis.

Cum enim uiſus comprehendit corpus aliquod, & nõ ſentiet in ipſo aliquã diafonitatem, ſtatim arguet ipſius ſpiſſitudinẽ, quia cũ ſtatim ad illud corpus terminaẽ opera-

tio

tio uiſiua, nec aliquid penetrat, p illud uero uiſus exercetur ad uidendū ultra ipſum formas aliorum corporum, tunc iudicat uiſus ipſum eſſe ſpiſſum ſiue denſum & partiū conpactarum, & ſic comprehenditur ſpiſſitudo uel denſitas à uiſu ex priuatione diafonitatis, quod proponebatur. CXLIIII.

In raritatis & ſoliditatis uiſiōe error accidit uirtuti diſtinctiuæ ex intemperata diſpoſitione octo circunſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ.

Ex lucis enim debilitate ut de nocte uidebitur corporis multum rari minor eſſe raritatis, quia tamen trans ipſum non plena fit comprehenſio formæ corporis ſolidi, æſtimabitur remiſſio raritatis uiam tranſitus formarū prohibere, & corpus modice rarum etiam tunc iudicabitur ſolidum. Ex intemperantia etiam remotionis fit error in uiſione præmiſſorum, cum enim circa oculum erigitur acus, aut aliquid aliud multum ſubtile, licet illud appareat uiſui maius quàm ſit, tamen nihil occultatur ei de oppoſito pariete aut alio corpore, unde quia raritas non perpenditur, non quod retro corpora rara alia corpora uidentur, ut patet per 142. huius, æſtimabitur diafonitas eſſe in acu, aut in alio corpore, cum retro ipſum totus paries uideatur, quod tamen accidit ideo, qa remotio tam modica reſpectu occultationis acus eſt immoderata. Similiter etiam ſi quis à longe intueatur corpus rarum retro, quod non ſit aliquod corpus coloratum aut tenebroſum, non reputabitur illud corpus rarum ſed ſolidum, quia retro ipſum non pcipitur aliud corpus quod eſt proprietas corporum rarorum. Ex intemperata etiam ſitus diſpoſitione accidit error in prædictorum uiſione. Si enim deſcenderit lux declinata in uitrum plenum uino, & lateat uiſum tranſitus lucis per uitrum, & ſit magna declinatio lucis illius à radijs incidentibus, lateat quoque uidentem uinū eſſe in uaſe uitreo, tunc æſtimabitur à uidente uinum eſſe corpus ſolidum, ſcilicet uinum cum uaſe uitreo, & non accidet hic error in tranſitu lucis per uas uitreum directe oppoſitum. Ex intemperata etiam magnitudine accidit error in uiſione præmiſſorum. Si quis enim intueatur corpus ualde purum politum, ut ab eo lux poſſit reflecti, & ſit ſimile margaritæ, iudicabit ipſum uiſus eſſe rarum cum ſit denſum, ſimul uiſo corpore raro multum paruo, quia poſt ipſum non ſit corporis ſolidi cōprehenſio, ſimulabitur ſolido. Ex intemperata etiam ſoliditate fit error in uiſione præmiſſorum, Si enim retro corpus ualde rarum ſit aliquod corpus non multum rarum & colore forti coloratum, tunc apparebit primum non multum rarum, ſed aſſimilabitur eius raritas poſterioris corporis raritati, ut uitrum alij uitro ſuppoſitum non apparet ita rarum ſicut apparet adhibito uiſu ſibi ſoli, unde fit error in raritate. Si autem poſt corpus rarum ponatur ualde propinque corpus ſolidum, tunc primum iudicabitur ſolidum, & fit error in ſoliditate. Si etiam uas uitreum ualde rarum contineat uinum, cum poſt illud non percipiatur lux aut corpus aliud, iudicabitur forte uinum ipſum cum uitreo eſſe unum corpus ſolidum. Item etiam accidit error in uiſione præmiſſorum ex paucitate raritatis. In aëre enim nubiloſo obſcuro corpus rarum apparebit minus rarum, & forte putabitur ſolidum, & ita fit error in ſoliditate & raritate. Ex paruitate etiam temporis fit error in uiſione præmiſſorum. luce enim declinata ſuper corpus remiſſe rarum, ipſo quoque deſcendente ſubito per uiſum, cum non percipiatur declinatio lucis, putabitur forſitan quod illud ſit rarum infimæ raritatis, cui ſi in tempore maiori fiat intuitus, percipientur ab ipſo uiſu declinationem lucis eſſe cauſam apparentiæ maioris raritatis in corpore remiſſe raro. Si quis etiam inſtanter intueatur corpus rarum, & poſt ipſum non diſcernat lucis tranſitū, putabit ipſum eſſe ſolidum. Debilitas etiam uiſus errorem innehit uiſioni præmiſſorum, cum enim fuerit in corpore raro ſoliditas pauca, æſtimabitur à uiſu debili illa ſoliditas maior quàm uera, & cū fuerint in corpore raro color fortis aut poſt ipſum, aut raritas modica, putabitur illud corpus uiſui debili eſſe ſolidū, patet ergo uniuerſaliter in oībus illud qđ proponebatur. CXLV.

Vmbra cōprehendit à uiſu ex priuatione alicuius lucis luce altera pſente.

Eſt enim umbra priuatio cuiuſdam lucis exiſtente actu præſentia lucis alterius in loco umbroſo: cum itaque ſenſerit uiſus corpus uicinum umbræ maioris illuminationis, & fortioris quàm corpus exiſtēs in loco umbroſo, tunc ſentiet obumbrationē illius loci & priua-

priuationem lucis incidentis corporibus uicinis ipſi, cum itaq; uiſus ſenſerit aliquam lucem in aliquo loco, qui careat luce ſolis prima, quæ proijcitur ſecundum directionē radiorum, percipiet tamen ſecūdam quæ fit ex diffuſione lucis primæ, ut cum in domum unicam habentem feneſtram radius ſolis incidit, totam domū ſui diffuſione illuminātis, tunc uiſus extra locum radij exiſtens ſentiet umbrationem loci, & priuationem à prima luce ſolis quæ eſt in radio uel in alia luce forti, & forte uiſus quandoq; ſtatim ſentiet corpus umbroſum, quandoq; non niſi per diligentem intuitionem, & quandoq; uidebit umbram multiplicatam ſecundum diuerſarū lucium priuationem, ſemper aliqua luce remanente, ex cuius actualitate uiſus poſſit ſuam actionem ad alia exercere: uniuerſaliter itaq; ſecundum omnes modos umbrarum quos præmiſimus poſſunt uideri umbræ, & hoc eſt propoſitum.

CXLVI.

Obſcuritas comprehenditur à uiſu ex omnimoda priuatione lucis.

Cum uiſus comprehendit aliquem locū & nullam lucem in illa, tūc ſentiet eius obſcuritatem, licet forte illa obſcuritas ab umbris cauſetur, ut in carcere cæco de die propter umbras denſorum parietum uidetur obſcuritas, & nox obſcura eſt ex umbra terræ, eſt ergo obſcuritas umbra magna, cuius terminus ad aliquid lucidum pertingere non ſentitur, ſicut etiam umbra eſt obſcuritas parua habens aliquam actum lucis, & ad aliquod lucidum terminata, patet ergo propoſitū.

CXLVII.

In umbræ & obſcuritatis uiſione error accidit uirtuti diſtinctiuæ ex intemperata diſpoſitione octo circūſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ.

Ex intemperata luce diſpoſitione error accidit in uiſione umbræ & obſcuritatis. Si enim in pariete albo fuerint partes obſcuræ, & cadat ſuper parietem albū lux candelæ, poteſt accidere quod uidens illam obſcuritatem iudicabit ipſam eſſe umbram, & forſan uidebitur quod procedat apparens umbra à pariete uicino, & ſi fuerit in parte parietis nigredo multum intenſa, æſtimabitur forte uacuitas foraminis præbens iter egredientibus tenebris, & ſi tota ſuperficies parietis ſit denigrata intenſa nigredine, forſan totus paries æſtimabitur quædam obſcuritas tenebrarum, ſicut accidit in pariete cooperto fuligine fumorum uiſo ſub debili luce. Ex ſuperfluitate etiam remotionis error accidit in uiſione umbræ & obſcuritatis. Si enim à maxima diſtantia opponatur uiſui corpus album, in quo ſit aliqua pars tenebroſa luce ſolis ſuper corpus illud deſcendente, apparebit umbra in parte corporis tenebroſa, & ſi tunc uideatur corpus aliud iuxta illud primum, æſtimabitur quod umbra apparens proijciatur ab illo alio corpore ſuper primum. Sic ergo propter exceſſum diſtantiæ fit error in uiſione umbræ, ſi etiam à lōge uideatur corpus album in quo ſint partes multæ nigræ, æſtimabūtur fortaſſis in parte illa tenebræ, credetur enim aliq̄d corpus album ſecundum ſui partes nigras perforatum, per quos fiat egreſſio tenebrarum exiſtentium retro corpus album: hoc autem non accideret in temperata remotione. Ex inordinatione etiā ſitus oppoſitiōis accidit error in uiſione præmiſſorum, ſicut & ex intemperata remotione: corpore enim aliquo elongato ſi fuerit in eo pars tenebroſa, putabitur fortaſſis umbra, & ſi corpus aliquod fuerit circa illud primū poſitum, æſtimabitur umbra proijci ab illo ſecundo corpore ſuper primum, & ſi in corpore illo fuerit pars multum nigra, æſtimabitur forte in loco illo cuiuſdam foraminis perforatio per quam egrediatur tenebra exiſtens retro corpus albū, hoc autem non accideret in corpore approximanti directioni oppoſita. Ex paruitate etiam quantitatis rei uiſæ accidit error in uiſione præmiſſorum. Si enim in pariete albo uiſui oppoſito fuerit punctorum non ualde nigrorum diſtinctio, adhibita luce ſolis directe in pariete cadente uel prope, æſtimabuntur à uidente ſingula pūcta illa ſingula eſſe foramina in quibus fit umbra, cum lux non penetret ea, ſicut ſolet accidere luce ſuper ſuperficiem foraminum multorum cadente, & fit error umbræ ex ſola pūctorum paruitate: quod ſi illa pūcta ſunt maximæ nigritudinis, tūc æſtimabūtur eſſe foramina parua per quæ tranſeant tenebræ, & ſic etiam ſola illorum punctorū paruitas eſt cauſa apparitionis tene

brarum

brarum. Ex intemperata etiam ſoliditate, utpote propter defectum ſoliditatis fit error in umbræ & obſcuritatis uiſione, luce enim ſolis in domū ꝑ foramē aliquod deſcendente, & ſuper feneſtram uitream cadente, ſi domus illa fuerit umbroſa, apparebit ſuper feneſtram illam umbra, licet in ueritate lux ſuper ipſam inciderit, quæ quidem lux comprehenderetur ſi ſolidum eſſet feneſtræ corpus, quam tunc lux non penetrat, & ita ſuper ſolidum corpus lux apparet, fit ergo error in umbra propter defectionem ſoliditatis. Similiter etiam fit error in uiſione tenebrarum ſecundum obſcuritates ex indiſpoſitione ſoliditatis, quia luce ſolis in aqua fluminis directe non deſcendente aut in mare, ſicut accidit in hora matutina & ueſpertina, ſi fuerit magna claritas in qua apparebit tenebroſa, & quāto fuerit clarior tanto apparebit tenebroſior, & accidit hoc, quoniam pars aquæ ſuperior umbram projicit ſuper proximā partem aquæ inferiorē, & illa proxima ſuper aliam proximam inferiorem, & ita per ſingulas partes ſemꝑ ſuperior projicit umbram ſuper inferiorem uſq; ad fundū aquæ, & licet ſingularum partium umbra in ſe ſit modica, plures tamen umbræ coniunctæ unam faciūt maximam umbram, ſicut palam eſt in colore uini accidere. In modica enim quantitate uini color eſt debilis, & in multa quantitate uini licet totum uinum ſit homogeneum in ſubſtantia & colore, fit fortior idem color. Cum aūt quærit̄ in mari umbra ſuis partibus ſuperioribus ſuper inferiores iacentibus, uideantur eſſe tenebræ in maris claritate, hoc eſt quoniam intenſa ipſius claritas eſt ſignum intenſæ raritatis, quæ formis uiſibilibus maiorem concedit penetrationem, unde fit maior diffuſio formarum pluriū maris partium umbram facientium, quarum umbrarum aggregatarum perceptio inducit ſimilitudinem tenebrarum. Si uero mare fuerit turbulentum propter diminutam raritatem, penetrabunt formæ partiū paucæ peruenīētes ad uiſum, & comprehēdetur modica aquæ pars, quæ liceat facit umbram, tamen cum ipſa ſit modica erit umbra remiſſa, & uincet color illius partis umbram. In turbida enim aqua aliquis color partium aquæ apparet, & in clara nullus, unde & propter apparitionem turbidum colorem, & propter umbræ partis apparentis remiſſionem non comprehendūtur in aqua tenebræ, & inde eſt cum fuerit turbida apparebit colorata, & cum eſt clara apparebit tenebroſa. Solis autem radio cadente directe ſuper maris ſuperficiem, cum ei propter raritatem eius pateat tranſitus, abijcitur om̄is tenebra & umbræ apparētia. Ex defectu itaq; ſoliditatis cauſatur & umbra & tenebræ, quia per corpus perfectæ ſolidum non fit tranſitus luminis, & per corpus perfectæ raritatis fit tranſitus luminis ſine umbra. Ex intemperantia etiam raritatis accidit error in uiſione præmiſſorum. Si ultra aërem nubiloſum uel tenebroſum ut in crepuſculis uideatur corpus album, in quo ſint particulæ rotūdæ nigræ, tūc luce ignis in corpus illud cadente, ita ut non mutetur tota diſpoſitio aëris illius, apparebit in locis illis umbra, aut forte reputabuntur foramina præſtātia uiam tenebris, quæ ſunt retro illud corpus ad uiſum pertingentes, ſic ergo propter corporis intemperatā raritatem accidet error in uiſione umbræ & obſcuritatis. Ex paruitate etiam temporis accidit error in uiſione præmiſſorū. Si enim in albo pariete ſint partes ſubnigræ deſcendētes ſuper ipſum parietem luce ignis, illæ partes nigræ ſubito uiſæ putabuntur eſſe umbræ. Si uero nigredo illarum partium fuerit intenſa, tunc æſtimabuntur foramina tenebris plena. Ex uiſus etiā debilitate error accidit uiſioni præmiſſorum. In pariete enim albo maculæ ſubnigræ deſcendente luce ſuper ipſas apparent debili uiſui eſſe umbræ, & ſi fuerint multū nigræ apparebunt eſſe foramina, per quæ tenebræ ex locis quæ ſunt retro illum album parietem perueniant ad uiſum. In omnibus ergo præmiſſis octo uiſibilium circūſtantijs patet quod proponebatur.

CXLVIII.

Pulchritudo comprehendit̄ à uiſu ex comprehenſione ſimplici formarū uiſibilium placentium animæ, uel cōiunctione plurium uiſibilium intentionum habentium ad inuicem proportionem debitam formæ uiſæ.

Fit enim placentia animæ, quæ pulchritudo dicitur, quādoq; ex cōprehenſione ſimplici uiſibiliū formarum, ut patet per omnes ſpecies uiſibiliū diſcurrendo, ut em̄ exem-

plariter dicamus, & alia per hoc accipiantur. Lux quæ eſt primum uiſibile facit pulchritudinem, unde uidentur pulchra ſol & luna & ſtellæ propter lucem ſolã. Color etiã facit pulchritudinẽ, ſicut color uiridis & roſeus, & alij colores ſcintillantes formã ſibi appropiati luminis uiſui diffundentes. Remotio quoq; & approximatio faciũt pulchritudinem in uiſu, in quibuſdã eñ formis pulchris ſunt maculæ turpes paruæ & rugioſæ, diſplicentes animæ uidenti, quæ ꝓpter remotionem latent uiſum, & forma placita animæ ex illa remotione peruenit ad uiſum. In multis quoq; formis pulchris ſunt intentiones paruæ ſubtiles cooperantes pulchritudini formarum, ſicut eſt lineatio decens & ordinatio partium uenuſta, quæ tantum in ꝓpinquitate ad uiſum apparent, & faciũt formã uiſui pulchram apparere. Magnitudo etiam facit pulchritudinem in uiſu, & ꝓpter hoc luna apparet pulchrior alijs ſtellis, quia uidetur maior, & ſtellæ maiores pulchriores minoribus, ut maxime patet in illis ſtellis quæ ſunt magnitudinis primæ uel ſecũdæ. Situs quoq; facit pulchritudinẽ in uiſu, quoniã plures intentiões pulchræ nõ uidenẽ pulchræ niſi per ordinationẽ partiũ, unde ſcriptura & pictura, om̃es quoq; intentiones uiſibiles ordinatæ & permutatæ nõ apparent pulchræ niſi ꝑ cõpetentem ſibi ſitũ, quamuis enim figuræ linearũ ſint oẽs ꝑ ſe bene diſpoſitæ & pulchræ, Si tamen una ipſaꝝ eſt magna & alia parua, nõ iudicabit uiſus pulchras ſcripturas, quæ ſunt ex illis. Figura etiã facit pulchritudinem, unde artificiata bene figurata uidentur pulchra, magis aũt opera naturæ, unde oculi hominis cũ ſint figuræ amigdalaris & oblongæ uidẽtur pulchri, rotũdi uero oculi uidentur penitus deformes. Corporeitas etiam facit pulchritudinẽ in uiſu, unde uidetur pulchrũ corpus ſphæra & columna rotũda & bene quadratum corpus. Continuatio quoq; facit pulchritudinem in uiſu, unde ſpatia uiridia cõtinua placent uiſui, & plantæ ſpiſſæ uirides, quia quæ accedunt continuati ſunt pulchriores eiſdem diſperſis. Diuiſio etiã facit pulchritudinem in uiſu, unde ſtellæ ſeparatæ & diſtinctæ ſunt pulchriores ſtellis approximatis nimis ad inuicem, ut ſtellæ galaxiæ & candelæ diſtinctæ ſunt pulchriores magno adunato igne. Numerus etiam facit pulchritudinem in uiſu, & propter hoc loca cœli multarum ſtellarũ diſtinctarum ſunt pulchriora locis paucarũ ſtellarum, & plures candelæ ſunt pulchriores paucis. Motus quoq; & quies faciũt in uiſu pulchritudinem, motus eñ hoĩs in ſermone & ſeparatione eius facit pulchritudinẽ, & ꝓpter hoc apparet pulchra grauitas in loquendo & taciturnitas diſtinguens ordinate uerba. Aſperitas etiã facit pulchritudinem, uilloſitas enim pannoꝝ cathenatorũ & aliorũ placet uiſui. Planicies quoq; uiſui pulchritudinem facit, quia planicies pannorum ſericorum & ſi ad politionem ſiue terſionẽ accedunt placet animæ, & eſt pulchrum uiſui. Diaſonitas etiam facit pulchritudinem apparere, quia per ipſam uidentur de nocte res micantes, ut patet de aëre ſereno per quem nocte uidentur ſtellæ, q̃d non accidit in aëre condenſato ꝓpter uapores. Spiſſitudo etiã facit pulchritudinem, quoniam lux & color & figuræ & lineatio & omne pulchrum uiſibile comprehenduntur à uiſu propter terminationem corporum quibus inſunt, quæ terminatio à ſpiſſitudine cauſatur. Et umbra facit apparere pulchritudinem, quoniã in multis formis uiſibilium ſunt maculæ ſubtiles reddentes ipſas turpes cũ fuerint in luce, quæ in umbra uel luce debili uiſum ſunt latentes. Tortuoſitas quoq; quæ eſt in plumis auiũ, ut pauonum & aliarũ, quia facit umbras, facit apparere pulchritudinẽ uiſui propter umbrã, quæ uiſui admixtione cũ lumine cauſat uarios colores, qui tñ non apparent in umbra uel in luce debili. Obſcuritas etiã facit pulchritudinem apparere uiſui, quoniam ſtellæ nõ uidentur niſi in obſcuro. Similitudo etiam pulchritudinẽ facit, quoniam membra eiuſdẽ aĩalis ut Socratis non apparent pulchra, niſi quãdo fuerint conſimilia, unde oculi quoꝝ unus eſt rotundus et alter oblongus non ſunt pulchri, uel ſi unus maior fuerit altero, uel unus niger & alter uiridis, uel ſi una gena fuerit profunda & altera prominens, erit eñ tota facies nõ pulchra, qm̃ enim partes congeneæ nõ fuerint cõſimiles. Diuerſitas etiam facit pulchritudinem, quoniã diuerſæ ꝑtes uniuerſi ornãt & pulcrũ faciũt uniuerſum, & diuerſæ partes aĩaliũ aĩalia: eandem quoq; manum ornat diuerſitas digitorum, omnis enim pulchritudo membrorum eſt ex diuerſitate figurarum partium ipſarum, ſic ergo pulchritudo comprehenditur à

uiſu ex comprehenſione ſimplici formarum uiſibilium placentium animæ, quodlibet tamen iſtarum uiſibilium intentionum nō facit pulchritudinem in qualibet forma in qua uenit illa intentio ad uiſum: quælibet enim figura nō facit pulchritudinē in qualibet forma, & ſimiliter de alijs omnibus intentionibus particularibus uiſibilium quorumcunq;. Ex coniunctione quoq; plurium intentionum formarū uiſibilium ad inuicem, & nō ſolum ex ipſis intentionibus uiſibilium fit pulchritudo in uiſu, ut quoniam colores ſcintillantes & pictura ſimiliter proportionata ſunt pulchriora coloribus & picturis carentibus ordinatione conſimili, & ſimiliter eſt in uultu humano. Rotunditas enim faciei cū tenuitate & ſubtilitate coloris eſt pulchrior quàm unum ſine altero, & mediocris paruitas oris cum gracilitate labiorum proportionali eſt pulchrior paruitate oris cum groſſitudine labiorum. In multis itaq; formis uiſibilium cōiunctio, quæ eſt in formis diuerſis, facit modum pulchritudinis, quem nō facit una illarum intentionum per ſe: facit autē proportionalitas partium debita alicui formæ naturali uel artificiali in cōiunctione intentionum ſenſibilium pulchritudinem magis, quàm aliqua intentionum particulariū: omnes enim pulchritudines quas faciūt intentiones ſenſibiles ex ipſarum coniunctione adinuicem conſiſtūt in proportionalitate debita formis quas perficiunt ſub modo illius coniunctionis: cū itaq; comprehendit aliquam rem uiſam in qua eſt aliqua intentio particularis faciens per ſe pulchritudinē, tunc peruenit forma illius intentionis poſt intuitum ad uirtutē ſentientē, & cōprehendet uirtus diſtinctiua pulchritudinē rei uiſæ in qua eſt illa intentio, & ſic cōiunctio diuerſarum intentionū fit cauſans pulchritudinē, cū peruenerit illa coniunctio ad ſentientē, tūc uirtus diſtinctiua cōparabit illas intentiōes ad inuicem, & tunc comprehendet pulchritudinē rei uiſæ cōpoſitæ ex illarū intentionū cōiunctione quæ ſunt in ea, & hi ſunt modi penes quos accipitur à uiſu omniū formarum ſenſibilium pulchritudo: in pluribus tamen iſtorū conſuetudo facit pulchritudinē, unde unaquæq; gens hominum approbat ſuæ cōſuetudinis formā, ſicut illud quod per ſe æſtimat pulchrum in fine pulchritudinis: alios enim colores & ꝓportiones partiū corporis humani & picturarū approbat Maurus & alios Danus, & inter hæc extrema & ipſis ꝓxima Germanus approbat medios colores & corporis proceritates & mores: & ſicut unicuiq; ſuus ꝓprius mos eſt, ſic & ꝓpria æſtimatio pulchritudinis accidit unicuiq;: de his ergo topice & figuraliter ſit dictum, & patet quod proponebatur.

CXLIX.

Turpitudo comprehenditur à uiſu, cum intentiōes ſenſibiles neq; per ſe neq; ex cōiunctione ipſarum ad inuicē aliquā pulchritudinē ſunt cauſantes.

Turpitudo formarum eſt priuatio pulchritudinis in eis: iam autem præmiſſum eſt, quod intentiones nō faciunt pulchritudinem in omnibus formis, ſed in quibuſdam tantum, formæ itaq; in quibus non faciunt intentiones particulares aliquam pulchritudinem neq; per ſe neq; per ſuam coniunctionem, ut illa in quibus non eſt aliqua conſueta proportionalitas inter ipſorum partes, carent omni pulchritudine, & ſic ſunt turpes, & ſi quandoq; accidat in eadem forma congregari intentiones pulchras & turpes, tunc uiſus comprehendit pulchritudinem ex pulchro, & turpitudinem ex turpi auxilio uirtutis diſtinctiuæ, quando fuerit intuens intentiones quæ ſunt in illa forma, patet ergo quomodo à uiſu comprehenditur turpitudo, ſed etiam in hoc plurimum coadiuuat conſuetudo, ꝓpter quā nonnunquā accidit uni uideri turpe, quod uidetur alteri ꝑ pulchrū.

CL.

In pulchritudinis & deformitatis uiſione uirtuti diſtinctiuæ error accidit ex intemperata diſpoſitione octo circunſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ.

Ex paruitate enim lucis error accidit uiſioni pulchritudinis & deformitatis, de nocte enim uidetur facies formoſa, licet in ea ſint maculæ, ſicut lentigines uel ſicut cicatrices puſtularum. Et ſi fuerint in re uiſa picturæ ſubtiles rem perfectius informantes, cum illæ in nocte uiſum lateant, uidetur res deformis. Remotio etiam excedens modum, eſt cauſa erroris uiſionis præmiſſorum. Cum enim à longe reſpicitur res aliqua, ſi fuerint

in ea maculæ paruæ ipſam deformantes, illas ex diſtantia accidit occultari, & iudicabitur res formoſa, & ſi à magna diſtantia uideatur res in qua ſunt picturæ minutæ, in quibus conſiſtit pulchritudo illius rei, illa res iudicabitur deformis, quoniam uirtus diſtinctiua iudicat res ſecundum quod apparent. Ex inordinatione etiam ſitus oppoſitionis accidit error uiſioni præmiſſorum. Cum enim corpus aliquod remotum fuerit ab axe uiſuali, in qua ſunt maculæ minutæ deformantes rem, tunc nonnunquam maculæ illæ occultabuntur propter obliquationem reſpectu axis uiſualis, & ob hoc facies lentigi noſa oblique uiſa uidetur pulchra, unde etiam accidit, quod cum luna oblique aſpicitur latent umbroſæ maculæ ipſius, & tunc pulchrior uidetur: ſi autem in corpore aliquo uiſo fuerint picturæ ſubtiles rem decorantes, illæ picturæ obliquatæ ad uiſum latebunt ipſum, & adiudicabitur pulchritudo deformitati. Ex paruitate etiam magnitudinis accidit error uiſioni præmiſſorum in exemplis præmiſſis, cum propter ſolam ſui paruitatẽ aliqua minuta ipſas res uiſibiles deformantia uel decorantia non uidentur. Ex defectu etiam ſoliditatis fit error in uiſione præmiſſorum. Si enim in uaſe uitreo multum raro ſint aliquæ paruæ particulæ uel menſurationes ipſi decorem inferẽtes, & imponatur uaſi illi uinum turbidum & turpe uel feculentum, tunc occultabuntur illæ decoris cauſæ, & iudicabitur uas deforme, & ſic uas tale deformant aliquæ particulæ, & ſi imponatur ei uinum clarum lucidum coloris formoſi placidi, occultabuntur illæ cauſæ turpitudinis & apparet uas pulchrum. Ex intemperantia etiam raritatis error accidit uiſioni præmiſſorum, cum propter aërem obſcurum nubiloſum cauſæ pulchritudinis uel deformitatis non uidentur. Ex temporis quocũqꝫ breuitate error accidit uiſioni præmiſſorum, quoniam in paruo tempore non ſunt comprehenſibiles minutæ cauſæ pulchritudinis & deformitatis, ſicut accidit cũ aliquis inſpiciens per foramen uiderit aliquam faciem, tũc enim aliquando deformem iudicat eſſe pulchram, & aliquando econuerſo, & idem accidit mota re uiſa ſubito remanente oculo non moto. Ex uiſus etiam debilitate error accidit uiſioni præmiſſorum, minuta enim quæ ſunt circa pulchritudinis uel deformitatis uiſus debilis non uidet, unde modo contrario iudicat unumquodqꝫ iſtorum, patet ergo ꝓpoſitum.

CLI.

Conſimilitudo comprehenditur à uiſu ex conuenientia formarum comprehenſarum ad inuicem.

Eſt enim conſimilitudo æqualitas duarum formarum aut duarum intentionum in re in qua ſunt conſimiles. Cum itaqꝫ uiſus comprehenderit duas formas aut duas intentiones conſimiles in ſimul, comprehendet conſimilitudinem illarum ex comprehenſiõe cuiuslibet illarum duarum formarum & ſuarum intentionum ex comparatiõe alterius illarum ad alteram, uiſus itaqꝫ comprehendet conſimilitudinem in formis & intentionibus conſimilibus ex cõprehenſione cuiuslibet formarũ intentionũ ſecundum ſuum eſſe & ex cõprehenſione illaꝝ ad inuicẽ.

CLII.

Diuerſitas comprehenditur à uiſu ex priuatione conſimilitudinis in formis ſenſibilibus comprehenſis.

Cum enim diuerſitas ut hic accipitur non ſit aliud ꝙ differentia formarũ ſenſibiliũ cõprehenſarum à uiſu, hæc diuerſitas cõprehenditur à uiſu in formis diuerſis ex comprehenſione cuiuslibet illarum formarũ diuerſarũ, & ex cõparatione alterius illarum ad alterã, & ex cõprehenſione priuatiõis cõſimilitudinis in eis: diuerſitas ergo cõprehendit̃ ꝑ ſenſum uiſus ex cõprehẽſione cuiuslibet formarũ & intentionũ ꝑ ſe, & ex comparatione ipſarum adinuicem, & ex ſenſu priuationis conſimilitudinis ab ipſo ſentiente.

CLIII.

In ſimilitudinis & diuerſitatis uiſione error accidit uirtuti diſtinctiuæ ex intemperata diſpoſitione octo circũſtantiarum cuiuslibet rei uiſæ.

Ex paucitate enim lucis error accidit in uiſione conſimilitudinis & diuerſitatis corporum eiuſdem coloris ſecũdum ſpeciem, uel eiuſdem figuræ ſecundũ ſpeciem in quibus partialis diuerſitas ꝑ latentia ſigna diſtincta eſt, tũc eñ illa in luce debili nõ uident̃,

& ob

& ob hoc iter illa corpa oĩmoda iudicabit ſimilitudo: & ſi aliq̃ corpa ſolũ ꝓpter aliq̃ minuta ſigna ipſis cõmunia ꝑticipent ſimilitudinẽ, tũc ꝓpter lucis debilitatẽ illis cauſis cõſimilitudinis nõ ꝑceptis iudicabit diuerſitas totalis, q̃d nõ accideret in luce tempata. Ex ſuꝑflua etiã elongatione accidit error in p̄miſſoꝝ uiſione, ut patet in p̄miſſis exẽplis. Minutæ eñ cauſæ ſimilitudinis uel diſſimilitudinis à magna remotione non uidentur per octauã huius. Et ſimiliter etiam eiuſdem error accidit ex ſitus nimia obliquatione, quæ res paruas non ſinit comprehendi à uiſu per 26. huius. Accidit etiam error in præmiſſorum uiſione propter cauſarum conſimilitudinis uel diſſimilitudinis paruitatẽ, propter quam cæteris exiſtentibus conuenienter uiſui diſpoſitis non uidentur. Ex defectu etiã ſoliditatis error accidit uiſioni præmiſſorum. Si enim duo uaſa multum rara conueniant in ſpecie, figura & raritate, ſed diſcrepent in aliqua ſuarum partium diſpoſitiõe, tũc uino eiuſdem coloris & claritatis ambo repleta latebũt cauſæ diuerſitatis, & reputabuntur omnino ſimilia, qui error accidit propter defectum ipſorum ſoliditatis, quia cũ ſint peruia, ideo res per ipſa uiſa ſimilitudinis uel diſſimilitudinis aufert cauſas. Ex intemperantia etiam raritatis accidit error in uiſione præmiſſorum. in aere enim nubiloſo & obſcuro minutæ cauſæ ſimilitudinis uel diſſimilitudinis non uidentur. Ex temporis etiam breuitate præmiſſorum uiſioni error accidit, quoniam particulares ſimilitudinis uel diſſimilitudinis cauſæ paruiſſimo tempore inſpectæ latent uiſum. Debilitas etiam uiſus errorem illorum uiſioni adducit, quia minutas ipſorum. ſ. ſimilitudinis uel diſſimilitudinis cauſas uiſus debilis perſpicere non poteſt, patet ergo propoſitum.

CLIIII.

Virtuti diſtinctiuæ error quandoq; accidit ex cauſarum plurium aggregatione, quarum nulla per ſe ad errorem ſufficit cauſandum.

Quandoq; enim duæ intemperantiæ circumſtantiarum octo omnium uiſibilium cõcurrunt in uno uiſibili, & faciunt errorem in uiſu, licet neutra ipſarũ per ſe ſufficeret ad cauſandum errorem, ſi enim moueatur aliquid à magna diſtantia motu tardo, illud ſubito uiſum uidebitur non motum, & motus ille poſſet percipi in diſtantia temperata etiã ſubito uiſu, uel etiam poſſet percipi in illa remota diſtantia per intuitum diligentẽ tempore conuenienti. Sed illis duabus cauſis erroris concurrentibus, tunc errabit uirtus diſtinctiua, & uidebitur res immota. Sed etiã quãdoq; concurrunt intẽperantiæ plures ad unum errorem cauſandum, quam nulla illarum per ſe cauſaret, Si enim à magna diſtantia ſub debili luce in tempore modico opponatur uiſui debili corpus diuerſorum coloꝝ motum tardo motu, tunc forte uidebitur quieſcere. Sed motus eius qualibet illarum cauſarum aliquo deficiente percipi forte poſſet, & forte quandoq; intemperantiæ omnium circumſtãtiarum corporum uiſibilium concurrunt ad unum errorem cauſandum, uel quandoq; plurium illarum, & ſecundum diuerſas combinationes quæ plus experientiã q̃ rationem reſpiciunt ſecundum omnem ſui diuerſitatem, unde de his ſic eſſe ſufficit exemplariter.

CLV.

Error accidit uiſui uia ſcientiæ per inconuenientem applicationem formæ, quæ eſt in anima alicui rei uiſæ in intẽperantia cuiuslibet octo circumſtantiarum rei uiſæ.

Cum enim res alia aut alterius ſpeciei uiſui apparet q̃ ſit in rei ueritate, tunc fit error uia ſcientiæ in uiſu, quoniam forma quieſcens in anima inconuenienter alteri rei applicatur cui non conuenit, & hoc accidit propter intemperantiã cuiuslibet octo circunſtantiarum rerum uiſibiliũ. Propter defectum enim lucis fit plurimus error in rerum cognitione, ut hoc euidenter per ſe patet. Debilitas enim lucis nimia, errorem infert formæ uiſæ, unde accidit error in crepuſculis in omnibus uiſis, unde etiam noctiluca uidentur lucere in tenebris, quorum forma non eſt lumen, nec etiam ſcintillans color, quæ omnia non acciderent in luce temperata. Et propter diſtantiam etiam nimiam uiſibilis à uiſu accidit hominem notum quandoq; pro extraneo reputari, & econtrario, uel etiam notum unum pro alio noto, ut Socratem pro Platone, aut econtrario, & quã-

doq; aliquis uidens equum, putat ſe uidere aſinum. Et uniuerſaliter fit error ſcientiæ, uel à ſpecie ad ſpeciem, uel ab indiuiduo ad indiuiduum eiuſdem ſpeciei: uel ab indiuiduo ſpeciei unius ad indiuiduum ſpeciei alterius, ut equus Petri æſtimatur mulus Martini. Et quandoq; quis uidens ignem remotum longe in aere, putat ſtellam uidere, hæc enim omnia ſi prope eſſent uiderentur ſine errore. Situs etiam oppoſitionis errorem inducit, quandoq; enim Petrus remotus ab axe uiſuali, putabitur Martinus, & quandoq; equus uiſus, putabitur eſſe aſinus, quæ ſi directe uiſui opponantur error penitus ceſſabit. Quantitas etiam extra temperantiam exiſtens errorem facit uiſui & ſcientiæ, ut cum granum ſinapis creditur eſſe granum naſturtij. Soliditas etiam eſt cauſa huius erroris, unde criſtallus, quia parum eſt ſolida, creditur color eius eſſe color rubri, ſuppoſito ſibi tali colore & uiſu in oppoſito exiſtente. Diaſonitas etiam nimis diminuta huius erroris eſt cauſa, uitro eñ colorato uiſui & rei uiſæ coloratæ iterpoſitæ æſtimabit̃ color corporis oppoſiti mixtus ex colore ꝓprio & colore uitri: & ſi oculis & rebus uiſis interponatur pannus multum rarus, apparebit color corporis mixtus, non ꝙ ſecundũ ueritatem partes coloris rei per foramina panni tranſeuntes concoloribus filorum miſceantur, ſed quia puncta coloris rei uiſæ & filorum ſine diſtantia ſenſibili prope adinuicem in uiſus ſuperficie ſituantur, unde illi colores diuerſi uidentur punctualiter adinuicem coniuncti, propter quod apparet uiſui unus color ex illis ambobus coloribus mixtus, ut ſi magna ſint panni foramina diſcernentur colores & panni & rei uiſæ ſine aliqua mixtura. Et ex hoc accidit quod uiſo colore alicuius corporis per pannũ laneum, uidebitur mixtura colorum plurimum conſonans colori filorum, quia foramina panni lanei ſunt ſtricta, quæ pilis multis coloratis conteguntur, & etiam cum ioculatores faciunt ſub pannis ſe circumſtantibus imagines ligneas pictas moueri, tunc ſimilitudines illarum imaginum inſpicienti per pannum lineum ſubtilem, ſicut ſolet fieri, apparebunt aues uel alia animalia illis formis conuenientia, & hoc propter defectũ diaſonitatis medij, quia in aere præter pannnum aliud uidetur. Tempis etiã intemperantia huius erroris eſt cauſa. Si quis enim per foramen reſpiciat aliquod corpus tranſiens ueloci motu, & non plene acquirat formam corporis, etiam ſi quis ſubito aliquid uideat quod ſtatim à uiſu recedat, errabit in indiuiduo illius formæ, unde forſan eſt error in ſpecie uel in indiuiduo uel utroq;, forſan enim æſtimabit equum fuiſſe mulũ, uel Petrum Martinum, uel equum Petri fuiſſe mulum Martini. Debilitas quoq; uiſus huius erroris eſt cauſa, læſus enim uiſus à colore forti cui incidit lumen forte, iudicat omnẽ colorem uiſum illius coloris, uel alterius coloris ex illis duobus mixti, & etiam propter oculorum ægritudinem aliquando equus apparet aſinus, & Socrates uidetur Plato. Et ſimiliter in alijs uiſibilibus errabit uiſus propter ſolam intemperantiam ſuæ æqualis diſpoſitionis nullo alio impedimento accedente. Si ergo errores ſcientiæ accidunt uiſui ſecundum ſingulas intemperantias 8. circumſtantiarum rei uiſæ, ut patet. his autem & eorum ſimilibus non duximus multum inſiſtendũ, quia hæc quæ diximus, ſufficiunt pro talium omnium radice, et hoc eſt propoſitum.

CLVI.

In ſolo uiſu error quandoq; accidit propter intemperantiam cuiuslibet octo circumſtantiarum rerum per ipſum proprie uiſarum.

Quia enim, ut patet per principium tertij huius, lux & color ſunt per ſe obiectum uiſus, palam quod ei ſoli non poteſt error accidere niſi in luce & colore, accidit autem uiſui in illis error propter ipſorum intemperantiam in fortitudine, ut lux fortis non permittit alia uiſibilia uideri, & color fortis facit res alias quaſcunq; in colore ſibi ſimiles uideri, cũ tamen illorum color ſit diuerſus. Et ſimiliter eſt in lucis & coloris debilitate, Si enim corpus in quo ſit multa colorũ diuerſitas, occurrat uiſui ſub luce multum debili, ut ueſtis diuerſi coloris apparebit unius coloris. Et ſi color ſit ualde debilis, etiam in luce temperata non uidebitur, & ſic lux extra temperantiam facit uiſui deceptionem ſecundum utrũq; extremorũ. Diſtantia etiã uiſibiliũ errorẽ inducit uiſui, qa ꝓpter impro

portionatam

portionatam diſtantiam res colorum diuerſoꝝ minutatim ipſis aſpera uidebitur unius coloris. Situs etiam oppoſitionis ſenſum errare facit, quia cum corpus uiſum fuerit multum obliquatum, occultabuntur propter ſui obliquationem ipſi uiſui minutæ eius particulæ. & ſi fuerit in partibus minutis colorum diuerſitas, apparebit in totali corpore, & ſi corpus redierit ad directam oppoſitionem, illorum colorum diuerſitas apparebit, niſi forte elongatio partium colorati corporis ab axe uiſuali fuerit nimis magna. Magnitudo etiam uiſui errorem inducit, quia etiam luce & diſtantia, & ſitu uiſioni conuenientibus, colores paruarum partium corporis diuerſi coloris euadũt uiſum, & uidetur res unius coloris, quod non fieret ſi paruitas partium temperamentum non exiret. Soliditas etiam eſt cauſa deceptionis uiſus, ſi nimis remiſſa fuerit, unde criſtallus uidetur colorata colore rei ſibi ſuppoſitæ propter ſuæ ſoliditatis paruitatem, quod non accideret ſi criſtallus plus ſolida eſſet. Ex diafonitate etiam error accidit uiſui, quia propter interpoſitionem flammæ inter uiſum & rem uiſam, etiam ſi illa res uiſa fortis ſit coloris, uidebitur illud corpus tenebroſum propter ſolã carentiam diafonitatis in medio. Tempus etiam eſt cauſa erroris, quia ſi ſubito ſuper corpus diuerſorum colorum fiat uiſus directio, apparebit illud corpus coloris unius, donec per diligentem intuitum diſcernatur. Debilitas etiam uiſus errorem prætendit in uiſione præmiſſorum, luce enim forti in uiſum agente leditur uiſus ſtatim, & ad colorem alicuius corporis conuerſus ipſum colorem tenebroſum recipit, donec poſt aliquod tempus leſio receſſerit. Similiter etiam cum adeſt oculis infirmitas, occultabitur uiſui colorum uarietas, & ſic fit error in talibus ex ſola uiſus qualitate à tempamento recedente, patet ergo quod ſecundũ omnes circũſtantias rerum uiſibilium in ſolo uiſu fieri deceptionem eſt poſſibile, & hoc proponebat̃.

CLVII.

Fulgidum mixtum nigro, ſiue per nigrum medium uiſui colorem præſentat puniceum.

Huius declaratio eſt ex ſenſibilibus naturalibus experientijs, uidemus enim quod in ſpeculis bene terſis fulgidis res fulgida uiſui præſentatur in ſui fulgore, quod ſi ſpeculum fulgidum non fuerit, tunc forma fulgidi permixra nigro colore ſpeculi præſentatur uiſui, non intentione ſui fulgoris, ſed quaſi aliquantulum denigrata, & ita rubea ſiue punicea apparet. Vniuerſale enim eſt, ut in principio ſecundi huius ſuppoſitũ eſt, quod rerum ualde coloratarum colores, quo ipſius medij coloris ſpeculi commixti firmantur ad uiſum, ut ſi per uitrum coloratum aliqua res uideatur, quòd color rei uiſæ ex colore proprio & colore uitri permixtus uiſui præſentetur, & hoꝝ multas experientias plane poterit quis uidere. Euenit etiam humidos oculos habẽtibus quod forma albi fulgidi per infectos humores & tunicas oculi ad centrum oculi perueniens, in medium colorem uiſus iudicio permutatur, & apparet oculo coloris punicei fantaſia. Et etiam uidemus uiridium lignorũ flammam rubeam appropinquare puniceo colori, quia ignis fulgidus & albus exiſtens per fumum nigrum propter groſſiciem materiæ, & humiditatem aquæ, quæ illi fumo miſcetur, puniceus uidetur. Per caliginẽ quoq; & fumum nigrum uidetur ſol non fulgidus ſed puniceus, quando talem fumum uel caliginem ſoli & uiſibus accidit interponi, & hoc idẽ in alijs ſtellis poterit perpendi. Item circuli qui circa cãdelas uidenẽ, ꝑpter groſſitiẽ aeris & nigredinem purpurei uidentur, quoniam aer ingroſſatus à natura lucidi aliqualiter impeditur, & propter admixtionem umbræ nigredine permiſceri uidetur, uel alio medio colore ſecundum diſpoſitionem luminis & admixtæ umbræ, & hoc etiã plenius declarandum diligens inquiſitor plures experientias poterit applicare, patet ergo propoſitum.

CLVIII.

Viſum protenſum longe debiliorem fieri patens eſt.

Non enim uiſus uidet ſimiliter de longe poſita quemadmodum prope exiſtentia. Si enim uideatur de longe corpus foraminoſum, cuius ſint parua foramina, totum uidetur continuum, unde ſi aliquis uaporem roridum de longe uideat, totũ ipſum fore unũ

corpus

corpus continuum uiſus iudicabit, quia etiã uiſus recta curua, rotunda quadrata ex remotione iudicat, ſicut eſt in præmiſſis huius libri theorematibus declaratum, Et ſi uiſus pannũ coloratũ, in quo eſt minuta coloꝝ diuerſoꝝ cõſperſio, ad quos ꝓportionata partium elongatio ſit intemperata ipſi uiſui, diutius etiam aſpexerit, apparebit pannus ille unius coloris tantum, qm̃ extra temperantiã eſt longitudo reſpectu partialium colorum, licet omnia alia cõueniant in debita temperantia reſpectu uiſus, quia ergo uiſibilẽ rei circũſtantiã uiſus ꝓtenſus nõ perſpicit, palã quia debilitatur ex ꝓtenſione ſui ad uiſibile ſiue ex remotione uiſibilis ab ipſo, & hoc eſt quod proponebatur.

CLIX.

Nigredinis in re non nigra apparitio ex uiſus prouenit defectione.

Experientia ſimiliter comprobatͬ quod hic ꝓponitur auxilio præcedentis, quia enim uiſum ꝓtenſum longe debiliorem fieri patens eſt, ut præmiſſum eſt, ideo accidit ꝙ ea quæ longe uidentur ꝓpter uiſus debilitationẽ omnia nigriora apparent, ſicut etiã corpora remotiora & minora & planiora ꝗ̃ ſint, uiſibus apparent, qm̃ eminentiæ ſuaꝝ partium aſperitates & tumores in ipſis faciẽtes non uidentur. Similiter etiã quæ in ſpeculis uidentur, quia propter reflexionem ipſoꝝ diſtantia augetur, ideo propter remotionem quæ accidit uiſui talia nigriora uidentur experimentanti: quanto eñ magis ex remotione etiã rei albæ immoto ſpeculo diſtantia à ſuperficie ſpeculi augmentatur, tanto magis color ille albus uiſui ad nigredinẽ accedit, unde etiã nubes apparentes in aqua nigriores uidenͭ ꝗ̃ in loco ſuo uiſui in eodẽ loco exiſtẽte, qm̃ reflexio facta in aqua auget diſtantiã: nihil aũt differt aliquid multum diſtans uiſui apparere, in uiſu per multam diſtantiam uiſionẽ rei cõplere: ſemper eñ ſit iudicium uirtutis uiſiuæ ſecundum quod forma eſt in uiſus organo recepta: neq; latebit hic experimentantẽ, quia quando clara nubes fuerit uicina ſoli, tunc alicui aſpicienti ad nubem, nubes nõ uidebitͬ niſi alba. Sed ſi reflectatur ab aqua, & eam uiſus in aqua uideat, tunc illa nubes alba aliquẽ colorem ex medijs coloribus uiſui præſentabit, ut puniceum, purpureum, uiridem, & lazuriũ: unde ſicut uiſus colorẽ nigrum per reflexionem uidet eſſe nigriorem, ſic & colorem albũ uidet minus album, ꝓpter reflexionem. Nubem itaq; albã exiſtentem uidet uiſus propter diſtantiam ampliorẽ, quæ ſit per reflexionem in ſuo colore nigram, & ſimilem priuationi & negationi propter uiſus protenſi debilitatem, & qm̃ coloratio nubis ſit ex impreſſione luminis ab aliquo corpore luminoſo, poteſt concludi ex præmiſſis, quòd in omni corpore cui lumen uel color ex corpore luminoſo imprimitur, eandem cauſam & effectum participem habebit, & hoc eſt quod proponebatur.

LIBER QVINTVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS.

Expeditis aliqualiter his quæ ſimplici & directæ uiſioni neceſſaria exiſtere, & eius deceptionibus accidere uiſa ſunt, reſtat nunc ut conuenienter eum modum uiſionis, qui ſit per reflexionem à politis corporibus, quæ ſpecula dicimus, proſequentes, de omni reflexionis modo à quibuſcũq; ſpeculis exquiſitius pertractemus. Primo itaq; in præſenti quinto huius ſcientiæ libro præmittemus, quælibet illoꝝ quæ æſtimamus communia omnibus ſpeculis, & deinde adiungemus paſſiones quæ accidunt rebus & uiſui à ſolis ſpeculis planis, quorum ſpeculorum forma ſimplicior eſt formis omnium aliorum ſpeculorum, propter quod & ſpeculoꝝ planorum paſſiones quibuſdam alijs ſpeculis ſunt communes, ut patebit in libris ſequentibus, quibus alioꝝ ſpeculorum paſſiones proprias reſeruamus. Verumtñ ſicut in principio huius ſcientiæ diximus, non intelligimus in hoc tractatu per ſpecula corpora tantum formata & polita per artificium, ſed etiam ipſa corpora naturalia, à quorum

rum ſuperficiebus fit eadem reflexio, quæ & à corporum artificialium ſuperficiebus accidunt. Nec intelligimus quod ſolum hæc reflexio fiat ad uiſus animalium, ſed etiã ipſis uiſibus non præſentibus fit reflexio formarum, & accidit uiſibus, ſi in locis reflexarum formarum diſponantur, quod fiat reflexio ad ipſos, quod manifeſte patet per hæc, quia nõ in loco fit reflexio ad quodcũq; uiſum à ſpeculo quocũq;, eſt tñ in receptione harũ formarum reflexarum in uiſibus aliqua proprietas, & maxime in illis reflexionũ modis, in quibus fit aliqua deceptio in uiſu, ꝗuis aũt ut in procemio huius ſcientiæ diximus, idem imittatur in cõtrarium & in ſenſum, qm̃ unius rei una & eadem forma ſemper diffunditur per mediũ, propter quod eadẽ forma reflectitur à ſuperficiebus ſpeculorũ. quæ etiam in modo ſimplicis uiſionis directe uiſibus occurrit, nõ poteſt tñ in reflexione facta à ſuperficiebus ſpeculorũ quorũcũq; cõprehendi ueritas formæ, ſicut cõprehendiť in uiſione ſimplici directa. In reflexionibus em̃ à qbuſcũq; ſpeculis factis apparet forma rei, ut plurimum præ oculis ipſis uiſibus quaſi oppoſita, cũ tñ ſecundum ueritatẽ illis nõ opponatur. Lux quoq; & color corporis niſi ſemper miſcentur cũ colore ſpeculi, à quo fit reflexio, quã mixturam in reflexiõibus uiſus perficit, & nõ uerã lucẽ uel uerũ rei uiſæ colorẽ. Omnis quoq; reflexio, ut nos inferius perfectius declarabimus, debilitat luces & colores, unde in om̃i reflexione latet uiſum ueritas lucis & coloris, plus ꝙ in directa ſimplici uiſione, quæ uero ad hunc uiſionis modũ, quæ fit per reflexionẽ à quibuſcũq;, & à planis maxime ſpeculis præmittimus, ſunt iſta. Politio corporũ, eſt cõtinuitas partiũ ſuperficiei politi corporis ſine ſenſibilitate pororũ uel diuiſionis. Speculũ diciť omne corpus politũ opere artis uel naturæ. Linea incidentiæ dicitur illa, ſecundũ quã forma rei incidit ſupficiei ſpeculi. Linea reflexionis diciť illa ſecundũ quã forma reuerberata propter ſoliditatẽ ſpeculi quã penetrare nõ poteſt reflectitur ad uiſum. Punctus incidentiæ diciť ille punctus in quo linea incidentiæ incidit ſuperficiei ſpeculi, & idem eſt punctus reflexionis, qm̃ formarũ reflexio ad uiſum ſemper fit à puncto incidentiæ. Perpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, à quo fit reflexio, diciť linea orthongoaliter erecta à puncto incidentiæ ſuper ſuperficiẽ ſpeculi illius, à quo fit reflexio, ſi illa ſuperficies ſit plana; quod ſi illa ſuperficies ſit conuexa uel concaua, tunc diciť perpendicularis ſuper ipſam, quæ eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem planam illam ſuperficiem conuexam uel concauam in puncto incidentiæ cõtingentem. Superficies reflexionis dicitur ſuperficies cõtinens lineam incidentiæ & reflexionis, & perpendicularẽ à puncto contingentiæ ꝓductam ſuper ipſam ſpeculi ſuperficiem, uel ſuper ſuperficiem ipſam contingentem. Kathetus incidentiæ dicitur linea perpendiculariter erecta ſuper ſuperficiẽ planam ſpeculi, aut ſuper lineam rectã cõtingentem cõmunem ſectionem ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei ſpeculi conuexi uel concaui ducta à puncto, à quo incipit incidentia, ut à centro uiſus, uel ab alio puncto quocũq;, cuius forma à ſpeculo reflectitur ad uiſum. Kathetus reflexionis dicitur linea erecta ſuper illam eandem ſuperficiem uel lineam à puncto ad quã terminať ipſa linea reflexionis, ut à centro uiſus uel ab alio puncto ad quam reflexio terminatur. Superficies incidentiæ dicitur ſuperficies contenta à linea rei uiſæ, & à kathetis incidentiæ terminorũ illius lineæ. Angulus incidentiæ dicitur angulus quem in ſuperficie reflexionis continet linea incidentiæ, cum linea quæ eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei ipſius ſpeculi, & ſuperficiei ſpeculum in puncto reflexionis contingentis. Angulus reflexionis, dicitur angulus quem in ſuperficie reflexionis continet linea reflexionis cũ dicta cõmuni ſectione. Imago dicitur forma in ſpeculo cõprehenſa. Locus imaginis dicitur locus uiſionis illius formæ, ſ. locus in quo uidetur forma. Supponimus autem hæc. Rei elongatæ & approximatæ ſpeculo, extrema q̃nq; uideri. Item quòd uniformis ſituatio puncti rei uiſæ reſpectu ſuperficiei cuiuſcunq; ſpeculi à qua eius forma reflectitur, fit ſolum ſecundum kathetum ſuæ incidentiæ.

THEOREMA I.

Corporum terſorũ politorũ cuiuſcũq; figuræ ſint, ſuperficies à quolibet ſuorum punctorum luces colores & formæ rerum oppoſitarum reflectuntur ſecundum rectitudinem linearum.

Quoniam enim, ut patuit per primam ſecundi huius, forma lucis à corpore luminoſo ſemper ſecundum lineam rectam diffunditur in omne corpus ei oppoſitum, & ſimiliter forma colorata habentis actum luminis. Cum itaq; hæc incidunt alicui corpori terſo polito, quia in tali corpore non patet tranſitus lumini uel colori, propter talis corporis denſitatem & priuationem diafonitatis, cum ſint planaꝝ ſuperficierũ, in quibus nulla eſt aſperitas, ſemper ab illis fit luminis & coloris & formaꝝ reflexio, & ob hoc oppoſito ſpeculo lumini forti oblique incidenti, manifeſte fit ad parietem uicinum luminis reflexio & coloris, ſi color fuerit coniunctus lumini, & uidebitur lumen reflexum incidens parieti cum colore: & moto ſpeculo radius reflexus mouebitur mutans locum, & ablato ſpeculo lumen reflexum aufertur: et ſi à loco cui incidit radius luminoſus manus uel aliud corpus mundum uel politum ſecundum lineam rectã ducatur ad ſuperficiem corporis à qua fit reflexio, patens erit quoniã ſecundũ rectitudinem lineaꝝ reflexio eſt facta, quoniam ipſi experimentanti ſecundum lineam rectam ad corpus à quo fit reflexio redeunti ſuper reflexionem luminis accidit uideri: in omni itaq; polita ſuperficie cuiuſcunq; ſit figuræ, à quolibet ſuoꝝ punctoꝝ fit reflexio ſecundũ rectitudinem linearum, cadit enim in quodlibet punctũ corporis politi lux à quolibet puncto corporis luminoſi. Vnde ſicut oſtenſum eſt in 20. ſecundi huius, ſuper quodlibet punctum corporis politi fit pyramis, cuius uertex eſt in puncto corporis politi, & baſis in ſuperficie corporis luminoſi, & à quolibet puncto luminoſi corporis procedit pyramis, cuius uertex eſt in puncto corporis luminoſi, & baſis in ſuperficie corporis politi: & ſi à corpore luminoſo procedit lux ad corpus politum ſecundũ lineas æquediſtantes, ſi illæ lineæ quaſi columnam continentes terminant̃ ad baſes pyramidũ præmiſſaꝝ, per quaſcũq; autem lineas lumen corpori polito incidit, ſecundũ illaꝝ ꝓprietatem reflectit̃, ſiue ſint perpendiculares ſiue oblique, patet ergo propoſitũ, fit aũt à corporibus politis reflexio lucis, nõ aũt à corporibus non politis aſperis, qm̃ in illis ſunt pori & foueæ, quas ſubintrat lumen, & redit in ſe permixtũ cũ umbra illoꝝ corpoꝝ, unde non fit reflexio ſenſibilis ab illis.

II.

Ab omni corpore colorato præſente luce color ad corpus oppoſitum politum mixtum cum lumine mittitur, & quandoq; totaliter, quandoq; partim reflectitur ab illo, ſicut & ipſum lumen.

Quod hic proponitur experimentaliter declaratur. Sit enim ut intra domum unius tm̃ feneſtræ deſcendat lux ſolis ſuper corpus multũ coloratum forti colore, & ponatur in oppoſitione contra ipſum ſpeculum argenteum, & item contra ſpeculum ponatur uas concauum ad modum ſcyphi, quod ſit interius album, uel in quo ponatur corpus album, & aptetur taliter ut lux reflexa incidat ſuper illud corpus album, apparebit itaq; ſuper faciem albi corporis color illius corporis in quod primo fit deſcenſus lucis, color itaq; mixtim cum luce reflectitur, ergo etiã mixtim cum lumine incidit corpori polito, quod corpus politũ ſi denſum & durum fuerit, color cum luce totaliter ab ipſo reflectitur, ita ut non coloret corpus politũ. Si uero corpus politum ſit rarum & lucidũ actu, ſicut ſunt aqua & uitrum, & ſimilia, tunc reflectunt̃ ab illo colores & luces, & penetrant in illud, quod patet per hoc, quòd forma reflexionis ab his corporibus & debilioris lucis & coloris, q̃ ab his corporibus denſioribus q̃ ſint illa, & etiã circa aliquod punctum ſub iſtis corporibus, uel in iſtis uident̃ formæ lucis & coloris incidentes ſuperiori ſuperficiei iſtorum corporum, patet ergo illud quod proponebatur.

III.

Omnis reflexio debilitat luces & colores, & uniuerſaliter omnes formas.

Quoniam enim lux continua fortior eſt luce diſgregata per petitionem principij ſecundi huius, & quanto lux ab ortu ſuo plus elongat̃, tanto plus debilitatur, per 24. ſecundi huius, patet ꝙ cũ ſecũdũ aliq̃d corpus corpis luminoſi ꝓcedit lux ad ſupficiẽ corporis politi in modũ pyramidis, quod quanto magis elongatur à puncto illo, tanto maior eſt eius debilitatio, & propter elongationem ab ortu lucis, & propter diſgregationẽ:

lux

lux uero reflexa ab aliquo polito corpore plus debilitatur, tũ propter elongationẽ à loco reflexionis & diſgregationem, tum propter ipſam reflexionem. Luces quoq; ſecundum lineas æquediſtantes politis corporibus incidentes ſunt debiliores ꝙ luces oblique incidentes, qm̃ minus aggregantur. Colorum quoq; reflexio ꝗuis fiat ab omni corpore polito, ſicut & lucis, ut patet per primam huius, non tamen eſt multum ſenſibilis propter debilitationem quæ fit ex reflexione, & ꝓpter admixtionem coloris ipſius ſpeculi conformis ipſorũ colorum reflexorum, niſi forte à ſpeculo argenteo fiat reflexio. In ferreo enim ſpeculo color apparet debilior ꝙ color ferri mixtus cũ luce reflexa, & ipſo colore reflexo debilitat ipſum colorẽ reflexũ. Omnes itaq; reflexiones colorũ optime experiri poſſunt in domo unici foraminis, cui foramini albus paries opponit̃. Tunc em̃ in radio ſolis poſito ſpeculo argenteo, & ipſi ſpeculo & parieti interpoſita re aliqua colorata, erit reflexio coloris ad parietẽ albũ ſenſibilis. Idẽ quoq; accidit ſi in radio incidentiæ ipſius ſpeculi ponat̃ corpus diafonũ coloratũ, per ꝗd tranſeat radius incidẽs ipſi ſpeculo, utpote ſi ante feneſtram ponat̃ uitrum coloratũ, uel ſi modo ſimili ut experimentanti uidebit̃, diſponat̃. Cadente itaq; luce forti ſuper ſpeculũ argenteum & ipſa reflexa ſuper parietem albũ, notabiliter uidebit̃ lux parietis debilior ꝙ ſpeculi, eflexio ergo lucem debilitat. Et eodẽ modo color reflexus eſt debilior colore à quo fit reflexio. Palam ergo, quod reflexio debilitat luces & colores, ſed colores magis ꝙ luces. Colores .n. debiliori modo incidunt ꝙ luces, unde etiã in reflexione facilius debilitant̃. Color enim debilis cũ ad ſpeculũ peruenerit, miſcetur colori ſpeculi & immutatur ꝓpter illius admixtionem, quare color reflexus apparet debilis & tenebroſus, & uniuerſaliter formæ reflexæ ſunt debiliores ꝙ ſint ĩ loco à quo reflectunt̃. Sic ergo patet quod omnis reflexio eſt cauſa debilitatis, nam & hoc patet ſenſibiliter in luce, licet em̃ lux directa & lux reflexa æqualiter diſtent ab ortu ſuo, tñ debilior eſt lux reflexa. Opponat̃ em̃ in aere radio ſolis intranti per feneſtrã domus aliqua, in qua unica eſt feneſtra, ſpeculũ minus foramine, ita ut lux reſidua foraminis quæ nõ icidit in ſpeculo cadat in terrã ſuper corpꝰ album, & lux à ſpeculo reflexa cadat ſimiliter ſup corpus album eleuatum à terra, hoc obſeruato, ut ſit eadem diſtantia corporis eleuati & iacentis à centro foraminis feneſtræ, uidebitur itaq; ſuper corpus album eleuatũ, ad quod fit reflexio lux minor, ꝙ ſuper corpus iacens, cuius minoritatis ſola reflexio eſt cauſa, & idem poteſt in colorũ reflexione faciliter demonſtrari, & eodem modo, patet ergo propoſitum.

IIII.

Omnis lux reflexa, & ſi debilior ſit luce prima, eſt tamen fortior quàm lux ſecunda æqualiter ab origine diſtantibus ambabus, & idẽ eſt in colore.

Luce enim reflexa cadente in aliquod corpus, ſi aliud ſimile corpus ponatur extra locum reflexionis, & ſit cum illo eiuſdem elongationis à ſpeculo, uidebitur ſuper ipſum corpus ſecunda lux minor ꝙ in illo quod eſt poſitum in loco reflexionis, ſit em̃ quod in directo foraminis per quod radius domũ aliquã igreditur, ponatur ſpeculum in terra aſpiciens totam lucem radiꝭ incidentis per illam feneſtrã, quã lucem ſuperius in principio ſecundi libri huius ſcientiæ diximus lucem primam, tunc em̃ fiet palam, quòd erit lux fortior ſuper corpus in loco reflexionis poſitum, ꝙ ſuper aliud corpus ſimile poſitũ extra illum locum eũdem à ſpeculo elongatum. Et idem accidit ſi ſuperficies ſpeculi nõ ſuſcipiat radium directe ſed oblique. Idem etiam patet in coloribus, quoniam facta reflexione coloris à ſpeculo argenteo corpus album poſitum in loco reflexionis plurimum recipit coloris, aliud uero corpus æque album exiſtens extra locum reflexionis, & in eadem diſtantia à ſpeculo, apparet quidem coloratũ, ſed debilius ualde ꝙ corpus poſitum in loco reflexionis, & ſi ferreum fuerit ſpeculum forte in corpore quod eſt in loco reflexionis modicus uidebitur color, extra uero locũ reflexionis in corpore æque albo, quaſi nullus apparebit color, patet ergo propoſitum.

V.

Natura agit in omnibus ſecundum lineas breuiores.

Hoc uniuerſaliter patet in omnibus operibus naturæ, omnes enim motus naturales ſic fiunt, deſcendunt eñi grauia perpendiculariter ſup ſuperficiẽ horizontis. Sagittæ etiam emiſſæ uiolenter ab arcubus feruntur in linea breuiori ſecundum angulum ſuæ emiſſionis: per breuiorem enim lineam ab eodem termino in eundem terminum uelociter eſt motus: et quia ut in principio ſecundi libri huius ſcientiæ ſuppoſitum eſt, natura nihil agit fruſtra, neq; deficit in neceſſarijs, palam quod neceſſario agit ſecũdum lineas breuiores. Si enim poſſit operationem intentam complere per motum uel actionem per lineam a b, & agat per lineam a b c, omnis actio quam facit in linea b c eſt fruſtra, quoniam conſecuta eſt finem in puncto b, non ergo agit ſecundum aliquod punctum lineæ b c, & hoc idem per multa naturalia exempla patere poteſt. Vnde & animalia quorum motrix eſt anima ſecundum breuiorem lineam mouentᷓ ad terminũ, ut patet in rectitudine filorum aranearum, ex quibus texunt telas ſuas, quæ telæ & ſi non nunq; inueniantur circulares, ſunt tamen ex rectis filis & inſtamine, & in ſubtelari contextæ propter lineæ breuitatem. Idem quoq; patet in canibus, qui obmiſſis duobus lateribus trigoni, concurrunt per tertium, ac ſi naturaliter informati nouerint, quia duo latera trigoni maiores ſunt tertio, quod homines geometras edocet 20. primi Maximi Euclidis, patet itaq; propoſitum prout poſſibile nobis fuit.



VI.

Omnis reflexio luminis & coloris fit ſecundum lineas ſenſibiles latitudinem habentes.

Secundum enim tales lineas fit lucis incidẽtia etiã lucis minimæ ſuper corpus politum, ut patet per 3. ſecundi huius, latitudo itaq; lineæ reflexionis eſt æqualis latitudini lineæ incidentiæ: & linea mathematica, quæ eſt linea media totius lineæ reflexiõis, eundem habet ſitum in loco reflexionis, quẽ habet linea mathematica, quæ eſt linea media lineæ incidẽtiæ ſenſibilis in loco incidentiæ, & ſimiliter quælibet aliarum linearum mathematicarum in linea ſenſibili reflexionis eundẽ retinet ſitum, quã ſua compar in linea incidentiæ ſenſibili, & ob hoc lineis mathematicis pro ipſis ſenſibilibus non inconueniens eſt uti in tractatibus reflexionum, patet ergo propoſitum.

VII.

In reflexionibus factis à quibuſcũq; ſpeculis, fit deceptio propter intẽperantiam lucis, uel propter diuerſitatem ſitus, uel propter remotionem puncti cuius forma reflectitur, uel etiam centri ipſius uiſus à ſuperficie cuiuslibet ſpeculorum.

Vniuerſaliter enim quibuſcunq; modis contigit decipi uiſum circa intentiones uiſibilium per ſimplicem uiſionem uiſarum, eiſdem etiam modis cõtingit uiſum decipi in uiſione quæ fit per reflexionem, quoniam & hæc uiſio eſt quædam uiſio in qua forma lucis & colorum & aliarum intentionum uiſibilium ipſi uirtuti diſtinctiuæ præſentãtur, & hoc, ut patuit per primã quarti huius, et multis illius theorematibus, accidit octo modis, plurimum tamen manifeſtius fit hoc in ſpeculis, uel propter debilitatem lucis uel ꝓpter diuerſitatem ſitus, propter quam lineas reflexionum remoueri accidit ab axibus uiſualibus, uel propter remotionem puncti rei uiſæ, cuius forma reflectitur à ſuperficie ipſius ſpeculi, uel etiam propter remotionem ipſius centri uiſus, ad quod remota ſit reflexio à ſupficie ipſius ſpeculi. In alijs uero quibuslibet modis licet ſimliter cauſeẽ error in uiſione formarum reflexarum à quibuſcunq; ſpeculis ad uiſum, non eſt ille error tam ſenſibilis, ut in iſtis modis poſitis, nec tamen fit totalis excuſatio ab illis, patet ergo propoſitum.

VIII.

Specula à quibus regularis fit reflexio, ſunt tantum ſeptem.

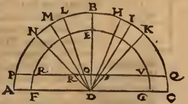
Quoniam

Quoniam enim regularis reflexio nō poteſt fieri niſi à corporibus regularibus: corpora uero regularia non poſſunt eſſe niſi corpora plurimū planarum ſuperficierum uel unius ſuperficiei concauæ uel conuexæ: ſicut autem patet ſenſui, licet corporum planarum ſpecies ſecundum figuras & numeri angulorum uarientur, quantum tamen ad naturam reflexionis in omnibus illis eſt identitas ſuperficiei planæ, cum nec enim in ipſis quo ad hæc uariatio inuenitur, ut aūt patet per 118. primi huius, omnis ſuperficies conuexa uel concaua regularis aut eſt pars ſuperficiei ſphæræ, aut columnæ, aut pyramidis rotundæ. Sic ergo habentur in uniuerſo ſeptem ſpecula, quorum unum eſt planū cuiuſcunq; figuræ, & tria ſunt cōuexa, ſphærica, columnaria uel pyramidalia, & tria ſunt concaua, ſphærica, columnaria uel pyramidalia, nec eſt poſſibile plura eſſe ſpecula à quibus regularis fiat reflexio, patet ergo propoſitum.

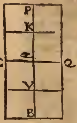
IX.

Inſtrumentum conſtituimus, in quo modi omnium reflexionum à quibuſcunq; regularibus ſpeculis inſtrumentaliter declarantur.

Aſſumatur ſemicirculus æneus conuenientis ſpiſſitudinis, utpote medietatis grani ordei uel circa illud, & conuenientis quantitatis, qui ſit a b c, cuius diameter ſit a c, & eius centrum d, producatur'q; linea d b perpendiculariter ſupra diametrū a c, per 5. primi, eſt ergo d b ſemidiameter circuli diuidens ſemicirculum per æqualia per ultimā ſexti: abſcindatur itaq; ex linea d b ſuperius ſexta pars ipſius per undecimam ſexti, q̄ ſit b e, & ſecundum quantitatem lineæ e d à centro d, fiat ſemicirculus qui ſit f e g: arcus itaq; b c diuidatur in partes quot libuerit ſecundū puncta h i k, & arcus b a in totidem partes diuidatur ſecundū puncta l m n: itaq; arcus l b fiat æqualis arcui b h, & arcus m l arcui h i, & arcus n m arcui i k, per 23. primi, & 25. tertij, productis lineis d h, d i, d k, d l, d m, d n, deinde iterū à ſemidiametro b d, inferius abſcindatur ſexta pars ipſius, quæ ſit d o, & à puncto o ducatur linea æquediſtans diametro ſemicirculi quæ eſt a c, per 31. primi, quæ ſit p o q, hanc itaq; interſecabunt omnes lineæ ad partes diuiſionis à cētro d productæ, punctus ergo in quo linea d n ipſam interſecat ſit r, & in quo linea d k ſit s, & puncta in quibus interſecat ſemicirculus f e g ſint t & u, deinde à totali ſemicirculo abſcindatr̄ pars d'a, p r, ex una parte & ex alia pars a c, q s, & planentur optime ſuperficies, & acuatur d, centrum aſſumpti ſemicirculi quaſi punctus, ita ut ipſum punctum d maneat in eadem ſuperficie ſemicirculi cum lineis productis: nos aūt quātitatem lineæ b e, quæ eſt ſexta pars ſemidiametri d b, deinceps digitū appellamus, eſt ergo diameter a c, duodecim digitorum. Deinde aſſumatur tabula lignea quadrata plana, cuius latus ſit 14. præmiſſorum digitorum, excedens diametrum a c, duobus digitis, & ſpiſſitudo eius ſit 7. digitorum, & in hac tabula ſignetur punctus medius per 40. primi huius, & ſuper ipſum fiat circulus ſecundū quantitatem lateris tabulæ, hic ergo excedit circulum a b c, quantitate unius digiti ex omni parte, quoniā eius diameter in duobus digitis excedit diametrum a c, fiat iterum ſuper idem centrum tabulæ ligneæ circulus æqualis circulo f e g, diuidatur'q; circulus tabulæ ligneæ proportionaliter ſemicirculo æneo, qui eſt a b c, ita ut prima pars circuli lignei reſpōdeat primæ, & ſecūda ſecūdæ & ſic deinceps, & à centro tabulæ ligneæ ducantur ad pūcta diuiſionis lineæ rectæ, & rotundeť tabula lignea extrinſecus ſecundū circulum maiorem, & excidatur pars interior tabulæ minori circulo contenta, remanebit'q; quædā armilla lignea cuius latitudo eſt duorum digitorum, diameter exterioris circuli 14. interioris circuli 10. & totius armillæ ꝓfunditas uel altitudo erit 7. digitorum, cuius ſuperficies curuæ optimæ planentur ad modum columnæ rotundæ: remanebunt'q; in ſuperficie plana illius armillæ lineæ diuidentes circulum ſecundum diuiſionem ſemicirculi a b c, à capitibus itaq; illarum linearum producantur lineæ in ſuperficie conuexa altitudinis armillæ perpendicularis ſuper planam ſuperficiē



latitudinis ipſius: ponatur enim pes circini ſuper terminũ lineæ diuidẽtis circulũ, & fiat
ſemicirculus in ſuperficie conuexa armillæ, qui diuidatur per æqualia per 19. tertij, & ꝑ
ducatur à puncto ad punctum linea, palam per 105. primi huius, quoniam illa linea eſt
perpendicularis ſuꝑ ſuꝑficiẽ latitudinis, quæ pars eſt baſis columnæ, & eodẽ modo à ter
minis illarum diuidentium producantur perpendiculares in ſuperficie armillæ conca-
uæ. In qua etiã ſuꝑficie ex parte planæ ſuperficiei nõ diuiſæ ſumatur altitudo duorũ di-
gitorum, & in perpẽdicularibus lineis omnibus in illa ſuperficie productis, fiant ſigna,
& ſecundum ſigna illa fiat circulus æquediſtans planæ ſuperficiei armillæ, immiſſa ta-
bella ænea, ſecundum ſigna illa fiat circulus æquediſtans planæ ſuperficiei armillæ im-
miſſa tabella ænea quantitatis circuli f e g, uel alio modo prout cõuenientius poſſit fie-
ri, & ſecundum quanritatem medietatis grani ordei fiant alia ſigna intra illos duos digi
tos, & circunducatᷣ circulus æq̃diſtans priori circulo ſecundũ quantitatẽ ꝓmiſſam me-
dietatis grani ordei, & ſub hoc ſecundo circulo intra altitudinem duorum illorum digi-
torum, ſecundũ profunditatem ſemicirculi ænei a b c, ſignentur alia pũcta in prædictis
perpendicularibus, & iterũ fiat circulus ſecundũ illa pũcta, & excepto per aliqua inſtru
menta illo corpore ligneo inter hos duos ſecũdos circulos exiſtente, fiat concauitas uni
us digiti profunda, & coaptetur huic cõcauitati ænea ſemicirculi portio, quæ eſt p b q,
quæ intrabit concauitatẽ uſq; ad portionẽ minoris circuli quæ eſt t e u, ideo quod di-
ſtantia iſtorum duorum arcuũ eſt unius digiti, & eadem eſt profunditas cõcauitatis fa-
ctæ in tabula lignea, fiat aũt taliter ut ſuperficies circuli f e g, diuiſa per lineam à centro
d, ad circumferentiam producta, ſit ad partem ſuperficiei armillæ, diuiſæ: lineæ itaq;
perpendiculares ductæ in concaua ſuperficie armillæ, tangent lineas diuiſionis circu-
li f e g, & cadent perpendiculariter ſuper ſuperficiem circuli f e g. Item in conuexa
ſuperficie armillæ ex parte ſuperficiei non diuiſæ ſignetur punctus in qualibet perpen
dicularium productarum ſecundum diſtantiã duorum digitorũ ab ipſa plana ſuperficie
nõ diuiſa, & poſito pede circini ſuper quodlibet punctorum ſignatorũ, fiant circuli, quo
rum cuiuslibet diameter ſit æqualis quantitati grani ordei, & ſecundum illorum circulo
rum quantitatem fiant foramina columnaria rotunda, & inde aliquo ipſorum coapte-
tur baculus ligneus, qui cum tranſierit ad interiorem concauitatem armillæ, tanget ſe-
micirculi f e g ſuperficiem, quoniam ut patet ex præmiſſis centrũ cuiuslibet illorũ circu-
lorum paruorũ, erit in circũferentia circuli prius ſignati in ſuperficie concaua armillæ,
à quo diſtat ſuperficies circuli ænei qui eſt f e g, ſecundum quantitatem medietatis gra
ni ordei. Deinde firmatur alia tabula lignea quadrata, cuius diameter ſit æqualis diame



tro armillæ ligneæ, & perquiſito puncto medio ipſius ꝑ 40. primi huius, ab
illo puncto medio circũducatur circulus ad quantitatem ſemidiametri d e,
& hic circulus erit æqualis circulo f e g, & baſi concauitatis armillæ. Item
ſuper centrum huius circuli fiat quadratum, cuius latera ſint quatuor digi-
torum lateribus ſuis æqualiter diſtantibus à lateribus tabulæ huius ligneæ,
quod poteſt fieri per 41. primi huius, & fodiatur hic quadratum ad ꝓfundi
tatem unius digiti, & planentur omnes ſuꝑficies concauitatis ſuæ, ut fiant
rectangulæ, & fundus eius fiat planus. Deinde huic tabulæ coaptetur im-
mobiliter baſis armillæ, ita ut circulus minor huius tabulæ applicetur con-
cauitati armillæ. Deinde fiat columna ferrea concaua aliquantum ſpiſſa,
cuius baſis diameter ſit æqualis quãtitatis grani ordei, ſicut diametri fora-
minum, & ponatur illa columna in prius factis foraminibus, quæ cũ peruenerint ad con
cauum armillæ, continget lineas in circulo f e g productas, fiat aũt in capite columnæ
quodcũq; artificium, non permittens columnam intrare niſi ad locum determinatum,
& ut firmius ſtare poſſit, modicum ceræ ſibi circumponatur, etiã tantæ longitudinis co
lumna, ut procedens ſuper ſuperficiem circuli f e g, contingere poſſit latus quadrati cõ
caui in tabula lignea, quod eſt æquediſtãs lineæ r s, ductæ in ſuperficie circuli ænei. De-
inde fiant ſeptem regulæ ligneæ planæ æquediſtantiũ ſuperficierũ orthogonaliũ, æqua-
les & penitus ſimiles, quarum longitudo ſit digitorum ſex, latitudo quatuor, & ſpiſſitu
do com-

do cõmunis, ut inferius neceſſitas ipſius finis edocebit, & una ipſarũ adaptetur quadrato concauo, ita ut orthogonaliter cadat ſuper fundũ quadrati concaui, & ut faciliter intret ſine compreſſione, ducaturq́ȝ taliter ut punctus d, centrum ſcilicet circuli a b c, contingat unam ſuperficierum latitudinis regulæ, & in puncto contactus fiat ſignum in regula quod ſit x, & à pũcto ſignato x, producatur in extremitatẽ regulæ linea æquediſtãs longioribus lateribus regulæ, quæ ſit b x p, & palam quoniam illa erit linea longitudinis regulæ, deinde in longiori parte illius lineæ à pũcto x ſignato, ſumatur altitudo medij grani ordei, & fiat ibi pũctum z, erit itaqȝ z medius pũctus longitudinis regulæ, centrisq́ȝ foraminum oppoſitus directe, centra enim foraminum altiora ſunt ſuperficie circuli a b c, in quantitate medij grani ordei, & diſtant à baſe armillæ per duos digitos: punctus ergo z diſtat ab eadẽ baſe per duos digitos, & regula in quadrato concauo per digitum unũ, & quia ab extremitate regulæ uſqȝ ad punctũ z, ſunt digiti tres, longitudo quoqȝ regulæ eſt tantum ſex digitorum, patet quod punctum z, eſt medium longirudinis regulæ, ducatur itaqȝ per punctũ z, lineæ æquediſtans lineis extremitatum latitudinis regulæ, quæ ſit t q, eſt itaqȝ linea longitudinis regulæ quæ eſt b p, diuiſa per æqualia in puncto z, cuius item medietates quæ ſunt b z & z p, diuidantur per æqualia in pũctis k & y, ſemper ductis lineis latitudinis à punctis ſectionis k & y, perpendiculariter ſuper lineam longitudinis b p, æquediſtanter lineæ c q, ſic ergo erit linea b p, & communiter tota regula diuiſa in quatuor partes æquales, & hoc modo oẽs aliæ ſex lineæ diuidantur, et factum eſt quod proponebatur.

X.

In ſpeculis planis radij oblique incidentis fit ad aliam partẽ reflexio: ſemperq́ȝ angulum incidentiæ æqualẽ eſſe angulo reflexionis experimentaliter comprobatur.

Fiat itaqȝ ex ferro mundo ſpeculum planum circularis figuræ, cuius diameter modo præmiſſo ſit trium digitorum, & concauetur regula præmiſſa ſecundum centrum z, qui eſt medius punctus regulæ circulariter ad quãtitatem diametri ſpeculi, & profundetur ſecundum ſpiſſitudinem ipſius ſpeculi, apteturq́ȝ taliter, ut una fiat ſuperficies ſpeculi & regulæ, & ut centrum circuli rotunditatis ſpeculi directe ſuperponatur puncto z, linea itaqȝ c q diuidens latiorem ſuperficiem regulæ per duo æqualia, diuidet etiam ſuperficiẽ ſpeculi per duo æqualia, & in hoc experimentantis diligentia conſiſtat. Immittatur itaqȝ ligneæ armillæ hæc regula, donec centrum d, quod eſt acumen tabulæ æneæ cadat ſuper ſpeculum, & tunc illa regula ſit cum ſpeculo in figura quadrato concauo per aliquod artificium appodiata ne uacillet, ſed ſtet firma. Deinde bene obſtruentur oĩa foramina inſtrumẽti præter unum, quod oblique ſuper regulæ ſuperficiem declinet, & ſit exẽpli cauſa foramẽ correſpondens lineæ d l in circulo a b c æneo, & hoc foramen apertum, adhibeatur radio ſolis, & melius eſt ſi radio ſolis per feneſtram domus intranti. Radius itaqȝ ſpeculo plano incidens uidebitur reflecti ad foramen aliud correſpondens lineæ d h in circulo a b c æneo, & ſi foramen illud puncti h aperiatur, & cũ foramen prius opertum quod fuit puncti l, obſtruatur, reflectitur recte radius in illud foramẽ coopertum. Angulus autẽ b d l eſt æqualis angulo b d h, ut patet ex hypotheſi in præmiſſa, ergo angulus l d a eſt æqualis angulo b d c, quoniam totus angulus b d a eſt æqualis toti angulo b d c, quia uterqȝ eſt rectus. Si etiam imponatur foramẽ aperto columna ferrea concaua, de qua præmiſimus, deſcendit lux per columnæ cõcauitatẽ ad ſpeculum, & reflectetur in foramine reſpiciens æqualem angulum ut prius. Et ſi ad ſecũdum foramen columna transferatur, reflectetur radius ad primum, ſemper tamen erit debilior lux per columnam deſcendens quàm ſine columna per ipſum foramen deſcendẽs, & illud eſt experimentandi modus, ſi aliquod foramen cum cæra obſtruatur, & circa centrum eius cum ſtilo ferreo fiat modicum foramen, tunc enim lumen reflectetur in ſimile ſpacium paruum circa centrum foraminis alterius, illud primum in anguli æqualitate reſpicientis, & ſi concauitas columnæ ferreæ concaua obturata fuerit facto foramine primo ſecũdum centrũm ſuæ baſis, deſcendet lux p axem columnæ, & ad centrum alterius foraminis, &

nis, & reflectetur ſemper æqualitate angulorum in omnibus obſeruata. Et ſi aptetur inſtrumentaliter, ut lux per duo foramina reflectetur ſimiliter per alia duo illis ſimilia, ſemper enim declinatio linearum reflexionis eſt æqualis declinationi linearum incidentiæ, & quoniam linea l x p, quæ eſt linea media longitudinis regulæ, eſt orthogonaliter ſup lineam latitudinis regulæ inferiorem æquediſtantem lineæ c q, quoniam illa eſt cõmunis ſectio ſuperficiei regulæ & ſuperficiei fundi quadrati concaui æquediſtantis ſuperficiei a b c circuli ænei, & linea media ſuperficiei fundi æquediſtat lineæ d b, quæ eſt media diameter circuli, & quia linea quæ eſt communis ſectio ſemicirculi a b c, & ſuperficiei regulæ in qua eſt linea latitudinis regulæ & æquediſtans communi ſectiõi ſuperficiei fundi & regulæ per 28. primi, quoniam linea b x p, cadit perpendiculariter ſuper ambas illas lineas latitudinis regulæ, & quoniã lineæ b x p, eſt erecta ſuper ſuperficiem fundi p lineæ, per 23. primi huius, quoniam linea b x q eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem circuli a b c æquediſtanter ſuperficiei fundi tabulæ, ergo per diffinitionem lineæ ſuper ſuperficiem erectæ diameter d b eſt perpendicularis ſuper lineam b x p, cũ ſecent ſe in puncto d, eſt ergo linea d b erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi plani, & ſuper eius circuli diametrum, quia ſuperficies circuli a b c eſt æquediſtans ſuperficiei circuli tranſeuntis per centrum foraminum, quoniam diſtantia omnium centrorum foraminũ à ſuperficie circuli a b c, eſt eadem ſcilicet medietas quantitatis grani ordei. Superficies uero tranſiens centra omnium foraminum ſecat columnã ferream per axem, eſt ergo axis columnæ in illa ſuperficie, & quia columna ferrea in ſuo deſcenſu tangit aliquam linearum in ſup ficie circuli a b c à centro d, ad circunferentiam productarũ, utpote lineam d b, uel lineã d m, uel aliquam aliam aliarũ linearũ, palam per præmiſſa, quia axis columnæ æquediſtat illi lineæ quæ tangitur per lineam lõgitudinis columnæ, & quoniam per quodcũq; foraminũ columnã deſcendẽte, ſemp axis eius cadit in linea b x p et in punctũ z, linea uero z d b, ſemper eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem a b c, linea quoq; à pũcto z, ipſius regulæ protracta ad centrum foraminis, quod eſt contingens punctum n, eſt æquediſtans lineæ d n, & ſimiliter de alijs centris foraminũ & punctis m l h i k, ſignatis in circũferentiã a b c, omnes enim ſemidiametri foraminum ſunt æquales & æquediſtantes lineæ z d, per 25. primi huius, ſunt enim omnes ſemidiametri foraminum perpendiculares ſuper ſuperficiẽ circuli a b c, quoniam ſunt partes lineæ longitudinis armillæ, lineæ itaq; l d & d h, ſunt æquediſtantes duabus lineis imaginatis duci à puncto regulæ quod eſt z, ad centrum duorum foraminum contingentium puncta l & h, per 33. primi, ergo per 10. undecimi, anguli ab illis lineis in ſuperficiebus æquediſtantibus contenti ſunt æquales, & ſi à puncto z, ducatur linea ad cẽtrum medij foraminis, erit ipſa per præmiſſa æquediſtans lineæ d b, diuidens angulum linearum ſecum concurrentium per æqualia, ſicut linea d b diuidit angulum l d h per æqualia, patet ergo propoſitum.

XI.

In ſpeculis planis radium perpendiculariter incidentem reflecti in ſe ipſum inſtrumentaliter declaratur.

Remanente enim omni diſpoſitione inſtrumenti ut prius, & regula in qua ſitum eſt ſpeculum planum erecta ſuper fundi quadrati concaui, quod eſt in tabula lignea, quæ eſt baſis inſtrumenti, obturentur omnia foramina præter mediũ cui reſpondet ſemidiameter d b circuli a b c, & fiat baculus columnaris ad quantitatem foraminis, cuius extremitas acuatur ita ut remaneat ſolus pũctus qui eſt terminus axis eius qui immittatur foramen ad ſpeculum, ſigneturq; incauſto punctus in quem ceciderit. Deinde extracto baculo opponatur foramen apertũ radio, cadetq; radius ſuper pũctum ſignatũ, & circa ipſum efficiet circulum, ſignetur itaq; in fine huius lucis circularis pũctum, & ſecundum quantitatem lineæ interiacentis puncta ſignata, fiat circulus qui erit maior circulo foraminis, per 36. ſecundi huius, quoniam ſemper proceſſus lucis per foramen ingredientis eſt in modum pyramidis, in nullo aũt aliorum foraminum neq; in aliqua parte concauitatis armillæ uidebitur lux reflexa, palam ergo quòd lux deſcendens per axem reflectitur per eandem, & ſecundum illius reflexionem ordinatur totalis reflexio luminis inci-

incidentis, quamuis autem uideatur lux circularis circa baſem interiorem foraminis maior luce incidente uel radio, & quamuis illa lux uideatur maior ipſius lucis interioris circulo, palamq́ʒ fit illam lucem apparere per reflexionē, nō tamen accidit hoc ꝑ reflexionem radij perpendiculariter incidentis, qui eſt axis illius pyramidis luminoſæ: ſed accidit hoc propter reflexionem aliorum radiorum pyramidis oblique ſpeculo incidentiū, qui etiā ſecundum modū ſuæ obliquitatis ad partes oppoſitas, & nō in ſe reflectunť, qđ patet, ſi obturetur per cærā utraq́ʒ baſis foraminis, facto modico foramine ſecundū axē, tunc enim radio ſolis per uiam tantum axis deſcendente non apparebit lux reflexa circularis circa interiorem baſem foraminis, patet ergo quod non procedat illa lux circularis ex reflexa luce axis, ſed ex reflexione lucis oblique incidentis ipſi ſpeculo. Quod ſi regula in qua ſitum eſt dictum ſpeculum planū aliquantum retrorſum inclinetur, tūc palam eſt quod radius per medium foramen incidens non cadit perpendiculariter ſuper ſuperficiem ſpeculi, uidebiturq́ʒ lux reflexa à medio foramine remota ſecundū medium declinationis ſpeculi, ſemper tamen centrum lucis cadet ſuper lineā ductam in concaua ſuperficie armillæ perpendicularem ſuper ſuperficiem a b c circuli ænei, & deſcendentem per centra baſis foraminis medij, hoc enim ſecat ſemper lucem circularē reflexā & diuidit circulum eius per mediū, & ſi regula ad latus dextrum uel ſiniſtrum declineť, ſemper radius ſecundū hoc obliquabitur, regula uero ad rectitudinem redeunte, reuertetur lucis reflexio ad interiorem baſem foraminis ut prius, patet ergo propoſitū, ſemper enim in ſpeculis planis radius perpendiculariter incidens reflectitur in ſe ipſum, ſed in radijs oblique incidentibus angulus incidentiæ fit æqualis angulo reflexionis, ut patet per præmiſſum.

XII.

In ſphæricis conuexis ſpeculis radio incidente & reflexo, ſemper angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis, ex quo patet quia radius perpendicularis reflectitur in ſe ipſum.

Fiat ex ferro mundo ſpeculum ſphæricum conuexum hoc modo. Deſcribatur circulus maximus ſphæræ, cuius diameter ſit g, ſex digitorū aſſumptorū ut prius, & inſcribatur ei linea æqualis ſemidiametro per primam quarti huius, itaq́ʒ erit corda trium digitorum, ducatur quoq́ʒ à centro ſphæræ ſemidiameter perpendiculariter ſuper illā cordam per 12. primi, & producatur ad arcum, cadetq́ʒ in medium arcus punctum per 4. primi, & ꝑ 27. tertij, eritq́ʒ ſuus uerſus minor medio digito, abſcindatur itaq́ʒ illa minor portio circuli, & ſecundum illius quantitatem & concauitatem fabricetur ſpeculum, qđ linietur & poliatur planiſſime extrinſecus, aſſumaturq́ʒ regula lignea ſimul penitus priꝰ ſumptæ in omni lineatione & creatione, & facta concauitate in linea ad modum ſpeculi, applicetur ſpeculum regulæ ita ut mediū punctū conuexi ſpeculi cadat ſuper z medium punctū regulæ, & ſit in ſuperficie ipſius regulæ quod poteſt ſciri per applicationē alterius regulæ uel alicuius ut placuerit. Erigatur quoq́ʒ regula cū ſpeculo orthogonaliter ſuper fundum quadrati, ut in ſpeculis planis, & operatione priori reperitur, & luce ꝑ foramē obliquādo uel mediū deſcendente fiat reflexio ut prius, & ſimiliter fiet ſi regula declinetur. Semper enim luces per diuerſas lineas obliquas ſpeculo ſphærico conuexo incidentes, per diuerſas lineas obliquas reflectuntur, & quæ ſecundum perpendiculares lineas ſpeculo luces incidunt reflectentur in ſe ipſas, & ſemp angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexiōis, qđ proponebať.

XIII.

In ſphæricis concauis ſpeculis radio incidente & reflexo, ſemper angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis.

Fiat ſpeculum ſphæricum ut ſupra, & ſecundum conuexam portionem illius circuli limetur & poliatur planiſſime intrinſecus, & aſſumatur alia regula lignea ſimilis priori, & coaptetur ei ſpeculum taliter, ut circulus baſis ſpeculi ſit in ſuperficie regulæ, & centrum illius circuli cadat in punctum z, & linea c q, quæ diuidit ſuperficiem regulæ per æqualia, continuetur diametro baſis ſpeculi, & fiat iſtorum diligens inquiſitio per artificium quod induſtriæ experimentantis committimus. Immittaturq́ʒ regula cū ſpeculo ipſi inſtrumento ut prius, & fiat operatio ſimilis omnino priori, ſic tamen ut ſemp punctus d,

præmiſſi conuexi pyramidalis ſpeculi conuexitati,& poliatur interius,applicetur'qꝫ uni linearum ſimilium,taliter ut medius punctus eius ſit ſuper punctū z,& ut acumen eius ſit directe in linea b p,& ut corda arcus ipſius baſis ſit in ſuperficie regulæ:cum aūt linea longitudinis portionis pyramidalis ſpeculi ſit quatuor digitorū & dimidij,reſtat ex lōgitudine regulæ digitus & dimidius tam in ſpeculo concauo quàm in conuexo. Immiſſa quoqꝫ regula cum ſpeculo in inſtrumentum fiat operatio ut prius,accidentqꝫ omnia quæ in ſpeculis pyramidalibus conuexis accidebant in reflexione radiorum oblique incidentium ad angulos æquales,& in reflexione radiorum perpēdicularium in ſe ipſos, patet ergo propoſitum,palam itaqꝫ ex præmiſſis,quoniam in omni reflexione à quibuſcunqꝫ ſpeculis politis regularibus,ut ſunt hæc ſeptem ſpecula, ſemper radius ſuper lineā rectam perpendiculariter incidens ſecundum eandem rectam perpendicularem reflectitur,& quod radius ſecundum lineam rectam oblique incidens ſecundum aliam lineā obliquam reflectitur,ita tamen quòd angulus incidentiæ eſt ſemper æqualis angulo reflexionis, unde hoc inuento propter rationabilem ſenſus experientiam ſemper ut uniuerſali principio deinceps in omnibus his ſpeculis utemur, & licet hoc ut quidem huius ſcientiæ principium ſit experimentaliter declaratum,poteſt tamen etiam per aliquē demonſtrationis modum ad ipſius ſcientiā perueniri,unde nos ipſum prout diligentius poterimus tentabimus demonſtrare,propter quod duo ſequentia theoremata duximus præmittenda.

XVIII.

Omnis res uiſa per ſpeculum quodcunqꝫ, ſub breuiſſimis lineis comprehenditur à uiſu.

Sit ſpeculum in cuius ſuperficie ſit linea recta uel curua, quæ ſit a c b, rei quoqꝫ uiſæ punctus ſit d,& centrum oculi ſit f,& punctus d uideatur reflexus à puncto ſpeculi c, dico quòd lineæ f c & d c, ſunt breuiores omnibus lineis protractis à pūctis d & f,ad quælibet alia puncta ſpeculi,ducantur enim à puncto alio ſuperficiei ſpeculi quod ſit e,lineæ e d & e f, quæ non ſint breuiores quàm lineæ c d & c f, neqꝫ æquales illis, ſed longiores, quia ergo ut patet per 5.huius,natura in omnibus agit ſecundum lineas breuiores: multiplicatio uero formarū ad ſuperficies ſpeculorū eſt naturalis,qm̄ ſit operæ naturæ,ſicut et om̄is alia diffuſio formarum,ut in philoſophia naturali capitulo De naturali actione oſtendimus,& ſimiliter reflexio formarum à ſuperficiebus ſpeculoꝝ ad uiſum eſt puræ naturalis,quoniā ſit ab operæ naturæ,& cōpletur per actionē animæ,ſicut & omnis alia uiſio,ut patet ꝑ totū quartū huius noſtræ ſcientiæ librū. Eſt aūt anima tanquā natura animaliū,patet ergo quòd huius diffuſio formæ & reflexio & cōprehenſio quæ ſit ſecundum ipſam eſt uere naturalis, fiat ergo ſecundum lineas breuiores, quod eſt propoſitū, fruſtra enim fieret ſecundum lineas longiores,cū poſſit melius & certius fieri ſecundū lineas breuiores.

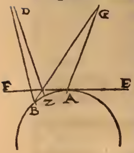
XIX.

Lineæ incidentiæ & reflexiōis cōtinentes angulos æquales cum perpendiculari à puncto ſui concurſus ſuper ſuperficiem ſpeculi plani uel conuexi extracta,ſunt breuiores oībus lineis ab eiſdem terminis ſuper eandē ſuperficiem ſpeculi ꝓductis cōtinentibus angulos inæquales cum perpendicularibus à punctis ſui concurſus extractis.

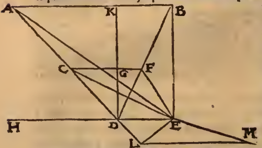
Quod hic ꝓponitur faciliter per 17 & 18.primi huius,poteſt demōſtrari, ſed quia aliter eſt idem demonſtrabile.Sit res uiſa quæcūqꝫ,in qua ſit pūctus c,& ſit ſpeculum planum,in cuius ſuperficie ſit linea h d e,ſit aūt nūc exempli cauſa ſpeculū planū datum,erit ergo linea h d e linea recta, lineæ quoqꝫ contingentes angulos æquales cum linea h d e ſicut c d & d f,aut ergo centrum oculi erit in eadem linea æquediſtāte lineæ h d e, in qua eſt c punctus rei uiſæ,aut nō.Eſto itaqꝫ punctū oculi f,& protrahaꝫ linea c f,& extrahatur à pūcto d,perpendicularis ſup ſpeculi ſuperficiē ꝑ 12.undecimi,q̄ ꝓtracta,quia ſecat angulum c d f.patet ꝑ 29.primi,qm̄ ipſa ſecabit lineam c f,eſt em̄ in eadem ſuperficie cū illa.huius ergo perpēdicularis ꝓducta ad lineā c f ſit d g,erit ergo linea d g,perpendicularis ſuper lineam c f æquediſtantem lineæ d e per 29.primi, quia ergo c d h angulus eſt

 æqua

æqualis f d e angulo, dēptis illis angulis æq̄libus à duobus rectis, qui ſunt g d h & g d e, erunt anguli reſidui æquales, eſt ergo angulus c d h æqualis angulo g d f, & quoniã trigonorum c d g & f d g, ambo anguli qui ſunt ad punctũ g ſunt recti, palam per 32. primi, quõ angulus d c g & d f g ſunt æquales, ſunt itaq; trigoni c d g & f d g æquianguli, latera ergo æquos angulos reſpicientia ſunt proportionalia per 4. ſexti, & quoniam latus d g æquale eſt ſibijpſi, erit latus f d æquale lateri c b, ductiſq; lineis f e & c e ſuper punctum e punctũ lineæ d e, quæ ut patet ex præmiſſis eſt æquediſtans lineæ e f, patet quod linea c e eſt maior quàm linea f e, p 19. primi, eſt enim angulus c f e maior angulo g f d, & angulus f c e eſt maior angulo g c d, reſtat ergo ut angulus c f e ſit maior angulo f c e,



& quòd linea c e ſit maior quàm linea f e, et quia ſuper eandem baſem quæ c f, & inter lineas æquediſtantes quæ ſunt d e & c f, collocatur trigonum c f d cuius latera c d & d f ſunt æqualia, & trigonum c f e, cuius latera c e & f e ſunt æqualia, ut patet ex præmiſſis, dico quod latera c d & d f ambo ſimul ſumpta ſunt maiora ambobus lateribus c e & f e ſimul ſumptis, producatur enĩ linea c d ultra punctũ d, in cõtinuum & directũ ad punctũ l, ita ut linea d l ſit æqualis lineæ d f, ſed & linea c e quæ eſt longius latus trigoni c f e, ꝓducatur ultra punctũ e ad punctũ m, donec linea c m ſit æqualis lineæ e f, & copuletur linea l m & linea e l, & quia angulus f d c eſt æqualis angulo f d c, per 29. primi, & angulus d f c eſt æqualis angulo d c f, ut patet ex præmiſſis, angulus uero e d l æqualis eſt angulo f c d, per 29. primi, erit ergo angulus f d e æqualis angulo e d l, ſed linea d l eſt æqualis lineæ d f, et linea d e eſt ambobus trigonis quæ ſunt f d e & e d l cõmunis, ergo per 4. primi, eſt linea f e æqualis lineæ l e, ergo & lineæ e m g per 5. primi, anguli e l m et e m l ſunt æquales: totalis ergo angulus c l m eſt maior angulo c m l, ergo per 19. primi, linea c m eſt maior quàm linea c l, duo ergo latera c e & c f, pariter accepta maiora ſunt duobus lateribus c d & d f pariter acceptis, quod eſt propoſitum. Si autem uiſus & res uiſa non ſunt in eadem linea æquediſtante lineæ h e, ſit punctus rei uiſæ ut prius c, & centrum uiſus ſit b, & ducatur linea b a æquediſtans lineæ h d e, q̄ eſt in ſpeculi ſuperficie, & producatur linea d c ad punctum a, & protrahantur lineæ c d, b d, c e, a e, e b, & ſint lineæ cõtinentes æquales angulos cũ linea d e, quæ c d & d b, inæquales uero angulos contineant c e & b e, erũt ergo ut ſupra lineæ a d & b d æquales, ꝓducta perpendiculari d k à puncto d, cõparato ergo trigono a d b ad trigonum a e b, erunt lineæ a d & d b minores quàm lineæ a c & e b, ut



ut patet ſecundũ præmiſſa. Cũ enim lineæ a d & d b ſunt æquales per 2. ſexti, ideo quia lineæ c d & d f ſunt æquales, lineæ uero a e & b e ſint inæquales, erũt duo latera a e & b e ſimul iuncta maiora duobus lateribus a d & d b ſimul iũctis, ergo cũ a c & c e duo latera trigoni a c e, p 20. primi, ſint lõgiora latere a e, erunt iſtæ tres lineæ a c, c e, e b, longiores duob9 lineis q̄ ſunt a d & d b, ergo dēpto hincinde ipſo a c cõmuni, remanebũt lineæ c e & e b maiores q̄ lineæ c d & d b, quod eſt ꝓpoſitũ. Et eodē modo poteſt demonſtrari in quibuſcunq; alijs ſpeculis cõuexis, ſit ergo ſpeculũ nõ planum cuiuſcũq; figuræ cõuexæ placuerit, & ſit nũc exempli cauſa ſphæricũ conuexũ, quia idē accidit in alijs, & ſit h a b ſitq; centrũ uiſus g & punctũ uiſum d, & lineæ g a & a d æquales angulos cõtineant cum linea circulum contingente in puncto a, quæ ſit e f, ita ut angulus e a g ſit æqualis angulo f a d. Incidantq; lineæ g b & d b in punctum aliũ ſpeculi quod ſit b, ita ut inæquales angulos contineant cum linea contingente ſpeculum in puncto b, dico quòd lineæ g a

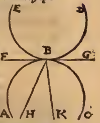
& a d

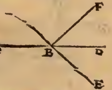
& a d ſunt minores lineis g b & d b, qm̄ enim angulus cõtingentiæ quæ eſt h a e æqualis eſt angulo b a f, uterqꝫ eſt em̄ minimus acutorum per 15. tertij, angulus uero e a g eſt æqualis angulo f a d, ſit punctus in quo linea g b, ſecat lineam contingentem, quæ eſt e f, punctus z, & ducatur linea d z, palam per 16. primi, quoniam angulus e a g, eſt maior angulo e z g, ergo angulus d a z, eſt maior angulo g z a. Sed angulus d z f, eſt maior angulo d a z, ergo angulus f z d, eſt maior angulo g z a, ergo per 17. primi huius, duæ lineæ g a, & d a, ſunt minores duobus lineis g z & d z. Sed lineæ g z & d z, ſunt minores lineis g b & d b, quoniam linea g b, eſt maior ꝙ linea g z, ut totum parte, linea uero d b eſt maior ꝙ linea d z per 8. tertij, patet ergo ꝓpoſitũ uniuerſaliter in ſuperficiebus quorumlibet ſpeculorum conuexorum. Hoc autem idem ut prædiximus, poteſt per 17. uel per 18. primi huius, facilius demonſtrari, ꝙ in alijs oſtendimus, ꝙ lineæ rectæ continentes angulos æquales cum linea cui ad unum punctum incidunt, poſſunt breuiores omnibus lineis ab eiſdem terminis ſuper eandem lineam ad unum punctum alium ꝓductis, & hoc propoſuimus per 17. primi huius in lineis rectis, per 18. eiuſdem primi in lineis conuexis.

XX.

In omni reflexione à quibuſcunqꝫ ſpeculis facta, ſemper angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis: ex quo patet, quòd linearum inæqualitas naturam reflexionis non immutat.

Quoniam enim ut patet per 18. huius, omnis res uiſa per quodcũqꝫ ſpeculum planum uel conuexũ uel concauum, ſub breuiſſimis lineis comprehenditur, lineæ uero ab eiſdem punctis utpote à puncto rei uiſæ, & centro uiſus ad ſuperficiem cuiuſcunqꝫ ſpeculi productæ breuiſſimæ ſunt, quæ cõtinent angulos æquales, & cum lineis contingentibus ſuperficies ſpeculorum, & cum perpendicularibus à punctis ſui cõcurſus productis ſuper ſuperficies ſpeculorum, ut patet per præmiſſam, angulus uero quem facit linea à puncto rei uiſæ producta, eſt angulus incidentiæ, & angulus quem facit linea ab illo puncto ad centrũ uiſus producta, eſt angulus reflexionis, patet ergo quòd angulus incidẽtiæ ſemper eſt æqualis angulo reflexionis, à quocunqꝫ ſpeculo plano uel conuexo fiat reflexio. Sed & idem patet in concauis ſpeculis quibuſcunqꝫ, ſit enim aliquod ſpeculum conuexum, in quo ſit circulus e b d, quẽ in puncto b, contingat extrinſecus per 12. tertij circulus a b c, & ducatur à puncto b, linea f b g, ambos circulos contingens in puncto b, & ſit punctus rei uiſæ b, cuius forma à puncto b, ſpeculi conuexi reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto k, eritqꝫ per præmiſſam angulus h b f, æqualis angulo k b g, ſed & angulus a b f, eſt æqualis angulo c b g, per 15. tertij, quoniam ſunt anguli incidentiæ: relinquitur ergo angulus h b a, qui eſt angulus incidentiæ in ſpeculo concauo a b c, æqualis angulo k b c, qui eſt angulus reflexionis, patet ergo propoſitum. Vniuerſaliter enim in omnibus ſpeculis cõcauis hæc demonſtratio poteſt coaptari, eſt aũt hoc rationale, ſi enim linea incidentiæ quæ ſit exẽpli cauſa a b, lineam rectam c b d, protractis in ſuperficie plani ſpeculi, uel contingentem ſuperficiem conuexam uel cõcauã alicuius ſpeculi ſine reflexione penetraret in puncto b, uſqꝫ ad punctũ e palã ꝑ 15. primi, ꝙd angulus ĩcidẽtiæ a b c, fieret æq̃lis angulo e b d, ſi ergo fiat reflexio ſecũdũ lineã b f, couenĩetius eſt ut fiat ſecũdũ angulũ æqualẽ illi contrapoſito ꝙ ſecũdũ aliquem aliũ angulũ, ita ut angulus f b d æq̃lis angulo e b d, & angulo a b c. Si em̄ pũctus c & d, exiſtẽtibus ĩmotis linea c d, imagineť reuolui, tunc em̄ linea e b, ꝓpter æqualitatem angulorum e b d & d b f, cadet ſuper lineam b f, & hoc uidetur importare nomẽ reflexionis, patet ergo propoſitum. Patet etiam ex hoc corrollarium, linearum enim inæqualitas, quia non immutat angulorum quantitatem, ergo neqꝫ naturam reflexionis, unde omnia puncta eiuſdem lineæ remotiora à puncto reflexionis poſſunt reflecti ad uiſum, ſicut puncta eiuſdem lineæ propinquiora puncto reflexionis, uniuerſaliter enim, oĩa puncta eiuſdem lineæ ſecundũ æqualẽ angulum reflecti poſſunt, & hoc ꝓpnebať.





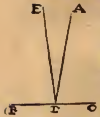
XXI.

Omnes formæ ſecundum lineam perpendicularem ſuper ſuperficiem cuiuſcunqꝫ ſpeculi incidentis, reflexio fit ſecundum lineam eandem.

Verbi gratia, eſto ut forma puncti a, ſuperficiei ſpeculi b d c, incidat ſecundum lineam perpendicularem ſuper ſuperficiem b d c, dico quòd reflexio formæ puncti a, erit ſecundum eandem lineam d a: dato enim quòd ſecundum aliam lineam fiat reflexio, tũc cum angulus incidentiæ ſemper ſit æqualis angulo reflexionis, ut patet per præmiſſam & in propoſito angulus incidentiæ ſit rectus, infiniti quocꝫ ſint anguli recti ordinales ſuper punctum d, nec fit declinatio formæ plus ad unum punctum ſuperficiei b c, ꝙ ad aliud, æqualiter enim ſe habet linea a d, quæ eſt linea incidentiæ ad punctũ b, & ad punctum c, & ad omnia alia puncta ſuperficiei b c. Sic ergo erunt infinitæ reflexiones ad infinita puncta ſuperficiei b c, quia qua ratione ad unam differentiã poſitiõis fieret reflexio, eadem ratione fieret ad aliam & omnem, quod eſt inconueniens, dabitur ergo neceſſario quòd fiat reflexio ſuper unam & eandem lineam a d. ſecundum quam incidentia fiebat, perpendiculares ergo uel non reflectuntur, uel redeunt in ſe ipſas, & fortificatur actio talium formarum. Si tamen dicatur quòd perpendicularis incidens per aliam lineam reflectitur, ſit ut reflectatur per lineam d e, tunc ergo angulus incidentiæ, ut patuit per præmiſſam, ſemper ſit æqualis angulo reflexionis, erit angulus a d c, æqualis angulo a d e. Sed angulus a d c, æqualis eſt angulo a d b, per hypotheſim, erit ergo angulus a d e, æqualis angulo a d b, pars ſuo toti, quod eſt impoſſibile, patet ergo propoſitum.

XXII.

Inter puncta formæ ſuperficiei cuiuſcunqꝫ ſpeculi incidentis & ſpeculi oppoſiti ſuperficiẽ, neceſſe eſt infinitas pyramides figurari, conos & baſes hinc inde mutuas habentes.



Declaratum eſt enim per primam huius, quoniam à quolibet puncto corporis oppoſiti procedit lux uel color ad quodlibet punctum ſpeculi, oẽs enim lineæ ductæ ad quodlibet punctum corporis, recidunt in unum punctum ſpeculi, & forma unius puncti corporis incidit omnibus punctis ſuperficiei totius ſpeculi, eo ꝙ ad omnem poſitionis differentiam fit diffuſio formarum, tota ergo forma corporis erit in unoquocꝫ puncto ſpeculi, & forma cuiuslibet corporis in tota ſpeculi ſuperficie: quot ergo ſunt puncta in ſuperficie ſpeculi, tot ſunt pyramides ad totam ſuperficiem formæ corporis terminatæ, quæ ſuperficies ſit baſis omnium illarum pyramidum: & quot ſunt puncta in totali ſuperficie corporis, cuius forma incidit ſpeculo, tot fiunt pyramides ad totam ſuperficiem ſpeculi terminatæ, quæ ſit baſis omniũ illarum pyramidum, & ſunt omnes iſtæ pyramides continuæ per continuitatem punctorum in ductis ſuperficiebus exiſtentium potẽtia non actu, eritqꝫ axis cuiuslibet harum pyramidum punctus ſecundum quem ſpeculo incidit punctus medius totius formæ ſpeculo incidentis, quoniam ab illo incidit ſecundum æqualem diſtantiam, omnes puncti alij circumſtant æqualiter medium punctum formæ, patet ergo propoſitum.

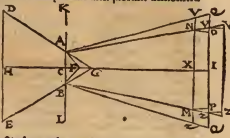
XXIII.

Impoſſibile eſt uideri imagines in quibuſcunqꝫ ſpeculis propter reflexionem radiorum uiſualium à ſpeculis ad res uiſas, ſed ſolum propter reflexionem formarum à ſpeculis ad uiſum.

Si enim radij uiſuales reflecterentur à ſpeculo ad res, quorum uiſus accipit imagines, referentqꝫ ipſas formas à ſpeculis ad uiſum, tunc quælibet imago uidetur loco ſuæ rei cuius eſt imago, quod eſt contra ſenſum, & quia, ut praoſtenſum eſt ſecundum ſecũdam huius, ab omni corpore colorato præſente luce, color ad corpus oppoſitum politũ mittitur mixtum cum lumine, & quandocꝫ totaliter, & quandocꝫ partim reflectitur ab illis, tunc ſi radij uiſuales incidentes ſpeculis reflectentur ab illis ad res ipſas, & deferent

ſecum

ſecum formas, accideret quod duæ uidentur imagines uniuſcuiuſq; rei, quorum unam offerret uiſui ipſe uiſualis radius reflexus, & aliam ipſe radius formæ rei incidens ſpeculo, in quo formæ rerum imprimuntur, & reflexus à ſpeculo ad uiſum, quod totum eſt impoſſibile ſenſui. Sed ſermo ad eius oppoſitionem quidam antiquorum demonſtrationem attulit, quã & nos ut indifferentẽ uigoratam fortius præſenti propoſito applicamus. Sit itaq; exempli cauſa ſpeculũ planum erectum ſuper ſuperficiem horizontis orthogonaliter, in quo ſit linea diuidens ſuperficiẽ ſpeculi per æqualia, quæ ſit a b, & ſit centrum uiſus g, à quo ducatẽ linea g c, perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi per 11. undecimi. Sit itaq; ut linea g t, cadat ſuper lineam a b, in punctum t, erit ergo linea g t, perpendicularis ſuper lineam a b, & ducantur à puncto g, lineæ g a & g b æquales, erunt ergo per 5. primi, anguli g a b, & g b a æquales, & anguli ad punctum t ſunt recti, ergo per 26. primi, & per hypotheſim erit linea a t, æqualis lineæ b t, producantur itaq; lineæ g a & g b, ultra ſpeculum ad puncta d & e, ita ut lineæ g a d, & g b e, ſint æquales, & coniungatur linea d e, producaturq; linea g t, ad lineam d e, & incidat illi in puncto h, erit ergo per præmiſſa & 26. primi, linea d h, æqualis lineæ h e, ergo per 8. primi, & per diffinitionem perpendicularis anguli ad punctum h, ſunt recti, ergo per 28. primi, lineæ d h & a t, ſunt æquediſtantes, & lineæ h e & t h, æquediſtantes, producaturq; linea t h, ultra uiſum g, donec linea t i, ſit æqualis lineæ t h, & ducantur à puncto i, lineæ i u, & i z, æquediſtanter lineæ a b, & ſit linea u z, æqualis lineæ d e, & ducantur lineæ u a & z b, quia ergo linea t i, eſt æqualis ipſi lineæ t h, & linea u z, æqualis lineæ d e, & linea a b, æqualis eſt ſibi ipſi, erit ſuperficies a b & d o, æqualis ſuperficiei a b d e. Suppoſita eñ nec excedit nec excedetur, linea ergo u a, eſt æq̃lis lineæ a d, & z b eſt æq̃lis ipſi lineæ b e, & angulꝰ a u z, æq̃lis eſt angulo a d e, & angulus d z b, eſt æqualis d e b, & angulus d a b, æqualis angulo u a b, radius ergo g a, per 20. huius, reflectetur ad punctum u. Si tantum producatur linea a b, ultra punctum a, ad punctum r, & ultra punctum b, ad punctum l, palam ex præmiſſis & per 13. primi, quia linea a r z diuidet angulum u a d, per duo æqualia, erit ergo angulus s a b, æqualis angulo r a d, & ſimiliter erit angulus z b l, æqualis angulo e b l. Sed angulus r a d, eſt æqualis angulo g a b, & angulus l b e, æqualis angulo g b a, per 15. primi, ergo angulus r a u, eſt æqualis angulo g a b, & angulus l b z, æqualis angulo g b a, ergo per 20. huius duo radij g a & g b, conuertentur à duobus punctis a & b, ad duo puncta u & z. Si itaq; centrum uiſus quod eſt g, appropinquet ſuperficiei ſpeculi, & lineæ a b, ut ſi perueniant in punctum f, tunc quia angulus incidentiæ, qui eſt g a t, erit per 20. huius, angulus reflexionis, qui ſit q a r, minor angulo prioris reflexionis, qui eſt u a r, & erit angulus q a r, maior angulo u a g, & linea q i, maior linea u i, approximante ergo uiſu ſuperficiei ſpeculi non uidebuntur extremitates rei prius uiſæ, quæ ſunt u & z, ſecundum extremitates ſpeculi, quæ ſunt a & b. Sed & uiſu perſiſtente in puncto g, & linea u z, approximante ſpeculo uſq; ad punctum x, quod ſit punctum lineæ z h, non uidebuntur extremitates lineæ u z, quæ ſunt u & z, ſed ſolum aliqua puncta ipſius, in quibus radius g a, uiſualis reflexus à ſuperficie ſpeculi ſecat u z, quæ ſint puncta m & n, erit enim linea n m, minor ꝙ linea u z, quod patet per 34. primi, ductis lineis æquediſtantibus, & perpendicularibus, quæ ſint n o & m p, & ſi linea u z elongata fuerit à ſuperficie ſpeculi, nullum eius punctum uidebitur ſecundum radios a b & u z, quia alij radij uiſuales à punctis extremis illius ſpeculi, quæ ſunt a & b, non reflectuntur ad aliquod punctum lineæ u z, ſed ultra illa, quod patet per 34. primi, copulatis lineis æquediſtantibus quæ ſint u u & z z, non uidebitur ergo in tali diſpoſitione reſpectu ſpeculi aliquod punctorum lineæ u z, quod eſt contra experientiam & ſenſum; accidit enim extrema rei approximatæ &



tæ & elongatæ in ſpeculo q̄cūq; uideri, ut ſuppoſitum eſt in huius libri principio. Et ſicut hoc patet in ſpeculis planis, ſic etiam patet in alijs ſpeculis quibuſcūq;, quoniam de omnibus eadem eſt demonſtratio, patet ergo propoſitum, aut ad minus ex his non concluditur oppoſitum ipſius.

XXIIII.

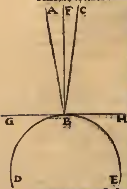
Comprehenſionem formarum uiſibilium in ſpeculo ſola efficit reflexio quæ ad uiſum, unde ſecundum diſpoſitionem linearum reflexionis uiſus neceſſario informatur.

Quòd enim radij ab oculo non exeant, qui redeuntes ad uiſum referant ſecum formas uiſibilium, hoc oſtenſum eſt per præmiſſam, quòd autē forma ſenſibilis non informet ipſum ſpeculum, ſicut forma naturalis ſuam materiam, hoc patet ex hoc, quod non in omni differentia poſitionis uidentur formæ in ſpeculis quibuſcūq;, intuens enim aliquis accedens ad ſpeculum fixum, uidet formam quam prius non uidit, & recedens à loco uiſionis formæ prius in ſpeculo fixæ uiſæ, non amplius uidet illam: & uiſa parte ſpeculi, non propter hoc uidetur pars formarum in ſpeculo apparentium, ſed in eodē puncto ſpeculi diuerſi aſpicientis uidere poſſunt formas diuerſas & diſtinctas, quæ tamen ut quidam actus completiui eandem partem ſpeculi non poſſunt ſimul informare, uidetur etiam in ſpeculo forma rei, quæ ſecundum lineam rectam non poteſt multiplicari ad uiſum; multa quoq; alia accidunt, quorum ratio poſterior eſt magna, tñ impoſſibilitatem demonſtrant, palam itaq; formas à ſpeculo non procedere, ut in ſpeculo exiſtentes & multiplicantes ſe ad uiſum, ſed ut incidētes ipſis ſpeculis à rebus formatis & à ſpeculis ad uiſum reflecti, ſecundum diſpoſitionem ergo linearum reflexionis uiſus neceſſario informatur, quia quandoq; uiſus uere rem aliam non uidet, cuius formam comprehendit à ſpeculo reflexam, patet ergo propoſitum.

XXV.

In omni reflexione à quocunq; ſpeculo facta, ſuperficiem reflexionis ſuper illius ſpeculi ſuperficiē, uel ſup ſuperficiē illud ſpeculum in puncto reflexionis contingentem, erectam eſſe eſt neceſſe.

Quoniam enim ſi lux uel forma alicuius ſpeculi ſecundum perpendicularem lineā incidit, illa ſecundum eandem reflectitur per 21. huius, palam quod tunc fit incidentia & reflexio ſecundum eandem lineam, & ſuperficiem reflexionis neceſſe eſt eſſe erectam ſuper ſuperficiem ipſius ſpeculi per 18. undecimi. Si uero lux uel forma ſecundum lineas obliquas incidit ſuperficiei ſpeculi cuiuſcūq;, tunc ſemper angulus incidentiæ & reflexionis erunt in eadem ſuperficie reflexionis, ut patet ex eorum diffinitione, ſed & in eadem ſuperficie ſecundū lineam perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi & lineæ incidentiæ & reflexionis ductos angulos cum linea, quæ eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi continentes, ut patet per diffinitionem ſuperficiei reflexionis, eſt ergo per 18. undecimi, illa ſuperficies erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi, uel ſuper ſuperficiem ſpeculum contingentem in puncto reflexionis, & hoc exemplariter patet in ſuperficie circuli ſequentis armillā inſtrumenti in 9. huius præmiſſi, æquedistanter baſibus ſuis per omnia centra foraminum, & æquediſtantis ſuperficiei circuli ænei, quæ eſt a b c, radio enim per foramen medium incidente & ſpeculo declinante ſecundum regulam eadem eſt demonſtratio, quæ in radijs oblique incidentibus: reflectitur enim ſemper tunc radius ad lineam longitudinis armillæ, quæ tunc non æquediſtat lineæ b z p, quæ eſt linea longitudinis regulæ, & quoniam fit tunc reflexio à puncto z, cui incidit axis columnæ rotundæ, uel radij perpendiculariter ſuper lineam t q, quæ eſt communis ſectio ſuperficiei regulæ & ſuperficiei circuli tranſeuntis per centra foraminum, & huic axi æquediſtat linea d b, ſemidiameter circuli a b c, ſunt



ergo

ergo in eadem ſuperficie per primam primi huius. Sed linea d b, eſt perpendicularis ſuꝑ lineam latitudinis regulæ, quæ eſt commun · ſectio ſuperficiei regulæ & circuli a b c, ergo per diffinitionem ſuperficiei ſuper ſuperficiem erectæ, ſuperficies in qua ſunt axis columnæ ferreæ uel radij incidētis, & linea d b, eſt erecta ſuper ſuperficiē regulæ uel ſpeculi, & in hac ſuperficie eſt linea perpendicularis, quæ eſt linea altitudinis armillæ tranſiens per punctum b, & per centrum foraminis medij, in quam lineam fit reflexio lucis axis pyramidis radialis, patet ergo propoſitum, & ita in unoquoq; ſpeculorū, quoniam ad omne ſpeculum hæc demonſtratio ſe extendit, ut patuit ex præmiſſis.

XXVI.

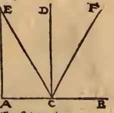
In omni reflexione à cuiuſcunq; ſpeculi ſuperficie linea recta per æqualia diuidens angulum contentum ſub lineis incidentiæ & reflexionis ſuper lineam, quæ eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, uel ſuperficiei in puncto incidentiæ ſpeculum contingentis neceſſario perpendicularis exiſtit: ex quo patet illam lineam erectam eſſe ſuper ſuperficiem in illo puncto ſpeculum contingentem.

Sit ēm ut forma puncti a, incidat ſuperficiei alicuius ſpeculi ſecundū punctum b, & reflectatur in punctum c, eſt itaq; linea incidentiæ linea a b, & linea reflexionis linea b c, quæ ſunt in una ſuperficie erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi per præmiſſam, ſitq; aliqua ſuperficies plana contingens ſpeculum ſecundum punctum b, cōmunis aūt ſectio huius ſuperficiei & ſuperficiei reflexionis, ſit linea d b e, angulū uero a b c, diuidat lineā b f, per æqualia. Dico ꝙ linea f b, eſt neceſſario ꝑpendicularis ſuper lineā d b e, q̃a enim angulus d b a, eſt æqualis angulo e b c, per 20. primi huius, angulus ēm incidentiæ a b, eſt æqualis angulo reflexionis, qui eſt e b c, & quia angulus a b f, eſt æqualis angulo f b c, ex hypotheſi, palā ꝙ totus angulus f b d, eſt æqualis toti angulo f b e, eſt ergo linea f b, perpendicularis ſuper lineam d e, per diffinitionē lineæ perpendicularis, et hoc ſi linea d b e ſit linea recta, quæ ſi fuerit circularis, ſicut g h linea recta ipſam contingat in puncto b, per 16. tertij, & quia anguli cōtingentiæ g b d, & h b e, ſunt æquales, relinquit̃ q̃d anguli f b g, & f b h ſint æquales, & erit idē linea f b, ꝑpendicularis ſuꝑ lineā g b, & ſuꝑ lineam d e, cū itaq; linea f b, ſit ducta in ſuperficie reflexionis, quæ ex præmiſſa eſt recta ſuper ſuperficiē ſpeculi, uel ſuꝑ ſuperficiē ſpeculū in puncto incidentiæ contingentem, & cū ipſo ſit ſuꝑ ipſaꝫ cōmunem ſectionē perpendicularis, patet quod linea f b, eſt erecta ſuper ſuperficiē ſpeculū in illo puncto cōtingentem, continet ēm cū omnibus lineis in illa ſuperficie productis angulos æquales, & q̃m eodē modo poteſt fieri declaratio in ſectionib. patet ergo ꝓpoſitū.

XXVII.

In omni ſuperficie reflexionis à ſpeculis quibuſcunq; centrū uiſus & punctum formæ uiſæ, & punctum reflexionis & termini perpendicularis & katheti utriuſq; cōſiſtere eſt neceſſe: ex quo patet lineā ꝑpēdicularē à pūcto reflexiōis ductā, om̄ibus ſuꝑficieb. reflexionis illi pūcto incidētib. cōem eſſe.

Oſtenſum eſt per 25. huius, quoniam in omni reflexione à quocunq; ſpeculo facta ſemper ſuperficies reflexionis, in qua ſunt lineæ reflexionis & incidentiæ & perpendicularis, ſuꝑ ſuperficiem ſpeculi ducta à puncto reflexionis, erecta eſt ſuꝑ ſuperficiē ſpeculi, à quo fit reflexio: cū aūt linea incidentiæ incipiat à puncto formæ cōprehenſæ, & terminat̃ in punctum reflexionis, & linea reflexionis incipiat à puncto reflexionis, & terminatur ad centrum oculi, palā quòd hæc tria puncta ſunt in eadē ſuperficie.

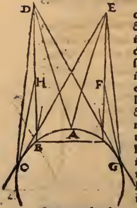


Sed cum perpendicularis ſit erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi, ſuper quam per 25. huius ſuꝑficies reflexiōis eſt erecta, q̃m & in illa ſuꝑficie eſt tota ꝑpendicularis, cū.n. ipſa ꝑpendicularis in puncto reflexionis ſecet lineas incidētiæ & reflexionis, cū q̃bus ipſa ex diffinitiōe eſt in eadem ſuꝑficie, ergo ꝑ primā 5, terminus ꝑpendicularis ſuꝑior neceſſario erit i eadē ſuꝑficie cū

punctis prædictis. Si eñ illa perpendicularis ad punctũ alium extra ſupficiem reflexi-
onis terminetur, patet ꝙ illa perpendicularis in alia erit ſuperficie, qd' eſt contra diffini
tionem ſuperficiei reflexionis, ſed etiam ſi ipſa in alia fuerit ſuperficie, erit rectus mi-
nor recto, quod eſt impoſſibile, linea eñ à puncto reflexionis producta in ipſa ſu-
perficie reflexionis erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi, cum linea in ſuperficie ſpe-
culi ab eodem puncto producta continet angulũ rectum & perpendicularis ſimiliter.
Si ergo illæ 2. lineæ ad diuerſa puncta terminant̃, ſit rectus maior recto. Sed per eundẽ
modum patet id qd' ꝓponitur de kathetis, & qm̃ oẽs ſupficies reflexionis quæ tranſeũt
idem punctũ reflexionis, & aliquẽ punctũ formæ cõprehenſum, licet ad diuerſa centra
uiſuũ terminent̃, ſemꝑ tranſeunt eundẽ terminũ ꝑpendicularis, qm̃ oẽs ſunt erectæ ſuꝑ
ſuperficiẽ ſpeculi, uel ſuꝑ ſuperficiẽ ſpeculũ in puncto reflectionis cõtingentẽ, palã qm̃
oẽs ſecant ſe in ꝑpendiculari, eſt ergo ꝑpendicularis ab oibus cõmunis. Sed & hoc figu
raliter eſt declarandũ, Sit .n. ſupficies ſpeculi cuiuſcũq; a c b, in cuius punctũ c, incidat
radius à puncto rei uiſæ, quod ſit f, per lineã f c, & reflectat̃ ad centrũ uiſus qd' ſit e, per li
neam c e, extrahat̃ ꝗq; perpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, quæ eſt b c a, à puncto c,
quæ ſit c d, per 12. undecimi, intelligit̃ ꝗq; à puncto e, perpendicularis ꝓtrahi ſuꝑ ſuperfi
ciem b c a, ut ei cõtinuã per 11. undecimi, quæ ſit e a, eritq; linea e a, æꝗdiſtans lineæ d c
per 6. undecimi, qm̃ ambæ ſunt orthogonales ſuꝑ eandẽ ſuperficiẽ ſpeculi, quæ eſt b d,
& qm̃ lineæ d c & e a, ſunt æꝗdiſtantes, palã per primã primi huius, qa ſunt in eadẽ pla-
na ſupficie, & linea recta a b, cũ utraq; illaꝝ lineaꝝ .ſ. d c & e a, cõtinebit angulũ rectũ, &
erit in eadem ſupficie cũ utraq; ipſaꝝ per 2. undecimi, & linea e c, tenebit cũ his ambab9
lineis q̃ ſunt e a & d c, angulos acutos ꝓpter diffinitionẽ anguloꝝ rectoꝝ, & qm̃ linea in-
cidentiæ & reflexiõis cũ perpendiculari d c, ſunt in eadẽ ſupficie, & linea e c recta copu-
lat extremitates lineaꝝ e a & d c, erit ipſa per 2. undecimi, in eadem ſuperficie cũ ductis
perpẽdicularib9, oẽs ergo lineæ quæ ſunt e a & e c, d c, f c, ſunt in una & eadẽ ſuperficie,
quatuor ergo p̃miſſa puncta ſunt in eadem ſuperficie reflexionis, & hoc ꝓponitur, qm̃
in ſpecto ꝗcũq; alio puncto corporis uiſi uel ſpeculi, ſemꝑ accidit idem ſitus lineaꝝ radia
lium cũ ipſis perpendicularibus, & ſimiliter patet de utriſq; kathetis & incidentiæ & re
flexionis per primã 5. patet ergo ꝓpoſitũ, & ex hoc patet 9. corrella. ſatis manifeſte.

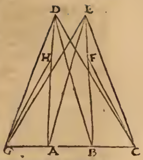
XXVIII.

Omnem punctum reflexionis formæ puncti oblique ſpeculo incidẽtis,
inter kathetum incidentiæ & reflexionis in ſuperficie ſpeculi conſiſtere eſt
neceſſe.



Sit ſuperficies cuiuſcũq; ſpeculi, in quo cõmunis ſectio ſuperfi
ciei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſit linea a b c, recta uel curua,
& ſit punctus rei uiſæ qui d, & centrũ uiſus punctũ e, ſitq; kathetus
incidentiæ q d a, & kathetus reflexionis qui e b, dico qd' omne pun
ctum reflectionis formæ puncti d, ad centrum uiſus e, inter puncta
ſuperficiei ſpeculi a & b, conſiſtere eſt neceſſe. Si enim detur quòd
in ipſis punctis a uel b, fiat reflexio formæ puncti d, ad uiſum e, ſit
ergo ut fiat à puncto ſpeculi, quod eſt a, & ducatur linea a e, tunc cũ
linea d a, ſit perpendicularis, & linea a e non ſit perpendicularis,
& per 20. huius, angulus incidentiæ ſit æqualis angulo reflexio-
nis, erit ergo angulus e a b, rectus, ſed & angulus e b a, eſt rectus,
trigoni ergo e a b, duo anguli ſunt recti, quod eſt impoſſibile. Simi
literq; deducendum ſi detur reflexionem fieri à puncto b, quoniam
idem accidit impoſſibile, non ſit ergo reflexio ab aliquo puncto-
rum a uel b, quibus incidunt katheti. Sed neq; ab aliquo punctorũ
lineæ a b c, extra puncta a & b, ſit enim ut forma puncti d, reflecta
tur ad uiſum e, à puncto ſpeculi c, ductis ergo lineis d c & c e, diui-
datur angulus d c e per æqualia, per 9. primi, & ducatur linea c f, ſecans lineam b e, in
puncto

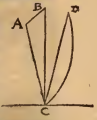
puncto f,erit ergo per præmiſſam linea e f, perpendicularis ſuper lineā a c,trigoni ergo b f c,duo anguli ſunt recti,q̄d eſt impoſſibile,ut prius,& eodem modo deducendum, ſi detur fieri reflexio ab aliquo puncto linea a b c, ultra punctum a, ut à puncto g,ducta linea g h,angulum d g e,per æqualia di uidente,patet ergo quod ſolum inter puncta a & b, fiet refle xio ab aliquo punctorum lineæ a b,uidelicet inter kathetum incidentiæ & kathetum reflexionis,quod eſt propoſitum in ſpeculis planis,& patet uniuerſaliter in omnibus reflexioni bus à ſpeculis,quibuſcunq;,quia danti oppoſitum eadem im poſſibilia ſequantur,ducta corda arcus interiacentis,ducta puncta reflexionum & kathetorum productorum,& ductis lineis contingentibus in illis punctis ipſas ſuperficies ſpe culorum,uel lineas quæ ſunt communes ſectiones ipſorum ſpeculorum & ſuperficierū reflexionis,patet ergo propoſitum.

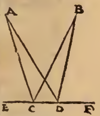


XXIX.

Impoſſibile eſt ſimul duo puncta eiuſdem rei uiſæ ab eodem puncto cuiuſcunq; ſpeculi reflecti ad idem centrum uiſus,uel à duobus punctis ſpeculorum planorum uel conuexorum,formam unius puncti.

Quoniam enim puncto alicuius formæ perpendiculariter ſuperficiei ſpeculi incidente aliam lineam ab alio puncto rei eiuſdem, uel perpendiculariter alterius duci ſuper eandem ſuperficiem ad idem punctum eſt impoſſibile, patet per 13. undecimi,quod autem perpendicularis reflectatur in ſe ipſam, patet per 21. huius, impoſſibile eſt ergo duo puncta eiuſdem formæ uiſæ ab eodem puncto ſpeculi ad idem centrum uiſus reflecti perpendiculariter. Sed neq; eſt hoc poſſibile fieri linea incidentiæ obliqua exiſtente, omnis enim punctus cuiuslibet formæ incidit ſpeculo, & reflectitur ad uiſum ſecundum lineas breuiores per 18. huius,& om̄is talis reflexio ad uiſum & ipſarum comprehenſio fit ſecundum diſpoſitionem linearum reflexarum per 24. huius, illæ ergo duæ formæ ſi ad unum punctum quod eſt centrū oculi incidunt,& ab uno puncto reflectuntur, tunc illa duo puncta à quibus ſitarum formarum fit incidentia,quia non perueniunt ad uiſum niſi ſecundum lineas incidentiæ,quæ ab uno puncto reflexæ perueniunt ad uiſum, uidebūtur unus punctus,& ſic erit confuſio formarum in uiſu. Si enim lineæ incidentiæ formarum diuerſorum punctorum non diuerſificant puncta reflexionis, ſed incidunt eodem puncto, palam quòd aut aliqua forma tota, aut plura puncta illius formæ poſſunt uni puncto incidere, & in unum punctum reflecti,qui eſt centrum uiſus,& uidebitur tota forma unus punctus. Item ſi detur lineas incidentiæ & reflexionis propter angulorum ſuorum diuerſitatem ſemper diuerſas eſſe, ſicut ergo ſunt duæ lineæ incidentiæ, quæ à diuerſis punctis formæ incidunt eidem puncto ſpeculi: Sic fient duæ lineæ reflexionis quæ ad idem centrum uiſus terminantur, ut ſi à duobus punctis formæ incidentiæ ſpeculo, quæ ſunt a & b, incidunt eidem puncto ſpeculi, qui ſit c, duæ lineæ a c,& b c,& ab illo reflectentur ad idem centrum uiſus quod ſit d, ſequitur adhuc ſi ab uno puncto reflexionis c, diuerſæ formæ punctorum a & b, ad centrum uiſus d perueniant, duas lineas rectas quæ ſunt c d, ſuperficiem includere, quod eſt impoſſibile, patet ergo propoſitum. Sed neq; à duobus punctis alicuius ſpeculi plani uel conuexi ad idem centrum uiſus ſimul poſſibile eſt idem punctum formæ reflecti. Sic enim ſi poſſibile eſt ut forma puncti a, reflectatur ad centrum uiſus b, à duobus punctis ſpeculi plani uel conuexi cuiuſcunq;, quæ ſit c & d, ſignata ſuper lineam quæ eſt communis





ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi uel ſuperficiei contingentis ſpeculum conuexũ quæ ſit e f, cum ergo per 14. huius, ſecundum diſpoſitionem linearum reflexionis uiſus ſemper informetur, tunc forma puncti a, quæ eſt indiuiſibilis occurret uiſui ut forma lineæ c d, quæ eſt diuiſibilis linea, non ergo occurret uiſui niſi tantum unus punctus formæ reflexæ ab uno puncto ſpeculi, neq; unum punctũ formæ à duobus punctis ſpeculi plani uel conuexi poſſibile eſt reflecti, quod eſt propoſitum.

XXX.

Ab uno puncto ſuperficiei ſpeculi cuiuſcunq; formam unius puncti rei uiſæ, ad duos uiſus non eſt poſſibile reflecti.

Linea enim reflexionis ad unum uiſum ꝓcedens ſi cum perpendiculari erecta à puncto reflectionis ſuper ſuperficiem ſpeculi angulum teneat æqualem, angulus quem tenet linea incidentiæ cum eadem perpendiculari, ut patet per 20. huius, palam ꝙ non poteſt in eadem ſuperficie alia linea ſumi, quæ æqualem angulum efficiat cũ ducta perpendiculari, unde ab hoc puncto non reflectetur forma eiuſdem pũcti ad uiſum alium, oportet igitur ut à diuerſis punctis ſpeculi cuiuſcunq; fiat ad uiſus diuerſos reflexio, & quoniam duo tantum ſunt uiſus, oportet ad minus ut à duobus punctis ſuperficiei ſpeculi cuiuſcunq; fiat reflexio formæ unius puncti rei uiſæ ad ambos uiſus, patet ergo propoſitum.

XXXI.

Ab uno puncto reflexionis cuiuſcunq; ſpeculi ad diuerſos uiſus poſſibile eſt formas punctorum plurium reflecti, & à diuerſis unam.

Quamuis etiam ut patet per 29. huius, ſolum formæ unius pũcti incidentis ab uno tantum puncto ſpeculi reflexio ſimul ſit poſſibilis ad unum centrum uiſus, eſt tamẽ poſſibile fieri ſimul ad diuerſos uiſus ab uno puncto ſpeculi diuerſorum punctorum formæ incidentis reflexionem, quoniam illa puncta ſecundum angulos diuerſos incidũt, & ſecundũ diuerſos reflectũtur, ergo ad puncta diuerſa terminantᷣ lineæ reflexæ, in quibus diuerſi uiſus cadentes puncta diuerſarum formarum comprehẽdit ab uno puncto ſpeculi ad diuerſos uiſus reflexa, & ſi unus uiſus motus fuerit, & ſitum uariauerit, ſpeculo exiſtente immoto, tunc etiam ſecundum ſitus ſui diuerſitatem ab eodem puncto ſpeculi ad ipſum puncta diuerſarum formarum reflectentur, ſemper tamen complebitur pyramis reliquarum formarum. Sed & unus uiſus motus, uel diuerſi uiſus eandem formam uidebũt à diuerſis punctis ſpeculi reflexam, quia quilibet punctus formæ incidentis totali ſuperficiei ſpeculi incidens ad aliquam partem oppoſitam reflectitur, & ſecũdum modum quo in 22. & 24. huius proponitur, patet quod formarum pyramides diuerſantur, & quia diuerſis uiſibus diuerſi axes pyramidum incidunt, quæ ſunt eiuſdem formæ, accidit ut à diuerſis uiſibus una forma à diuerſis punctis ſuꝑficiei ſpeculi reflexa uideatur, & idem accidit etiam eidem uiſui moto, quando ſpeculum permanet immotum, patet ergo propoſitum.

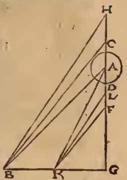
XXXII.

A centro oculi ducta perpendiculari ſuper ſuperficiem cuiuſcunq; ſpeculi plani uel conuexi, non eſt poſſibile aliquem punctum ductæ lineæ reflecti ad uiſum, niſi eum ſolum quo ducta perpendicularis ſuperficiem oculi interſecat, & ab eo ſolo puncto quo ducta perpendicularis incidit ipſius ſpeculi ſuperficiei.

Sit centrũ uiſus punctũ a, & ſit linea quæ eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi cuiuſcũq; plani uel cõuexi, & ſit nũc exẽpli cauſa ſpeculi plani data linea b g, ſitq; ꝑpendicularis ducta à pũcto a, ſuꝑ lineã b g, linea a g, ſit quoq; ut linea a g, ſecet ſuꝑficiẽ ſphæricã cõuexã oculi in pũcto d, dico qđ in tota ꝑpẽdiculari a g, quãtumcũq; ꝓtracta nõ eſt pũctus q reflectatᷣ ab hoc ſpeculo ad cẽtrũ uiſus a, niſi ſolus pũctus d. Si. n. alius pũctus ductæ ꝑpẽdicularis ad uiſum reflectiᷣ ꝑter pũctũ d, aut ille pũctus eſt ultra cẽtrũ uiſus a, aut ſub uiſu, ſi ultra uiſum ſit ille punctus h, palã ergo ꝙ non

perueniet

peruenıẽt forma eius ad ſpeculum ſuper perpẽdicularem h a,propter ſolidi corporis in
terpoſitionem,quod eſt ultra uiſum in capite uidentis,non reflectitur ergo forma pũcti
h ſuper perpendicularem h g. Si uero dicatur quod ab aliquo pun-
cto ſpeculi præter punctum g,poteſt reflecti forma puncti h ad ui-
ſum a. Sit illud punctũ b,& ſit linea incidentiæ h b & linea reflexio
nis h a,diuidaturq́ angulus h b a, per æqualia per lineam b t ductã
ad perpendicularem h g, auxilio nonæ primi, erit ergo per 26.
huius,linea b t perpendicularis ſuper lineã h g, ſed linea t g eſt per-
pendicularis ſuper eandem lineam h g,ab eodem ergo puncto t eſt
ducere duas perpẽdiculares ſuper lineam h g,& ſuꝑ ipſam ſuꝑficiẽ
ſpeculi quod eſt impoſſibile. Sequetur eñ trigoni a b g duos angu-
los eſſe rectos,ſcilicet angulos c g b & c b g,& ab eodem puncto plu
res ducerentur perpendiculares lineæ ſuper eandẽ ſuperficiem, qđ
eſt contra 20.primi huius:nulla ergo forma punctorum lineæ h d,
poteſt reflecti ad uiſum niſi ſolum punctũ d, quoniam de omnibus
alijs punctis eodem modo eſt demonſtrandum,neq; enim poteſt di
ci quòd aliqua forma alicuius puncti ſumpti inter puncta a & d, re-



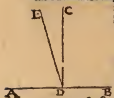
flectatur ad uiſum niſi per lineam perpendicularem d a,quoniã puncta inter centrum
uiſus,& ſuperficiem eius poſita ſunt ualde rari,unde nõ mittitur alicuius ipſorum forma
in uiſum,neq; ab aliquo ſpeculo reflectiẽ ut ſentiatur, ſed neq; forma alicuius punctoꝶ
lineæ d g poteſt reflecti ad uiſum a,à pũcto ſpeculi g,ut forma pũcti f,quoniã ſi illud pũ-
ctum d ſolidi corporis fuerit,patet quod ipſum impediet reflexionem ad uiſum per lineã
d g,quia propter ſoliditatem ipſius forma puncti f, non poterit tranſire & ad uiſum ꝑ-
uenire,& ſi fuerit rarũ,adhuc forma reflexa à ſpeculo miſcebitur ei & adherebit ſibi,neq;
perueniet ad uiſum. Sed neq; poteſt forma alicuius ipſorum punctorum reflecti à pũcto
alio ſpeculi quàm à puncto g,ut à puncto k,quoniam ductis lineis f l z & a l z, & diuiſo
angulo a l z f per æqualia,per lineam h l,ſequatur idem impoſſibile quod prius .ſ. lineas
l k & l g,ꝑpendiculares eſſe ſuꝑ ſuꝑficiẽ ſpeculi,uel ſuper ſuperficiẽ ſpeculũ contingentẽ,
qđ eſt cõtra 20.primi huius,oĩm itaq; punctorũ lineæ h g,nõ reflectiẽ aliquis ad uiſum
a niſi ſolum punctum d, & quoniam quodlibet punctum totius uiſibilis in quo eſt linea
h g præter punctum d,in ſuperficie uiſus impreſſum opponitur ſpeculo non ad angulũ
rectum,quoniam omnia puncta circunſtantia punctum d, concurrunt in centro uiſus
a,& faciunt conum pyramidis cuius baſis eſt in ſuperficie ſpeculi circa axem a g, uide-
buntur formæ omnium illorum punctorum ſemper perpendiculares ab eis ad ſuperficiẽ
ſpeculi ductis,patet ergo propoſitum, quoniam in ſpeculis conuexis,linea h g, eſt ſemꝑ
perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi, nec ab aliquo ſuorum punctorum ſuper ſpe
culi ſuperficiem alia perpendicularis duci poteſt per 20.primi huius,ita tamẽ quod hæc
quæ præmiſſa ſunt in uno tantum uiſu intelligatur in omnibus ſpeculis planis & quibuſ
cunq; conuexis,ſicut propoſitio proponit,quoniam eiuſdem puncti rei uiſæ ad ambos
uiſus reflexa,ſi uni uiſuum perpendiculariter incidat,poteſt alij uiſui oblique incidere ſe
cundum lineam reflexionis oblique à ſuperficie ſpeculi ad centrum uiſus procedentem,
& uidebitur idem punctus rei uiſæ à duobus uiſibus ſecundum diuerſum modum ſuæ re
flexionis,in ſpeculis uero concauis quibuſcunq; eſt ſecus.

XXXIII.

Impoſſibile eſt formam oblique ſpeculo incidentem ſecundum lineã ſuæ
incidentiæ ad uiſum reflecti,uel ex parte ſui anguli minoris.

Eſto in ſpeculo a d b incidat forma puncti c,oblique in puncto d,ita ut angulus c
d b ſit maior angulo c d a, dico quod forma puncti c ſecundum lineam c d, non reflecti
tur in ſe ipſam propter inæqualitatem angulorũ,cum ſemper angulus incidentiæ ſit æ-
qualis angulo reflexionis per 20.huius,ſed neq; ex parte ſui anguli minoris, ꝗ eſt c d a,
fiat enim ut reflectatur ſecũdum lineam d e diuidenrem angulum c d a,erit ergo angu-
lus c d b æqualis angulo e d a,ſed angulus c d b maior eſt angulo e d a, erit ergo angu-

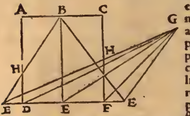
lus c d a maior angulo c d a, pars ſuo toto, quod eſt impoſſibile, ſemper ergo ſecundum angulum maiorem qui in propoſito eſt angulus c d b fiet reflexio, & hoc eſt propoſitum.



XXXIIII.

In omni ſpeculo formarum punctorum mediorum cuiuſlibet rei uiſæ reflexio fit inter pũcta reflexionum formarum punctorum extremorum eiuſdem rei uiſæ.

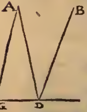
Sit res uiſa per reflexionem à quocunq; ſpeculo, quæ a b c, cuius extrema puncta ſint a & c, alius uero mediorum punctorum lineæ a b c ſit punctus b, & ſit ſuperficies illius ſpeculi ſiue plana ſiue conuexa uel concaua fuerit, in qua ſit cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi linea d e f, & ſit centrum uiſus punctum g, reflectiturq; forma puncti a ad uiſum g, à puncto ſpeculi quod eſt d, & forma puncti c à puncto ſpeculi quod ſit f, et forma puncti b, quod ſit alius mediorum pũctorum lineæ a b c, reflectatur ad uiſum à puncto ſpeculi e, dico quòd punctus e neceſſario cadit inter puncta a & c, quæ ſunt puncta reflexionum formarum punctorum a & c: ſi ẽm cadat punctũ e extra pũcta d & f, linea ergo b e quæ eſt linea incidentiæ formæ puncti b, ſecabit aliquam linearum quæ ſunt a d & c f, quamcunq; illa uero ſecuerit, ſit punctũ ſectionis h, palam itaq; quod forma puncti h, reflectetur ad uiſum g, à duobus punctis ſpeculi, quæ ſunt e & f, uel e & d, quod in ſpeculis planis & conuexis poteſt eſſe impoſſibile per 29. huius. In ſpeculis quoq; concauis duplicabuntur puncti reflexionum illis ſpeculis conuenientium, nulla quoq; forma in aliquo ſpeculorum ſecundum ſitum & ordinationem proprium ſuarum partium uidebitur, quod totum eſt impoſſibile, patet ergo propoſitum.



XXXV.

Figura ſuperficiei corporis incidentis & ſpeculi, & ſitu ſimili exiſtẽte, erit in omni ſpeculo complementum formæ corporis & figuræ.

Cum enim figura ſpeculi & corporis eſt eadem & ſitus idem, ut ſi utraq; illarum figurarum ſit plana & æquediſtent, tunc forma puncti primi ſuperficiei uiſi corporis incidit puncto primo ſpeculi, & forma puncti ſecundi pũcto ſecundo, & ſic de omnibus alijs punctis ſe reſpicientibus. Si ergo in ſuperficie ſpeculi ſit totalis figura ſuperficiei corporis uiſi, quod non accidit in ſpeculo alterius figuræ, ſimiliter quoq; ſumpta quacunq; ſpeculi parte cuius figura ſit ſimilis figuræ corporis, & ſitus æquediſtans erit ſemper complementum figuræ corporis in ea: & cum infinitæ ſint tales ſpeculi partes, palam quod infinitæ erunt formæ corporis ſpeculo incidentes, quæ ſemper ad diuerſa puncta reflectuntur ex quibus formam corporis uiſus diuerſi in eodem ſpeculo comprehendũt. Hoc itaq; accidit in omnibus ſpeculis, ſed maxime euidens eſt in planis, cum enim quolibet puncto ſuperficiei planæ ſuperficiei ſpeculi plani incidente figura partium circunſtantium ſit ſimilis ordinationis & ſitus, accidit ex omnibus punctis ſimul reflexio & ſimul & in eodem modo, & ſic fit complementum in ſpeculo formæ corporis & figuræ, & hoc proponitur.



XXXVI.

In ſpeculis quibuſcunq; unumquodq; punctorum conſpectorum in kathero ſuæ incidentiæ uidetur.

Sit ſpeculum quodcunq;, & ſit nunc exempli cauſa planũ, quod ſit g d, punctusq; uiſus ſit a, & centrum oculi ſit b, & ducatur à puncto rei uiſæ qđ eſt a, kathetus incidentiæ quod ſit a g. Dico quod imago puncti a, ſemper uidetur in linea a g: ſuppoſitum enim eſt in principio huius libri, quod uniformis ſituatio puncti rei uiſæ reſpectu ſuperficiei cuiuſcunq; ſpeculi à qua eius forma reflectitur, ſit

ſolum

ſolum ſecūdum kathetum ſuæ incidentiæ, forma autem quæ in ſpeculo uidetur eſt imago rei uiſæ, ut patet per diffinitionem, neceſſe eſt ergo imaginem illam uideri ſecundum ſituationem uniformem ipſius puncti rei uiſæ ad ſpeculum, quoniam aliàs non uidetur illa forma per modū imaginis, uidebitur ergo neceſſario in ipſo katheto incidentiæ ſuæ, quod eſt propoſitum. In alijs enim ſpeculis eſt eodem modo declarandum.

XXXVII.

Locum imaginis rei uiſæ in ſpeculis quibuſcunq; in puncto concurſus lineæ reflexionis cum katheto incidentiæ neceſſe eſt eſſe.

Huius exemplum eſt, ſi pyramis orthogonia erigatur perpendiculariter ſuper ſuperficiem ſpeculi cuiuſcunq;, tunc enim apparebit uiſui alia pyramis continua, tenens ſe cū pyramide extrinſeca quaſi ad modū rhombi, & uidebūtur harum pyramidum uertices quaſi uniformiter diſtantes à ſuperficie ſpeculi, & ſi linea recta imaginetur duci à uertice unius pyramidis ad uerticē alterius, palamq̄m ipſa erit perpendicularis ſuper baſem uiſæ pyramidis, & ita ſuper ſuperficiem ſpeculi, cum eadem ſit ſuperficies ſpeculi & baſis uiſæ pyramidis, ut in ſpeculis planis uel baſis uiſæ pyramidis æquediſtet ſuperficiei ſpeculum contingenti ut in ſpeculis conuexis, quorum ſpeculorū ſuperficies ipſa baſis uiſæ pyramidis eſt contingens, uel æquediſtans ſuperficiei cōtingenti ſuperficiem ſpeculi, ut in ſpeculis concauis, in quibus baſis pyramidis erectæ ſuper ſpeculū æquediſtat ſuperficiei planæ ſpeculū contingenti, uertex itaq; pyramidis ſemper uidebitur in linea perpendiculari ab eo educta ad ſpeculum. Similiter quoq; à quocunq; puncto pyramidis ducatur linea æquediſtanter axi, ſemper incidet ad punctum ſimile ſibi reſpiciens ipſum in alia pyramide, & erit linea producta per 8. undecimi, ſemper orthogonalis ſuper baſes dictaꝝ pyramidū, & ſuper ſuperficiem ſpeculi uel ſuper ſuperficiē ſpeculū contingentem, imago ergo cuiuslibet punctorū pyramidum ſpeculo oppoſita cadit in ꝑpendiculari intellecta duci à puncto illo ſuper ſuperficiem ſpeculi. Sed quicūq; punctus corporis opponatur ſpeculo, neceſſe eſt imaginari pyramidem orthogonalem ſuper ſuperficiem ſpeculi aut ei continuam, uel ſuper ſuperficiem ipſum ſpeculū contingentem, uel ſuperficiei cōtingenti æquediſtantem, ut patet per 22. huius, cuius pyramidis uertex eſt pūctus ille uiſus, & baſis eius ſuperficies ſpeculi aut ſuperficies contingens ei cōtinua, & cōuenit ut imaginetur alia pyramis oppoſita illi, cum illa quaſi complens rhombum, quarum utriuſq; eſt baſis uel eadem uel una baſium eſt alteri æquediſtans, & perpendicularis à uertice unius ad uerticem alterius ducta erit perpendicularis ſuper ſpeculi ſuperficiem, & quia imago cuiuslibet pūcti ſpeculo oppoſiti cadit in lineam perpendicularem ductam ab illo pūcto ad ſpeculi ſupficiem aut ei cōtinuam, patet quod locus imaginis eſt in linea illa perpendiculariter ut patuit per præmiſſam, ſed quia in ſpeculis quibuſcunq; non accidit comprehenſio formarum niſi per lineas reflexionum, ut patet per 24. huius, palam etiam quia imago cuiuslibet uiſi puncti cadit in lineam reflexionis, & quia quælibet talium lineaꝝ eſt recta, imago ergo cuiuslibet pūcti formæ reflexæ cadit in punctum ſectionis ꝑpendicularis lineæ reflexionis, uidetur ergo quandoq; citra ſūpficiem ſpeculi, ut cum talium linearum interſectio uidelicet lineæ reflexionis & katheti incidentiæ non poteſt fieri niſi ſub ſuperficie ſpeculi, concurrit autem linea reflexionis ꝓtracta cum katheto incidentiæ, quia enim linea reflexionis cōcurrit cum linea perpendiculari educta à pūcto reflexionis ſuper ipſam ſpeculi ſuperficiem, ut patet ex præmiſſis. Sed in ſpeculis planis illa ꝑpendicularis æquediſtat katheto incidentiæ p 6. undecimi, ſunt enim ambæ ſuper ſpeculi ſuperficiem perpendicularis, manifeſtum ergo per 2; primi huius, quia in illis ſpeculis linea reflexionis concurrit cum katheto incidentiæ. In alijs autem ſpeculis eſt hoc magis manifeſtum, quoniam in pluribus illis kathetis incidentiæ concurrit cum ꝑpendiculari ducta à puncto reflexionis ſuper ſuperficiem ſpeculi. De ſingulis tamen ſpeculis hoc in ſequentibus demonſtratur, & in iſtarum linearum concurſu uidetur imago, eſt ergo locus imaginis ut ꝓponebatur, hoc autem eſt neceſſario, ideo quia cum medium diſtantiæ inter punctum uiſum comprehenſum & ſpeculi ſupficiem non ſit uacuum, ſit reflexio formæ corporis medij ad uiſum, ſicut & puncti

cor-

corporis ad quod intendit uiſus, nec eſt differentia reflexionis formæ corporis medij à reflexione formæ puncti intenti, niſi ſicut alicuius formæ unius totius corporis continui, cuius ſolum pars modica intenditur uideri, ut ſi foramen acus intendatur uideri in ſpeculo & forma illius multiplicatur ad uiſum, nihilominus ordinatur in ſpeculo tota forma acus: & quoniam formæ cadentes in uiſibus & ſpeculis quibuſcunq; regularibus retinent eſſentialem ordinem ſuarum partiũ & figurarũ, ut patet per 34. huius, ideo neceſſe eſt puncta formarum incidentium ſpeculi quandoq; in quadam diſtantia uideri, ut quando diſtant puncta rei extra, & quando linea reflexionis & kathetus concurrũt ſub ſpeculi ſuperficie uel inter uiſum & ſpeculũ, & non in ipſa ſuperficie ſpeculi uel retro uiſum, in quibus omnibus eſt eadẽ uniuerſalis cauſa quæ præmiſſa eſt, deferens ſolũ ſecundum uarios modos reflexionum: accidit enim rebus ſecundum quod formæ ipſarũ diffunduntur p medium ad ſuperficiem ſpeculi in formis ſuis ſpecificis differre, cum ſenſibiliter non ferantur ad ſpeculum, niſi lux & color & figura & ſimilia, quæ non faciunt differentiam ſpecificam in rebus ut in ligno & lapide, quamuis uirtus diſtinctiua per accidentium cognitionem ſpecificam accipiat differentiã, ſcilicet per applicationem illorum accidentium ad propria ſubiecta, quæ uiſibus directe uidentibus ſub talibus accidentibus occurrũt. Sicut ergo unius corporis naturalis continui partium formæ feruntur ad ſpeculi ſuperficiem, & ſeruata forma totali & figura, accidit neceſſario partes remotiores à ſpeculi ſupficie remotiores uideri, ne forma & figura rerum uiſarũ confundãtur, ſic ut accidit neceſſario de rebus uiſis per mediũ aerẽ ut præordinata forma aëris in ſitu ſuo reſpectu formæ rei per mediũ aërẽ uiſæ oĩm ſuorũ pũctorũ forma uideantur, aliâs enim figura & forma rerum multiplicatarũ ad ſpeculi ſuperficiem confundentur, & hoc mihi uiſum eſt eſſe cauſa rei per alios multis ambagibus pquiſitæ. Videntur itaq; res neceſſario in perpendiculari, quoniam ut patet per 21. primi huius, hoc eſt breuiſſima eius diſtantia à ſupficie ſpeculi à qua fit reflexio ad uiſum, aut à ſuperficie ei cõtinua, & ſecundum hanc fit rei uiſæ reſpectu ſpeculi uniformis diſpoſitio, & ex hoc forma rei nomen accipit imaginis, ut diximus in præmiſſa, licet ergo forma rei ſecundum aliam lineam reflectatur ad uiſum, iudicium tamen uirtutis uiſiuæ, quia recipit formam per modum imaginis, fit ſecundum lineam breuiſſimam ſecundum quam incidit forma uiſa ſuperficiei ipſius ſpeculi aut ei continuæ, propter conuenientem ordinationem formarũ in ſpeculi ſuperficie & in uiſu, & propter certiorem cognitionem ſuæ propriæ quantitatis, cum enim neceſſe ſit imaginem eſſe in linea reflexionis, ſi uideretur citra kathetum propinquior ad uiſum uideretur maior, ſi ultra kathetum, uideretur minor, ut à remotiori uiſa: in katheto uero quam permittit figura ſpeculi & uiſum diſtantia, ſecundum ſui propriam quantitatem uidetur, eſt ergo neceſſarium ipſam uideri in pũcto concurſus lineæ reflexionis cũ katheto incidentiæ, uiſus enim cũ per reflexionem formas comprehendit, nõ auertit quod hæc cõprehenſio fit per reflexionem, quoniam reflexio ut ſupra in procemio huius ſcientiæ diximus, non accidit ex proprietate uiſus, uiſu enim remoto nihilominus fit reflexio à ſpeculis, quoniam forma corporalis non minus incidit ſuperficiebus ſpeculorum, ſed quoniam inuenit tranſeundi reſiſtentiam ex ſoliditate corporis ſpecularis reflectitur ab illis, & ſi contingat uiſum eſſe in loco in quo fit linearum reflexarum aggregatio, comprehendet uiſus illas formas in capitibus illarũ linearum, & eſt quælibet formarum reflexarum à quocunq; ſpeculo in illo ſpeculo tanquam non adueniens, ſed ac ſi naturalis eſſet forma ſpeculi, cum tamen non ſit aliqd eſſentiæ ipſius ſpeculi, patet ergo propoſitum.

XXXVIII.

Formam omnis rei uiſæ comprehenſæ per reflexionem factam à ſuperficie alicuius ſpeculi, figuræ ſuperficiei illius ſpeculi eſt neceſſarium aliqualiter ſimilari.

Quoniam enim ut patet per præmiſſam locus imaginis cuiuſcunq; pũcti formæ uiſæ eſt in concurſu lineæ reflexionis cum katheto incidentiæ, harum aũt linearũ concurſus di-

ſus diuerſificatur ſecundum figuram ſuperficierum ſpeculorũ à quibus fit reflexio, qm̃ ſecundũ illius figuræ diſpoſitionẽ, fit diuerſitas concurſus katheti incidentiæ & perpendicularis ductæ à pũcto formæ incidentis ſup ſuperficiem ſpeculi, uel ſuper ſuperficiem ſpeculi cõtingentem in pũcto reflexionis ſuperficiei ſpeculi, à qua fit reflexio ad uiſum, quarũ perpendiculariũ concurſus diuerſificat concurſum linearum reflexionis cũ katheto incidẽtiæ, in quo concurſu fit locus imaginũ ut declaratũ eſt in præmiſſa, habet itaq; ſuperficies ſpeculi à qua fit reflexio aliquã dignitatẽ in formatione imaginũ uiſarũ quæ ab ipſis reflectuntur, non tamen fit ſemper hæc aſſimilatio ſecundum totã diſpoſitionẽ formarũ, niſi cũ loca imaginum cadunt in ipſis ſuperficiebus ſpeculorum non intra ſpecula uel extra ipſa. Sed & tunc ſecundum aliquod ſimilantur formæ uiſæ ipſis formis uel figuris ſpeculorum, quoniã in ſpeculis pyramidalibus apparent formæ aliqualiter pyramidales, & ſic aliqualiter accidit in alijs ſpeculis, patet ergo propoſitum.

XXXIX.

Diuiſa cuiuſcunq; ſpeculi ſuperficie, accidit formam unius pũcti rei uiſæ numero illarum partium numerari.

Hoc quod hic proponitur uerũ eſt, quando per diuiſionẽ ſuperficiei alicuius ſpeculi ſenſibilis accidit diuerſitas ordinis & ſitus partialium ſuperficierũ uiſæ, & reſpectu ipſius uiſus ut plurimũ accidit in ſpeculis uitreis plumbatis, ꝑ diuiſionem ab unitate ſuperficiei defacili recedunt, quod nõ accidit in alijs ſpeculis tam faciliter: qñ itaq; aliorũ ſpeculorum, ſuperficies ꝓpter diuiſionẽ in ipſis factam ab unitate ſupficiei ſecundũ ſitum & ordinem præmiſſo modo recedũt, accidit formã unius pũcti rei uiſæ numero illarũ partium numerari, tũc enim diuerſi fiunt katheti incidentiæ formæ eiuſdem pũcti rei uiſæ reſpectu illarum diuerſarum partialiũ ſuperficierũ, & ſimiliter diuerſa fiũt puncta reflexionum & diuerſæ reflexionũ lineæ ad centrũ eiuſdẽ uiſus, & quia locus cuiuslibet imaginis ſemper fit in pũcto cõcurſus lineæ reflexionis cũ katheto incidentiæ, ut patet ꝑ 37 huius, ideo patet, quod ſecundum numerũ iſtarum linearum, & ſui concurſus formæ eiuſdem puncti imagines numerantur. patet ergo propoſitum.

XL.

In omnis ſpeculi ſuperficie fit formarum deflexio in longitudine & latitudine ſecundum modum polituræ.

Quod hic ꝓponitur exemplariter patet in ſpeculis quibuſcunq; artificio politis. Si eñ fabricantꝰ in longum ut accidit in ſuperficiebus enſium, tunc facies intuentis uidebitꝰ oblongata reſpectu ſuæ ꝓpriæ diſpoſitionis, & ſi fabricantꝰ aliquæ ſupficies ſecundũ ipſarum latitudinẽ, ſi longitudo fabricata ſecundũ ſui latitudinẽ opponitur uiſui, tunc imago faciei illa intuentis uidebitur latior quàm ſit eius ꝓprietas uera ſecundũ illã diſpoſitionem, & quandoq; uidebitur imago tranſuerſalis ꝓpter tranſuerſalitatẽ fabricatiõis, in oĩbus uero his cauſa eſt unitio maior ſuperficieꝝ ipſarũ corporum politorũ, à quibus & quarũ partibus cõfluit reflexio ad unionẽ formaꝝ reflexarum, & ſecundũ illud peruenit ad uiſum, & eñ ut in principijs huius libri diximus, politio eſt cõtinuitas partiũ ſupficiei politi corporis ſine ſenſibilitate pororũ uel diuiſionis, unde cũ ad aliquã differentiã poſitionis illi pori cõplanantur, neceſſe eſt ſecundũ illã differentiã formas pluribus punctis illis incidentes in unitatẽ formæ confluere & uniri, & ſecundũ illũ modũ formam uiſam ſecundũ reflexionẽ augmẽtari & uideri maiorem, ſecundũ alias uero poſitionũ differentias neceſſe eſt ipſam uideri ſuæ diſpoſitionis ꝓpriæ, uel circa illã, & ſic accidit quædã menſtruoſitas in imaginibus formaꝝ taliter uiſaꝝ, quia ipſarum reflexio eſt æq̃lis hinc inde, & fit irregularis ſecundũ illud, ut itaq; à corporibus arte politis reflexio fiat regularis & cõueniens diſpoſitioni formaꝝ reflexarũ, neceſſe eſt ipſorũ ſupficies fabricari ſecundum modũ circularẽ non in longũ nec in latum uel trãſuerſum, ne ſecũdum illos modos formarum ꝓpria diſpoſitio difformetur, patet ergo propoſitum.

XLI.

In oĩ ſpeculo accidit eandẽ imaginẽ à duobus uiſibus qñq; uideri duas.

Huius rei euentus accidit uiſui in unius imaginis uiſione à quocunq; ſpeculorum reflexæ, ſicut & idem error ſibi accidit in ſimplici rerū uiſione, cū eædem cauſæ concurrunt uel aliarum aliquarū quas declarauimus in 103. & 104. 105. 106. 107. quarti libri huius, utpote cum eiuſdem rei forma ab eodē ſpeculo reflexa uni uiſuū offertur directè & alteri oblique, uel cū forma reflexa conſtituta intra axes radiales ambobus uiſibus occurrit oblique. Quibuſcunq; enim modis accidit formam eiuſdem rei uideri duas, eiſdem modis poſſibile eſt imaginem illius formæ uideri duas, ſi ſecūdum modū ſuæ uiſionis ad uiſum ab aliquo ſpeculo reflectatur, & quia talibus nō oportet aliter immorari quàm ut in ſimplici uiſione dictū eſt, nō eīn accidit illud ꝓpter diuerſitatē punctorū reflexionis formæ eiuſdē pūcti ad ambos uiſus, quoniā illa diuerſitas aut nulla eſt, aut nō eſt ſenſibilis, unde nullū ſenſibilē inducit uiſibus errorē, ſed ambo uiſus ſecundū illū unde pueniūt ad uiſionem unitatis eiuſdem formæ ut poſterius declarabitur, patet ergo propoſitum.

XLII.

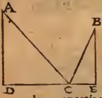
Imago rei uiſæ motæ in omni ſpeculo moueri uidetur.

Huius cauſa non eſt alia, niſi uniformitas reflexionis à quolibet puncto ſpeculi, ſuper quam fit motus, & quia omnia pūcta rei uiſæ à diuerſis quàm prius pūctis reflectuntur, efficitur noua imago totius rei uiſæ ſecundū quod p eius motū puncta à quibus facta eſt reflexio permutantur, uidetur itaq; forma moueri, licet ſecundū ueritatē nō moueatur, ſed potius noua imago mutato ſitu rei uiſæ generetꝛ, hoc aūt accidit propter continuitatem punctorū reflexiōis in ſupficie ſpeculorū, patet ergo ꝓpoſitū. His itaq; cōmunibus omniū ſpeculorū paſſionibus præmiſſis, reſtat ut ad planorꝫ ſpeculorū paſſiones ꝓprias calamum conuertamus.

XLIII.

In omni reflexione à ſpeculis planis facta, lineæ incidentiæ & reflexionis proportionales ſunt kathetis à punctis ſuorum terminorū demiſſis, & ipſis baſibus in ſpeculorum ſuperficie interiectis.

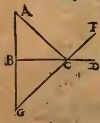
Sit ſpeculum planū, in cuius ſuperficie ſit linea d c e, & ſit linea incidentiæ a c, reflexionis uero c b, & ducantꝛ katheti a d incidentiæ & reflexiōis b e, dico quòd quæ eſt ꝓportio a d ad e b, eadem eſt a c ad b c & d c ad c e, quoniam eīn in trigono a d c, angulus rectus, qui a d c eſt æqualis angulo b e c recto, & angulus a c d, q eſt angulus incidentiæ p 20. huius, æqualis angulo b c e, qui eſt angulus reflexionis, erit neceſſario angulus d a c, trigoni a d c æqualis angulo c b e trigoni b e c, per 32. primi, ergo per 4. ſexti, latera iſtorum trigonorum æquales angulos reſpicientia ſunt ꝓportionalia, quæ eſt ergo proportio lineæ a d ad lineam b e, eadem eſt proportio lineæ a c ad b c, & lineæ d c ad e c, & quoniam ſemper manet eadem proportio reſultans ex æqualitate angulorum, patet ergo propoſitum.



XLIIII.

Forma puncti rei uiſæ ſuperficiei plani ſpeculi incidente, locum in quo uiſu conſtituto ad ipſum fiat reflexio inuenire.

Eſto punctus cuius forma ſpeculo plano incidat a, & ſit linea b c d communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ducta in ſuperficie ſpeculi, incidatq; pūctus à ſpeculo ſecundum punctum c, & ducatur linea incidentiæ quæ a c, & à pūcto a, ducatur linea a b perpendicularis ſuper lineam b c d, p 12. primi, & ꝓducatur uſq; ad punctum e, donec p 3. primi, linea b e fiat æqualis ipſi a b, & continuatur linea e c, quæ ꝓducatur ultra c ad punctū f, dico quod uiſu exiſtente in quolibet puncto lineæ c f, ſemper fiet reflexio ad ipſum, et uidebit formā puncti a, copuletur eīn linea a c, erit quoq; angulus a b c æqualis angulo c b e, quia ut patet ex præmiſſis ambo illi anguli ſunt recti, qm̄ ergo per 4. primi, cū ex hypotheſi linea b e ſit æqualis ipſi a b, & latus b c cōmune, trigona a b c & c b e ſint æquiangula, erit angulus a c b æqualis angulo b c e, ſed per 5. primi, angulus f c d eſt æqualis angulo b c e, ergo angulus f c d eſt

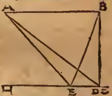


ſ c d eſt æqualis angulo a c b, ergo per 20. huius, cũ linea a c ſit linea incidentiæ, erit c ſ linea reflexionis, uiſu ergo in illa poſito fiet reflexio ad uiſum, quod eſt propoſitum.

XLV.

Forma puncti à ſpeculo plano non reflectitur ad eundẽ uiſum niſi ab uno puncto tantum.

Eſto centrum uiſus a & punctum uiſum b, & ſit z h ſuperficies ſpeculi plani, dico qđ ab uno tantum puncto ſuperficiei z h, reflectitur forma puncti b ad uiſum a, ſi enim à duobus pũctis ſit poſſibile illã reflecti, ſint illa duo pũcta d & e, & ducatur linea à centro uiſus in puncto a ad punctum uiſum b linea quæ ſit a b, linea itaq; a b ꝓtracta ultra alterum punctorum quæ ſunt b uel a, aut concurrit cum ſuperficie ſpeculi aut æquediſtat. Si cõcurrit ſiue ſit perpẽdicularis ſup ſuperficiẽ ſpeculi à quo fit reflexio ſiue non, ſemper ipſa erit neceſſario in una ſola ſuperficie reflexionis. Si enim ipſa ſit perpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, tunc patet quod ipſa eſt in una ſuperficie reflexionis per 27. huius, quoniam ipſa reflectitur in ſe ipſam per 21. huius. Si uero linea a b ſuper ſuperficiem ſpeculi non ſit perpendicularis, cum ſit linea recta extenſa inter duo puncta extrema, quæ ambo per 25. huius, neceſſario ſunt in una ſuperficie reflexionis erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi, erit etiam linea a b in una ſola tali ſuperficie, quoniam ſi in duobus talibus ſuperficiebus fuerit, tunc ipſa erit communis ſectio duabus illis ſuperficiebus orthogonalibus ſuper ſuperficiem ſpeculi per 19. primi huius, unde ſumpto in ea puncto & ducta ab illo puncto linea in altera ſuperficierum ſuper lineam communem huic ſuperficiei & ſuperficiei ſpeculi, erit hæc linea erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi per diffinitionem ſuperficiei ſuper ſuperficiem erectæ: & ſimiliter ab eodẽ puncto ducatur linea in alia ſuperficie ſuper lineam communem ei & ſuperficiei ſpeculi, & erit iterum hæc linea orthogonalis ſuper ſuperficiem ſpeculi, ab eodem ergo puncto contingeret ducere duas perpendiculares ſuper eandem ſuperficiem ſpeculi, quod eſt impoſſibile & cõtra 20. primi huius, ergo linea b a in una ſola ſuperficie reflexionis erecta ſuper ſuperficiẽ ſpeculi plani, eruntq; tria puncta a c b in eadem ſuperficie reflexionis per primam undecimi, & erunt lineæ a e & e d & e b, per 25. huius, in illa ſuperficie reflexionis in qua eſt linea a b, & ſimiliter lineæ e d & d b & d a, quia lineæ d a & e b, erunt in eadem ſuperficie cũ lineis d a & d b, per ſecundam undecimi. Sed angulus e a h eſt maior angulo a d e per 16. primi, extrinſecus eñ eſt maior intrinſeco. Sed ꝑ 20. huius, angulus incidentiæ qui eſt a e h eſt æqualis angulo reflexionis qui eſt b e d, ergo & angulus a d e eſt æqualis angulo b d z, angulus ergo d e b maior eſt angulo a d e, ergo & ipſius æquali, ſcilicet angulus b d z, quod eſt contra



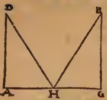
16. primi, extrinſecus enim qui eſt b a z maior eſt intrinſeco qui eſt b e d, ergo & angulus a d h maior eſt angulo b e d, & ſic idem angulus eodem angulo erit maior & minor, quod eſt impoſſibile, à ſolo ergo puncto ſpeculi plani fit reflexio formæ puncti b ad uiſum a. Si uero linea a b ſit perpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi plani, patet per 32. huius, quod unius tantum punctus reflectitur ſecundũ ipſam ad uiſum, & ab uno ſolo ſpeculi puncto, quod ſi linea a b non cõcurrat cũ aliqua linearum protractarũ in ſuperficie ſpeculi, ſed ſint æquediſtantes alicui illarum, ergo per 9. undecimi, ipſa erit æquediſtans cuilibet æquediſtanti illi lineæ in ſpeculis ſuperficie productæ. Sit ergo æquediſtans lineæ b z, erunt quoq; per ſecundam primi huius lineæ a b & h z in eadem ſuperficie, fiat ergo deductio ut prius, quoniã intrinſecus angulus erit maior extrinſeco, quod eſt impoſſibile, ergo & illud ex quo ſequebatur, patet ergo quod proponebatur.

XLVI.

In ſpeculis planis dati puncti uiſi ad centrum uiſus datum punctum reflexionis inuenire.

Sit ſpeculum planum, in cuius ſuperficie ſit linea a g, & ſit centrũ uiſus b, punctusq; rei uiſæ ſit d, & ducãtur katheti a d & g b, perpendiculariter ſuper ſuperficiẽ ſpeculi per 11. undecimi, diuidaturq; linea a g in puncto h, ita ut ſit ꝓportio lineæ a h ad lineã h g,

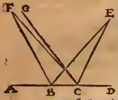
ſicut lineæ a d ad lineam g b, per 119. primi huius, dico itaq; quod forma puncti d reflectetur ad uiſum b à pũcto ſpeculi h, ducant̃ eñ lineæ d h & b h, palam itaq; ꝑ 6. ſexti, & ex hypotheſi, qm̃ triangul9 d h a eſt æquiangulus triangulo h g b, angulus eñ h a d eſt æqualis angulo h g b, quia ſunt ambo recti, & eſt ꝓportio lineæ a d ad lineã g b, ſicut lineæ a h ad lineam h g, angulus itaq; a h d eſt æqualis angulo g h b: à pũcto itaq; ſpeculi quod eſt h, reflectitur forma puncti d ad uiſum b, ꝑ 20. huius, angulus eñ incidẽtiæ eſt æqualis angulo reflexionis. Si aũt pũctus h, obſtruat̃ per aliquod ſuperpoſitũ, utpote ꝑ cærã uel ꝑ picem aut ſibi ſimile, nulla uidebit̃ imago puncti d, centro ipſius uiſus quod eſt b, diſpoſito ſecundũ præmiſſum modũ, qm̃ à pũcto alio ipoſſibile eſt fieri reflexionẽ ꝑ præmiſſam, accidit eñ à pũcto alio uariari ꝓportionem, & angulos incidentiæ & reflexionis fieri inæquales, patet ergo ꝓpoſitum.



XLVII.

Lineæ reflexionis formæ eiuſdem puncti à diuerſis punctis ſpeculi plani non ſunt æquediſtantes, attamen in centro unius uiſus non concurrunt, ex quo patet quòd unus uiſus uidere non poteſt idolum eiuſdem formæ à diuerſis punctis eiuſdem plani ſpeculi reflexum.

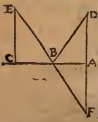
Eſto ſpeculũ planum in cuius ſuperficie ſit linea a b c d, cuius duobus pũctis c & b, à puncto rei uiſæ quod ſit e, incidãt lineæ e b & e c, & ſit centrũ uiſus g, & reflectatur linea e b ſecundũ lineã b f, & linea e c ſecundũ lineam c g, dico quod lineæ e g & b f non ſunt æquediſtantes, nec tñ concurrent in centro unius uiſus, quãuis etiã ſint in eadẽ ſuperficie, angulus eñ incidentiæ qui eſt e c d eſt æqualis angulo reflexionis qui eſt g c a, & angulus e b d eſt æqualis angulo f b a, ut patet per 20. huius, quia ergo trigoni e b c latus b c ꝓtrahitur ad punctũ d, erit per 16. primi, angulus e c d, extrinſecus maior angulo intrinſeco qui eſt e b d, palã ergo ꝑ 20. huius, quia & angulus g c a maior eſt angulo f b a, ergo per 16. primi huius, lineæ g c & b f, non ſunt æquediſtantes, angulus enim extrinſecus maior eſt intrinſeco cadẽte linea a d ſuper ambas lineas g c & b f, ſed neq; concurrunt in centro unius uiſus: dato enim quod cõcurrant in centro uiſus quod ſit f, & linea e c reflectatur ad uiſum f, ſecundũ lineam e f, tũc quia per 20. huius, angulus incidentiæ qui eſt f b a æqualis eſt angulo reflexionis qui eſt e b d, & angulus e c d æqualis angulo b c f, ſed angulus f b a maior eſt angulo f c b, per 16. primi, ergo & angulus e b c intrinſecus maior eſt angulo e c d extrinſeco, qđ eſt cõtra eandem 16. primi, & impoſſibile, patet ergo propoſitum, & ex hoc patet planè totum correlariũ. Si eñ lineæ reflexionis formæ eiuſdem pũcti non poſſunt in centro unius uiſus concurrere, tũc eſt manifeſtũ quod unus uiſus non poteſt idolum eiuſdem formæ uidere reflexum à diuerſis pũctis ſuperficiei eiuſdem ſpeculi plani, qđ eſt totum ꝓpoſitum.



XLVIII.

In ſpeculis planis forma pũcti ad cẽtrũ uiſus reflexa locũ imaginis inuenire.

Eſto ſpeculum planum, in cuius ſuperficie ſit linea a b c, ſit quoq; ut forma pũcti rei uiſæ quod ſit d, reflectatur ad centrum uiſus quod ſit e, à puncto ſpeculi b, & ducatur linea incidentiæ quæ ſit d b, & linea reflexionis quæ ſit b e, dico quod eſt poſſibile inueniri locum imaginis in quo uidetur forma puncti d, quoniã enim per 27. huius, pũcta d b e ſunt in eadem ſuperficie, patet per primam & ſecũdã undecimi, quoniam linea a b c eſt cum lineis d b & b e, in eadem ſuperficie, imaginetur ergo extendi linea a b c in cõtinuum, quouſq; à puncto e ſuper ipſum ꝓducatur per 12. primi, linea perpendicularis quæ ſit e c, & ei æquediſtans à puncto d quæ ſit d a, per 31. primi, quia itaq; linea e b concurrit cum linea e c in puncto e, palam per ſecundã primi huius, quoniam ipſa cõcurret cũ linea d a ꝓducta, ſit cõcurſus punctus f, dico per 37. huius, qm̃ punctus f, eſt locus imaginis formæ pũcti d, patet ergo ꝓpoſitũ.

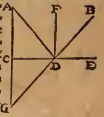


Eadem

XLIX.

Eadem eſt diſtantia loci imaginis à ſuperficie ſpeculi plani ſub ſpeculo, quæ eſt puncti uiſi ab eadem ſuperficie ſuper ſpeculum planum exiſtentis.

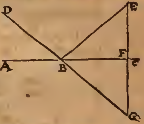
Sit punctus rei uiſæ a, & ſit centrum uiſus b, & ſit c d e linea cõmunis ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi plani, ſitq́; d punctus reflexionis, & à puncto d ducatur linea d f, perpendiculariter ſuper lineam c d e, per 11. primi, uel ſuper totam ſuperficiem ſpeculi plani per 12. undecimi, & à puncto a ducatur perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi per 11. undecimi, quæ ſit a c, quæ producatur ultra ſpeculũ, & ducatur linea incidentiæ quæ ſit a d, & linea reflexionis quæ ſit b d, patet ergo per 27. huius, qm̃ lineæ a d, f d, b d, ſunt in ſuperficie reflexionis, & cum linea f d, ſit æq̃diſtans lineæ a c, ꝑ 28. uel ꝑ 6. undecimi, & linea b d, concurrat cũ linea f d, in puncto d, patet per 2. primi huius, quia linea b d, protracta concurret cum linea a c, protracta, concurrat ergo in puncto g, dico quod linea g c, eſt æqualis lineæ a c, quoniam enim angulus b d e, eſt æqualis angulo a d c, per 20. huius, ſunt enim anguli incidentiæ reflexionis. Sed angulus b d e, eſt æqualis angulo c d g, per 15. primi, quoniam ſunt anguli contra ſe poſiti, angulus ergo a d c, eſt æqualis angulo c d g, angulus uero a c d, eſt æqualis angulo d c g, quoniam uterq; eſt rectus, erit ergo per 32. primi, angulus c a d, trigoni c a d, æqualis angulo c g d trigoni c g d, erunt ergo per 4. ſexti, latera æquos angulos continentia ꝓportionalia, ſed latus c d æquale eſt ſibi ipſi, erunt ergo cætera latera æquos angulos reſpicientia inter ſe æqualia, ut a c ipſi c g, & a d ipſi a g, quia ergo in puncto g, eſt locus imaginis per 37. huius, & linea c g, eſt æqualis ipſi a c, patet ergo propoſitum. Si ergo perpendicularis ultra ſuperficiem ſpeculi imaginetur linea c g, æqualis lineæ a c reſecari, ſemper erit in puncto g locus imaginis tm̃ diſtans à ſuperficie plani ſub ſpeculo, quantum punctus rei uiſæ, cuius forma uidetur in ſpeculo, diſtat ab eadem ſuperficie ſpeculi ſuper ſpeculum, patet ergo propoſitum.



L.

In omni reflexione à ſpeculis planis facta, linea à centro uiſus ad locum imaginis producta, æqualis eſt lineæ incidentiæ reflexionis ſimul iunctis.

Eſto in ſpeculo plano linea a b c, & ſit centrum uiſus d, & punctus rei uiſæ ſit e, fiatq́; reflexio formæ puncti e, ad uiſum d, à puncto ſpeculi plani quod ſit b, erit ergo linea incidentiæ quæ e b, & linea reflexionis quæ b d, ſitq́; locus imaginis punctus g, hoc ergo per 37. huius, erit in concurſu lineæ reflexionis d b, cum katheto incidentiæ, Sit ergo ut kathetus e g productus ſecet lineam a c in puncto f, quia itaq; angulus incidentiæ qui eſt e b f, eſt æqualis angulo reflexionis qui eſt a b d, per 20. huius, & angulus g b f æqualis a b d, per 15. primi, eſt ergo angulus g b f, æqualis angulo e b f. Sed & angulus e f b, æqualis eſt angulo g f b, quia ambo recti, ergo per 32. primi, trigoni b g f, & b e f, ſunt æquianguli, ergo per 4. ſexti, latera illorum æquos angulos continentia ſunt proportianalia. Sed latus b f, eſt æquale ſibi ipſi, ergo g b eſt æquale ipſi b e, ergo linea d g, à centro uiſus ad locum imaginis g producta, eſt æqualis ambabus lineis d b, & b e, ſimul acceptis, quod eſt propoſitum.

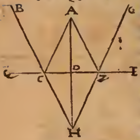


LI.

In ſpeculo plano ab utroq; uiſu uno puncto cõprehenſo, idem erit imaginis locus uiſibus ambobus: ex quo patet quòd una ſola imago utriq; uiſui occurrit.

Sint duo uiſus b & g, & ſit a punctus rei uiſæ, & ſit q d z e, linea in ſuperficie ſpeculi plani ducta, ſitq́; linea a d perpendicularis ducta à puncto a, ſuper ſuperficiem ſpeculi,

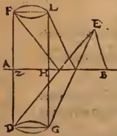
& quia per 30. huius, ab uno puncto ſpeculi ꝓpoſiti ad ambos uiſus non poteſt fieri reflexio, ſed ad minus à duobus. Sint itaqꝫ illa duo puncta c & z & ducantur lineæ b c, a c, a z, z g, palam ergo per 25. huius, quia linea b c & a c, & a d, ſunt in eadem ſuperficie reflexionis erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi, & ſimiliter lineæ a d, a z, z g, ſunt in eadem ſuperficie, & linea d c, eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis, quæ eſt a d, c b, & ſuperficiei ipſius ſpeculi, & linea d z eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis, quæ eſt a d & z g, & ſuperficiei ſpeculi per 19 primi huius. Si ergo ambæ lineæ reflexionis quæ ſunt b c & g z, fuerint in eadem ſuperficie erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi, palam quia linea c d z, erit linea una erecta, ideo quia communis ſectio ſuperficiei ſpeculi, & ſuperficiei cuiuſcunqꝫ ſuper ipſam erectæ eſt linea una recta ꝑ 3. undecimi, tunc ergo & perpendicularis a d, quæ eſt inter duas lineas illas reflexionis, quæ c b & g z, aut erit in eadem ſuperficie cum illis, aut extra illas in alia ſuperficie, quodcũqꝫ iſtorum fuerit ſuper linea reflexionis, quæ b c ꝓtracta ſecabit ex perpendiculari, quæ eſt a d, ultra ſpeculum ꝓtracta partem æqualem ipſi a d, per 49. huius, quæ ſit d h, quoniam ſemper lineæ b c & a d, ſunt in aliqua eadem ſuperficie per 27. huius, ut præmiſſum eſt, & ſimiliter ꝑ 49. huius, linea g z, ꝓtracta ultra ſpeculum ſecabit ex ꝓtracto katheto a d lineam æqualem ipſi lineæ a d, ſecabit ergo ipſam in puncto h, imago ergo puncti a, in eodem puncto perpendiculari, quod eſt h, ꝑcipietur ab utroqꝫ uiſu, & idem erit imaginis locus, una ergo tantum erit imago, & in uno eodemqꝫ loco uidebitur ab ambobus uiſibus, in quo puncto uno tantum uiſu ꝑcipietur. Si uero puncta c & z, non fuerint in eadem ſuperperficie reflexionis, adhuc eadem facta deductione una tantum imago uidebitur, & unus tantum erit imaginis locus, ut prius. Semper enim utraqꝫ linea reflexionis ſecabit ex perpendiculari ꝓtracta partem æqualem ipſi a d, eritqꝫ ſectio ambarum linearum reflexionis cum illa perpendiculari in eodem puncto h, qui per 37. huius, erit ſemper imaginis locus, & hoc eſt ꝓpoſitum. Quoniam ſi centra ambarum uiſuum quæ ſunt b & g, fuerint ex eadem parte rei uiſæ, quæ eſt a, ſemper eodẽ modo eſt demonſtrandum, concurrent enim lineæ reflexionum cum katheto in eodem puncto, & erit idem imaginis locus, & eadem imago uiſibus occurret.



LII.

In ſpeculis planis figura rei uiſæ & ſitus partium ſecundum quãtitatem longitudinis & latitudinis non mutatur, ex quo patet quòd imago cuiuslibet rei uiſæ in ſpeculo plano æqualis eſt formæ rei extra.

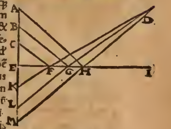
Sit ſpeculum planum, in quo ſectio communis ſuꝑficiei illius ſpeculi, & ſuꝑficiei reflexionis ſit linea a b, & duo puncta extrema alicuius rei uiſæ ſint f & l, erigaturqꝫ kathetus ꝑpendiculariter ſuꝑ ſuꝑficiem ſpeculi à puncto l, qui ſit l h, & à puncto f, kathetus qui ſit f z, & erunt z & h, duo puncta in ſuꝑficie reflexionis per 27. huius, ꝓducanturqꝫ taliter ſuꝑ ſpeculum, ut linea h g, ſit æqualis ipſi l h, & linea z d, æqualis ipſi f z, ſit quoqꝫ centrum uiſus e, ducaturqꝫ per 11. undecimi à puncto e, kathetus ſuꝑ ſpeculum qui ſit e b, palam itaqꝫ ex 28. huius, quoniam forma puncti l reflectitur ad uiſum e, ab aliquo puncto ſpeculi lineæ h b, & locus imaginis ſuæ ꝑ 44. huius, eſt punctum g, tantũ diſtans à ſuꝑficie ſpeculi ultra ſpeculum, quantum punctus l, ſuper ſpeculum. Similiter forma puncti f, reflectiť ad uiſum e, ab aliq̃ pũcto lineæ z b, & locus imaginis eſt punctum d, ducta quoqꝫ linea f l, & linea d g, palam, quia quodcunqꝫ punctum lineæ f l, reflectitur ad uiſum e. Similiter locus imaginis ſuæ eſt tantum diſtans à ſuꝑficie ſpeculi ultra ſpeculum, quantum ille punctus eſt ſuꝑ ſpeculum, quilibet ergo punctus lineæ f l, tantum uidetur diſtare ſub



re ſub ſpeculo, quantum ipſe punctus in ſuperficie ſpeculi ſuper ſpeculum. Si ergo linea f l fuerit recta erit linea d g recta, ſi linea f l fuerit arcus circuli, erit quoq; linea d g, arcus circuli, & ſemp eiuſdem curuitatis & diſpoſitionis, linea ergo f l, ſemp apparebit eiuſdem quantitatis & figuræ, cuius eſt extra ſpeculum, & hoc eſt ꝓpoſitum. Supponendum tamen eſt, ut tale ſpeculum planum ſit æqualiter politum, quoniam ſi ad longitudinem & latitudinem nimis declinet politio, declinabit & forma ſecundum idem per 40. huius, nec erit in longitudine & latitudine debitus ordo formæ.

LIII.

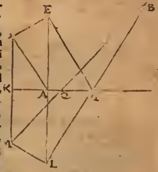
Altitudines & profunditates à planis ſpeculis reuerſæ uidentur cum ſpeculorum ſuperficiebus perpendiculariter inſiſtunt.



Eſto altitudo uiſa quæ a b c e, ſitq; centrum uiſus d, linea uero communis ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi plani ſit e f g h i, incidatq; forma puncti a, ſecundum lineam a h, & reflectatur ſecundum lineam h d, & forma puncti b, incidat ſecundum lineam b g, & reflectatur ſecundum lineam g d, & forma puncti c, incidat ſecundum lineam c f, et reflectatur ſecundum lineam f d, dico qđ altitudo e a uidebitur reuerſa, ꝓtracta em̃ linea e a, quæ perpẽdicularis eſt ſuper lineam e i, ſup ſpeculum, & ꝓtractis om̃ibus lineis reflexionis ad concurſum, cũ ꝓtracta linea a e, ultra punctum e incidat linea d k in punctum m, & linea d g, in punctũ l, & linea d f, in punctum l z, palam per ꝓmiſſam, quoniam linea l z e, æqualis eſt ipſi lineæ e c, & l e ipſi e b, & m e æqualis ipſi e a, puncta ergo altitudinis e a, ꝓpinquiora ſupficiei ſpeculi ſuperius exiſtentia ꝓpinquiora uidebuntur eodem ſub ſpeculo inferius, & puncta remotiora ſuperficiei ſpeculi ſuperius remotiora uidebuntur ſub ſpeculo inferius, uidebitur ergo altitudo reuerſa ſub ſpeculo, quoniam enim quod eſt ſuperius in altitudine uidebitur inferius, quoniam ſub maiori diſtantia à uiſu uidetur, & quod eſt inferius in altitudine uidebitur ſuperius, quoniam ꝓpinquius uiſu uidetur, & eodem modo demonſtrandum, ſi linea a b c ſit linea profunditatis alicuius rei, patet ergo propoſitum.

LIIII.

Obliquæ longitudines à planis ſpeculis uidentur, quemadmodum ſe habent.



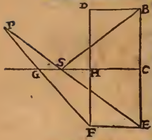
Sit d e longitudo oblique diſtans à ſuperficie plani ſpeculi, ita ut punctum eius qđ eſt e, ſit remotius ab ipſa ſuperficie ſpeculi, communis quoq; ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei ſpeculi ſit linea l z a q g, centrũq; uiſus ſit punctus b, & incidat forma puncti d, ipſi ſpeculo ſecundũ lineã d a, & reflectatur ſecundũ lineam a b, ad centrũ uiſus, & incidat forma puncti e, ſecundũ lineam e g, & reflectatur ad uiſum ſecundũ lineam g b, protrahaturq; kathetus c l z, ꝑpendiculariter, & linea reflexiõis quæ eſt b a, donec concurrant in puncto m, & ꝓtrahetur kathetus e q, perpendiculariter donec concurrat cũ linea b g, in puncto l, eritq; per 49. huius, linea d l z, æqualis lineæ l z m, & linea e q, æqualis lineæ q l, & quoniam longitudo d e, oblique ſe habet ad ſuperficiem ſpeculi, & enim pũctũ e remotius eſt à ſpeculo ꝙ punctũ d, erit linea e q, longior ꝙ linea d l z, ergo & linea q l, longior ꝙ linea l z m, pũctũ ergo illius obliquæ magnitudinis qđ eſt remotius ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, hoc ſimiliter ſub ſuperficie ſpeculi à remotiori uidetur, & qđ ſuperius propinquius eſt ſpeculo, hoc qđ ſub ſpeculo etiam uidetur eſſe in loco propinquiori, uidentur ergo tales magnitudines quẽadmodũ ſe habent, & hoc eſt quod proponebaꝑ.

In

LV.

In ſpeculis planis dextra apparent ſiniſtra, & ſiniſtra dextra.

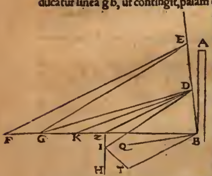
Eſto ſpeculum planum g s t,& uiſa res ſit d b,ſint quoq; lineæ incidentiæ d g & b s, & ſit centrum uiſus p,lineæ quoq; reflexiōis ſint p g & p s, & ſit ut linea reflexionis quæ eſt p g,concurrat cū katheto incidentiæ quæ d b in pūcto f, & linea reflexionis quæ eſt p s,concurrat cū katheto b t,in puncto e,producaturq; linea f e,quæ eſt per 52.huius imago rei uiſæ,quæ d h,apparebunt ergo dextra ſiniſtra, & ſiniſtra dextra.qm̄ enī p 33.huius, ſemp ad angulum minorem angulo incidentiæ fit reflexio,& ita ad partem oppoſitam parti incidentiæ:patet quòd dextra rei uiſæ ſemper uidebit̄ ſub linea reflexionis magis ſiniſtra,& ſiniſtra ſub linea reflexionis magis dextra, illa linea reflexionis quæ plus eſt dextra cadit ſuper dextram partē imaginis,& ſiniſtra cadit ſup ſiniſtram. Sic ergo dextra rei apparet ſub ſiniſtra imaginis, & econuerſo, qm̄ imago rei uidet̄ ſe habere ad rem,ſicut homo ſtans erecta facie contra aliquē alium : tunc eñ pars ſiniſtra opponitur dextræ, & dextra ſiniſtræ,& ſemp cum aliqs homo alij opponitur,contrarius eſt eis oppoſitis adinuicem ſitus:ad eandem enim poſitionis differentiam eſt dextrum unius ſiniſtrum alterius, & econuerſo, & ſic qd' eſt rei uiſæ dextrum, ſit ſuæ imaginis ſiniſtrum, & qd' eſt rei uiſæ ſiniſtrum,in imagine dextrum erit ſecundum uiſum,patet ergo propoſitum.



LVI.

Poſſibile eſt ſpeculum planum taliter ſiſti,ut intuens propria imagine non uiſa,uideat imaginem rei alterius non uiſæ.

Sit a b,lignum horizonti perpendiculariter infixum,uel ſuperficiei ſibi æquediſtanti,uel aliter quōcunq; diſpoſitæ,quæ ſit b g,ſitq; ſpeculum planum in quo ſit linea d b,& ſit quadratum,& quia lignum a b,eſt perpendiculariter erectum ſuper g b ſuperficiem, ducatur linea g b, ut contingit,palam ergo quod angulus a b g, eſt rectus,diuidatur ergo ille angulus rectus in tres partes æquales p 28.primi huius, inclineturq; ſpeculum a b, taliter à ligno a b,ut angulus d b a, ſit tertia pars unius recti, qui eſt a b g, erit ergo angulus d b g, duæ tertiæ partes unius recti. In hoc autē conſiſtit bonitas operationis mechanicæ & utilior effectus, quæcunq; alia pars recti anguli abſcindatur , ad idem peruenit demonſtratio, ut patet. Sit itaq; angul9 a d b, tertia pars unius recti, & producatur linea ſpeculi quæ eſt b d, ultra punctum d,in continuū & directum uſq; ad punctū quod ſit e,& qm̄ linea g b,eſt perpendicularis ſuper lineam a b, cū linea quoq; ſpeculi quæ eſt d b, continget angulum acutum, tunc à puncto g, quod ſit in ſuperficie orthogonaliter erecta ſuper ſpeculi ſupficiem,ducatur linea ppendicularis ſuper lineam b e,per 12.primi,quæ ſit g e,angulus igitur b e g,erit rectus. Sit itaq; locus ipſius uiſus punctum g,à quo ad punctum d,protrahatur linea g d,à pūcto quoq; d,producat̄ linea cadens ſuper lineam b g,quæ incidat in punctum z, ita ut angulus z d g ſit æqualis angulo e d g,conſtituto ſuper terminū lineæ g d, per 23. primi, erit ergo linea z d,æquediſtans lineæ g e,per 27.primi,ergo per 8.undecimi,erit linea z d,erecta perpendiculariter ſuper ſupficiem ſpeculi,& perpendicularis ſup communem ſectionē ſuperficiei reflexionis & ſpeculi quæ eſt b d,angulus ergo z d b, eſt rectus æqualis angulo g e d ex præmiſſis,& etiam per 29.primi,à puncto quoq; z,ducat̄ linea z h,perpendicularis



dicularis ſuper ſuꝑficiem g b, per 11. undecimi, & ſuper punctũ d, terminum lineæ z d, conſtituaẽ angulus æqualis angulo g d z, qui ſit angulus z d i, & qm̃ per 2. primi huius concurret linea d i, cũ linea z b, ideo quia linea d l, producta ultra punctũ d, concurret cũ linea a b, ut patet ex præmiſſis, & per 14. primi huius, ſit ergo linearum d i, & z b, cõcurſus in puncto i, & à puncto i ducatur linea æquediſtans lineæ b d, per 31. primi, quæ ſit linea i t, & à puncto b, extrahaẽ perpendicularis ſuper ſuꝑficiem ſpeculi per 12. undecimi, quæ ſit b q, eritq́ꝫ linea b q, æquediſtans lineæ g e, ergo per 8. undecimi, quia linea b q, ſicut & linea g e, erecta eſt perpendiculariter ſuꝑ ſuperficiem ſpeculi, quod eſt d b, ſuper punctũ ergo b, terminum lineæ q b, conſtituaẽ angulus æqualis angulo g b q, qui ſit q b t: concurret ergo linea b t, cũ linea æquediſtanter ducta lineæ a b, à puncto i, quæ eſt linea i t, per 2. primi huius, ſit concurſus punctus t, & compleatur tabula i t, depingatur itaqꝫ in tabula in qua eſt linea i t, imago quæcunqꝫ placuerit, & ponatur tabula depictæ imaginis in loco lineæ i t, ſecundũ medium lineæ tabulæ correſpondens lineæ z i, & ꝑforetur ſuperficies g b, ſecundum lineam z b, ita ut forma picturæ poſſit uenire ad ſpeculum d b, cũ itaqꝫ centrum uiſus fuerit in puncto g, uidebit intuens formam imaginis depictæ in tabula i t, ꝓpriam uero non uidebit imaginem, cuius hæc eſt demonſtratio, quia enim angulus g e b eſt rectus, patet per 16. primi, qm̃ angulus g d b, eſt obtuſus, & ſimiliter omnium punctorum formæ uel faciei ipſius uidentis incidentium ſpeculo d b, anguli ſunt obtuſi per eandem 16. quia uero anguli incidentiæ ſemper ſunt æquales angulis reflexionis per 20. huius, palam per 13. primi, qm̃ nunqꝫ erit reflexio formæ ipſius uidentis ad centrũ uiſus, ſed ſemper ad puncta quæ ſunt ſub uiſu, quod patet per 33. huius, nunqꝫ ergo uidebit quis exiſtens ſecundũ centrũ uiſus in puncto g, propriam imaginem in ſpeculo plano taliter ordinato ſecundũ ſitum, & ſi uiſus elongetur à ſpeculo ſecundũ quodcũqꝫ punctũ ultra punctum g, utpote ad punctum f, palam qm̃ angulus b e f, eſt maior recto, ſed & angulus f d b, eſt maior angulo f e b, per 16. primi, nunqꝫ ergo fiet reflexio ad punctũ f, ſed ſemper ad aliũ punctũ ſub linea. Similiter quoqꝫ accedente uiſu ad ſpeculũ ſecundũ quodcũqꝫ punctum lineæ g z, præter qꝫ ſecundum ipſum punctum z, nunqꝫ uidebit uidens ſui ipſius imaginem, ſola enim perpendicularis, quæ eſt linea z d, ut patet ex ꝓmiſſis per 21. huius, reflectiẽ in ſe ipſam, & ita in pũcto z conſtituto centro uiſus uidebit intuẽs formã ſui ipſius oculi à ſpeculo plano taliter diſpoſito reflexã, nõ aũt aliã partẽ faciei, qm̃ ſola ꝑpendicularis q̃ eſt linea unica reflectiẽ in ſe ipſam, & ita ſolius illius puncti fit reflexio, nõ aũt punctoꝝ alioꝝ. Si ergo uiſus à pũcto g appropinquet ſpeculo ſecundũ punctũ k, cadentẽ inter puncta g & z, ſi à puncto k, ducaẽ linea ad punctũ d, q̃ ſit k d, palã ꝑ 14. primi huius, & ex ꝓmiſſis qđ lineæ d k & e g, cõcurrant ultra lineã g k, ſola. n. linea d z, æquediſtat lineæ e g, angulꝰ uero g e d, eſt rectus, & angulus z d b, rectus: ergo angulus k d b, eſt obtuſus, fiet ergo reflexio ad aliud punctũ ſub puncto k, à puncto uero z, ut ꝓdictũ eſt, fiet reflexio in ipſum punctũ z, ideo qa linea z d, æquediſtans lineæ g e, eſt ꝑpendicularis ſuꝑ lineã d b, per 29. primi, et ex hypotheſi. Similiter ꝗqꝫ poſito uiſu in quocũqꝫ puncto lineæ z b, qm̃ à ꝗlibet pũctoꝝ illoꝝ eſt ducere ꝑpendicularẽ ſuꝑ ſuꝑficiẽ ſpeculi, uel ſuꝑ lineã k q, reflectiẽ illarum q̄libet in ſe ipſam ꝑ 21. huius, palã itaqꝫ qm̃ cõſtituto uiſu in linea g z, nõ uidebit intuens imaginẽ ſui ipſius, & qa ut dictũ eſt ſola ꝑpendicularis ſecundũ unicũ punctũ reflectiẽ ad uiſum, nõ aũt alia puncta formæ. qa uero angulus i d x, eſt æqualis angulo z d g, & linea z d, eſt ꝑpendicularis ſuꝑ ſuperficiẽ ſpeculi d b, ergo per 20. huius forma puncti i, à puncto ſpeculi d, reflectiẽ ad uiſum in puncto g exiſtentẽ, & qa angulus t b q, eſt æqualis angulo g b q, ut patet ex ꝓmiſſis, & linea b q. perpendicularis eſt ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, palã per 20. huius. qm̃ forma puncti t, à puncto ſpeculi b, reflectiẽ ad uiſum in puncto g, ergo per 24. huius, forma totius lineæ i t, reflectiẽ à ſpeculo d b, ad uiſum in pũcto g. nõ uidebiẽ aũt ipſa tabula depicta i t, qm̃ eſt ſub ſuꝑficie cui ſuperſtat ſpeculũ & uiſus. Poteſt aũt ſic fieri ut ſecundũ longitudinẽ lineæ z b, ſit factus murus ſuper terrã ad altitudinẽ uidentiũ, ꝗ interius ſit cõcauus, ſuperius uerſus ſpeculũ apertus, & in illo muro deponatur tabula picta, quæ eſt i t, æquediſtanter ſpeculo b d, & ſit uiſus in diſtantia à ſpeculo

ſecundum ſitum puncti g, & ſit ꝓhibitus ſecundũ aliquod mediũ, ne poſſit propius accedere, tunc enĩ omnes formæ punctoꝶ depictæ imaginis incident uiſui, diſponatur ergo taliter per ingeniũ, ut tabula depicta nullo modo uideatur, & ſit ſpeculũ ſitum uerſus lumen, ita ut aer circa ipſum ſit luminoſus, ſitq́ꝫ tabula depicta ſimiliter lumen habens, quia aliter in tenebris latens non poſſet uideri, mediante enĩ lumine formã ſuam multiplicat per medium, & peruenit ad ſpeculum, & reflectitur ad uiſum, palam ergo propoſitum.

LVII.

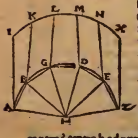
Poſſibile eſt ſpeculum unum planum in camera propria taliter ſiſti, ut in ipſo uideantur ea quæ geruntur in domo alia uel in uicis & plateis.

Sit in camera uidentis locus alius, in quo exiſtente uiſu placet uidere per ſpeculum planum omne illud quod alibi agitur, qui locus cameræ in quo ſiſtitur cẽtrum uiſus ſit ſignatus puncto a, & ſit locus in quo eſt uoluntas aliud uidendi qđ in illo loco agitur, ſignatus puncto b, ſitq́ꝫ rima ſiue feneſtra in camera uidentis oppoſito loco b, quæ ſit g, & ducatur linea b g, & ꝓducatur in continuum & directum intra cameram ad aliquod punctum qui ſit d, qđ totum poteſt fieri per aſtrolabium ſiue quadrantem uel aliud inſtrumentum certificationis uiſum, uiſſo enim puncto b, reuoluatur uiſus fixo inſtrumento, & cadat uiſus per eaſdem pinulas immotas in punctum cameræ d, ducantur ergo lineæ d a & g a, & diuidatur linea g a, per 119. primi huius, in puncto e, ita ut ſit proportio lineæ a e, ad lineam e g, ſicut lineæ a d, ad lineam d g, quæ ambæ per inſtrumenti acceptionẽ ſunt notæ, ducaturq́ꝫ linea e d, diuidet ergo per 3. ſexti, linea d e, angulũ a d g, per æqualia, ponatur itaq́ꝫ ſpeculum perpendiculariter erectum ſuper lineã d e, in puncto d, per conuerſam undecimæ undecimi, in quo ſpeculo ſit linea f h, à pũcto itaq́ꝫ ſpeculi d, reflectetur forma puncti g ad uiſum a, per 20. huius, ergo & forma puncti b, per eandem 20. huius, diſtantia enim ſecundum eandem lineam naturam reflexionis non immutat, uidebit itaq́ꝫ uiſus ſecundum eius centrum in puncto cameræ, quod eſt a, exiſtens omne quod erit & quod agetur in loco b, ſiue ſit domus alia ſiue uicus ſiue platea, & hoc eſt quod proponebatur.

LVIII.

Poſſibile eſt ſpeculum ex ſpeculis planis compoſitum conſtrui, in quo uideantur ſolius aſpicientis plures imagines ad modum chorearum.

Aſſumatur arcus circuli a 3, cuius centrum ſit h, & quoniam arcus a 3, indefinite aſſumatur, eſto ut ipſe exempli cauſa diuiſus ſit in quinq́ꝫ partes æquales, uel quotcunq́ꝫ quis uoluerit partes, ita ut arcui a b, ſint æquales arcus b g, g d, d e, e 3, & ducantur cordæ a b, b g, g a, d e, e 3, quæ om̃es erunt æquales per 23. tertij, & à centro h ducãtur lineæ h a, h b, h d, h e, h 3, & ablatis arcubus ſuper cordas a b & b g, & alia erigantur ſpecula plana quadrangula per parallelogramma, ita ut eorum latera a i, b k, g l, d m, e n, 3 x, ſint æquediſtantia, & ſint ſpecula continua ad inuicem taliter, ut latera eoꝶ quæ ſunt b k, g h, d m, e n, ſint cõmunia, ſint autem ſpecula ad inuicem taliter compoſita, ut anguli contenti à lineis a i & i k, b k, & k l, g l, & l m, d m & m n, e n, & n y, ſint æquales angulis contentis à lineis h a & a h, h b & b g, h g & g d, h e & e 3, ſintq́ꝫ ſuperficies inſiſtentes lineis a b, b g, g d, d e, e 3, uerſæ inferius, & ſuppoſitæ ſuꝑficiebus alijs ſuperius eleuatis, in quibus ſunt lineæ i k, k l, l m, m n, n x, & ſint ſuperficies ſuperiores inferioribus æquediſtantes, hæc enim omnia ſpecula taliter diſpoſita aſpectum uniformem habebunt ad uiſum exiſtentem in centro h, quoniam enim lineæ h a, h b, h g, h d, h e, h 3, ducantur à centro h, ad puncta communia cordis & arcubus, patet per 17. tertij, quoniam omnes ſunt perpendiculares ſuper lineas circulum a 3, in illis punctis contingentes, er-

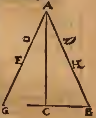


go per 21.huius, omnes illæ lineæ reflectuntur in ſe ipſas, erit ergo diſtinctio imaginũ ſecundum illas, ſed & perpendiculares quæ à puncto h, ducantur ſuper ſuperficiem ſpeculorum planorum, quæ per 20. primi huius, ſolum numerantur numero ſuperficierum ſpeculorum, & circa omnes illas fit uniformis reflexio ad uiſum, numerabunt ergo imagines numero ſpeculorum, quorum numero & loca imaginum numerantur, ideo quia à puncto h productæ perpendiculares nõ concurrunt ultra ſpecula, cum omnes in puncto h concurrant, eſt autem locus cuiuſcꝫ imaginis in concurſu katheti cum linea reflexionis per 37. huius, & cum hæc ſpecula uniformiter reſpiciant uiſum in puncto h, patet qđ qua ratione reflexio fit ab uno ipſorum ad uiſum, eadẽ ratione fit reflexio à quolibet aliorum, & ſic reflexionum lineæ numerantur numero kathetorum, plures ergo uidebuntur imagines diſpoſitæ adinuicem numero & ordine ſpeculorum, quia uero ſpecula reſpiciunt uiſum ut ſui centrum ad modum arcus circuli, & imagines ipſius incidentis reſpicient uidentem ad modum chorearum, quod eſt propoſitum. Poſſunt & per hoc ſpeculum uariato ſitu plures elici imaginum ſituationes, quod experimentantis induſtriæ cenſuimus relinquendum, ut ſi ſpeculum a b, ſecundum baſem a i, ſituetur æquediſtans ſuperficiei horizontis, uel ſecundum alios modos ut libuerit, diuerſetur.

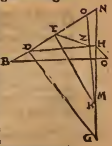
LIX.

Poſſibile eſt ſpeculum ex ſpeculis planis compoſitum conſtrui, in quo aſpiciens ſuam uideat imaginem uolantem.

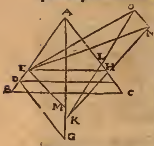
Aſſumatur trigonum hyſocheles rectangulum, quod ſit b a g, & ſit angulus eius qui b a g, rectus, & linea b g, ſecetur in duo æqualia in puncto c, & ducatur linea a c, & ſuper lineam a g, ponatur ſpeculũ planum, quod ſit z h, & ſuper lineam b a, ponatur aliud ſpeculum planum, quod ſit d e, & ſit uiſus intuentis in linea a c, reſpiciens in quocunqꝫ illorum ſpeculorum uoluerit, ut in z h, & alterum ſpeculum quod ſit e d, iaceat in plana ſuperficie ſuper quod ſtat intuens, & accedat & recedat intuens, donec calcanei ſui forma perueniat ad ſpeculum e d, dico qđ reuerberabitur in aliud ſpeculũ quod eſt z h, in quo aſpiciens putabit propriam imaginem uolare, quoniam uidebit ipſam eleuatam ſecundũ ſe totam in aere, cum tamen ipſe aſpiciens ſtet ſuper ſuperficiem terræ uel alterius rei, in qua eſt ſpeculum e d, quoniam forma calcanei incidens inferiori ſpeculo quod eſt e d, reflectetur ad ſuperius ſpeculum, & in illo figurabitur tota forma intuentis, & ſi intuens mouerit ſe aliqualiter, ita tamen ut non mutetur ſitus reſpectu reflexionum quæ fiunt in ſpeculo, moueri uidebitur imago in aere per 42. huius, & ſic uidebitur aſpiciens ſuam imaginem uolantem quod proponiť, & circa hoc plura alia diligentia artificis perquiret.



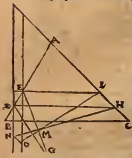
Vt aũt idem propoſitum & aliter melius pateat figuraliter demonſtratum, ſit orthogonium trigonum a b c, cuius angulus b a c, ſit rectus, & in cuius latere a b, ſituetur ſpeculum planum, cuius media linea ſit d e, cuius punctus d, ſit propinquior puncto b, quàm punctus e, & ſit trigonum a b c, ſecundum eius latus a b, poſitum in ſuperficie horizontis uel alia quæcunqꝫ ſuperficie, ſuper quam eleuata ſit ſtatura intuentis, cuius plantæ pedis ſtent in pũcto g, aliqualiter eleuato ſuper lineam a b, & ducatur linea g d, & ſuper punctum d, terminum lineæ b d, fiat per 23. primi angulus æqualis angulo g d b, qui ſit h d a, producta linea d z, ad lineam a c, & ſuper punctum h, terminum lineæ c h, fiat angulus d h k, æqualis angulo d h a, producta linea h k, ad lineam b c, poſitoqꝫ centro uiſus in puncto k, patet ex præmiſſis & per 20. huius, quoniam forma puncti g, à puncto h, reflectitur ad uiſum, ſi punctum h, fuerit punctum ſpeculi alicuius, inuentoqꝫ per 46. huius, in ſpeculo d e, puncto reflexionis formæ puncti m, quod ſit in uertice uidentis, ſit formæ puncti illius punctus reflexionis e, & ducatur linea m e, & angu-



lus m e d, ſuper punctum e, terminum lineæ m e, per 23. primi, fiat æqualis angulo qui ſit a e l, producta linea e l, ad lineam a c, & inter puncta a & h, ſituetur ſpeculum quod ſit l h, ita quod puncta l h, ſint in ſuperficie illius ſpeculi, & ſimiliter punctum a, & quoniam forma puncti m, à puncto ſpeculi d e, quod eſt e, reflectitur ad totam ſuperficiem ſpeculi l h, per 22. huius, & ab illo puncto ſpeculi l h, in quo anguli e l a, & h l k, ſunt æquales; quodcunq; enim fuerit illud punctum, ſemper ipſum dicatur punctum l, & fiat reflexio



ad uiſum k, quoniam enim ut patet per 26. huius anguli k l c, & k h c ſunt acuti, patet per 14. primi, quoniam illæ lineæ concurrent, ſitq; punctus concurſus l z, palam ergo per 34. huius, quod tota imago aſpicientis quæ eſt linea g m, à ſuperficie ſpeculi e d, reflectitur ad ſpeculum l h, & à ſuperficie ſpeculi l h, reflectitur ad uiſum exiſtentem in pũcto k, & quoniam ut patet per 37. huius, locus imaginis formæ uniuſcuiuſq; pũcti eſt in concurſu katheti ſuæ incidentiæ. cum linea ſuæ reflexionis: producatur itaq; à puncto ſpeculi d e, à quo fit reflexio formæ pũcti g, quod eſt d, per 11. undecimi, linea perpendicularis ſuper ſpeculi a h, ſuperficiem, & patet cum ex hypotheſi angulus d a h, ſit rectus, quod illa perpendicularis eſt linea d a. Similiter quoq; perpendicularis à puncto reflexionis formæ puncti m, quod eſt ſpeculi d e, punctum e, ducta ſuper ſuperficiem ſpeculi a h, eſt eadem linea quæ e a, hæc itaq; linea eſt kathetus incidentiæ formarum punctorum g & m, reflexorum à punctis d & e, ad ſpeculum l h. & quoniam ut præmiſſum eſt per 26. huius, quod anguli k h c, & k l c ſunt acuti, quoniam linea angulum d h k, uel e l k, per æqualia diuidens, eſt perpendicularis ſuper lineam l h, angulus uero d a h eſt rectus, ergo per 4. primi huius, linea d e a concurret cum ambabus lineis k l & k h, ſit ergo ut punctus concurſus linearum d a & k h ſit n, & punctus concurſus linearum e a & k l ſit o, erit ergo linea o n, imago formæ totius lineæ m g, eritq; punctum quod eſt imago formæ puncti g, plantarum ſcilicet ipſius intuentis alterius in aere quàm punctum o, quod eſt imago formæ puncti m, uirtutis ipſius uidentis, uidebit ergo ex puncto k, intuens ſpeculum l h, ſuam imaginem in aere uolantem, quoniam uidebit pedes altius in aere quàm ipſum caput collatos ad uiſum. Per eandem quoq; demonſtrandum ſi trigonum a b c, fuerit oxigonium, niſi quod imago intuentis aliam recipiet ſitus diſpoſitionem, katheti enim incidentiæ aliter ſuperficiei ſpeculi incidunt quàm prius, ſemper tamen trigono a b c, exiſtente orthogonio uel oxigonio uidebitur imago intuentis uolans ſub ſpeculo, quod ſi trigonum a b c, fuerit ampligonium, poſſibile eſt fieri ut imago ſit uolans in aere retro uiſum, quoniam ut patet per 14. primi huius, katheti incidentiæ & lineæ reflexionum concurrent retro centrum uiſus, non uidebitur autem talis imago, quoniam ſemper fugiet abſconſa ab ipſo uiſu, niſi forte ab alio ſpeculo tertio ad uiſum poſſet fieri reflexio, patet ergo illud quod proponebatur, & hoc uiſu ſolum reſpiciente in ſpeculũ a h, non in ſpeculum d e, & hæc quidem demonſtrata ſunt, ac ſi à punctis primarum reflexionum, quæ ſunt d & e, ducantur katheti incidentiæ, quæ ſi imaginentur à locis primarum imaginum duci, multo fortius ſecundæ imagines, quæ uidentur in ſpeculo a h, uidebuntur eſſe diſpoſitæ ut uolantes.

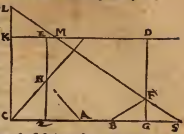


LX.

Per duo uel tria ſpecula plana orthogonaliter ad inuicem diſpoſita, poſſibile eſt eiuſdem puncti imaginem uideri.

Sit,

Sit uiſibile aliquod, in quo ſit pũctum a, & ſit centrum uiſus b, & ſint tria ſpecula plana g d, d e & e z, orthogonaliter ad inuicem diſpoſita, ducatur quoq; à pũcto a, linea a z perpendiculariter ſuper ſuperficiem ſpeculi e z, p 11. undecimi, et ꝓducatur linea a z in continuũ, abſcindaturq; in pũcto c, taliter p 3. primi, ut linea z c ſit æqualis lineæ a z, & à puncto b, quod eſt centrum uiſus, ducatur linea b g perpendiculariter ſup ſpeculũ d g, et producatur taliter ut linea g s ſit æqualis lineæ b g, à puncto quoq; c ducatur perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi d e, quæ ſit c k, & producatur ultra punctũ k ad punctum l, quouſq; linea c k ſit æqualis lineæ k l, & à puncto l ducatur linea ad punctũ s, ſecans ſpeculum d e in pũcto m, & ſpeculum d g in puncto f, & à puncto m ducatur ad punctum c, linea m t ſecans ſpeculum e z in puncto r, & ducantur lineæ a r & b f, quia ergo linea b g eſt æqualis lineæ g s, & linea g f, cõmunis ambobus trigonis s g f & g f b, & angulus b g f æqualis eſt angulo s g f, quia ambo illi anguli ſunt recti, erit per 4. primi, linea b f æqualis lineæ s f, & angulus g f b æqualis angulo g f s, & angulus f b g æq̃lis angulo f s g, ſed angulus s f g eſt æqualis angulo d f m per 15. primi, ergo angulus d f m æqualis eſt angulo g f b, poteſt ergo per 20. huius, forma puncti m, reflecti ad uiſum b, quia uero linea c k eſt æqualis lineæ k l, & linea k m cõmunis eſt æqualis ambobus trigonis c k m & l m k, angulus quoq; l k m æqualis eſt angulo m k c, quia ambo recti, erit p 4. primi, linea l m æqualis lineæ m c, & angulus l m k æqualis angulo k m c, ergo angulus d m f eſt æqualis angulo k m c, quoniam per 15. primi, ipſe eſt æqualis angulo l m k, ergo per 20. huius, forma puncti b, poteſt reflecti à pũcto m ad punctũ f, & à pũcto f ad punctum b, centrum uiſus per 2. ergo ſpecula quæ ſunt d e & d g, uidẽtur forma puncti n, reflexa ad idem centrum uiſus quod eſt b, & quia linea a z eſt æqualis lineæ z c, & linea z b communis eſt ambobus trigonis a n z & z i c, angulus quoq; a z n eſt æqualis angulo n z c, quia ambo recti ſunt, erit angulus a n z per 4. primi, æqualis angulo z n c, ergo per 15. primi, angulus m n e eſt æqualis angulo a n z, forma ergo puncti a reflectitur à puncto n, ſpeculi z e, ad punctum m, ſpeculi d e, & à puncto m ad punctũ f, ſpeculi d g, & à puncto f, ad centrum uiſus b, à tribus ergo ſpeculis uidetur forma & imago eiuſdem puncti a, quod eſt propoſitum, & hoc accidit uiſui ſolum reſpiciente in ſpeculum d g.

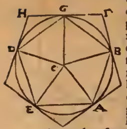


LXI.

Poſſibile eſt per quodcunq; quis uoluerit plana ſpecula ſecundum diſpoſitionem poligonij æquilateri & æquianguli ad inuicem diſpoſita eiuſdem puncti imaginem uideri.

Sit centrum uiſus punctum a, & punctum rei uiſæ ſit b, & ducatur linea a b, & ſecundum quantitatem lineæ a b deſcribatur poligonium æquilaterum & æquiangulũ, quocunq; laterum uiſum fuerit ordinari. Sit autem nunc exempli cauſa poligoniũ a e d g b, pentagonum, cui circunſcribatur circulus per 14. quarti, & ducantur lineæ ad centrũ circuli quod ſit c, ab angulis poligonij quæ ſint a c, e c, d c, g c, b c, palam itaq;, quoniam omnes illæ lineæ ſunt æquales per diffinitionem circuli, anguli ergo ad baſes om̃es ſunt æquales per 5. & per 8. primi, & in concurſu quorumlibet dictorum laterum ponat̃ ſpeculum planum, præter quàm in punctis a & b, ut à puncto e d g, uel ſi fuerit poligoniũ plurium laterum ponantur plura, & erigantur omnia orthogonaliter ſup lineas ad centrum circuli productas, ut ſunt hæc lineæ d c & g c, qđ fiet per 11. undecimi, ita ut ſpeculum f h ſuper lineam g c ſit perpendiculariter inſiſtens: ad unum uero angulũ ſit punctum rei uiſæ, & ad alium ſibi proximum ſit centrũ uiſus, ut ſunt hæc puncta a & b, quia itaq; angulus c g f eſt æq̃lis angulo b g c, quia ambo ſunt recti, ſed & angulus c g b eſt

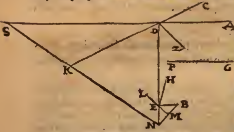
æqualis angulo e g d,ut patet per præmiſſa & per 8. primi,angulus ergo b g f æqualis
eſt angulo d h g,ergo forma puncti b à puncto g, ſpeculi f h reflectitur ad punctum ſpe
culi proximi,quod eſt ad punctum d , per æquales enim angulos fit
omnis reflexio,ut patet per 20 . huius,& quoniam omnes anguli illi
præmiſſis duobus angulis ſimiles inter ſe ſunt æquales , palã quia fit
reflexio à puncto d ad punctum e, & à puncto e ad punctum a , quod
eſt centrum uiſus;uiſus itaq; exiſtens in puncto a , & intuens ſolum
ſpeculum,cuius eſt punctũ e uidebitur forma b,quæ immediate non
reflectetur ad ipſum à puncto ſpeculi e,reflexam mediantibus ſpecu
lis g & d quod eſt propoſitũ . Quod ſi centrũ uiſus ſit in puncto c q̃
eſt centrum circuli,cuius periferiam contingunt oĩa ſpecula in an
gulis poligoniorum conſtituta,palam quod forma pũcti c, ab omni-
bus punctis reflectitur in ſe ipſam,quoniã omnes lineæ quæ ſunt c a,
c b, c g, c d, c e, ſunt perpendiculares ſuper ſpeculorum ſuperficies,reflectuntur ergo in ſe
ipſas ad punctum c,per 27. huius,palam ergo eſt propoſitũ,& ſi plurima ordinãtur hoc
modo ſpecula,de omnibus eſt eadem demonſtratio & idem modus circunſcribendi cir
culũ alteri poligonio qui & penthagono. Per hæc itaq; duo theoremata,patet quod rei
quæ non uidetur imago poteſt in ſpeculo uideri,ut ſi res taliter diſponitur ad primũ ſpe
culum,quod ad ipſum uiſus pertingere non poſſit , hoc aũt faciliter accidit cogitanti.



LXII.

A pluribus ſpeculis planis poſſibile eſt formam rei per ſe uiſæ uel rei
non uiſæ reflecti ad uiſum,ita ut diſtantia imaginis à centro uiſus ſit æqua-
lis omnibus lineis incidentiæ & ipſi lineæ reflexionis.

Sit centrum uiſus in puncto a,& punctus rei uiſæ b,& inter illos duos punctos ſi pla
cet exempli cauſa ſit aliqua magnitudo tegens unum illorum punctorum ab altero , ut
paries uel aliud,quod ſit p g & à punctis a & b ad oppoſita ipſis loca ducantur lineæ æ-
quediſtantes per 31. primi,quæ ſint a d & b e, & copuletur linea d e,ſintq; exempli cau-
ſa lineæ b e & a d,perpendiculares ſuper lineam e d, & diuidatur angulus a d e per æqua
lia per 9. primi ,ducta linea d z, & ſimiliter diuidatur angulus b e d,per æqualia p̄ lineã
e h, & ſuper punctum d terminum lineæ z d erigatur perpendiculariter linea k d c,per
23. primi,& ſimiliter ſuper punctum e,ter
minum lineæ h e erigatur perpendiculari
ter linea l e m,& ex his duabus lineis k d c
& l e m, imaginẽtur ſuperponi duo plana
ſpecula ,forma itaq; puncti b incidet ſpe-
culo plano quod eſt m e l in pũcto e,& re-
flectetur in pũctum d,per 20. huius , quia
anguli b e m & d e l ſunt æquales , anguli
e m̃ h e l & h e m ſunt æquales , quia recti,
ſed & anguli h e d & h e b ſunt æquales ex
præmiſſis. Item forma incidens ſpeculo



k d c ab eius puncto d, reflectetur ad punctum a, quod eſt centrum uiſus per 20. uel 5. pri
mi huius, quoniam ut ſupra patuit anguli e d z & z d a ſunt æquales,uidebitur ergo for-
ma puncti b,per uiſum exiſtentem in puncto a,cum tamen res in qua eſt punctum b,nõ
ſit uiſibilis per ſe ipſam,linea quoq; reflexionis ad uiſum quæ eſt d a, eſt ſemper una, quã
uis lineæ incidentiarum ſecundum numerum talium ſpeculorum numerentur, & ſi à pũ
cto rei uiſæ quod eſt b, ducatur per 11. undecimi linea perpendicularis ſuper ſuperficiẽ
ſpeculi quæ ſit b m ſecans lineam e l m in puncto m, erit angulus b m e rectus , ergo per
23. primi, erit angulus e b m acutus, cum ergo angulus b e d ſit rectus, palam per 14. pri
mi huius, quia lineæ b m & d e concurrent, ſit concurſus ipſarum in puncto n, quia itaq;
linea m e l cadens ſuper lineas e h & b n, facit angulum e m b intrinſecũ æqualẽ angulo

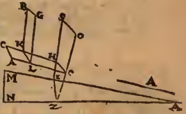
l e h

le h extrinſeco, patet per 28. primi, quoniam lineæ b n & e h ſunt æquediſtantes, ergo angulus d e h extrinſecus eſt æqualis angulo e m b intrinſeco per 29. primi, & angulus e b n eſt æqualis angulo b e h, quia ſunt coalterni, ſed angulus b e h eſt æqualis angulo h e d, ut patet ex præmiſſis, diuiſus eſt enim angulus b e d per æqualia per lineam h e, erit ergo angulus e b n æqualis angulo e n b, ergo per 6. primi, lineæ n b & e b ſunt æquales: eſt autem per 37. huius, punctum n locus imaginis formæ puncti b reflexi ad uiſum exiſtentem in puncto d, à ſpeculi m e l puncto e. Item à puncto n ducatur linea perpendicularis ſuper lineā c d k per 12. primi, quæ ſit n k, patet ergo ut prius per 32. primi, qđ angulus d n k eſt acutus. Sed angulus n d a eſt rectus ergo per 14. primi huius, lineæ n k & a d productæ concurrent, ſit puncti concurſus s, quia itaqꝫ linea d k cadens ſuper lineas z d & n s, facit angulū z d s extrinſecū æqualem angulo n k d intrinſeco, uterqꝫ enī illorum angulorū eſt rectus, patet ergo per 28. primi, quod lineæ n s & z d æquediſtant, ergo per 29. primi, eſt angulus z d a extrinſecus æqualis angulo n s d intrinſeco, ſed & anguli s n d & n d z ſunt æquales, quia coalterni, & anguli n d z & z d a ſunt æquales, ut patet ex præmiſſis: angulus enim n d a diuiditur per æqualia per lineā z d, angulus ergo d n s eſt æqualis angulo d s n, ergo per 6. primi, duæ lineæ d s & d n ſunt æq̄les, quia itaqꝫ linea e n eſt æqualis lineæ e b, erit linea d n æqualis duobus lineis d e & e b, ergo linea d s eſt æqualis illis eiſdem duobus lineis d e & e b, & quia per 37. huius, punctū s eſt locus imaginis formæ puncti n reflexæ à pūcto ſpeculi k d c quod eſt d, ad uiſum exiſtentem in puncto a, patet quod linea a s, quæ eſt diſtantia imaginis à centro uiſus eſt æqualis duobus lineis incidentiæ quæ ſunt b e & e d, & inſuper lineæ reflexionis quæ eſt d a, & hoc eſt propoſitum, quoniam ſi à pluribus ſpeculis fiat reflexio eodem penitus modo erit demonſtrandum.

LXIII.

Reflexione à pluribus ſpeculis planis ad eundem uiſum facta, ab imparibus quidem dextra apparēt ſiniſtra, & ſiniſtra dextra: à paribus uero dextra apparent dextra, & ſiniſtra ſiniſtra, & diſtantia imaginis à uiſu conſtabit ex quantitate omnium linearum incidentiæ & lineæ reflexionis.

Sit centrum uiſus a, & linea rei uiſæ ſit b g, & ſi placet ſit inter centrum uiſus & rem uiſam aliquod corpus denſum ſimplicem prohibens uiſionem, ut paries uel aliquod ſimile, quod ſit d, fiatqꝫ reflexio ex tribus ſpeculis quæ ſunt e z & h c & k l, reflectaturqꝫ forma lineæ b g, per hæc tria ſpecula ad uiſum exiſtentem in puncto a, ſitqꝫ ut punctus b, lineæ b g incidat ſpeculo k l in puncto k, & ſpeculo h c in punctū h, & ſpeculo e z in punctum e, reflectaturqꝫ ad uiſum a ſecūdum lineam e a, & ſimiliter forma puncti g incidat ſpeculo k l in punctum l, & ſpeculo h c in punctum c, & ſpeculo e z in punctum z, & reflectatur ad uiſum ſecūdum lineam z a, & ducantur hæ lineæ incidentiæ & reflexionis q̄ erunt b k & k h, h e, e a, & g l, l c, c z, z a, ſitqꝫ locus imaginis formæ puncti b, in primo ſpeculo quod ſit k l punctum c, & locus imaginis formæ puncti g, in primo ſpeculo ſit punctum q, & ducatur linea c q, quæ per 49. huius, æqualis lineæ b g. In ſecundo uero ſpeculo quod eſt h c, linea imaginis ſit s o. In tertio uero ſpeculo quod eſt e z, linea imaginis ſit m n, patet itaqꝫ quoniā in quolibet iſtorū ſpeculorum tanta eſt diſtantia imaginis ſub ſpeculo à ſuperficie ſpeculi, quanta eſt diſtantia formæ quæ reflectitur à ſpeculo à ſuperficie ipſius ſpeculi per 49. huius, linea ergo k b, quæ eſt diſtantia puncti rei uiſæ à ſuperficie ſpeculi extra ſpeculum eſt æqualis lineæ k c, quæ eſt diſtantia imaginis à ſpeculo ſub illo, et linea g l, eſt æqualis lineæ l q, tunc linea g h, quæ eſt diſtantia formæ uiſæ à ſuperficie ſpeculi h c, eſt æqualis lineæ h s, quæ eſt diſtantia loci imaginis ſub eodem ſpeculo, & linea q t eſt æqualis lineæ t o, linea quoqꝫ s e, quæ eſt diſtantia formæ



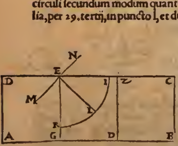
refle-

reflexæ à ſpeculo z e eſt æqualis lineæ e m, quæ eſt diſtantia formæ ab eodem ſpeculo ſub illo, & ſimiliter linea o z eſt æqualis lineæ z n, & quoniam ut patet per 37. huius, locus imaginis uniuſcuiuſq; formæ puncti uiſi eſt in puncto cõcurſus katheti ſuæ incidentiæ cum linea reflexionis, & in ſpeculis planis imago ſemp eſt æqualis rei uiſæ p 52. huius, patet quod uiſus exiſtens in puncto a, comprehendet imaginem formæ lineæ b g in loco lineæ m c æqualem ipſi rei uiſæ, & eius diſtantia à uiſu quæ eſt ſecundum lineas a m & a n eſt æqualis omnibus lineis incidentiæ, quoniã linea a m eſt æqualis lineæ reflexionis quæ eſt e a, & lineæ m e quæ eſt æqualis lineæ e s, ſecundum præmiſſa eſt æqualis lineæ incidentiæ quæ eſt e h, & lineæ h s æqualis lineæ c h, quæ eſt æqualis lineæ k h, & lineæ c k, quæ linea c k eſt æqualis lineæ k b, & ſimiliter linea a m n eſt æqualis lineæ reflexionis quæ eſt a z, & omnibus lineis incidentiæ, ut iam patuit, & quoniam ut patet per 55. huius, in ſpeculis planis dextra apparent ſiniſtra & ſiniſtra dextra, palã quod in ſpeculo primo reſpectu rei uiſibilis, quod eſt ſpeculum l k, fit imago formæ rei b g uiſæ, quæ eſt imago c q tranſmutata modo dicto. Sed & eadem imago reflexa à ſecundo ſpeculo, quod eſt h c, mutat dextrum in ſiniſtrum & ſiniſtrum in dextrum, redit ergo in ſpeculo numeri paris diſpoſitio partiũ imaginis ad diſpoſitionem partiũ ipſius rei uiſæ, & quia in ſpeculo tertio qđ eſt e z, imago ſecũda, quæ eſt s o, mutat ſitum partiũ ſuarum, patet quod imaginis m n ſitus eſt alius à diſpoſitione formæ rei quæ eſt b g, in ſpeculis itaq; numeri paris fit imago ſimilis rei ſecundum dextrum et ſiniſtrum, et in ſpeculis imparibus tranſmutatur, et ſic uniuerſaliter quotieſcũq; ſpeculis paribus uel imparibus poſitis ſecundũ hæc imaginũ diſpoſitio uariatur ſecundũ dextrũ et ſiniſtrũ, patet ergo ꝓpoſitũ.

LXIIII.

Duo ſpecula plana quadrata & æqualia poſſibile eſt ſic ſiſti, ut intuens in uno ſpeculorũ ſuam imaginem uideat uenientem, & in altero recedentem.

Sint duo ſpecula plana rectangula & æqualia cuiuſcunq; placuerit quantitatis ſuoꝝ laterũ, dum tñ latera unius ſint æqualia lateribus alterius, & ſint latera eiuſdẽ ſpeculi inter ſe proportionabilia, ita ut lõgitudo ſit duplata latitudini eiuſdẽ ſpeculi, aſſumaturq; linea, cuius longitudo ſit multo maior uno latere illorũ ſpeculorum, & ſit exempli cauſa quatuor cubitorum quæ ſit a b, & ſecetur ex ea portio æqualis quartæ parti unius lateris longitudinis ſpeculi per tertiã primi, quæ ſit a g, & diuidatur linea g b in duo æqualia in puncto d, & à puncto d ducatur linea perpendiculariter ſup lineam a b, per 11. primi, producaturq; in continuum & directum, et abſcindatur ab ipſa linea æqualis altitudini ſpeculi quæ ſit linea d z, et à puncto b ducatur linea æqualis & æquediſtans lineæ d z quæ ſit b c, et producatur linea c z orthogonaliter ſuper lineam b c, quæ erit æqualis lineæ b d, per 33. primi, et producatur linea c z in continuum et directum, ducaturq; à pũcto g, linea g e æquediſtans et æqualis lineæ d z, erit ergo linea g e, per 30. primi, æqualis et æquediſtans lineæ b c et ſuper punctum e, centrum exiſtens deſcribatur portio circuli ſecundum modum quantitatis placitæ, quæ ſit r i, diuidaturq; arcus r i per æqualia, per 29. tertij, in puncto l, et ducatur linea l e, et à puncto e ducatur una linea perpendicularis ſuper lineam l e, quæ ſit e m, et itẽ alia quæ ſit e n, quæ tamen lineæ adinuicem coniunctæ ſunt linea una per 14. primi, et ſit linea m e æqualis lineæ n e, et tota linea m n ſit æqualis longitudini ſpeculi. Si ergo duorum ſpeculorum planorum rectangulorũ & æqualiũ angularis coniunctio fiat ſuper lineam m n, tunc diuident lineæ m e et n e, ſuperficies illorum cõiunctorum ſpeculorum per æqualia, pateтq; quod illa ſpecula non erunt in una plana ſuperficie diſpoſita perpendiculares ergo à cẽtro uiſus ſuper illa ſpecula ductæ quæ ſunt katheti incidentiæ formæ ipſius uidentis, ſunt diuerſi,



poſito ergo centro uiſus in pũcto d, et motis ſpeculis ſuper lineam l e fixam, uidebit homo ſeipſum ſup unum duorũ ſpeculorum uenientem, et in altero recedentem, eſt enim

longi-

longitudo amborum illorum ſpeculorum quæ eſt linea m n, quaſi duplata latitudine unius ipſorum, & ſic punctum eſt quaſi medium ſuperficiei amborum illorum ſpeculorum: unde circa ipſum æqualior fit motus. Et ſi hæc ſpecula fuerint taliter ordinata, ut claudantur & aperiantur, & angulos inter ſe exiſtentes uarient cum reuoluentur, multa deformitas efficitur imaginum unius etiam rei: anguli tamē taliter ſint diſpoſiti, ut ab uno ſpeculo in alium fieri poſſit reflexio, nec æſtimamus hac demonſtratione alia in his quæ præmiſſæ ſunt in ſimplicibus planis ſpeculis indigere, & hoc practicæ artificū ducimus cōmittenda, quia et hæc quæ præmiſimus plus habilitatem operis mœchanici reſpiciunt, quàm firmitudinē demonſtrationis, fuit enim iſtud diligens inuentio antiquorum, cui poteſt addere et demere ille, qui diligenter perſpexerit ea quæ demonſtratiōis neceſſitate conſcripſimus in hoc libro. LXV.

Ab uno ſpeculo plano ſoli oppoſito ignem eſt impoſſibile accendi, à pluribus uero poſſibile.

Hoc enim euidens eſt, quia ignis non accenditur niſi per aggregationem plurium radiorum, lineæ uero reflexionis à ſpeculorū planorum diuerſis punctis productæ non concurrent, ut per 47. huius, demonſtratum eſt, in nullo ergo pūcto cōueniunt illi radij reflexi, ad generationem ignis poſſibile eſt in materia combuſtibili quacūq;, patet ergo primū propoſitorum. Iam autem dixit Attennius neſcio qua ductus experientia, quod ſolum uiginti quatuor reflexi radij cōcurrentes in uno puncto materiæ inflammabilis ignem in illa accendunt, & coniunxit ſeptem ſpecula plana hexagona colligatione ſtabili fixa, ſcilicet ſex extrema circa unum, quod ſtatuit in medio illorū, et uniebantur illa ſpecula in quibuslibet angulis hexagoni, ideo q̃a figuræ hexagonæ replent locū ſuperficialem, ualent enim tres anguli hexagoni quatuor rectos, et dixit Attennius, quod ad quamcunq; diſtantiam ſic ignis potuit accendi, quæ ſi ad complendam unam planam ſuperficiem cōiunxerat, non poterat, ut ex præmiſſis patere poteſt, intentionem ſuam aliter conſequi, quàm ſicut ex uno ſpeculo plano, quoniam ut prædictum eſt tres ſuperficies hexagonæ replent punctum unum, quia angulus quilibet hexagoni ualet duas tertias duorū rectorum, & tres anguli hexagoni ualent quatuor rectos, concurrentes ergo tales tres anguli nullum uacuum dimittunt, nihil eſt ergo quod punctum ſui cōcurſus diſtingat à natura planæ ſuperficiei & unius, quod ſi idem hexagoni taliter adinuicē inclinentur, ut ab una ſphæra fiant circunſcriptibiles, tunc ad centrum illius ſphæræ fiet reflexio omnium radiorum perpendiculariter ab uno pūcto illis ſuperficiebus incidentium, & augebitur uigor caliditatis, unde tale ſpeculum melius poſſet ex trigonis quàm hexagonis componi, quoniam numero ſuperficierum numerabuntur radij & uirtus augebitur caloris, hoc tamē quia facilia ſunt ut diximus, proſequenda ipſam relinquentes artificis induſtrium animarum.

LIBER SEXTVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS.

LAtius quo potuimus ſpeculorum planorum paſſionibus percurſis, ſuper eſt nunc ut ad aliorum ſpeculorum paſſiones proprias diuertamus, & quia ſpecula conuexa ſunt ſimpliciora concauis, quoniā quædam paſſionū ſpeculorum conuexorum deſcendunt in concaua, ut in illa, quorum paſſiones proprie diuerſimode uariantur, conuenit ut primo tractatum ſpeculorum conuexorū alijs præmittamus. Sed quia inter ſpecula conuexa, quorū quædā ſunt ſphærica, quædam columnaria, quædā pyramidalia, ipſa ſpecula ſphærica ſunt alijs ſimpliciora, paſſiones eñ & cauſæ reflexionum ſpeculorum ſphæricorum conuexorū deſcendūt in ſpecula columnaria & pyramidalia conuexa, cū in illis ab aliquibus punctis ſuorum circulorum accidit fieri reflexionem, ſicut & paſſiones ſpeculorum planorū deſcendūt in eadem ſpecula columnaria & pyramidalia, quando ab aliquo puncto alicuius linearum

longitudinis illorum ſpeculorũ ad uiſum fit reflexio. Poſt tractatũ ergo planorũ ſpeculorum de ſpeculis ſphæricis cõuexis, ut de ſimplicioribus omnibus alijs & concauis ſpeculis ꝓſequi dignũ uiſum eſt. Quæ itaq; ad ſpeculorũ ſphæricorum ꝓprias paſſiones ꝓſequendas ꝓmittimus ſunt iſta. Maius ſpeculũ ſphæricum conuexũ uel cõcauũ dicimus, cuius ſphæræ diameter eſt maior, & minus cuius minor. Diametrũ ſpeculi ſphærici, dicimus diametrũ ſphæræ cuius portio eſt ſpeculũ. Centrũ ſpeculi dicimus centrum ſphæræ cuius portio eſt ſpeculũ. Diametrũ uiſualem dicimus lineã à centro uiſus per centrũ ſpeculi ſphærici trãſeuntẽ, & eadem dicitur kathetus reflexionis. Lineam rectam æquediſtare ſpeculo ſphærico conuexo dicimus, quæ ſecundũ eius punctũ medium æquediſtat lineæ aliquẽ arcũ circuli magni illius ſpeculi ſecundũ medium eius punctũ contingenti. Finis contingentiæ, dicitur punctus ubi alter kathetorũ ſecat lineam in puncto reflexionis ſpeculum contingentem. Metam locorum imaginum, dicimus punctum uel lineam ultra quam imagines non uidentur.

I.

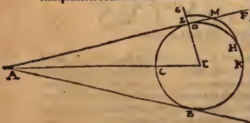
Communem ſectionẽ ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſphærici cõuexi, neceſſe eſt circulũ magnũ uel arcum circuli magni ſphæræ eſſe: ex quo patet ꝙ oĩs ſuperficies reflexionis diuidit ſphærã ſpeculi ꝑ æqualia.

Quoniam enim ut patet in principio 5. huius, ſuperficies reflexionis dicit̃ ſupficies cõtinens lineã incidentiæ & lineã reflexionis & perpendicularẽ à puncto contingentiæ productã ſuper ſuperficiem ſphæricũ ſpeculũ in puncto incidentiæ cõtingentem, Quæ omẽs lineæ rectæ ſunt, patet quod ſupficies reflexiõis eſt ſuperficies plana. Omne aũt ſpeculũ ſphæricum conuexum, aut ſphæra eſt, aut pars ſphæræ, ut patet ꝑ 7. quinti, ergo per 69. primi huius, ſi ſuperficies reflexionis ſecet ſpeculũ, ipſoꝝ cõmunis ſectio neceſſario erit circulus uel pars circuli, & quoniã perpendiculares ſunt ſuperficies ſphæras contingentes, neceſſario tranſeunt ꝑ centrum ſphæræ, ut oſtendi poteſt per 72. primi huius, & per diffinitionẽ lineæ ꝑpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſphæræ poſitã in principio primi huius, patet quod omnis ſuperficies reflexionis tranſit centrũ ſpeculi, eſt ergo illa cõmunis ſectio circulus magnus uel arcus circuli magni ſphæræ illius ſpeculi, ꝑ diffinitionem circuli magni, & hoc eſt ꝓpoſitum, patet etiã correlariũ, quia cũ oĩs ſupficies reflexionis trãſeat per centrũ ſpeculi, patet manifeſte, qm̃ ipſa diuidit ſphærã ſpeculi ꝑ æqualia, & hoc ꝓponebatur.

II.

A centro uiſus ad ſuperficiẽ ſpeculi ſphærici cõuexi ducta contingens circa fixam uiſualem diametrũ æqualiter mota portionem ſuperficiei ſpeculi determinat, à cuius punctis fiet formarum reflexio ad uiſum.

Sit centrum uiſus punctus a, & cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſupficiei ſpeculi ſphærici conuexi ſit circulus b c d k, cuius centrũ ſit e, & à puncto a ducat̃ per 6. tertij, linea contingens circulũ in punctum d quæ ſit a d, ducatur & diameter uiſualis quæ ſit a e, ſecãs periferiã circuli b c d in pũcto c, dico quod ſi diameter a e manente fixa linea cõtingens q̃ eſt a d, imaginetur æqualiter moueri ſuꝑ periferiã ſpeculi, ſeruans ſemꝑ æqualitatẽ anguli e a d, quouſq; redeat ad locũ unde exiuit, ꝙ ipſa motu ſuo ſecundũ punctum d, deſcribet circulũ determinantẽ portionem ſpeculi ſphærici cõuexi, à qua fit reflexio



omnium formaꝝ ad uiſum exiſtentẽ in pũcto a, ab illa parte alia ſpeculi ſuperficiei à qua non fit reflexio, producatur em̃ linea a d ultra pũctum contingentiæ d ad punctũ f, & ducatur linea e d, q̃ producãtur extra ſpeculum ultra punctũ d uſq; ad punctũ g, erũt ergo per 17. tertij, anguli omnes ad punctũ d recti, omnes ergo puncti in linea d f conſtituti uide-

uidebunt̃ directe, ideo quia linea a f manens una nõ refrangit̃ à pũcto d, quia tamẽ eadem linea cõtingit ſpeculũ, incipiũt pũcta lineæ d f, aliquid participare naturæ reflexionis, unde uidebũtur à puncto d, reflecti ſecundũ lineam d a ad uiſum a, per 20. quinti huius, quoniã angulus incidentiæ qui eſt f d g, eſt æqualis angulo reflexiõis, qui eſt g d a, dico etiã ꝙ à nullo pũcto arcus d k b poteſt fieri reflexio ad uiſum a. Si enim ſit hoc poſſibile, eſto quod à puncto h arcus d h b, fiat reflexio formæ alicuius pũcti ad uiſum exiſtentẽ in pũcto a, & ducat̃ linea reflexionis ad uiſum a, q̃ ſit h a, hoc ergo nõ poteſt trãſire ſolidum corpus ſpeculi, ſcilicet arcus circuli b c d ſecando, tranſibit ergo extra circulum, quia itaq; angulus contingentiæ qui eſt h d f eſt indiuiſibilis, per 15. tertij, patet ꝙ illa linea reflexionis quæ eſt h a, nõ tranſibit punctũ d. ſecabit ergo lineã d g, ſit ut ſecet ipſam in pũcto l, & quia linea reflexionis quæ eſt h a nõ ſecat angulũ h d f, palam cũ nõ ſecet arcũ h d, quod ſecat lineã d f, ſit ut ſecet ipſam in puncto m. Si ergo linea h m à puncto m, perueniat ad punctũ a, patet ꝙ duæ rectæ quæ ſunt m l a & m d a includunt ſuperficiem, quod eſt impoſſibile: uel deducatur, ſit trigoni d l m, angulus m d l rectus, ergo angulus d l m per 32. primi, eſt acutus, ergo ꝑ 13. primi, angulus a l d eſt obtuſus. Sed angulus a d l eſt rectus, quia angulus a d e eſt rectus, ergo ꝑ 14. primi huius, cũ linea e g cadat ſuꝑ ambas lineas a d & h a, & faciat angulos prædicto modo diſpoſitos, patet qđ lineæ h l a & d a ad illam partem concurrent, ad quam ſunt anguli minores, non ergo reflectitur forma aliqua à puncto h ad punctum a, quod eſt oppoſitũ dati, patet ergo propoſitum, quoniam quocũq; puncto arcus d k b dato, eodem modo poteſt fieri deductio.

III.

Oppoſito uiſui ſpeculo ſphærico cõuexo, ita ut uiſus non ſit in ſuperficie illius ſpeculi aut ſuperficie ei continua, erit cõmunis ſectio baſis pyramidis uiſionis & ſuperficiei ſpeculi circulus minor magno circulo ſphærã ſpeculi ꝑ æqualia ſecante.

Opponatur uiſui ſpeculũ ſphæricũ taliter ut uiſus nõ ſit in ſuperficie illius ſpeculi ei cõtinua, dico ꝙ pars ſpeculi à uiſu cõprehenſa erit pars ſphæræ circulo incluſa, quẽ efficit motu ſuo radius cõtingens ſuꝑficiem ſphæræ, quia enĩ ut patet ꝑ 16. tertij huius, longior radius ad ſphæræ ſuperficiẽ cõtingens quaſi linea ſpeculũ cõtingens eſt. Si ille radius imaginet̃ ꝑ gyrũ, moueri attingendo ſphærã, donec redeat ad punctũ primũ, à q̃ ſumpſit motus principiũ, palã per præmiſſam, quia pũctus contingentiæ in ſphæræ ſuꝑficie circulũ deſcribet, hic uero circulus minor erit circulo magno illius ſphæræ, qm̃ ſi intelligant̃ ſuꝑficies ſecantes ſe ſuꝑ diametrũ ſphæræ tranſeuntes polos p̄dicti circuli & ſphæram ꝑ æqualia ſecantes, patet qđ oẽs illi circuli cõtingentes lineas habẽt illas q̃ ſunt lineæ longitudinis pyramidis uiſiõis, ergo ꝑ 58. primi huius, quilibet arcuũ continuũ ipſi ſuꝑficiei ſphæræ, & his ſuꝑficiebus planis ſecantibus ſphæris, erit minor ſemicirculo circuli magni. Verbi gratia ſit ꝑ 69. primi huius, circulꝰ q eſt cõmunis ſectio ſuꝑficiei ſphæræ et ſuꝑficiei planæ tranſeũtis ꝑ uiſum a, extra ſphærã exiſtentẽ, & ꝑ centrũ ſphæræ qđ ſit b, circulus c s d, cuius centrũ ſit b, ſitq; polus circuli intellecti ſecundũ quem baſis pyramidis uiſiõis ſecat ſuperficiẽ ſpeculi pũctus. ſed ꝓducat̃ b a ſemidiameter ad uiſum a, & ſit linea b s a, & à pũcto a, cẽtro uiſus ducat̃ linea cõtingens circulũ, q̃ ſit a c, & à pũcto cõtingẽtiæ q eſt c, ducat̃ ad centrũ b, linea c b, dico qđ arcus c s eſt minor ꝙ̃ quarta circuli magni, angulus enĩ b c a eſt rectus ꝑ 17. tertij, angulus ergo c b a eſt acutus, qa nõ poſſunt eſſe duo recti in eodẽ trigono a b c, ꝑ 32. primi, hũc itaq; angulũ in centro exiſtentẽ reſpiciat arcus c g, palã ergo ꝑ ultimã ſexti, qm̃ ipſe minor eſt ꝙ̃ quarta circuli, & quia idẽ accidit in oĩbus pũctis imaginatoꝝ circuloꝝ minoꝝ, qm̃ quilibet arcuũ illoꝝ circulorũ eſt minor ꝙ̃ quarta circuli magni, ergo circulus terminans uiſum eſt minor circulo magno ſphæræ ꝓpoſitæ, et hoc eſt qđ ꝓponebatur. tenet aũt hæc demõſtratio in uno uiſu tm̃, uel in ambobꝰ uiſibus,



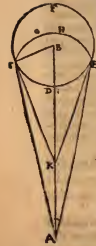
dum modo diameter ſpeculi ſphærici ſit maior ꝙ̃ diſtãtia oculoꝝ, qm̃ iſtis exiſtentibus æqualibus circulus maior ſphæræ erit circulus ꝓpoſitæ ſectionis, & medietas ſphæræ ui

debitur. Si uero diſtantia oculorũ ſit maior diametro ſpeculi, plus medietate ſphæræ uidebitur, & erit cõmunis ſectio circulus minor, ut hæc ſunt demonſtrata in quarto huius.

IIII.

In ſpeculis ſphæricis cõuexis ſecundũ acceſſum uiſuum ad ſpecula circulorum uiſum terminantium quantitas minuitur, ad receſſum uero augetur.

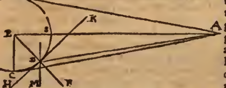
Eſto eñ ſpeculum ſphæricũ conuexũ, cuius centrum b, & ſit centrũ uiſus a, ſitq́ circulus terminans uiſum in ſuꝑficie ſpeculi q c g h e, dico quod ſecundũ acceſſum & receſſum uiſuũ à ſpeculis illorum circulorũ quãtitas mutat̃, diminuitur eñ ſecundum acceſſum, et auget̃ ſecũdum receſſum. Sit eñ cõmunis ſectio ſuꝑficiei reflexionis & ſpeculi circulus c d e f, cuius arcus c d e, ſit erectus ſuꝑ circulum c g h e, uiſam partẽ ſpeculi cõtinentẽ, ſitq́ ipſius arcus c d e medius punctus d, & ducantur lineæ a c, ad b, c b, a e, eritq́ ꝑ 17. tertij, angulus a c b, rectus, accedat ergo uiſus ſecundũ lineã a b ad punctũ k. Si ergo uiſus terminatur ad eundem circulum c g h e, ut prius, ducat̃ linea k c, & qm̃ per 16. ſecundi huius, longior radius à uiſu ad ſphærã contingens quaſi linea contingens eſt, patet ꝑ 17. tertij, qm̃ angulus l k c b eſt rectus. Sed & angulus a c b fuit rectus, eſt ergo rectus minor recto, quod eſt impoſſibile. Exiſtẽte ergo uiſu in puncto l k, nõ terminabit̃ uiſio ad circulũ c g h e, ſed ad aliquẽ circulum ipſo circulo c g h e minorẽ, quia eñ inter duas lineas cõtingentes circulum q̃ ſunt a c & a e, ab uno pũcto a, ductas à puncto k, ducunt̃ aliæ duæ lineæ eundẽ circulũ cõtingentes, palã ergo ꝑ 60. primi huius, qđ pũcta contingentiæ interiorũ cadent intra puncta cõtingentiæ exteriorũ, minorẽ ergo arcũ circuli cõprehendent lineæ ꝓpinquiores q̃ remotiores, patet ergo ꝓpoſitum.



V.

A quolibet puncto ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi oppoſitæ uiſui, poteſt fieri reflexio ad uiſum.

Eſto diſpoſitio eadem q̃ in tertia huius, dico ꝙ à quolibet puncto portionis oppſitæ uiſui à quolibet puncto arcus e s, & omniũ ſibi ſimiliũ arcuũ poteſt fieri reflexio ad uiſum, ſignetur eñ aliquis pũctus arcus e s, qui ſit d, & ducat̃ ſemidiameter d b, palã per 72. primi huius, qm̃ linea d b eſt perpendicularis ſuꝑ ſuperficiem planã contingentem ſpeculum in puncto d, cũ itaq́ formæ puncti rei uiſæ puncto d incidunt, palam per 25. quinti huius, quia linea reflexionis erit in eadem ſuperficie cũ ſemidiametro d b, & cũ katheto a b, orthogonaliter cadente ſuper ſuperficiem ſpeculi, eo qđ tranſeat per centrum eius b, & ducatur à puncto d, linea cõtingens circulũ c d s, per 16. tertij, q̃ ſit linea h d k, erit ergo per 17. tertij, angulus b d k rectus, erit ergo trigoni d b a, angulus a d b obtuſus. Si ergo ꝓducatur linea b d extra ſphæram ad punctum f, erit per 13. primi, angulus f d a acutus, ideo ꝙ angulus b d a ſit obtuſus, ut patet ex præmiſſis, & ꝑ 21. primi, & etiam ex hoc, quia cum linea



a d cadat intra lineã a e ſpeculũ contingentẽ, palã per 57. primi huius, quia linea a d ꝓducta ſecabit ſphærã ſpeculi, & ſuꝑficies cõringens ſphærã in pũcto d, in qua ſint lineæ h k, e g, decliuior erit q̃ linea a d, ſecabitq́ lineã a b, & quia ſemidiameter b d eſt perpendicularis ſuꝑ ſuꝑficiẽ b k, e g, ſpeculũ in pũcto d cõtingentẽ, erũt anguli f d k & f d, d h, b h recti, ergo etiã erit angul9 b d k rectus, angulus q́ b d a maior recto, & angulus f d a minor recto, reſecato ergo ab angulo recto q eſt f d h, angulũ acutũ æqualẽ angulo f d a, per 27. primi huius, q ſit m d f, erũtq́ lineæ cõtinentes hos angulos in eadẽ ſuperficie, pũctus ergo rei uiſæ exiſtens in linea m d, & ſuperficiei ſpeculi incidens ad punctũ d, reflectet̃ ad uiſum per lineã d a, per 11. uel 20. quinti huius, cõtinent eñ lineæ m d & a d, angulos æquales cũ perpẽdiculari b f, & lineæ illæ incidẽtiæ & reflexionis ut oſtenſum

fuit

ſuit per 25. quinti huius, erũt in eadem ſuperficie q̃ erit ſuperficies reflexiõis erecta ſuper ſuperficiem ſphæram ſpeculi in puncto d, contingentem, & eodẽ modo demonſtrabitur de quolibet pũcto arcus e s, & cuiuslibet arcus ſui ſimilis, hoc eſt de tota portione ſpeculi uiſui oppoſita, quoniam de quolibet dato puncto poteſt eodem modo demõſtrari: patet ergo, quoniam à quolibet puncto ſupficiei ſpeculi ſphærici conuexi oppoſitæ uiſui poteſt fieri reflexio ad uiſum ſicut proponebatur.

VI.

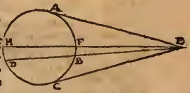
In omni ſuperficie reflexionis à ſpeculis ſphæricis conuexis centrũ uiſus & centrũ ſpeculi, punctũ reflexiõis & punctũ reflexũ cõſiſtere eſt neceſſe: ex quo patet lineã à centro uiſus ad centrum ſpeculi productam omnibus ſuperficiebus ſectionum ſecundum diuerſa puncta ſpecula huiuſmodi ſecantium communem eſſe.

Hoc patet p 25. quinti huius, in omi eñ ſupficie reflexionis neceſſario ſunt linea incidentiæ & linea reflexionis, hæ aũt lineæ continent tria puncta. ſ. punctũ reflexum, & punctũ reflexionis, & centrũ uiſus, & quia quælibet illaꝝ ſuperficieꝝ eſt erecta ſup ſuperficiem ſpeculi, à quo ſit reflexio, erunt lineæ in ipſa ꝓductæ quæ ſunt erectæ ſuper ſuperficiem ſpeculi centrum ſpeculi tranſeuntes per 72. primi huius, manifeſtum ergo quia quælibet illaꝝ ſuperficieꝝ tranſit centrum ſpheræ. In qualibet ergo ſuperficieꝝ reflexionis ſunt prænominata 4. puncta corpoꝝ quorumlibet, ex his patet quia cum ſuperficierum planoꝝ ſe interſecantium cõmunis ſectio ſit linea recta, ut patet per 3. undecimi, iſtarum ſuperficieꝝ neceſſario cõmunis ſectio erit linea à centro uiſus ad centrũ ſpeculi ꝓducta, quoniam alijs duobus punctis uariatis ſecundũ numeꝝ ſuperficieꝝ reflexionis, hæc duo puncta. ſ. centrum uiſus & centrum ſpeculi in talibus ſuperficiebus ſemp manent, patet ergo propoſitum.

VII.

Omnis linea reflexionis præter lineas contingentes ſecat circulum, qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei ſpeculi ſphærici cõuexi in duobus tantum punctis, in puncto uidelicet reflexionis & in puncto alio portionis ſuperficiei ſpeculi non apparentes.

Sit cõmunis ſectio ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi, & ſuperficiei reflexionis circulus a b c d, cuius centrũ ſit punctũ g, & ſit centrum uiſus e, à quo ducantur lineæ contingentes illũ circulũ q̃ ſint e a & e c, palã ergo per 2. huius, q̃m à toto arcu a b c, ſit reflexio ad uiſum, ſit ergo ut à puncto b, qđ eſt inter puncta a & c, fiat reflexio ad uiſum e, & ſit linea reflexionis b e, dico quod linea e b, ꝓducta ultra punctũ b, ſecabit circulũ a b c, in aliquo puncto arcus ſpeculi non apparentis quod ſit d, ducatˉ eñ diameter uiſualis e f g h, diuidens circulum per æqualia in duos ſemicirculos qui ſunt f c h, & f a h, oſtenſum eſt aũt per 57. primi huius, q̃m ab uno puncto datum ſemicirculum tm̃ unã lineã contingentẽ duci eſt impoſſibile, & cooſtenſum ibi eſt quod omnis linea ab eodem puncto ſub



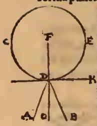
linea cõtingente ducta ſecat ſemicirculũ in puncto uno ſuper punctũ contingentiæ & in alio ſub ipſo, patet ergo cũ à puncto e, ducatur linea e c, circulũ contingens, & ab eodem puncto e ducatˉ ſub linea contingente linea e b, q̃m linea e b, ſecat ſemicirculũ f c h, in uno puncto ſuper illũ punctũ contingentiæ qui ſit d, & in alio puncto b, ſub illo puncto c, qui eſt terminus portionis arcus apparentis uiſui, punctus ergo d cadit in portione c d a, non apparente uiſui, quod eſt propoſitum. Eodem ergo modo de quolibet puncto arcus a f, poteſt demonſtrari, patet ergo quod proponebatur.

VIII.

In omni reflexione à ſpeculis ſphericis conuexis linea à centro ſpeculi ad

punctum reflexionis ducta, diuidit angulum à lineis incidentiæ & reflexionis contentum per duo æqualia.

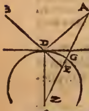
Sit centrum uiſus a, & punctus rei uiſæ per reflexionem à ſpeculo ꝓpoſito ſit b, ſitq́ꝫ cõmunis ſectio ſupficiei reflexionis & ſpeculi circulus c d e, cuius centrũ ſit f, & reflectat̃ forma puncti b, ad uiſum a, à puncto ſpeculi d, & ducatur linea d f, dico quod linea f d, producta extra circulũ ad punctum g, diuidit angulum a d b per æqualia, ita ut angulus a d g, ſit æqualis angulo g d b, ducatur tñ linea contingens circulum c d e, in puncto d, per 16. tertij, quæ ſit h k, erunt ergo per 17. tertij, anguli f d k, & f a h recti, ergo per 13. primi, anguli g d k & g d h ſunt recti & æquales. Sed angulus b d k, cum ſit angulus incidentiæ, eſt per 20. quinti huius, æq̃lis angulo a d h, q eſt angulus reflexiõis, remanet ergo angulus a d g, æqualis angulo g d b, linea ergo f d, producta à centro ſpeculi ad punctum reflexionis quod eſt d, diuidit angulum a d b, per æqualia, patet ergo propoſitum.



IX.

In conuexis ſpeculis ſphæricis omnem lineam reflexionis cum katheto incidẽtiæ ab eodẽ pũcto ad centrũ ſpeculi productũ, cõcurrere eſt neceſſe.

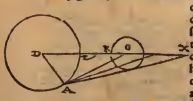
Eſto cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & conuexi ſpeculi ſpherici circulus g d, cuius centrum ſit z, & ſit centrũ uiſus punctũ b, punctusq́ꝫ rei uiſæ ſit a, reflectaturq́ꝫ forma puncti a, ad centrũ uiſus b, à puncto ſpeculi d, & ſit linea reflexionis d b, linea quoqꝫ incidentiæ ſit a d, ducat̃ itaqꝫ linea à puncto dato a, ad centrum ſpeculi z, quæ ſit kathetus a z, ſecans ſuperficiem ſpeculi in puncto g, & copuletur linea d z, & producatur b d, intra ſpeculũ donec concurrat cũ linea a z, concurret aũt per 29. primi huius, qm̃ eñ linea b d, ꝓducta ſecat angulum a d z, ut patet ꝑ p̃cedentem & per 15. primi, ergo ſecabit & baſem a z, ſit itaqꝫ punctus concurſus e, eſt aũt linea a z, kathetus incidentiæ puncti a, ut patet ꝑ diffinitionẽ katheti, & per 72. primi huius, patet ergo propoſitũ, qm̃ linea reflexionis cõcurret cũ katheto incidentiæ. Quod aũt hic de cõcurſu lineæ incidentiæ cũ katheto incidentiæ demonſtrauimus, hoc adiunximus ꝓpter 37. quinti huius, ſecundũ eñ utraqꝫ illaꝝ lineaꝝ eſt neceſſarium fieri uiſionem, qm̃ ſecundũ illam reflexionis forma reflectit̃ ad uiſum, & ſecundum kathetum incidentiæ reſpicit res ipſum ſpeculum, à cuius ſuperficie forma rei uiſæ reflectit̃ ad uiſum.



X.

Centro uiſus poſito in katheto incidẽtiæ ſuper ſpeculũ ſphæricũ cõuexũ incidente, ab uno tantũ puncto ſpeculi fiet reflexio, & uidebitur imago in ſuperficie ſpeculi in ipſo, ſ. puncto reflexionis, niſi forte propter continuitatem ſui cum punctis alijs formæ uiſæ ad aliũ locum imaginis protrahatur.

Oſtenſum eſt per 33. quinti huius, qm̃ omnis ꝑpendicularis reflectit̃ in ſeipſam, nec aũt oſtendemus quod hic ꝓponit̃. Sit ergo g centrũ uiſus & d centrũ ſpeculi propoſiti, ſitq́ꝫ g k z d, kathetus incidentiæ ductus à centro uiſus ad ſpeculũ ſecans ſuperficiem oculi in puncto k, & incidens ſupficiei ſpeculi in puncto z, dico quod ſolius pũcti r forma reflectitur ad uiſum, qm̃ de alijs pũctis lineæ d g, quibuſcũqꝫ datis, quãtum ad ipſoꝝ reflexionem eodem modo demonſtrandum, ut in 32. quinti huius, ſed neqꝫ aliquod punctum huius lineæ reflectit̃ ab alio pũcto ſpeculi, dato enim quod ab alio pũcto fiat reflexio, ſit illud aliud pũctum a, & ducat̃ linea g a, quæ ſit linea reflexionis, ducatur q̃qꝫ linea incidentiæ ad punctũ a, ab illo puncto lineæ g d, cuius forma à pũcto a reflectit̃, q ſit x, hæc ergo linea x a, continebit angulũ cũ linea

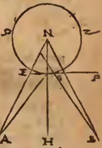


nea g a, qui ſit x a g, & ducatur diameter d a. hæc ergo extra circulũ producta neceſſario diuidet angulum x a g, per æqualia per 8. huius, eo qđ ueniens à centro ſpeculi & ad iſtũ punctũ reflexionis eſt ꝑpendicularis ſuꝑ ipſum. concurret ergo diameter d a, cum perpendiculari g d, inter punctũ x reflexum, & punctũ g centrum uiſus: ſint ergo duæ lineæ rectæ, quæ ſunt x d & d a, in duobus punctis concurrent & ſuꝑficiem continebunt, quod eſt impoſſibile, patet ergo ꝓpoſitũ, qm̃ ab uno tm̃ puncto ſpeculi reflexionem fieri eſt neceſſe, ergo & una tantũ uidebiť imago, & quia locũ ipſius nulla linearum interſectio determinat, ut patet per 37. quinti huius, palam ꝗd illa imago uideť in proprio loco ſuo, hoc aũt eſt in ſuperficie ipſius ſpeculi in puncto .ſ. reflexionis, niſi forte propter continuitatem ſui cum punctis alijs formæ naturalis uiſæ ad locum alium imaginis protrahatur, patet ergo propoſitum.

XI.

Locum imaginis uiſæ in ſpeculis ſphæricis conuexis in cõcurſu lineæ reflexionis cum katheto incidentiæ neceſſe eſt eſſe: ex quo patet, quod in omni reflexione ab his ſpeculis facta, ſemper imago totius rei uiſæ continetur in aliqua linea inter loca imaginum ſuorum extremorum punctorum ꝓducta: patet etiã quod in his ſpeculis poſſibile eſt locũ imaginis inueniri.

Quod linea reflexionis concurrat cũ katheto incidentiæ, patet per 9. huius, poteſt & idem demonſtrari aliter. Sit ẽm punctus rei uiſæ a, centrũ oculi b, punctus reflexionis g, centrũ ſpeculi n, palã itaq; per 25. quinti huius. quod a g linea incidentiæ, g b linea reflexionis ſunt in eadẽ ſuꝑficie erecta ſuꝑ ſuperficiem ſpeculum in puncto g, contingentẽ: linea itaq; cõmunis ſuperficiei reflexionis, & ſuꝑficiei ſpeculi, ſit circulus z g q & linea cõmunis ſuꝑficiei contingenti ſpeculũ in puncto g, & ſuperficiei reflexionis ſit linea e g p, ducaturq; linea h g, perpendicularis ſuꝑ lineam g p e, ꝑ 11. primi, & patet per 18. tertij, quod linea h g producta pertinget ad centrum circuli z g q, qui cũ ſit circulus magnus, ut patet per primam huius, palam qđ centrũ eius eſt centrum ipſius ſpeculi, tranſit ergo linea h g, producta ultra punctũ g, per centrum ſpeculi quod eſt n, aliter ẽm linea à centro ſpeculi ad punctũ g ducta, erit etiã ꝑpendicularis ſuꝑ lineam p g e, & linea h g, ꝓducta eſt ꝑpendicularis ſuꝑ eandem, ab eodẽ ergo puncto ad eundem punctũ lineæ rectæ continget duas perpendiculares ſuꝑ unam lineam quod eſt impoſſibile, pertinget ergo linea h g ad punctum n, ducať ergo linea a n, à puncto uiſo ad centrum ſpeculi, eritq; linea a n, per 72. primi huius, ꝑpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi, ergo & ſuper ſuperficiem contingentẽ ſpeculũ in puncto illo ꝑ quã tranſit, & quia inter duas lineas h g & p g, angulũ rectum continentes cadit linea b g, palam quia ipſa non contingit circulũ z g q, ipſa ergo ꝓducta ſecat circulũ, cõcurret ergo cũ linea a n, ſit ut concurrat in puncto d, cũ itaq; ut patet per 6. huius, punctum a, cuius forma à puncto ſpeculi g reflectitur, & centrũ ſpeculi quod eſt n, neceſſario ſint in eadem ſuperficie, erit ergo per primã undecimi, linea a n, in eadem ſuperficie cum linea b g. palã ergo per 37. quinti huius, quia punctus d erit locus imaginis, qm̃ ipſe eſt punctus cõmunis lineæ reflexionis, in qua neceſſario eſt forma & lineæ a n, quæ eſt kathetus incidentiæ formæ puncti a, ſecundum quam ut ſecundum lineam breuiorem neceſſario uidetur forma, patet ergo principaliter ꝓpoſitũ per 37. quinti huius, & per hoc patet corrolariũ, qa in omni reflexione à ſpeculis ſphæricis conuexis facta, ſemper imago totius rei uiſæ contineť in aliqua linea inter loca imaginum ſuorum extremorum punctorum ꝓducta, qm̃ katheti incidentiæ punctorum mediorum cadunt ſemper inter kathetos incidentiæ punctorum extremorum, nec ẽm katheti incidentiæ ab aliquo illorum punctorum extremorum ꝓducti ad centrum ſpeculi ſecare poſſunt aliquẽ kathetum incidentiæ punctorum extremorum, patet etiã quod in his ſpeculis cuiuſcunq; puncti rei uiſæ poſſibile eſt locum imaginis inueniri: ꝓducta ẽm linea recta à puncto quocunq; uiſo per reflexionem ad centrum

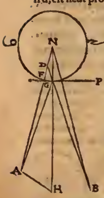


centrum ſpeculi,& producta linea reflexionis ad concurſum cũ linea, erit punctus cõmunis ſectionis illarum linearum ſemper locus imaginis, & hoc proponebatur.

X I I.

Kathetum incidentiæ linea reflexionis à circulo, qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſpeculi ſphærici cõuexi ſecante, & à puncto reflexionis ducta erecta illum circulum contingente quæ ſecet kathetum, erit totius katheti proportio ad inferiorem partem ſui reſectam uerſus centrum, ſicut partis extrinſecus reſectæ per cõtingentem ad eam partẽ quæ utraſq; interiacet ſectiones.

Maneat diſpoſitio figuræ præcedentis, dico quod ꝓportio totius lineæ a n, ad lineã n d, eſt ſicut proportio lineæ a d, ad e d, quia eñ angulus b g h, æqualis eſt angulo h g a



per 8. huius, angulus uero b g h, æqualis eſt angulo d g n, per 15. primi, quia ſunt anguli contra ſe poſiti, patet quod angulus h g a æqualis eſt angulo d g n, & quia anguli n g e, & h g e ſunt recti, per 17. tertij, ideo quod linea e g, eſt perpendicularis ſuper lineam h g n, patet quod æqualibus angulis ab his hinc inde demptis erunt anguli a g e & d g e æquales, & quia in trigono a g d, linea d e, angulum a g d, per æqualia ſecat, palam ex 3. ſexti, quia ꝓportio lineæ a e, ad lineam e d, eſt ſicut lineæ a g, ad lineam d g, ꝓtrahatur itaq; à puncto a, linea æquediſtans lineæ d g, per 31. primi, concurrens cũ linea h n, in puncto h, quæ ſit h a, concurrent aũt illæ lineæ per 2. primi huius, erit ergo per 29. primi, angulus n g d, æqualis angulo g h a, ſed ex præmiſſis patet, quod angulus n g d, æqualis eſt angulo a g h, eſt ergo angulus a g h, æqualis angulo a h g, ergo per 6. primi, erit latus a g, æquale lateri a h, ergo ꝑ 7. quinti, erit ꝓportio lineæ a g, ad g d, ſicut lineæ a h, ad g d, ſed ꝓportio lineæ a h ad g d, eſt ſicut ꝓportio lineæ a n ad d a, ꝑ 29. primi, & ꝑ 4 ſexti, qa ergo q̃ ꝓportio lineæ a h ad d g, eadem eſt lineæ a n, ad d n, ꝓportio uero lineæ a h, uel a g ad d g, ut patet ex ꝓmiſſis, eſt ſicut ꝓportio lineæ a e, ad e d ergo ꝑ 11. quinti, eſt ꝓportio lineæ a n, ad a d, ſicut lineæ a e ad e d, quod eſt propoſitũ, quoniam linea e d, utraſq; interiacet ſectiones.

X I I I.

In omni ſpeculo ſphærico conuexo linea recta interiacens centrum ſpeculi, & locum imaginis maior eſt recta interiacente locum imaginis & punctum reflexionis.

Sit diſpoſitio quemadmodũ in præcedente, dico quod linea n d, eſt maior q̃ linea d g, ſecet eñ linea p g e, lineam a n, in puncto e, palam quod punctũ e, dicitur finis cõtingentiæ, ut patet ex principijs libri huius, & quia per p̃cedentem eſt ꝓportio lineæ a n, ad lineam n d, ſicut lineæ a e, ad lineam e d, ꝓportio uero lineæ a e, ad e d, per 3. ſexti, eſt ſicut proportio lineæ a g, ad g d, qm̃ præoſtenſum eſt linea e g, diuidit angulum a g d, ꝑ æqualia, eſt ergo ꝓportio lineæ a n, ad n d, ſicut lineæ a g, ad lineam g d, per 11. quinti, ergo per 16. quinti, erit permutatim ꝓportio lineæ a n, ad a g, ſicut lineæ d n, ad d g, ſed per 19. primi, linea a n eſt maior q̃ a g, ideo quod angulus a g n, eſt obtuſus, cũ ſit maior angulo n g e, recto, ergo linea n d, eſt maior q̃ linea d g, & quia per 11. huius, punctus d, eſt locus imaginis, patet quod linea n d, interiacens centrum ſpeculi, & locum imaginis eſt maior linea d g, interiacente locum imaginis & punctũ reflexionis quod eſt g, patet ergo ꝓpoſitũ.

X I I I I.

Ducto katheto incidentiæ ad centrum circuli, qui eſt communis ſectio ſupreficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi, ducta quoq; & linea in puncto reflexionis eundem circulum contingente, pars katheti interiacẽs

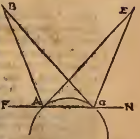
teriacens finem contingentiæ & circumferentiam circuli ſemidiametro eiuſdem circuli eſt minor.

Remaneat omnino diſpoſitio quæ ſupra, & quia punctus e eſt finis cõtingentiæ, interſecet linea a n, circumferentiam circuli in puncto f, dico quod linea e f, eſt minor ſemidiametro circuli, qui eſt f n, quoniam enim ut patet ex præmiſſis in proximo theoremate proportio lineæ a g, ad g d, eſt ſicut proportio lineæ a e ad e d, & proportio lineæ a n ad d n, eſt ſicut lineæ a d ad d g, igitur per 11. quinti, erit proportio lineæ a n ad d n, ſicut lineæ a e, ad e d, ergo per 16. quinti, erit permutatim proportio lineæ a n ad a e, ſicut d n ad d e, ſed linea a n eſt maior quàm linea a e, quoniam totũ eſt maius ſua parte, ergo linea d n, eſt maior quàm linea d e, erit ergo linea d n, multo maior quàm linea f e, quæ eſt pars ipſius d e, multo magis ergo linea n f erit maior quàm linea f e, quod eſt propoſitum.

XV.

Lineæ reflexionis formæ eiuſdem puncti à diuerſis punctis ſpeculi ſphærici conuexi non ſunt æquediſtantes: attamen in centro unius uiſus non cõcurrunt, ex quo patet quòd unus uiſus non poteſt uidere idolum eiuſdem formæ reflexum à diuerſis punctis eiuſdem ſpeculi ſphærici conuexi.

Eſto centrum uiſus b, & punctus rei uiſæ ſit e, ſitq́ cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi circulus a g, incidatq́ punctus e, diuerſis punctis ſpeculi in circulo a g, quæ ſint a & g, & dico quod duæ lineæ reflexionis b a & b g, non ſunt æquediſtantes cum in unius centro uiſus non cõcurrent, dato quod concurrent in puncto b, ducatur inter circulum corda arcus a g, quæ ſit recta a g, & producatur extra circulum uſq; ad pũctũ f, ex parte a, & ex parte g, uſq; ad punctũ n, & quia per 20. quinti huius, angulus e g n, eſt æqualis angulo b g a, ſed angulus e g n, maior eſt angulo e g a, per 16. primi, ergo angulus b g a, maior eſt angulo e g a. Sed angulus b a f, maior eſt angulo b g a, per 16. primi, ergo angulus b a f, eſt maior angulo e a g, non ergo reflectitur forma puncti e, ad uiſum exiſtentem in puncto b, à puncto ſpeculi a, per 20. quinti huius, & tamen quia angulus b a f, nõ eſt æqualis angulo b g a, ſed minor, ideo quia per 16. primi, angulus e g n, eſt maior angulo e g a, ergo per 20. quinti huius, & ex hypotheſi erit angulus b g a, maior angulo b a f, palã ergo per 14. primi huius, quia duæ lineæ a g & b g, non ſunt æquediſtantes. Sed ut patet ex præmiſſis ipſæ nunquàm cõcurrent in puncto b, in quo eſt centrũ uiſus, patet ergo propoſitum, & per hoc patet quod unus uiſus nõ poteſt uidere idolum eiuſdem formæ à diuerſis punctis talium ſpeculorum reflexum, quod proponebatur.

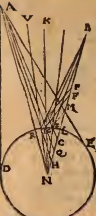


XVI.

A ſuperficie ſpeculi ſphærici conuexi non poteſt forma alicuius puncti ad uiſum unum niſi à ſolo puncto reflecti, & una ſola imago uiſui occurrit.

Quoniam enim per 10. huius, patet quod forma perpendiculariter huius ſpeculo incidens, centro uiſus in illa perpendiculari exiſtente ab uno tantum puncto reflectitur ad uiſum, non oportet nos nũc propoſitum niſi de lineis oblique his ſpeculis ſphæricis conuexis incidentibus demonſtrare. Sit ergo punctũ uiſum b, & centrũ uiſus a & non ſit punctum a in perpendiculari ducta à re uiſa ad centrum ſpeculi quod ſit n, dico quod forma puncti b, reflectitur ad a centrum uiſus ab uno ſolo puncto ſpeculi, & una ſola imago uiſui occurrit, palam enim per 5. huius, quod uiſibile in quo eſt punctũ b, modo conuenienti oppoſito ipſi ſpeculo ab aliquo puncto ſuperficiei ſpeculi poteſt reflecti forma puncti b ad uiſum a, ſit illud punctum reflexionis g, & ducantur lineæ b g & a g, & ducatur kathetus incidentiæ qui ſit b n, ſecans ſuperficiem ſpeculi in puncto l, & ſit a n, diameter uiſualis ſecans ſuperficiem ſpeculi in puncto r. Sint quoq; puncta d & e, termini ſuperfi-

ciei portionis ſuperficiei ſpeculi uiſui oppoſitæ, ꝑducaturq́ʒ linea reflexionis a g, quæ
producta ultra punctum g, ſecabit per 9. huius, perpendicularem b n, ſecet ergo illam



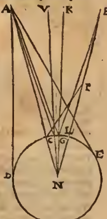
in puncto q, q̄m punctus q, ut patet per 11. huius, eſt locus imagi
nis, palam itaqʒ per 6. huius, quia puncta a n b, ſunt in eadem ſu-
perficie orthogonali ſuper ſuperficiem ſpeculi, & quia ſuperficierũ
erectarũ ſuper ſphæram ſpeculi in quibus ſunt puncta b & n, nul-
la extendi poteſt ad punctum a, quod eſt centrũ uiſus, niſi una tm̄,
q̄m punctus a, eſt indiuiſibilis, qui ad ſuperficies ſe circa ipſum
uel lineam in qua eſt, non ſecantes cõmunis eſſe non poteſt, tunc
palam quia puncta a & b, ſunt tantum in una ſuperficie erecta ſu
per ſphæram ſpeculi, & non in pluribus, nõ ergo fiet reflexio pun
cti b, ad uiſum a, niſi in circulo ſphæræ qui eſt cõmunis ſectio ſu-
perficiei ſpeculi, & ſuperficiei a n b. Sit ergo hic circulus d g e, di-
co quod à nullo puncto huius circuli d g e, præter quã à ſolo pun-
cto qđ ꝑpoſitum eſt eſſe g, fiet reflexio formæ puncti b ad a, cen-
trum uiſus. Si eñ ſit poſſibile fieri ab alio puncto circuli d g e, q̃ à
puncto g, ſit ille datus pũctus l, in quo kathetus incidẽtiæ qui eſt
b n, ſecat ſuperficiem ſpeculi, cum itaqʒ linea b n, ſit perpendicula-
ris ſuper ſuperficiem ſpeculi, & linea a l, nõ ſit perpendicularis ſu
per illam, quia non tranſit centrum ſpeculi quod eſt n, & forma ſe
cundum lineam perpẽdicularem ueniens neceſſario ſecundũ per
pendicularem reflectatur, quoniam ſemper angulus incidentiæ eſt æqualis angulo refle
xionis, palam quia non reflectitur forma puncti b, ad uiſum a, à puncto l, palam etiam
quod non reflectetur ab aliquo puncto arcus l e, hoc eñ eſt impoſſibile qđ ad quodcũqʒ
punctum illius arcus ducatur linea à puncto b, tenebit cum linea cõtingente circulum
in puncto illo angulum obtuſum ex parte e. Ideo eñ quod angulus contentus ſub dia-
metro circuli, & linea in illo puncto circulum contingente eſt rectus per 17. tertij, & il-
la ſemidiameter educta non peruenit ad punctum b, q̄m ibi peruenit ſemidiameter n l,
erit ergo angulus contentus ſub linea ducta à puncto b, & ſub illa linea contingente ex
parte puncti b, neceſſario obtuſus, & linea ducta à puncto a, tenebit cum illa linea con-
tingente in puncto dato angulum acutum uerſus l. linea eñ à centro ſpeculi ad punctũ
illum contingentiæ perueniens tenebit cum linea contingente circulum in illo puncto
angulum rectum per 17. tertij, à puncto uero a linea ueniens cum eadem cõtingente, te-
nebit angulum minorem recto ex parte puncti l, hoc eñ contingens à pũcto a, duci nõ
poteſt, qđ patet per 57. primi huius, q̄m linea a e, ſuperficiem ſpeculi eſt contingens ex
hypotheſi, ꝓpter hoc, quia lineæ a e & b d, continent arcum circuli d g e. uiſui apparen-
tem, qui per 2. huius, à ſuperficie ſpeculi non apparente uiſui per lineas contingentes de
terminatur, quare ſi ab illo puncto fieret reflexio, tunc per 20. quinti huius accideret,
quod eſſet angulus acutus æqualis obtuſo quod eſt impoſſibile, non ergo fiet reflexio ab
aliquo puncto arcus l e, ſed etiam à nullo puncto arcus g l, poteſt in hac diſpoſitione fie-
ri reflexio, ſit eñ ſi poſſibile eſt ut fiat à puncto z, & ducatur linea a z o, ſecans kathetũ
incidentiæ, quæ eſt b n, in puncto o, & ducatur linea contingens circulum in puncto z,
hoc ergo contingens neceſſario cadet inter lineas b g & b l, q̄m punctus z, eſt inter pun
cta g & l. Sit ergo illa contingens linea z m, & ſit g f linea contingens circulum in pun
cto g, ſeceťqʒ linea z m, kathetum incidentiæ in puncto m, & linea g f, in puncto f, palã
ergo per 12. huius, quod ꝓportio lineæ b n, ad lineam n q eſt ſicut lineæ b f, ad f q, & ſi-
militer erit proportio lineæ b n ad n o, ſicut ꝓportio lineæ b m ad m o, ſed quia linea o n
maior eſt q̃ linea q n, q̄m totum maius eſt ſua parte, erit per 8. quinti huius, lineæ b n ad
n q, maior proportio q̃ ad lineam n o, maior ergo ꝓportio eſt lineæ b f, ad f q, q̃ lineæ
b m ad m o. quod eſt impoſſibile, & contra 9. primi huius, cum linea b f, ſit minor q̃ linea
b m, & f q ſit maior q̃ m o, reſtat ergo ut à puncto z, non fiat reflexio, ſed neqʒ ab aliquo
alio puncto arcus g l, quoniam dato quocunqʒ puncto alio à puncto z, poteſt fieri de-
ductio

ductio præmiſſo modo. Similiter quoq; nec ab aliquo puncto arcus g d, fiet reflexio, ſi enim fiat ab aliquo, ſit iſtud t, & ducatur linea b t, & linea a t h, ſecans kathetum b n, in puncto h, & ducatur contingens circulum in puncto t, quæ ſit t h, ſecans kathetum b n, in puncto p, Erit ergo per 13. huius, proportio lineæ b n ad n h, ſicut lineæ b p ad p h, & lineæ b n ad n q, eſt ſicut lineæ b f ad f q: ſed maior eſt proportio lineæ b n ad n h, q̃ lineæ b n ad n q, per 8. quinti, maior eſt ergo proportio lineæ b p ad p h, q̃ lineæ b f ad f q, quod eſt impoſſibile, & contra 9. primi huius, maioris enim ad minorem maior eſt proportio, q̃ minoris ad maiorem per eandem 9. primi huius, eſt enim linea b f, maior q̃ b p, & p h maior q̃ f q, palam ergo quod à nullo puncto arcus g d, fiet reflexio formæ puncti b, ad uiſum a, quodlibet ergo punctum formæ uiſæ ab uno ſolo puncto ſpeculi conuexi ſphærici ad uiſum reflectitur, una ſola ergo erit linea reflexionis cuiuſcunq; puncti uiſi, ſed eſt etiam unicus kathetus incidentiæ per 20. primi huius, unicus ergo punctus eſt in quo illæ lineæ rectæ ſe ſecant, qui eſt locus imaginis, ut patet per 11. huius, unius ergo puncti eius unica imago, & hoc eſt propoſitum.

XVII.

In uno katheto incidentiæ ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi ſumptis duobus punctis, quorũ formæ à ſuperficie ſpeculi ſint reflexibiles ad unum uiſum, erit punctus reflexionis puncti propinquioris centro ſpeculi remotior à centro uiſus, quàm puncti remotioris ab eodem centro ſpeculi ſit ab ipſo centro uiſus.

Remanente diſpoſitione quæ in præcedente, ſint in katheto incidentiæ, quæ eſt n b, duo puncta ſignata quæ ſunt p & b, ſitq; punctum p, ꝓpinquioris centro ſpeculi puncto ſcilicet n, centro circuli d g e, qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi dati, & ſit punctum b, remotius ab eodem centro, & ſit a centrum uiſus, & ſit locus reflexionis puncti b, punctus g, dico quod punctus reflexionis formæ puncti p, remotior eſt à centro uiſus, quod eſt punctum a, q̃ g, qui eſt punctus reflexionis formæ puncti b. Ducantur enim à puncto a d e, lineæ contingentes circulum, & portionẽ circuli oppoſitam uiſui continentes per 2. huius, quæ ſit a e & a d, at ſi punctus in quo kathetus b n, ſecat circulum propoſitum punctum l, palam ergo quod forma puncti p, non reflectitur à puncto l ad punctum a, quoniam ſola perpendicularis uiſualis reflectitur in ſeipſam per 10. huius, neq; reflectit forma puncti p, à puncto g, quoniam ab illo reflectitur forma puncti b, ut patet per præmiſſa, ſed neceſſe eſt ut reflectatur ab aliquo puncto arcus g l, inter puncta g & l. Si enim detur quod ab aliquo puncto arcus g d, fiat reflexio formæ puncti p, ad uiſum, ſit illud punctum t, ſitq; p t, linea incidentiæ formæ puncti p, ducatur itaq; ad punctum t, perpendicularis n t u, hoc ergo per 8. huius, neceſſario diuidit angulum p t a, per æqualia, ducatur quoq;



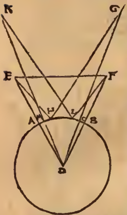
ad punctum g, perpendicularis n g k, palam ergo per 21. primi, quod angulus u t a, maior eſt angulo n g a, angulus ergo u t a, qui per 13. primi, eſt reſiduum duorum rectorum ſuper angulum u t a, eſt minor angulo k g a, qui eſt reſiduum duorum rectorum ſuper angulum ng[illegible]. Sed angulus k g a, per 8. huius, æqualis eſt angulo b g k, angulus ergo u t a, eſt minor angulo b g k, angulus ergo p t u, qui per 8. huius, eſt æqualis angulo u t a, minor eſt angulo b g k, ſed angulus p t u, ualet angulum p n t, & angulum t p n, per 32. primi, & angulus b g k, ualet angulum g b n, & angulum g n b, per eandem 32. erunt ergo duo anguli t n p, & t p n, minores duobus angulis g b n & g n b, quod eſt im

poſſibile,cum angulus p n t,contineat angulum b n g,tanquam partem ſui,& angulus t p n ſit maior angulo g b n,per 16.primi,palam ergo quod punctus p, non reflectitur niſi ab aliquo arcu g l, interiacente puncta g & l,& quoniam inter puncta g & l, punctus g, eſt propinquior puncto a, qui eſt centrum uiſus,patet quod omne punctum arcus g l,aliud à puncto g,eſt remotius à centro uiſus a,quàm punctum g, quod eſt punctum reflexionis formæ puncti b,punctum ergo reflexionis formæ puncti propinquioris centro ſpeculi eſt remotius à centro uiſus quàm punctus reflexionis formæ puncti remotioris à centro ſpeculi,quod eſt propoſitum.

XVIII.

Formæ omnium punctorum æqualiter diſtantiũ à centro ſpeculi ſphærici conuexi ſecundum æquales angulos ſub kathetis incidentiæ & diametris uiſualibus in centro ſpeculi contentos reflectuntur ad uiſus.

Sit communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi circulus a b c,cuius centrum ſit d,pateatque per primam huius, quoniam punctum d, eſt centrum ſpeculi, ſintque duo puncta e & f, æqualiter diſtantia à centro ſpeculi,quod eſt d,erunt ergo lineæ e d & f d æquales,dico quod neceſſarium eſt formas illorum punctorum reflecti ad uiſum ſecundum angulos æquales,ut ſi forma puncti e, reflectatur ad uiſum exiſtentem in puncto g, à puncto ſpeculi h, & forma puncti f,quæ per præmiſſam non poteſt reflecti ad uiſum g, à puncto h,reflectatur ad uiſum exiſtentem in puncto k, à puncto l,& ducantur lineæ g d & k d,dico quod angulus e d g, eſt æqualis angulo f d k . Sit enim ut kathetus incidentiæ, qui eſt e d, ſecet circulum in puncto a,& kathetus f d,in puncto b, & diameter uiſualis g d,ſecet circulum in puncto c,& diameter k d,in puncto m,quia itaque lineæ e d & f d,ſunt æquales,patet per præmiſſam,quoniam puncta reflexionis quæ ſunt h & l, æqualiter diſtant à uiſibus ad quos reflectuntur, ut quantum diſtat h, punctus reflexionis à puncto c,in quo diameter uiſualis g d,ſecat circulum,tantum diſtet punctus reflexionis,qui eſt l,à puncto m,in quo diameter uiſualis quæ eſt k d,ſecat circulum, quoniam punctus reflexionis formæ puncti minus diſtantis à centro ſpeculi ſit per præmiſſam remotior à centro uiſus, & plus diſtantis propinquior,ergo in illis quæ æqualiter diſtant,erit æqualitas diſtantiæ à uiſibus ad quos reflectuntur,nec eſt in hoc diuerſitas,ſiue aliqua puncta ſint in diuerſis kathetis incidentiæ,uel in una,ſemper enim punctorum æqualiter diſtantium à centro eiuſdem ſpeculi,eadem eſt habitudo & ratio reflexionis,arcus ergo h c,eſt æqualis arcui l m, & eadem ratione eſt arcus a h,æqualis arcui b l, quoniam ergo per ultimam ſexti, periferia circuli, ſicut & per 87.primi huius, tota ſuperficies ſpeculi æqualiter ſe habet ad centrum, & puncta e & f,æqualiter diſtant ab eodem centro, totus ergo arcus a c, eſt æqualis toti arcui b m, ergo per 26. tertij,angulus e d g, eſt æqualis angulo f d k, quod eſt propoſitum.

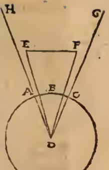


XIX.

Impoſſibile eſt duo puncta æqualis diſtantiæ à centro ſpeculi ſphærici conuexi,ex eadem parte diametri uiſualis exiſtentia ab arcu,qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi, ad eundem uiſum reflecti.

Sit cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi circulus a b c, cuius

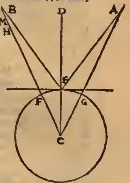
cuius centrum ſit punctum d,& ſint duo puncta æqualiter diſtãtia à centro ſpeculi quæ ſint e & f, ſitq́; centrũ uiſus in pũcto g, in eadem ſuperficie cum punctis e & f, & ex una parte ipſorum, ſitq́; punctum e, remotius à puncto g quàm punctum f, dico quòd illa duo puncta e & f, non eſt poſſibile reflecti ad unum uiſum exiſtentem in puncto g, ducantur enim lineæ e d, f d, g d, patet itaq; ex hypotheſi, quod angulus e d g eſt maior angulo f d g, ſicut totum ſua parte, fiat itaq; ſuper punctum d, terminum lineæ f d, angulus æqualis angulo e d g, per 23. primi, qui ſit f d h, palam ergo per præcedentem, quoniã forma puncti f reflectetur ad punctum h, quod erit ultra punctum g, nõ ergo ad punctũ g, per 15. huius, patet ergo propoſitum. Si enim detur ut reflectatur ad punctum g, erit per præmiſſam angulus partialis qui f d g æqualis angulo e d g, quod eſt impoſſibile.



XX.

Puncto rei uiſæ & centro uiſus æqualiter à ſuperficie ſpeculi ſphærici conuexi diſtantibus punctum reflexionis inuenire.

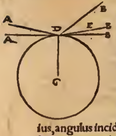
Eſto b punctus rei uiſæ, & ſit a centrum uiſus, ſit quoq; dati ſpeculi conuexi ſphærici centrum c, & ſit circulus qui eſt communis ſectio ſuperficierum reflexionis, & ſpeculi qui e f g, & ducantur katheti b c & a c, ſecantes circulum in punctis f & g, quia ergo propter æqualitatem altitudinis puncti rei uiſæ cũ centro uiſus, iſtæ duæ lineæ b c & a c ſunt æquales, cum manifeſtum ſit per ea quæ patuerunt in demonſtratione 17. huius, quoniam ab aliquo puncto arcus f g, interiacentis katheti incidentiæ & reflexionis neceſſario fiet reflexio, ſecetur itaq; per 9. primi, angulus a c b per æqualia per lineam c d, ſecantem arcum f g in puncto e, patet quoq; per 25. tertij, quoniam arcus f e eſt æq̃lis arcui e g, eritq́; linea c d perpendicularis ſuper lineam circulum contingentem in puncto e, per 17. tertij, ducantur ergo ad pũctum e, duæ lineæ a e & b e, eruntq́; duo trianguli a e c & b e c, per 4. primi. & ex hypotheſi æquianguli & æquilateri, angulus ergo a e d æqualis erit angulo d e b, erit ergo per 8. huius, punctum e, quod eſt medius punctus arcus f g, punctus reflexionis formæ puncti b ad uiſum a, & hoc eſt propoſitum. Si uero lineæ b c & a c, fuerint inæquales fiat in ipſis æqualitas longioris, ut ſi linea b c ſit lõgior quàm a c, cum f c ſit æqualis c g, quia ſunt ſemidiametri eiuſdem circuli, reſecetur linea b f ad æqualitatem lineæ a g in puncto h, ſitq́; f h æqualis ipſi a g, palam ergo per præmiſſa, q̃m forma puncti h reflectitur ad uiſum a, à puncto e, puncta uero uiciniora centro c, quia per 17. huius, ſunt in puncto ſuæ reflexionis magis diſtantia à puncto quod eſt centrum uiſus, nec poſſunt cadere in punctum e, palam quia reflectitur à punctis arcus e f, & ſecũdum elongationem ſui à centro circuli c, erit punctorũ ipſorum reflexionis approximatio ad centrum uiſus ſecundum puncta ſuæ reflexionis, remotiora uero puncta, ut illa quæ ſunt ſuper punctũ h, ſcilicet pũcta m & b, erunt ſecundum puncta ſuæ reflexionis propinquiora centro uiſus quàm pũctum e, cadent ergo in arcum e g, & ſecundũ approximationem ſui ad centrum circuli c, erit punctorũ reflexionis maior elongatio à centro uiſus b, hoc autẽ licet ſit in groſſo ſcientiam afferat, eſt tamen ſecũdum ſignorum punctoꝝ reflexionis à punctis ſingulis ſuperficiei ſpeculi diligentius perſcrutandum.



XXI.

Si angulus contentus ſub linea incidentiæ à puncto rei uiſæ oblique ducta ad punctum aliquem ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi, & linea à centro ſpeculi ad eundem punctum ducta non fuerit maior recto, impoſſibile

eſt fieri reflexionem perfectam ad aliquem uiſum ſecundum illũ punctum.

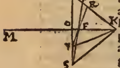


Eſto a centrum uiſus, & b pũctus rei uiſæ, ſit quoq; g, centrum ſpeculi ſphærici conuexi, ſitq́; communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi circulus, cuius centrum erit punctum g, per primam huius, ſit quoq; d, punctus aliquis reflexionis & ducantur lineæ g d, b d & a d, q̃ neceſſario erũt in ſuperficie reflexionis per 6. huius, uel per 25. quinti huius, dico quod ſi à puncto d debet fieri reflexio, neceſſe eſt angulum b d g eſſe maiorem recto, quia ſi nõ ſit maior recto, nunquam fiet ab illo puncto reflexio. Si enim angulus b d g non eſt maior recto, aut ergo eſt rectus, aut minor recto. Si dicatur quod ipſe ſit rectus, ergo per 15. tertij, linea b d cõtinget circulum in puncto d, ſed per 20. quinti huius, angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexiõis, ergo et angulus a d g, erit rectus & contingens circulum in puncto d, ergo per 14. primi, duæ lineæ b d & d a coniunctæ in puncto d, ſunt linea una, non ergo fit reflexio ſecuundũ perfectam naturã reflexionis formæ puncti b, à puncto ſpeculi d ad uiſum exiſtentem in pũcto a. Sed fit ſimpliciter uiſio ſecundum lineã a d b, quod eſt contra hypotheſim, quoniam punctum d, eſt poſitum eſſe punctum reflexionis. Si uero angulus b d g dicatur eſſe minor recto, tunc à pũcto d, ducatur linea circulum contingens in puncto d, per 16, tertij, quæ producatur ad partem lineæ d b & ſit d e, erit ergo per 15. tertij, angulus g d e rectus, & quoniam angulus b d g eſt datus minor recto, eſt ergo angulus b d g minor angulo e d g, & quoniam linea m b d, quæ eſt linea incidentiæ formæ puncti b, extra ſpeculum cadere eſt neceſſe, erit ergo neceſſarium per ipſam diuidi angulum contingentiæ lineæ d e, quod eſt impoſſibile, & contra 15. tertij, non eſt ergo poſſibile angulum b d g eſſe minorem recto, ſed neq; æqualem, neceſſarium ergo eſt ipſum eſſe maiorem recto, & hoc proponebatur.

XXII.

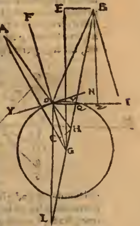
Puncto rei uiſæ dato plus diſtante à centro ſpeculi ſphærici cõuexi quàm centrum oculi, poſſibile eſt in ſuperficie ſpeculi inuenire certum punctum reflexionis formæ dati puncti ad datum centrum uiſus.

Eſto punctum a centrum uiſus, & ſit b datus punctus rei uiſæ, ſitq́; g centrum ſpeculi ſphærici conuexi, ducanturq́; lineæ a b & b g, ſitq́; exempli cauſa linea b g maior q̃ linea a g, ideo ut punctus b, plus diſtet à centro ſpeculi g quàm centrum uiſus a, & quoniam lineæ a g & b g ſunt in ſuperficie reflexionis per 15. quinti huius, ſit communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi circulus cuius centrum g, dico quod in hoc circulo poſſibile eſt inueniri punctum reflexionis à quo reflectitur forma puncti b ad uiſum a, diuidatur enim angulus b g a per æqualia, per 9. primi, ducta linea e g, ſecante periferiã circuli in puncto u. Sumatur quoq; alia linea quæ ſit m k, & diuidatur in puncto f taliter, ut eius pars f m ſe habeat ad f k, ſicut linea b g ad lineam g a, per 119. primi huius, & diuidatur linea m k per æqualia in puncto o, per 10. primi, & à puncto o educatur ꝑpendicularis indefinita ſuper lineam m k, per 11. primi, quæ ſit o c, & ducatur à puncto k, linea ad lineam c o tenens cum ipſa linea c o, angulũ æqualem angulo e g b quæ ſit k c, eſt autem poſſibile hoc fieri, cũ enim



linea o c fuerit accepta indefinita, & linea g e indefinita ducatur p 12. primi, à puncto b perpendicularis ſuper lineam g e quæ ſit b e, eritq́; angulus b e g æqualis angulo c o k, quia uterq; rectus, ſuper punctũ ergo k terminum lineæ o k, fiat per 23. primi, angulus o k c æqualis angulo e b g, producta linea k c, quæ per 14. primi huius, neceſſario concurret cũ linea o c, quoniam cũ angulus k o c ſit rectus, patet quod angulus o k c, qui eſt æqualis angulo e b d, eſt acutus, palam per 33. primi, quoniam angulus o c k eſt æqualis angulo b g e, quia ergo trigonum k o c eſt orthogonium, in cuius latere o k eſt datus punctus f, tunc per 137. primi huius, à dato puncto f, ducatur linea ad baſem trigoni c k, quæ ſit f p, & cõcurrat cum producto latere c o in puncto s, ita ut proportio lineæ s p ad p k ſit, ſicut lineæ b g ad ſemidiametrum circuli cuius centrum eſt punctũ g, quæ ſit g u,

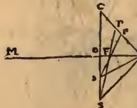
ſit g u, ex angulo quoq; b g a ſecetur angulus æqualis angulo f p k, per 27. primi huius, qui ſit b g d, hoc autem eſt poſſibile propter hoc, quia angulus p c s eſt æqualis medietate anguli b g a, eſt aũt angulus p c t maior angulo c s p, per 18. primi, quoniam ſic oporet duci lineam s p, ut linea s p fiat maior quàm linea c p, ad quæſitum propoſitum inueniendum, aliâs enim non poteſt per lineam m k, punctus quærendæ reflexionis inueniri, ſed oporteret aliam lineam aſſumi: eſt ergo angulus f p k minor angulo b g a, p 32. primi, & ducanẽ lineæ k s & b d, quia ergo proportio lineæ s p ad p k, eſt ſicut lineæ b g ad ſemidiametrũ g d, et anguli his lineis ꝓportionalibus cõtenti ſunt æquales, erũt per 6 ſexti, trianguli s p k & b g d æquianguli, erit ergo angulus s p k æqualis angulo b d g, ſed forte ſecundum quod opponitur in 133. primi huius, & declaratur in 137. primi huius, poſſibile eſt à puncto f, duci lineam aliam ad lineam c k ſimilem lineæ s p, ut ſi ducatur hoc modo linea y f r ſecans lineam c s in puncto y, & lineam c k in puncto r, taliter ut proponitur. f. ut ſit eius proportio ad r k, partem lineæ quam ſecabit ex linea c k, ſicut lineæ s p ad p k, & tunc à puncto k ad lineam o s, ducatur linea k y alia quàm linea s k, aliumq; cum linea c k angulum cõtinens maiorem uel minorem angulo c k s, qui ſit angulus c k y. Si ergo maior angulus ex his nõ fuerit maior recto, non erit inuenire punctum reflexionis, ut patet per præmiſſam, quoniam & tunc angulus cõtentus ſub linea reflexionis & ſemidiametro ſpeculi non erit maior recto. Si uero aliquis illorum angulorum fuerit maior recto, eſt poſſibile fieri reflexionem & punctum eius inueniri. Sit igitur primo angulus c k s maior recto, eritq; poſſibile inueniri punctum reflexionis, palam enim ſi angulus c k s eſt maior recto, quod eius æqualis b d g eſt maior recto, ducatur itaq; à puncto d, linea contingens circulum per 10. tertij, quæ ſit n d y cuius pũctus n, cadat in lineam b g, per 14. primi huius, & cum angulus p k o ſit minor recto per 32. primi, ideo quia angulus c o k eſt rectus, ut patet ex præmiſſis, ſecetur ergo ex angulo b d g æqualis angulo p k o, per 27. primi huius, qui ſit angulus q d g, ducta linea d q ſecante lineam b g in puncto q, cũ igitur angulus s p k ſit æqualis angulo d g q, & angulus p k f æqualis angulo q d g, erunt per 32. primi, triangulus f p k æquiangulus triangulo q g d, erit ergo angulus p f k æqualis angulo d q g, ergo per 13. primi, erit angulus d q b æqualis angulo k f s, & quia angulus b d q eſt æqualis angulo f k s, ideo quia cũ totus angulus b d g ſit æqualis toti angulo c k s, & angulus q d g ſit æqualis angulo p k f. Reſtat ut angulus b d q æqualis ſit angulo f k s, ergo per 32. primi, angulorum duorum illorum trigonorum b d q & f k s, erit triangulus triangulo æqualis, ſcilicet angulus d b q, angulus k s f, trianguli ergo b d q & f k s, ſunt per 4. ſexti, ſimiles: ꝓducatur aũt linea q d extra circulum, & à puncto b ducatur perpendicularis ſuper ipſam quæ ſit b z, erit ergo angulus b p z, per 13. primi, æqualis angulo s f o, & angulus b z q rectus æq̃lis eſt angulo s o f recto, erit ergo p præmiſſa triangulus b q z ſimilis triangulo s f o, producatur ergo linea d z ultra punctum z uſq; ad punctum i, ita quod linea z i ſit æqualis lineæ z d, per 3. primi. palam ergo ex ſimilitudine triangulorũ, quoniam proportio lineæ



z q ad q b, eſt ſicut lineæ f a ad f s, & proportio lineæ b q ad q d, eſt ſicut lineæ f s ad f k, erit ergo per 22. quinti, proportio lineæ z q ad q d, ſicut o f ad f k, ergo p 18. quinti, erit coniunctim ꝓportio lineæ z d ad q d, ſicut lineæ o k ad f k, ergo per 15. quinti, erit proportio lineæ i d ad lineam q d, ſicut m k ad f k, eſt enim linea i d dupla ad lineam d z, ſicut linea m k dupla ad lineam o k, ergo per 17. quinti, erit diuiſim proportio i q ad q d, ſicut m f ad f k, eſt autem ex præmiſſis proportio m f ad f k, ſicut g b ad g a, ergo p 11. quinti, erit proportio i q ad q d, ſicut b g ad g a, quoniam accepta eſt proportio m f ad f k, ſicut b g ad g a: ducatur itaq; linea b i, cui à puncto d, ducatur æquediſtans d l, p 31. primi, & producatur linea b g donec concurrat cum linea d l in puncto l: concurrent aũt

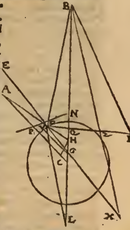
illæ

illæ lineæ, per ſecundam primi huius, eritq; per 15. & per 29. primi, & 4. ſexti, triangulus l d q ſimilis, triangulo b q i, et erit proportio q i ad q d, ſicut b i ad d l, & cum linea r ſit æqualis lineæ z d, & linea b z perpendicularis ſit ſuper lineam d i, ut patet ex præmiſſis, erit per 4. primi, linea b d æqualis b i, erit ergo proportio lineæ b d ad d l, per 7. quinti, ſicut lineæ b i ad d l, eſt ergo proportio lineæ b d ad d l, ſicut lineæ i q ad q d, ergo per 11. quinti, ſicut lineæ b g ad g a: ducatur aũt à puncto d, linea quæ ſit d h, æqualẽ tenens angulum cum linea d l, angulo b g a, per 23. primi, qui ſit angulus b d l, cadatq; punctus h in linea b g, cũ ergo lineæ h l & d l cõcurrant in puncto l, erunt duo anguli l h d & l d h minores duobus rectis p 32. primi uel p 14. primi huius, ergo duo anguli a g h & d h g qui ſunt æq̃les iſtis, ut patet ex p̃miſſis, ſunt minores duobus rectis, quare linea h d concurret cũ linea g a per 14. primi huius, dico quòd concurret in pũcto a, palã eñ quod angulus g o n eſt rectus, per 17. tertij, ſed per 32. primi, cum trigoni o k c, angulus c o k ſit rectus, et duo anguli o c k & c k o ſunt æquales recto, eſt angulus g d n æqualis illis duobus angulis o k c & o c k, & angulus o k c, ut patet ex præmiſſis æq̃lis eſt angulo g d q, reſtat ergo ut angulus q d n ſit æqualis angulo o c k, qui ut patet ex præmiſſis æqualis eſt angulo b g e, ſcilicet medietati anguli b g a, eſt ergo angulus q d n, medietas anguli b g a, & ita medietas anguli h d l, ſed angulus q d b eſt medietas anguli b d l, per 3. ſexti, quoniam eſt proportio lineæ b q ad q l, ſicut lineæ b d ad d l, cũ ſicut ſupra oſtenſum eſt triangulus d q l ſimilis ſit triangulo b q i, & linea b d æqualis ſit lineæ b i, ut patet ex præmiſſis. Reſtat igitur ut angulus b d n ſit medietas anguli h d b, & ita angulus b d n erit æqualis angulo n d h, cum enim angulus b d q ſit æqualis angulo q d l, patet quod angulus b d h excedit angulũ h d l, in duplo anguli q d h, eſt ergo angulus b d n æqualis angulo n d h, producatur itaq; linea g d ultra pũctum d ad punctum f, & quia anguli f d n & g d n ſunt recti. Reſtat ut angulus b d f ſit æqualis angulo h d g, ducatur ergo p 31. primi, linea h t æquediſtans lineæ b d, cuius punctus t cadat in lineam d g, palam ergo per 29. primi, quod angulus b d f eſt æqualis angulo h t d, ſed & angulus b d f æqualis eſt angulo h d g, ergo per 6. primi, linea h t eſt æqualis lineæ b d, ſed eſt proportio lineæ b d ad h t, ſicut lineæ b g ad g h, per 29. primi, & per 4. ſexti, cũ lineæ b d & h t ſunt æquediſtantes, Eſt ergo per 7. quinti, proportio lineæ b d ad d h, ſicut lineæ b g ad g h, ſed ex præmiſſis patet quod linea h d producta ultra punctum d, cõcurret cum linea g a, & fiet per 32. primi, triangulus ſimilis triangulo h d l, cum habeant angulum l h d cõmunem, & angulus h d l ſit ex præmiſſis æqualis angulo h g a, igitur per 4. ſexti, eſt proportio lineæ g d ad lineam d l, ſicut lineæ h g ad lineam quam ſecat linea h d ex linea a g, & ꝓportio lineæ b d ad l d, per 13. primi huius, conſtat ex proportione lineæ b d ad d h, & lineæ d h ad l d, igitur ut patet ex præmiſſis proportio lineæ b d ad lineã d l, conſtat ex proportione lineæ b g ad g h, & lineæ g h ad lineã quam h d ſecat ex g a, ſed proportio b d ad d l, ut patet ſuperius, eſt ſicut b g ad g a, ergo proportio b g ad g a, conſtat ex ꝓportionibus b g ad g h, & ipſius g h ad lineam quam ſecat h d ex g a: conſtat autem proportio lineæ b g ad lineam g a, per 13. primi huius, ex proportione lineæ b g ad g h, & lineæ g h ad g a, igitur g a eſt linea quam ſecat h d, ex linea a g, & ita linea h d cõcurrit cũ a g in puncto a, quia itaq; ut patet ex præmiſſis angulus h d f eſt æqualis angulo h d g, & angulus h d g æqualis eſt angulo f d a, ſibi contra poſito per 15. primi, patet quod angulus b d f æqualis eſt angulo f d a, illud ergo punctum d, eſt punctus reflexionis, per 8. huius, quoniam in ipſo angulus incidentiæ ſit æqualis angulo reflexionis, quod eſt propoſitum.



Quando angulus c k s eſt maior recto. Quod ſi neuter angulorum, qui ſunt c k s & c k y fuerit maior recto, dico quod non fiet reflexio ab aliquo puncto ſpeculi ad uiſum: Si enim dicatur quod hoc ſit poſſibile, ſit ergo punctus reflexionis d, ductis lineis a d, b d, a g, b g, d g, & quia ſit reflexio à puncto ſpeculi d, patet per præmiſſam, quod oportet angulum b d g eſſe maiorem recto, non ergo fiet reflexio ab his ſpeculis ſecundum

eũdum diſpoſitionem talem figuræ, ut angulorum c k s & c k y quilibet ſit minor recto, Sed & idem aliter demonſtrandum, producatur itaq; linea a d intra circulum uſq; ad h, punctum lineæ g b, & producatur linea d l ultra circulum taliter, ut fiat angulus l d h æqualis angulo a g b, per 23. primi, protracta quoq; linea b g quouſq; concurrat cum linea d l in puncto l, concurret autem per 14. primi huius, quoniam angulus g d l eſt minor recto per 42. primi huius, & angulus d g b, ut patet per 3. huius, & per ultimã ſexti, eſt etiam minor recto, & ducatur linea cõtingens circulũ in puncto d, quæ ſit d n y, & à puncto d, protracta linea d q ſecante lineã g b in pũcto q, fiat angulus q d n æqualis medietati anguli a g b, per 9. & 23. primi, palã ergo quod triangulus h d l æquiangulus eſt triangulo h g a, quia enim angulus h d l æqualis eſt angulo h g a, & angulus a h g eſt communis, erit per 32. primi, tertius tertio æqualis, ergo per 4. ſexti, erit proportio lineæ d h ad d l, ſicut lineæ h g ad g a: ducatur itaq; à puncto h, per 31. primi, linea æquediſtans lineæ b d, quæ ſit h t, erit ergo per 29. primi, & per 4. ſexti, proportio lineæ b d ad t h, ſicut lineæ b g ad g h, quia uero ex hypotheſi forma puncti b reflectitur ad uiſum a, à puncto ſpeculi d ducatur linea b d extra circulum ad punctum e, erit quoq; per 8. huius, angulus e d b æqualis angulo e d a, ergo per 15. & 29. primi, erit angulus d t h æqualis angulo h d t, ergo per 6. primi, erit linea d h æqualis lineæ h t, quia ergo ut patet per 4. ſexti, cũ linea



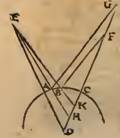
t h ſit æquediſtans lineæ d b, erit proportio b g ad g h, ſicut b d ad t h, ſed linea t h æqualis eſt ipſi d h, eſt ergo per 7. quinti, proportio b d ad d h, ſicut b g ad g h, fuit autem proportio d h ad d l, ſicut h g ad g a, ergo per 32. quinti, erit proportio b d ad d l, ſicut b g ad g a: ſed cum angulus b d e ſit æqualis angulo h d g per præmiſſa, & angulus n d e æqualis angulo n d g, quia uterq; rectus. Relinquitur angulus b d n æqualis angulo n d h, eſt ergo angulus h d n, medietas anguli b d h, ſed angulus n d q eſt medietas anguli a g b, ex præmiſſis, ergo & eſt medietas anguli h d l, qui eſt æqualis angulo a g b, igitur angulus b d q eſt medietas anguli b d l, eſt ergo angulus b d q æqualis angulo q d l, ergo per 3. ſexti, in trigono b d l erit proportio b q ad q l, ſicut b d ad d l, ducatur quoq; à pũcto b, per 31. primi, linea æquediſtans lineæ d l, quæ ſit b i, & concurret linea d q cũ linea b i in puncto i, concurret autem per ſecundã primi huius, & diuidatur linea d i per æqualia in puncto z, per 10. primi, & ducatur linea b z, palam itaq; per 15. & 29. & 32. primi, quoniam trigona b q i & q d l ſunt æquiangula, ergo per 4. ſexti, erit proportio lineæ b q ad q l, ſicut lineæ b i ad d l, fuit aũt ex præmiſſis proportio b q ad q l, ſicut b d ad d l, ergo per 11. quinti, eſt proportio b i ad d l, ſicuti b d ad d l, ergo per 9. quinti, lineæ b i & l d ſunt æquales, ergo per 31. primi huius, linea b z eſt perpendicularis ſuper lineam d i, eſt autem ſicut ex præmiſſis patet, proportio i q ad q d, ſicut m f ad f k, ergo per 18. quinti, erit coniunctim ꝓportio lineæ i d ad d q, ſicut m k ad f k, & erit per 15. quinti, proportio, d z ad q d, ſicut o k ad f k, ergo per 17. quinti, erit proportio z q ad q d, ſicut o f ad f k, producatur'q; linea b z intra ſpeculum donec concurrat cum linea e g, concurret autem per 14. primi huius, cum angulo d z b ſit rectus ut præoſtenſum eſt, & angulus z d g ſit minor recto, qui eſt angulus n d g, ſit ergo punctum concurſus x, palam aũt ex præmiſſis, quoniam eſt proportio lineæ b g ad g d, ſicut lineæ s p ad p k, cum ergo angulus c k s dicatur non eſſe maior recto, fiat ſuper punctum k, lineæ c k angulus maior recto, hoc autem eſt poſſibile fieri, quia cum, ſicut patet ex præmiſſis, angulus q d n ſit æqualis medietati anguli a g b, & eidem æqualis conſtitutus ſit angulus k c o, neceſſe eſt quod angulus q d n ſit æqualis angulo k c o, erit ergo ut patet ex præmiſſis angulus q d g æqualis angulo c k o, quod patet ut prius: cum enim trigonum c k o ſit orthogonium, palam quod duo anguli k a o & c k o, ualent unum rectum per 32. primi, ſunt ergo æquales angulo n d g, & quia angulus k c o eſt æqualis angulo n d q, relinquitur angulus c k o æqualis angulo q d g, fiat

q d g, fiat ergo ſuper punctum k, lineæ f k angulus æqualis angulo b d q, & ponatur q̃ linea tenens hunc angulum concurrat cũ linea c o in puncto s, & ducatur linea s p tranſiens per punctum f, quæ ſit alia à priori linea s f p, dico quòd iſtius lineæ s p ad lineam p k partem lineæ c k, erit proportio ſicut lineæ b g ad g d, cum enim angulus b z d ſit rectus æqualis angulo s o k, erit triangulus b z d ex præmiſſis ſimilis triangulo s o k, eſt ergo proportio lineæ b z ad b d, ſicut lineæ o s ad lineam s k, & lineæ b z ad z d, ſicut lineæ i d ad o k, fuit autem oſtenſum prius, quia eſt proportio lineæ z q ad q d, ſicut lineæ o f ad f k, ergo per 5. primi huius, erit econtrario proportio lineæ q d ad z q, ſicut f k ad o f, ergo per 18. quinti, eſt ꝓportio totius lineæ z d ad z q, ſicut totius lineæ o k ad o f, ergo per 22. quinti, erunt z b ad z q. ſicut s o ad o f, ergo per 6. ſexti, trigona z q b & o f s ſunt æquiangula, angulus ergo z b q eſt æqualis angulo o s f, remanet ergo angulus q b d æqualis angulo f s k, ſed & angulus f k s factus fuerit æqualis angulo b d q, & angulus p k f æqualis eſt angulo q d g, totus ergo angulus s k p æqualis eſt angulo b d g, ergo per 32. primi, & ex 4. ſexti, erit triangulus b d g ſimilis triangulo s p k, & totus triangulus b g e ſimilis totali triangulo c k s, eſt igitur proportio lineæ s p ad p k, ſicut b g ad g d, conſtituto ergo ſuper centrum d, angulo æquali angulo ſcilicet s p k, & ducta ſemidiametro circuli quæ ſit g u, patet ſecundum præmiſſum modum, quoniam punctum u erit punctum reflexionis, & quia ut patet per 16. primi, & ex præmiſſis prior angulus s p k eſt maior præſenti angulo s p k, quoniam extrinſecus, palã quod à duobus punctis ſpeculi, quæ ſunt d & u, fiet reflexio, quod eſt contra 16. huius, non ergo poteſt angulus s p k, unquam eſſe non maior recto ſi ſecundum ipſum debeat fieri pũcti reflexiõis inuentio, quia ſecundum talem diſpoſitionem collocatis puncto rei uiſæ & cẽtro uiſus, non eſt poſſibile fieri reflexionem. Item impoſſibile eſt quod duo anguli cõſtituti ſuper lineam m o ſint uterqꝫ maior recto. Si enim uterqꝫ talium maior fuerit recto, tamen ſuper g centrum circuli propoſiti fiat angulus æqualis angulo s k m, fiet ſuper illud centrum angulus alius diuerſus ab iſto quam efficiet ſup k m, alia linea ſimilis priori lineæ s k, & ita à puncto d, & ab alio puncto illius circuli, fiet reflexio formæ eiuſdem pũcti ad uiſum eundem, quod eſt contra 16. huius, oportet ergo ut tantum unus illorũ angulorũ ſit maior recto, non ambo maiores uel ambo minores recto, patet ergo propoſitum.

XXIII.

Super unum kathetum incidentiæ ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi, uel ſuper diuerſos ad uiſum ad quem fit reflexio, cum ſimiliter ſe habentes, datis duobus punctis, quorum formæ à ſuperficie ſpeculi ſint reflexibiles ad uiſum, erit locus imaginis puncti centro ſpeculi propinquioris remotior à centro ſpeculi, & remotioris propinquior.

Sit circulus qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi a b c cuius centrum d, ſitqꝫ centrum uiſus e, & kathetus incidentiæ ſit d f g, in quo ſunt duo puncta f & g, quorum formæ ſint reflexibiles ad uiſum, & ſit punctum f propinquius centro ſpeculi, & punctum g remotius, ſecetqꝫ idem kathetus circulum a b c in puncto c, dico quod locus imaginis formæ puncti f, remotior eſt à centro ſpeculi quod eſt d, quam locus imaginis formæ puncti g, quoniam enim ut patet per hypotheſim qualibet formarũ iſtorum punctorũ ab aliquo puncto ſpeculi reflectitur ad uiſum, patet cum illa puncta ſint in eadem katheto incidentiæ conſiſtentia, quod centrum uiſus e eſt cum ambobus illis pũctis in eadem ſuperficie reflexionis per 6. huius, fiet ergo reflexio cuiuslibet illorum punctorũ ad uiſum e, ab aliquo puncto circuli a b c, ſit ergo ut forma puncti g, reflectatur à puncto a, & forma puncti f à puncto b, erit ergo per 17. huius, punctus b, remotior à centro uiſus e quàm punctus a, ducatur itaqꝫ diameter uiſualis quæ e d, & ducãtur lineæ incidentiæ quæ ſint g a & g b, & lineæ reflexionis quæ ſint a e & b e, quæ productæ intra circulum ſecabunt kathetum

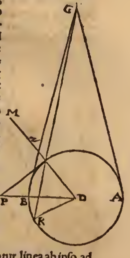


chetum d f g, per 9. huius, & quoniam concurrunt cum diametro uiſuali, quæ eſt e d, ſit ergo ut linea e a ſecet kathetum g d in puncto h, & linea e b in puncto k, erit ergo punctũ h, locus imaginis formæ puncti g, & punctum k locus imaginis formæ puncti f, per 11. huius, quoniam uero punctum h, eſt propinquius centro d quàm punctum k, per 29. primi huius, quia enim linea h e ſecat angulum d e k, palam quia ipſa ſecabit baſem illi ſubtenſam quæ eſt d k, eſt ergo pũctum h propinquius centro ſpeculi quod eſt d quàm punctum k, & quoniam ut patet ſecundum hunc modum omnes lineæ ductæ à centro uiſus quod eſt e, per quæcunq; puncta arcus a c, inter media punctorum a & c ad kathetum d g, cadunt in puncta ſemidiametri d c à centro remotiori quàm punctum h, patet propoſitum. Et ex hoc etiam patet quod quanto puncta lineæ c g ſunt propinquiora centro d, tanto loca ſuarum imaginum ſunt magis elongata à centro ſpeculi quod eſt d, & quoniam omnes katheti incidentiæ concurrunt in centro ſpeculi, palam quod de punctis diuerſorum kathetorum ad uiſum ad quam fit reflexio conſimiliter ſe habentium, eadem eſt demonſtratio quæ de punctis eiuſdem katheti, quoniam unicuiq; pũctorum in uno ſimili katheto ſignatorum punctus ſimilis qui ſit eiuſdem diſtantiæ à centro ſpeculi in katheto alio reſpondet illorum quorumcunq; punctorum, quia conſimiliter reſpiciunt uiſum, loca imaginum reſpectu centri ſpeculi conſimiliter ordinantur, patet ergo propoſitum.

XXIIII.

Si ab aliquo puncto ſpeculi ſphærici conuexi linea reflexionis producta circulum qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, taliter ſecuerit, quod lineæ productæ pars quæ eſt intra circulũ ſit æqualis ſemidiametro circuli, locus uiſæ imaginis ſemper erit intra conuexum ſpeculi.

Eſto centrum uiſus g, & centrum ſpeculi ſphærici conuexi ſit punctum d, ſitq; communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi circulus a b r, à centro quoq; uiſus puncto g, ducantur per 16. tertij, duæ lineæ contingentes circulum a b r, quæ ſint g a & g b, eruntq; per ſecundam huius circuli a b r, portio a b apparens uiſui, & centrum eius ſit punctum d, per primam huius, quoniam autem uiſus & ſpecula mutant locũ. Sit talis facta diſpoſitio uiſus ad ſpeculum ut à puncto g, centro uiſus ductæ lineæ ſecantes circulũ a b r, pars intra circulum quod eſt corda arcus circuli qui h r, ſit æqualis ſemidiametro illius circuli, & ſit illa linea g h r, cuius pars h g, intra circulum ſit æqualis ſemidiametro d r, hoc autem poſſibile eſt fieri, ſi per primam quarti inſcribatur circulus a b r, linea h r æq̃lis ſemediametro illius circuli, & in illa linea r h producta extra circulum ponatur centrum uiſus, dico quod locus imaginis reflexæ à puncto h, ſemper eſt intra conuexã ſuperficiem ſpeculi, producatur enim à puncto h, ſuper lineam contingentem circulum in puncto h, perpendicularis quæ ſit h m, hæc ergo producta in circulum tranſit per centrum d, per 18. tertij, dico quod cũ forma à cuius rei uiſæ reflectatẽ à pũcto h, locus imaginis ſuæ erunt ſemper intra conuexũ ſpeculi, ducatur enim à puncto h, linea conſtituens ſuper punctum h, terminum lineæ h m, angulum æqualem angulo g h m, per 23. primi, qui ſit p h m producta linea h p, reflectetur ergo per 20. quinti, pũcta huius lineæ h p a d uiſum g, à puncto ſpeculi h, nec alterius lineæ puncta à puncto h, ad uiſum poterunt reflecti.



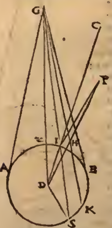
Sumatur ergo aliquod eius pũctum, quod ſit p, & ducatur linea ab ipſo ad centrũ ſpeculi quæ ſit p d, erit quoq; per primam huius, & per 72. primi huius, linea p d, perpendicularis ſup ſuperficiem contingentem ſpeculũ in pũcto quo ipſa linea p d ſecat circũferentiam circuli a b r, copuleť quoq; linea d r, & quia angulus p h m incidẽtiæ eſt æq̃lis angulo m h g reflexionis, ut patet ex præmiſſis, angulus uero g h m p 15. primi, æqualis eſt angulo r h d, angulus igiť p h m eſt æqualis angulo r h d. Sed angul9 r h d

æqualis eſt angulo h d r, per 5. primi, ideo quia latus h r, ex hypotheſi æqualis eſt ſemidiametro d r, angulus ergo p h m eſt æqualis angulo h d r, quia ergo linea m d cadens ſuper lineas p h & d r, facit angulum extrinſecum, qui eſt m h p, æqualem angulo intrinſeco qui eſt m d r, linea ergo h p per 28. primi, æquediſtat lineæ d r, lineæ ergo h p & d r, in infinitũ protractæ nunquam cõcurrent, & linea p d quæ eſt kathetus incidentiæ formæ puncti p, uel quæcunque alia linea ducta à quocunque puncto lineæ h p ad centrum d, ſemper inter puncta h & r, interſecabit lineã h r interiacentes lineas æquediſtantes, quæ ſunt r d & h p, ut patet per 29. primi huius, diuidunt enim omnes illi katheti angulum h d r, ergo & ſecabunt baſem h r, quilibet enim illorum kathetorum incidentiæ ſemper ducitur ad centrum ſpeculi ut ad punctum d, quodcunque ergo punctum ſumatur in linea p h, ſemper linea ducta ab illo pũcto ad punctum d ſecabit lineam reflexionis, quæ eſt g h r intra conuexũ ſpeculi, quoniam ſemper kathetus incidentiæ productus ad centrum ſpeculi perpendicularis eſt ſuper ſuperficiem ſpeculi, ſicut nunc eſt p d, imago ergo cuiuſcunque puncti lineæ p h, per 11. huius, apparebit intra conuexum ſpeculi; & hoc proponebatur.

XXV.

A quocũque puncto arcus circuli, qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi interiacentis, puncta in quibus kathetus reflexionis & linea reflexionis, cuius pars intra circulum eſt æqualis ſemidiametro circuli, ſecant circulum, fiat reflexio: locus uiſæ imaginis ſemper erit intra ſpeculum.

Sit diſpoſitio quæ in præmiſſa, ita ut linea reflexionis quæ g h r ſecet circulum a b r, taliter ut eius pars intra circulũ, quæ eſt h r, ſit æqualis ſemidiametro circuli, ducaturque kathetus reflexionis à uiſu ad centrum ſpeculi, qui ſit g d ſecans circulum a b r in puncto z, dico quod à quocunque pũcto arcus h z fiat reflexio, ſemper erit locus imaginis intra ſpeculum. Sit enim ita ut à puncto illius arcus h z, quod ſit i, fiat reflexio, ducaturque à puncto g, centro uiſus ad punctum i, linea ſecans circulum ſuper punctum i, quæ ſit g i s, & ducatur ſuper ſuperficiem ſpeculi linea perpendicularis à pũcto i, quod fiet per 73. primo huius, Si à centro ſpeculi puncto d, producatur linea quæ ſit d i t, ſuper cuius pũctum i fiat angulus æqualis angulo t i g, per 23. primi, qui ſit p i t, palam ergo quod ſolum puncta lineæ p i, reflectuntur à puncto i ad uiſum g, per 20. quinti huius, palam etiam per 14. tertij; quod linea i s maior eſt quàm linea h r, ergo linea i s eſt maior ſemidiametro s d, in trigono ergo s i d, angulus s d i eſt maior angulo s i d, per 19. primi, ergo per 15. primi, angulus s d i eſt maior angulo t i g, eſt ergo angulus s d i maior angulo t i p, qui ex præmiſſis eſt æqualis angulo t i g, ergo per 14. primi huius, lineæ p i & d s non ſunt æquediſtantes: in infinitum tamen protractæ ex parte ſuorum pũctorum p & s nunquam concurrent, ſed ex ſuis partibus i & d protractæ concurrent, à quocũque ergo puncto lineæ p i ad centrum d, ducatur kathetus incidentiæ, ille ſecabit lineam g i a, quæ eſt linea reflexionis intra conuexũ ſpeculi, & omnis linea ducta à quocunque puncto lineæ p i ad punctum d, erit perpendicularis ſuper ſpeculi ſuperficiem per 72. primi huius, ergo ipſa eſt kathetus incidentiæ, ſicut nec eſt linea p d, & cum locus imaginis ſit in occurſu katheti incidentiæ, & lineæ reflexionis per undecimam huius, palam quia locus imaginis cuiuſcunque puncti lineæ p i, ſemper erit intra conuexum ſpeculi, &



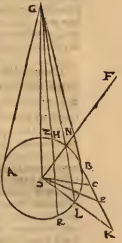
quoniam dato quocũque puncto arcus h z, ſemper eadem eſt demonſtratio, manifeſtum ergo quod omnium imaginum arcus h z, proprius locus erit intra ſpeculum, quod eſt propoſitum.

A quo-

XXVI.

A quocunqꝫ puncto arcus circuli, qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi interiacentis, punctum in quo linea reflexionis, cuius pars intra circulũ eſt æqualis ſemidiametro circuli, ſecat circulum & punctum proximum, in quo linea ducta à centro uiſus contingit circulum, fiat reflexio, locus uiſæ imaginis quandoqꝫ erit intra ſpeculum, quandoqꝫ in ſuperficie conuexa ſpeculi, & quandoqꝫ extra ſpeculum.

Remaneat totalis diſpoſitio figuræ quæ in præcedenti & in 34. huius, in hoc. ſ. ut linea reflexionis quæ g h r, ſecet circulũ a b r, cuius centrũ eſt punctũ d, taliter ut eius pars intra circulũ quæ eſt h r, ſit æqualis ſemidiametro d z, & lineæ g a & g b, ſint contingentes circulũ a b r, in punctis a & b, & ſit punctus b propinquior puncto h, dico qđ à quocunqꝫ puncto arcus h b, fiat reflexio, erit locus uiſæ imaginis qñqꝫ intra ſpeculũ, qñqꝫ in ſuꝑficie ſpeculi, qñqꝫ extra ſpeculũ. Sumatᷣ eñ aliquod punctũ arcus h b, à quo fiat reflexio ad uiſum g, & illud punctum reflexionis ſit n, & ducatur linea reflexionis ſecans circulum, quæ ducta trans circulum ſit g n q, & ducatᷣ à centro d, ſemidiameter d q, & ad punctũ reflexionis ducatᷣ ꝑpendicularis d n f, & ꝓducatur ut in ꝓmiſſis linea n e, cõtinens cũ katheto d n f, angulũ æqualẽ angulo f n g, qui ſit angulus f n e, & qm̃ linea n q, per 14. tertij, minor eſt ꝙ linea h r, palã q̃a linea n q, eſt minor ſemidiametro q d, qm̃ eñ linea h r eſt æqualis ipſi q d, ex hypotheſi, erit ergo linea q n, minor ꝙ linea q d, angulus ergo q d n, trigoni q d n, eſt minor angulo d n q, per 19. primi, ergo per 15. eiuſdẽ angulus q d n, minor eſt angulo g n f, ergo & ſuo æquali qui eſt e n f, igitᷣ lineæ d q & n e, cõcurrent ad partem minorꝫ angulorꝫ per 14. primi huius, ſit ergo cõcurſus earꝫ in puncto e, palã aũt ut in ꝓmiſſis, q̃a linea e q d, eſt ꝑpendicularis ſuꝑ ſuperficiẽ ſpeculi per 72. primi huius, eſt ergo linea e d, kathetus incidentiæ formæ puncti e, & ſecat lineam g n q, quæ eſt linea reflexionis in puncto q, qui eſt punctus ſuꝑficiei ſpeculi, imago ergo puncti e, qñ fuerit reflexio facta à puncto arcus h b, quod eſt n, uidebitᷣ in puncto q, quod eſt in ſuperficie cõuexa ſpeculi, & qm̃ linea reflexionis quæ eſt g q, periferiam arcus b r, in unico tm̃ pũcto interſecat, ut patet per 7. huius, palam quia nõ accidit uideri imaginẽ formæ alicuius punctorꝫ lineæ n e, in ipſa ſuꝑficie ſpeculi, niſi ſolũ in illo uno puncto, in quo ad ipm ductus kathetus ſecat lineã reflexionis in ipſa ſuperficie ſpeculi, ut eſt in ꝓpoſito kathetus puncti e. Si uero in linea e n, ſumatᷣ punctũ ultra e, qđ ſit punctum k, ſitqꝫ kathetus incidentiæ ductus ab illo puncto k, ad centrũ ſpeculi qui ſit k d, ſecans lineam reflexionis, quæ eſt g n q, ꝓductam ultra punctum q, in puncto l, tunc erit ſectio extra ſuperficiem ſpeculi. quare imago puncti cuiuslibet lineæ n e, ultra punctũ e, ſumpti uidebitᷣ extra ſuperficiẽ ſpeculi ſecundũ diſtantiã puncti incidentis, & ſemꝑ ut patet per 11. huius, erit locus imaginis in puncto ſectionis linearꝫ katheti, & reflexionis ut formæ puncti k. Locus imaginis eſt nunc in puncto l, quæ eſt cõmunis ſectio ꝓmiſſarꝫ linearꝫ. Si uero in linea e n, inter puncta n & e, ſumatur aliquod punctũ ut c, kathetus ab eo ductus ad ſpeculi centrũ ſecabit lineã reflexionis, quæ g n q, intra ſpeculum, ſecabit eñ ipſam in puncto aliquo eorꝫ, quæ ſunt inter puncta n & q, imago ergo cuiuslibet puncti lineæ e n, inter puncta e & n, ſumpti uidebitᷣ intra ſpeculũ, & ſimiliter in quolibet alio arcus b h, poterit idem et eodem modo de diuerſis punctis linearꝫ incidentiæ demonſtrari, & hoc eſt ꝓpoſitum. Sicut itaqꝫ in arcu z b demonſtrauimus in ꝓmiſſis tribus theorematibus, ſic etiã figuratione adhibita in arcu z a poterit demonſtrari, qm̃ eſt omnimoda ſimilitudo hinc inde, & idem eſt de omnibus circulis ſpeculi ſphærici cõuexi, circulo a b r, ſimilibus. Si eñ ꝑpendicularis g z d, manente fixa linea g h, ſecundũ æqualitatẽ anguli d g h, imaginetur



moueri quouſq; redeat ad locum ſuū unde moueri incepit, tunc linea g h mota ſecabit ex tota ſpeculi conuexa ſuperficie motu ſuo portionē ſupficiei, & imago formæ cuiuſlibet puncti reflexi ab aliq̃ punctorū huius portionis uidebit̃ ſemper intra ſpeculum. Si uero fixa manente diametro g z d, linea cōtingens circulū a b r, quæ eſt g b, moueatur quouſq; ad locū unde exiuit redeat, ſecabit ex ſphæra portionē maiorē, & facta reflexione formæ cuiuſlibet puncti à quibuſq; punctis ſupficiei ſpeculi deſcriptæ per arcum h b, uel à punctis arcuū illi ſimilium, tunc katheto incidentiæ ſecante lineā reflexiōis in ipſa ſuperficie ſpeculi ſemper locus imaginis formæ puncti illius erit in ipſa ſuperficie ſpeculi. Sed aliorū punctorū in illa eadem linea exiſtentiū quorundā locus imaginis eſt intra ſpeculū, quorundā extra ſpeculū, ſecundū qđ katheti ab illis punctis ad centrū ſpeculi pducti, ſecant lineas ſuarū reflexionū. Et qm̃ ſitus centri uiſus, uel ſuperficiei ſpeculi, uel etiam ipſius rei uiſæ poteſt multipliciter uariari, hoc experimentanti relinquimus, ut ſpeculorū ſphæricorū conuexorū, quorū uſus ut plurimum apud homines noſtræ habitabilis eſt cōmunis, qm̃ intra quæ ſpeculant̃ modo ſphærico diffundente ſe, artificū ſpiritu exſufflant̃, quācunq; portionē quis taliter collocet, ut q̃nq; imago puncti uiſi appareat intra ſpeculū, hoc eſt ultra ſuperficiem ipſius, q̃nq; in ipſa ſuperficie ſpeculi, & q̃nq; extra ſuperficiē ſpeculi, ita qđ ſuperficies ſpeculi nō ſit media inter imaginē quæ uidet̃ & oculum uidentis, ſed ad latus extra uideat̃, & hoc iam pluries experimentantibus euenit, unde & per iſtam patet, qđ ſpeculum ſphæricū cōuexum, centrumq; uiſus, & res uiſa ſic ſiſti poſſent, ut imago extra ſpeculū in aere appareat, qđ relinquimus artificio pquirētis.

XXVII.

Omnis diameter ſpeculi ſphærici conuexi, in quā locus imaginis cadit, in ipſa ſuperficie ſpeculi aut extra ſpeculum portionum ſphæræ ſpeculi non apparenti uiſui, neceſſario applicatur, ex quo patet quòd ipſa eſt demiſſior qualibet linearū cōtingentiū à centro uiſus ad ſpeculi ſuperficiē pductarū.

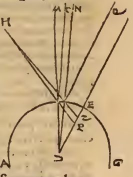
Quod hic pponitur patet per pmiſſas, reſumpta figuratione præcedentis, & quia ut patet à quolibet puncto arcus a b, poteſt fieri reflexio, omnis q̃q; linea reflexionis qm̃ à centro uiſus ſub linea à centro uiſus pducta circulum contingente, ducit̃, patet per 57. primi huius, qm̃ ipſa ſecat circulum, & qñ locus imaginis fuerit in ipſa ſpeculi ſuperficie uel extra, patet qđ hoc nō poteſt accidere in diametris ſpeculi applicatis arcui a b, non eñ poteſt in illis diametris locus imaginis eſſe in ipſa ſpeculi ſuperficie, qm̃ katheti incidentiæ & linea reflexionis illorū punctorū in illis punctis cōcurrere non poſſunt. Sed neq; extra ſpeculorū ſuperficies poteſt in illis diametris eſſe locus reflexionis, qm̃ lineæ reflexionum ad partē illam extra ſpeculū non cōcurrent, omnes ergo diametros ſpeculi cuiuſcunq; ſphærici conuexi in quibus loca imaginū ſunt in ipſa ſuperficie ſpeculi, uel extra ſpeculum, neceſſario applicant̃ portioni ſpeculi non apparenti uiſui, & qm̃ portio ſpeculi apparens & non apparente per lineas cōtingentes à centro uiſus ad ſpeculi ſupficiem ductas determinat̃, ut patet per ſecundū huius. Ideo manifeſtum eſt ppoſitum corrollarium, quælibet eñ diametrorū in qua eſt locus imaginis in ipſa ſuperficie ſpeculi aut extra ſpeculū, oportet ut ſit demiſſior qualibet linearū contingentiū à centro uiſus à ſpeculi ſupficiē pductarū, & hoc pponebat̃. Poteſt aūt diameter in qua apparet locus imaginis intra ſpeculū eſſe uel altior uel demiſſior illa cōtingente, ut patet ex his quæ ſunt in pmiſſis demonſtrata. Reſtat aūt ut nos deinceps loca imaginū certius determinemus.

XXVIII.

Ad diametrum ſpeculi ſphærici conuexi ducta linea reflexionis ſecante ſpeculum, ita ut pars ductæ lineæ interiacens ſuperficiem ſpeculi & diametrum, ſit æqualis parti diametri interiacenti punctum ſectionis & centrum ſpeculi, in illa parte diametri non eſt locus alicuius imaginis, ſed eſt imaginum meta, ſicut & in illo puncto ſectionis.

Eſto circulus cōmunis ſectionis ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi

rici conuexi, qui a b f e g, & ſit punctũ h, centrum uiſus, punctũ quoqꝫ d centrum ſpeculi, & ſit d e ſemidiameter ſpeculi, quæ neceſſario eſt perpendicularis ſuꝑ ſuperficiẽ ſpeculi per 72. primi huius, & ſit linea z h, linea reflexionis ſecans ſuperficiẽ conuexã ſpeculi ſuper punctũ f, & cõcurrens cũ e d, ſemidiametro ſpeculi ſuper punctũ z. Sit quoqꝫ linea z f, æqualis lineæ z d, qđ poteſt fieri per 136. primi huius, dico quod in linea z h, non eſt locus alicuius imaginis, neqꝫ em̃ punctus z, poteſt eſſe locus alicuius imaginis, niſi ſolum alicuius punctoꝝ lineæ e d, ꝓtractæ, quia ut patet per 11. huius, locus imaginis formæ cuiuſqꝫ puncti ſemper eſt ſuper kathetum ſuæ incidentiæ, & hoc eſt in ſpeculis ſphæricis cõuexis in linea ab illo puncto ad centrũ ſphæræ ducta: quod uero punctus z, nõ ſit locus alicuius imaginis punctoꝝ lineæ e d, patet, ducaẽ em̃ ꝑpendicularis à centro d, ſuper punctũ f, quæ ꝑducta extra circulũ ſit d f n, & ſuper ductã perpendicularẽ fiat in puncto f, angulus æqualis angulo n f h, per 23. primi, qui ſit q f n, eſt ergo per 15. primi, angulus q f n, æqualis angulo z f d, ſed cũ z d & z f, lineæ ex hypotheſi ſint æquales, erit per 5. primi, angulus z d f, æqualis angulo z f d, ergo & angul9 q f n, æqualis eſt angulo z d f, ergo per 28 primi lineæ z d & q f, ſunt adinuicẽ æquediſtantes, in infinitũ ergo ꝓtractæ nunqꝫ cõcurrent, nullius ergo puncti lineæ e d, quantumcunqꝫ ꝓtractæ forma mouebiẽ ad punctũ f, per lineam incidentiæ q f, ſed nõ poteſt eſſe locus alicuius imaginis in puncto z, niſi moueatur ad punctum f forma per lineam q f, aliàs em̃ linea f h, nõ fieret linea reflexionis, in cuius interſectione cũ diametro d e, eſt punctũ z, nõ eſt ergo pũctũ z locus alicuius imaginis punctorum lineæ e d, ergo nec alicuius alterius imaginis formæ cuiuſcunqꝫ puncti extra lineam d e, ꝓtractam, & eadẽ erit demonſtratio quãtũcunqꝫ ſumpta diametro e d, ſed & nullus alius punctus lineæ z d p̄ter z, poteſt eſſe locus alicuius imaginis: dato em̃ qđ punctus p poſſit eſſe locus alicuius imaginis, ducatur linea h p, ſecans cõuexam ſuperficiem ſpeculi in puncto b, & ducaẽ perpendicularis d b m, & ut ſupra angulo m b h fiat æqualis angulus ſuper punctũ b q m, t b m, palam ergo ut prius quod angulus t b m, eſt æqualis angulo p b d ſed angulus d p b, per 16. primi, eſt maior angulo p z h, cũ ſit ei extrinſecus in trigono p z h, igitur duo alij anguli trigoni p d b, ſunt minores duobus alijs angulis trigoni d z f, ſed angulus p d b, eſt maior angulo z d f, eo qđ totũ maius eſt ſua ꝑte, & etiã patet hoc ꝑ 29. primi huius. Sequiẽ ergo, ut angul9 d b p, ſit minor angulo d f z, angulus uero d f z eſt æqualis angulo z d f, ut prius patuit, angulus ergo d b p, minor eſt angulo z d f, multo ergo minor eſt angulus d b p, angulo p d b, angulus itaqꝫ t b m, minor eſt angulo p d b, lineæ igiẽ t b & e d. per 14. primi huius, nunqꝫ cõcurrent ad partem à qua poſſet fieri reflexio, nulla ergo forma incidens puncto b, reflectetur ad uiſum h, ita ut locus imaginis fiat in puncto p. Similiter neqꝫ imago alicuius alterius puncti ſe offeret uiſui ſuper aliquod punctũ lineæ z d, tota ergo linea z d, erit ſempuacua imaginibus, nec unqꝫ erit locus imaginũ in ipſa, & ſimiliter poteſt de qualibet alia diametro ꝓpoſiti ſpeculi demonſtrari hypotheſi ſeruata. Patet etiã ex p̄miſſis, qm̃ linea z d eſt eſt meta imaginum, qm̃ ſi linea f z fuerit maior qꝫ linea z d, nulla unqꝫ apparebit imago, qm̃ angulus z d f, per 19. primi, erit maior angulo d f z, ergo & angulus n f h, per 15. primi, ergo & angulo q f n, per 7. huius, lineæ ergo e d & q f, per 14. primi huius, nõ concurrent ad partem punctoꝝ e & q, ſed ad partẽ punctoꝝ d & f, non ergo aliqua poterit apparere imago in pũcto z, ergo nec in aliꝗ punctoꝝ lineæ z d, qđ ſi linea f z ſit minor qꝫ linea z d, tunc ſecundũ p̄miſſum modũ erit angulus z d f, minor angulo q f n, ergo ꝑ 14. primi huius, lineæ e d & q f, cõcurrent ad partẽ punctoꝝ e & q. & ab illo puncto poteſt alicuius punctoꝝ lineæ e d fieri reflexio ad uiſum, & locus imaginis erit per 11. huius, in puncto z, & erit linea z d, locus imaginis ſecundũ omnẽ ſuũ punctũ quouſqꝫ linea incidentiæ reſpectu diametri reſpiciat ꝓpoſitam diuiſionẽ, patet ergo quod cum linea z d eſt æqualis lineæ z f, quod linea z f, eſt meta imaginũ ultra quã nulla, & circa quã



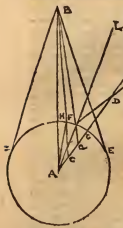
omnis

omnis uideť imago, & ſimiliter punctus z eſt meta imaginum, qm̃ ut patet ex p̃miſſis,
omnis linea incidentiæ à quocūq; puncto ſpeculi ad uiſum h, inter puncta z & d, ducta
eſt maior q̃ linea quæ per illā reſecať ex linea z d, qm̃ iſta eſt maior q̃ linea z f, p 14. ter
tij, eſt ergo etiā maior q̃ linea z d, ex hypotheſi, ut patet de linea b p, quæ eſt maior q̃ li-
nea p d, uel linea z d, omnisq; linea inter puncta z & e, ad uiſum h, ducta interiacens pe
riferiā circuli & diametrū, eſt minor q̃ linea f z, ergo & minor q̃ linea z d, ergo eſt etiā
minor q̃ linea quā ipſa reſecat ex ſemidiametro d e, ſunt ergo ut patet p p̃miſſa in linea
z e, loca imaginum p̃ter q̃ in puncto z, in linea uero z d, non ſunt aliqua loca imaginū,
& ſic patet, quod punctus z, eſt meta imaginum, nec eſt differentia an punctus z cadat
intra circulū, an extra, an in ipſa ſuperficie ſpeculi, quia ſemp ubicūq; acciderit lineam
z d, æqualem fieri parti lineæ reflexionis interiacēti punctū reflexionis & punctum z,
erit ſemper in puncto z meta imaginum, & ſimiliter eſt de tota linea z d, patet ergo p-
poſitum.

XXIX.

Aſſignata meta imaginum in quacunq; diametro inter lineas contingen
tes à uiſu ad ſpeculum ſphæricum conuexum ductas præter uiſualem dia-
metrum in punctis tantum datæ diametri inter ſuperficiem ſphæræ & pun
ctum qui eſt imaginū meta exiſtentibus ſunt loca imaginū illius diametri.

Sit b centrum uiſus, & ſunt u ȝ & b e lineæ ſpeculum ſphæricū conuexū contingen-
tes in punctis ȝ & e, & ſit a centrum ſpeculi, & b h a diameter uiſualis, & ſit a g d, diame-
ter alia, in qua meta imaginum aſſignata ſit in puncto t, per p̃cedentē, & per 136. primi



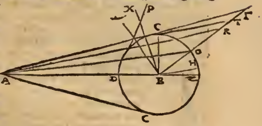
huius, ſecetq; linea a d, ſupficiem ſpeculi in puncto g, dico quod
ſolum in punctis lineæ t g, quæ ſunt inter puncta g & t, ſunt loca
imaginum diametri d g a, quia em̃ imagines illæ non cadant in
punctū g, qui eſt in ſuperficie ſpeculi, uel quia non cadant extra
ſuperficiē ſpeculi, palā per 27. huius, oportet em̃ ſemper diame-
trum in qua locus imaginis eſt in ſuperficie ſpeculi aut extra de
miſſiorē eſſe puncto cōtingentiæ, diameter uero a d, eſt inter li-
neas contingentes, nec ergo in ſuperficie ſpeculi, nec extra ſphæ
ram ipſius apparebit imago ſecundum illam diametrum. Sed qđ
quilibet punctus inter puncta g & t ſumptus ſit locus imaginis,
patet. Detur em̃ aliquod punctum lineæ g t, quod ſit q, & duca
tur linea à uiſu ad illū punctum quæ ſit b q, ſecans ſuperficiē ſpe-
culi in puncto p, & ducať ppendicularis a p l, & ſecundum ſæpius
p̃miſſa angulo l p u, fiat per 23. primi, angulus æqualis, qui ſit d
p l, & ducatur linea b c, ſecans ſuperficiem ſpeculi in puncto f, du-
catur quoq; ppendicularis a f, triangulus itaq; a p b, cōtinet trian
gulum a f b, angulus ergo a f b, maior eſt angulo a p b, per 21.
primi. Sed angulus a f c, cum angulo a f u, ualet duos rectos, &
angulus a p q, cum angulo a p b, ualet duos rectos per 13. primi,
palam ergo quia angulus a f c, minor eſt angulo a p q, ſed angulus a f c, eſt æqualis an-
gulo, f a t, per 5. primi, qm̃ latus f t, eſt æqualis lateri t a, per 136. primi huius, & ex hypo
potheſi, angulus ergo a p q, maior eſt angulo f a t, quare etiam erit maior angulo p a q,
qui eſt pars anguli f a t, & quia anguli a p q, & l p b, ſunt æquales per 15. primi, ſunt em̃
contra ſe poſiti, erit angulus l p b, maior angulo p a q, eſt ergo p 8. huius, angulus d p l,
maior angulo p a q, patet igiť q̃d lineæ p d & a q, cōcurrent per 14. primi huius, fit er-
go d punctus concurſus ipſarum, forma igitur puncti d, reflectetur ad uiſum in pun-
ctum b, à puncto ſuperficiei ſpeculi quod eſt p, per lineam p b, & locus imaginis ſuæ eſt
punctum q, per 11. huius, eadem quoq; eſt demonſtratio ſumpto quocunq; puncto in-
ter g & t, in diametro uero b h a, quæ eſt diameter uiſualis, non eſt aliquis locus imagi-
nis, niſi ut proponit 10. huius, patet ergo propoſitum.

Linea

XXX.

Linea reflexionis circulum qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi taliter ſecante, quod pars lineæ productæ intra circulum ſit æqualis ſemidiametro ſpeculi pars diametri in terminis huius lineæ ſecantis ſpeculum interiacens punctum ſectionis ſpeculi, & punctum ſectionis ſui cum linea cõtingente à uiſu ducta ad ſpeculum, eſt locus imaginum punctorum illius diametri, & nullus punctus alius diametri eiuſdem, eritq; locus imaginis ſemper extra ſpeculum.

Sint a c & a g, lineæ contingentes circulũ, qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi, cuius centrum ſit punctũ b, ſit quoq; in puncto a, cẽtrum uiſus, ſitq; linea b z, diameter uiſualis ſecans ſuperficiem ſpeculi in pũctis d & z, ꝓtrahaturq; à centro ſpeculi b, ad punctum cõtingentiæ g, linea b g, palam ergo per 59. primi huius, quod arcus d g, eſt minor quarta circuli, arcus ergo g z, eſt maior quarta circuli, ergo per ultimã ſexti, patet quod angulus z b g, eſt maior recto, hoc etiã patet ſic, cum eñ in triangulo b a g, angulus a b g, ſit rectus per 17. tertij, erit angulus g b a, minor recto, palã ergo per 13. primi, quod angulus e b g, eſt minor recto, abſcindatˀ ergo ab ipſo angulo h b g, rectus, per 23. primi, erit linea h b, æquediſtans lineæ cõtingenti circulũ qui eſt a g, palã ergo qm̃ lineæ b h & a g, ꝓductæ nunq; concurrent, & qualibet diameter cadens in arcũ h g, inter puncta h & g, cõcurrent cũ linea a g, ꝓducta per ſecundam uel 9. primi huius, qm̃ angulũ acutum cõtinebit cũ linea b h, ducatur ergo à puncto a, linea ſecans ſpeculum quæ ſit a m o, ita qđ corda m o, ſit æqualis ſemidiametro ſpeculi quæ ſit b o, hoc aũt poſſibile eſt fieri per 136. primi huius, erit linea b o, & punctum o, meta imaginum per 28. huius, cõcurratq; diameter b o, cum linea a g, in puncto t, dico q̃d in quolibet puncto lineæ t o, eſt locus imaginis, & ꝙ in nullo alio puncto diameter t b, eſt locus alicuius imaginis, & ſunt puncta o & t, metæ locoꝝ imaginum, punctum o in ſuperficie ſpeculi & punctũ t, extra ſpeculũ. Solũ eñ in his duobus punctis cõcurret diameter b d cum lineis reflexionis, quæ ſunt a m & a g, ſumatur eñ aliquod punctum lineæ t o, quod ſit k, & ducatur linea a n k, ſecans conuexam ſuperficiem ſpeculi in puncto n, & ducatur ꝑpendicularis b n x, & angulus a n x, fiat æqualis angulus ſuꝑ punctum n, ut in alijs p̃miſſis, & ꝓducatur linea n f, taliter ut angulus x n f, ſit æqualis angulo a n x, per 23. primi, ꝓtrahaturq; perpendicularis h t, ad lineam n f, in punctũ f, punctus eñ concurſus quodcũq; fuerit, uocabimus f, palam uero per 14. primi huius, qm̃ concurrent, linea itaq; n f, non cadet inter puncta circuli quæ ſunt b & g, non eñ ſecat ſpeculũ neq; ſecat lineam ipſum ſpeculũ contingentem in puncto g, quæ eſt a g t, niſi in uno puncto quod eſt extra ſuperficiem ſpeculi ſupra punctum g. Si aũt daretur quod linea n f, caderet inter puncta b & g, oporteret ut uel ſecaret ſuperficiem ſpeculi uel lineam a p, in duobus punctis, in uno infra punctum g, & in alio ſuper punctum g, ubi fit reflexio ad uiſum exiſtentem in puncto g, & ſic duæ lineæ rectæ ſuperficiem includerent qđ eſt impoſſibile, forma ergo puncti f mouebitur per lineam f n, ad punctum n, & reflectetur ad a, per lineam a n, apparebitq; imago eius in puncto k, in cõcurſu katheti incidentiæ, qui eſt f b, cum linea reflexionis, quæ eſt a k extra ſpeculi ſuperficiem, & eodẽ modo de omnibus punctis lineæ o t eſt demonſtrandũ, & imagines oĩm uident extra ſpeculum, & qm̃ à puncto m nulla poteſt fieri reflexio formæ alicuius punctoꝝ lineæ b f, qm̃ oẽs lineæ reflexionũ à puncto m ad punctũ a, factaꝝ æquediſtant diametro b f, qđ patet ſi ducatur perpẽdicularis b m, quæ producatur uſq; ad punctum q, & fiat angulus p m q,

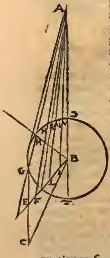


æqualis angulo q m a, tunc em̃ quia anguli b m o, & m b o, ſunt æquales ex hypotheſi, & per 5. primi, erunt ſicut oſtendimus in 28. huius, anguli b m q, & m b o æquales, ergo per 28. primi, lineæ m p & b f æquediſtant, non ergo concurrunt, nec unq̃ fiet reflexio formæ alicuius puncti diametri b f, à puncto ſpeculi m, punctum ergo o nõ erit locus alicuius imaginis punctorum diametri b f, omnia ergo illa loca ſunt extra ſpeculum in linea t o, ita quod puncta t o ſunt loca imaginum, patet ergo ꝓpoſitum, ita tamen ut punctum t accipiatur ut ſimpliciter uiſum, & ut reflexum pro ut diximus in ſecunda huius, quoniam ipſum cadit in linea contingenti.

XXXI.

Katheto incidentiæ ſecante quēcunq; punctum arcus circuli, qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi interiacentis punctum cõtingentiæ lineæ à centro uiſus ductæ, & punctum quo linea reflexionis cuius pars intra circulum eſt æqualis ſemidiametro circuli, ſecat arcum circuli non apparentem uiſui, erunt locorum imaginum plura intra ſpeculi conuexā ſuperficiē, unū tm̃ in ipſa ſuperficie & plurima extra ipſam.

Diſponantur omnia ut in præhabita demonſtratione, ſecetq; linea a m o, circulum taliter ut linea m o, ſit æqualis ſemidiametro ſpeculi, & linea a g t, contingat ſpeculum in puncto g, dico quod in arcu g o, erunt loca imaginum ut proponitur. Sumatur ergo punctus illius arcus g o, qui ſit l, & ꝓtrahat̃ à centro ſpeculi diameter b l, uſq; quo ſecet lineā contingentē circulū in puncto g, quæ eſt a t, ſecabit aūt per 14. primi huius, &



per ea quæ declarata ſunt in ꝓxima p̄cedente. Sit ergo punctus ſectionis e, & producatur linea a l, ſecans apparentem ſuperficiem ſpeculi in puncto r, & palam ex 14. tertij, qm̃ linea l r, minor eſt q̃ linea m o, cū ergo ex hypotheſi linea m o, ſit æqualis ſemidiametro b l, patet quod linea r l, minor eſt ſemidiametro b l. Si ergo p. 136. primi huius, à pũcto a, ducatur linea ad diametrū b l, cuius pars interiacens circulum & diametrum ſit æqualis parti diametri interiacenti punctum huius ſectionis & centrum circuli b, hæc linea reflexionis cadit intra puncta b & l, quia ſi detur ut cadat inter pũcta l & e, erit linea r l, maior q̃ linea l b, omnis em̃ linea interiacens centrum circuli, & illam partem lineæ reflexionis illi parti diametri æqualem, erit maior illa parte diametri ſicut in commento 29. huius, per 14. tertij oſtendimus de linea b p, quæ eſt maior q̃ linea f 3, æqualis parti diametri 3 d, ut ibi patet. Eſt aūt linea r l, minor q̃ linea b l, qm̃ per 14. tertij, linea r l, eſt minor q̃ linea m o, quæ ex hypotheſi eſt æqualis ipſi l b, nõ ergo cadit illa linea inter puncta l & e, ſed nec; in puncta l, ꝓpter eandem cauſam, cadit ergo inter puncta b & l, ſit ergo punctus in quē cadit illa linea punctus i, & ducatur linea a i, ſecans portionē apparentem ſpeculi in puncto u, cuius pars u i, ſit æqualis parti diametri quæ eſt b i, dico ergo quod in quolibet puncto inter e & i, ſumpto eſt locus imaginis, & ſunt puncta e & i, metæ imaginum. Sumatur ēm aliquod punctum lineæ l e, quod ſit f, & ducatur linea f a, ſecans apparentē portionem ſpeculi in pũcto h, & ducatur à centro ſpeculi perpendicularis quæ ſit b h k, fiatq; per 23. primi ſuper punctum h, terminum lineæ k h, angulus æqualis angulo a h k qui ſit h k n y, palamq; ex præmiſſis in præcedente quoniam lineæ b e & h y, productæ concurrent per 14. primi huius, ſit punctus concurſus y, & quoniam linea h y, cadit extra ſpeculum, forma ergo pũcti y, mouebitur per lineam y h, ad ſpeculum, reflectetur quoq; à puncto ſpeculi quod eſt h, ad uiſum exiſtentem in puncto a, apparebitq; imago eius in puncto f, in concurſu katheti incidentiæ qui eſt b f, cum linea reflexionis quæ eſt a h, extra ſpeculi ſuperficiem, & eodem modo eſt de omnibus punctis lineæ l e, demonſtrandum, imagines enim formarum omnium illorum punctorum uidentur extra ſpeculum excepto ſolo l, in quo diametrum b l, ſecat ſpeculi ſuperficiem, quoniam in illo puncto

locus

locus imaginis eſt in ſuperficie ſpeculi, ideo quod in ſuperficie eius ſe interſecat linea reflexionis quæ eſt a l, cum katheto incidentiæ, qui eſt b y, eritq́ꝫ punctũ cuius formæ imago uidet̃ in pũcto l, reflexa à puncto r, conſiſtens in diametro b i, producta ultra punctũ y, ut patet p 17. Sed ut patet p 29. huius, oẽs formæ pũctoꝝ cadẽtiũ in diametro b y, ultra punctum reflexum à puncto r, reflectuntur ab aliquo puncto arcus r u, & loca imaginũ omnium illorum punctoꝝ ſunt in linea i l, ideo quia ut patet ex præmiſſis punctum i, eſt meta imaginum, ultra quod pũctum nunꝙ apparet aliqua imaginum uiſu exiſtente in puncto a, & ſpeculi ſitu diſpoſito, ut patet ex hypotheſi, palã ergo quod in quolibet puncto lineæ e i, ſumpto inter puncta e & i, eſt locus imaginis formæ alicuius punctorũ diametri b e, eductæ ultra punctum e, quædam ergo imagines in diametro e b, ſequũtur loca intra ſpeculum, quædam extra ſpeculum, & una ſola in ſuperficie ſpeculi. ſ. in pũcto l, & eodẽ modo in ꝗlibet puncto arcus o g, poterit demõſtrari diametris data pũcta arcus o g, tranſeuntibus & ſuperficiẽ ſpeculi ſecantibus, prout demonſtrationũ neceſſitas requirit.

XXXII.

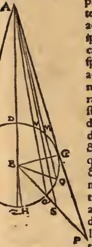
In quemcunqꝫ punctum arcus circuli, qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi, interiacentis punctum in quo linea reflexionis cuius pars intra circulum eſt æqualis ſemidiametro circuli in portione non apparente, ſecat circulum & punctum diſtantem à puncto contingentiæ per quartam eiuſdem circuli kathetus incidentiæ ceciderit, locus imaginis ſemper erit extra ſpeculum.

Diſponant̃ oĩa ut in p̃cedentib9, ita ut linea a m o, ſic ſecet circulũ ſpeculi, ut linea m o, ſit æq̃lis ſemidiametro ſpeculi, & ſic ut ĩ 30. huius angulus h b g, rectus, & linea a g p, cõtingat ſpeculũ in pũcto g, dico ꝗd arcui o h, kathetis ĩcidẽtiæ occurrẽtib9 locus imaginis erit ſemp̃ extra ſpeculũ, ducat̃ eñ per aliꝗd pũctoꝝ arcus o h, diameter b q, q cõcurrant cũ cõtingente a g p, in puncto p, & ducat̃ à cẽtro uiſus linea a u q, ſecans ſupius in portione uiſui apparente ſpeculum in puncto u, & quia ut prius patuit linea m o, eſt æqualis lineæ o p, & linea u q, eſt maior ꝙ linea m o, per 14. tertij, ergo linea u q, eſt maior ꝙ linea q b, linea quoqꝫ ducta à circũferentia ad diametrum d b, quæ eſt æqualis parti diametri p b, interiacenti ipſam & centrũ ſpeculi, non cadet inter puncta q & b. Si eñ hoc ſit poſſibile, tunc ut prius erit linea u q, minor ꝙ linea q b, quoniam ſi linea illa caderet in punctum q, & eius pars intra circũferentiam maior ꝙ linea u q, per 14. tertij. Reſtat ergo ut linea æqualis cadat inter p & q, quod enim non cadat in punctum p, palam per hoc, quia angulus p g b eſt rectus, eſt ergo per 19. primi, in trigono p b g, latus p b, maius latere p g, cadat itaqꝫ linea taliter ducta, citra p, & ſit punctus in quẽ cadit o, erit ergo per 28. huius, punctus g, meta locorum imaginum, & quilibet punctus inter puncta p & g, erit locus imaginis, & eſt eadem demonſtratio quæ in ſuperioribus. ſ. 30. & 31. huius, in quolibet quoqꝫ puncto arcus h o, eſt eadem demonſtratio. Ex his ergo præmiſſis ꝓpoſitionibus palam eſt, quia imagines diametrorum arcus h o, omnes ſunt extra ſuperficiem ſpeculi, imaginum uero diameter f y, ut in 31. huius, una ſola eſt in ſuperficie ſpeculi, ut illa quæ eſt in puncto l, aliæ uero ſunt intra ſuperficiem ſpeculi, ut quæ cadunt in parte diametri quæ eſt i b, aliæ uero oẽs ſunt extra ſpeculum, ut quæ cadunt in linea l e, omnium quoqꝫ imaginum diametroꝝ arcus o g, quædam ſunt intra ſuperficiem ſpeculi, quædam extra ipſam, quædam in ipſa ſuperficie ſpeculi conuexa, ut ibidem in præmiſſa concluſum eſt, patet itaqꝫ quod proponebatur.

XXXIII.

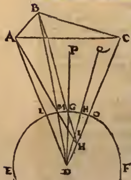
In arcum circuli communis ſectionis ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi interiacentem punctum, ubi diameter uiſualis & punctum diſtans à puncto contingentiæ per quartam circuli inferius ſecant circulum, non poteſt cadere kathetus incidentiæ in quo aliquis locus imaginis occurrat.

Omnibus alijs diſpoſitis ut in proxima ſuperiori figura, dico q̃d in arcum h z, nō poteſt cadere aliqua diameter in qua ſit locus alicuius imaginis, q̃m eñ linea contingens quæ eſt a g p, æquediſtat diametro b h, per 28. primi, tunc patet quod uerſus punctum p, nulla diameter cadens in arcum z h, concurrit cum linea contingente quæ eſt a p, & à quocunq; puncto talium diametrorum ducatur linea ad ſuperficiem ſpeculi conuexam cadit in portionem nō apparentem ipſius ſpeculi, utpote in portionē circuli quæ eſt g z c, & nulla ipſarum cadit in portionem circuli g d c, uiſui oppoſitam, niſi ſecando ſphæram ſpeculi, nulla ergo forma puncti alicuius talium diametrorum ueniet ad portionem uiſui apparentē uel ad uiſum, omnia aūt iſta quæ in ſemicirculo d g z, & in eius arcubus in præmiſſis theorematibus declarata ſunt, in arcubus quoq; ſemicirculi d c z, ſimiliter poſſunt demonſtrari ut in arcubus ſemicirculi d g z, ſimilibus enim acceptis utrinq; diſpoſitionibus arcuum & ſimilibus factis ꝓtractionibus linearum, eædem in omnibus occurrent paſſiones, & idem eſt demonſtrādi modus, & ſimiliter etiam quod nec declaratur in circulo c d g z, poteſt in uno quoq; circulo qui ſunt communes ſectiones ſuperficierum reflexionis & ſuperficieꝝ conuexi ſpeculi ſphærici declarari. Vnde omnes paſſiones probatæ ſecundum quoſcunq; punctos circuli d g z c, in completis circulis accidunt per totam ſpeculi ſuperficiē, ſicut ſi punctus g, uel aliter punctus ſignatus moueatur per ſphæræ ſuperficiem & circulum deſcribat, paſſiones uero arcuum circuli d g z c, perueniunt in quædam latera ſuperficie contenta ſub terminis æquediſtantiū circuloꝝ per totam ſphæram ſpeculi: ſicut ſi arcus aliquis æquediſtās polo motus ſpeculi aliquā ſuperficiem diſtinguat, ut patet intuenti. Si itaq; linea b h, moueatur eadem manente angulo h b z, ſignabit ipſa motu ſuo ſecundum punctum z, portionem ſphæræ, in cuius diametris nullus erit imaginis locus, & ſi linea b z, immota exiſtente moueatur arcus o b, deſcribetur portio ſphæræ, cuius omnes imagines in diametro b o, uel alia protracta exiſtentes ſunt extra ſpeculum, moto uero arcu o g, fiet portio ſpeculi, cuius diametrorum quædam imagines ſunt in ſuperficie ſpeculi, quædam extra, & quædam intra ſpeculū, uerum uiſus non ſemꝑ comprehendit quæ imagines ſunt in ſuperficie ſpeculi, uel quæ ſint extra, nec certificatur in iſtorum comprehenſione, niſi intimū, quia ſentit quod ſunt ultra portionem ſphæræ apparentem. Sic ergo ex præmiſſis 6. theorematibus patet in propoſitis ſpeculis loca imaginum eſſe determinata, ſecundum quod imagines horum ſpeculorum uni tantum uiſui offeruntur.



XXXIIII.

Ambobus uiſibus à duobus punctis reflexionis ſuꝑficiei ſpeculi ſphærici conuexi forma unius puncti occurrente unicus imaginis eſt locus, & imago tantum unica uidetur.



Sint centra duorum uiſuum a & b, & punctus uiſus ſit c, ſitq; d centrum circuli magni, qui eſt ſecans ambos circulos, qui ſunt cōmunes ſectiones ſuperficierum ambaꝝ reflexiōis & ſpeculi, à cuius punctis ſit reflexio, & cuius portio apparens uiſui ſit e f, ſitq; punctus reflexionis & ſpeculi formæ puncti c, ad uiſum a, punctus g, & punctus reflexionis formæ puncti c, ad uiſum b, ſit pūctus h, & ducat̃ kathetus incidentiæ à puncto c, ad centrū ſpeculi, qui ſit c d, ſecans circulū in puncto o, ſecetq; linea reflexionis quæ eſt a g, ꝓducta ipſum kathetū c d, in puncto k, & linea b h, in pūcto i, ſuntq; primo uiſus ambo æq̃liter diſtantes à cētro ſpeculi d, & à pūcto rei uiſæ qđ eſt c, dico qđ amboꝰ uiſibꝰ a & b, formæ puncti uiſi c, licet duo ſint reflexionum puncta quæ g & h, uno tantum imago uidetur, quia unicus eſt imaginis locus. Ducantur enim lineæ a d & b d,

b d, à centris amborum uiſuum ad centrum ſphæræ ſecantes ſpeculum in punctis l & m,& palam,quoniã illæ lineæ ſunt æquales,oculis enim æqualiter diſtantibus à centro ſpeculi quod eſt d,palam quod linea a b continuans centra oculorum cum ambabus lineis a d & b d,cõtinet angulos æquales argumento 30.tertij huius, ergo per 6.primi, lineæ a d & b d,ſunt æquales:ſi ergo ſitus puncti c reſpectu utriuſq; uiſus a & b ſit idem, ita ut linea a t ſit æqualis lineæ b c,tunc patet per 8.primi,quod utraq; diametrorum uiſualium ſcilicet a d & b d,cum katheto c d continet angulos æquales,ergo per 25.tertij, arcus ſpeculi l o & m o ſunt æquales,quia enim a d & b d, diametri uiſuales ſecant ex circulis cõmunibus ſuperficiebus ſpeculi & reflexionis arcus, & continẽt angulos æquales cum katheto c d in centro d,palã per 25.tertij,quia illi arcus lineas c d & b d ex una parte,& ex alia lineas c d & a d,interiacentes duo puncta reflexionis quæ ſunt h & g,& punctum o,ſunt æquales per 25.tertij,quoniam perpendiculares ductæ à centro ad puncta reflexionum,quæ ſunt d g p & d h q,cum linea c d continent angulos æquales,& quia arcus h o & g o ſunt æquales,& ſemidiametri d h & d g æquales,erunt etiam lineæ reflexionum quæ ſunt h b & g a æquales,per 4.primi,quoniam ad uiſus æqualiter diſtantes à centro ſpeculi ſecundum æquales angulos ſunt incidentes,eruntq; ſimiliter lineæ g e & h e æquales,linea uero b h,& a g neceſſario ſe ſecant,quoniam cum anguli ſunt minores duobus rectis,palam per 14.primi huius,quia lineæ b h & a g,in aliquo puncto neceſſe habent concurrere,& quia anguli reflexionis ad ambos uiſus propter æqualem diſtantiam amborum uiſuum à puncto rei uiſæ,& à centro ſpeculi ſunt æquales,erunt & anguli c g a & c h b inter ſe æquales,palam ergo per 13.& 32.primi,quia trigonũ g c h eſt æquiangulum trigono h c i,& linea c h eſt æqualis ipſi lineæ c g,erit ergo per 4.ſexti,linea h i æqualis lineæ g k,& linea c k æqualis ipſi lineæ c i,puncta ergo k & i ſunt pũctus unus,ſuper idem ergo punctũ katheti c d,erit ſectio ambarum linearũ reflexionis, quæ ſunt a g & b h,cum katheto incidentiæ qui eſt c d,& in hoc puncto utriq; uiſui apparebit imago,uidebitur ergo una ſola imago,quia unus et idem imaginis locus erit,quia uiſus non æqualiter diſtent à ſpeculo uel à re uiſa,ad huc tamen unica uidebit̃ imago, licet enim imago pũcti uiſi cadat in diuerſis pũctis perpendicularis,hoc tamen eſt imperceptibile, imago ergo cuiuſcunq; puncti à quocunq; uideatur oculo, ſemper ſeruat identitatem partis, & ob hoc apparet unitas imaginis. Remotio enim pũcti uiſi ab uno uiſu modico, eſt maior q̃ ab alio, & ob hoc loca imaginum ſunt imperceptibiliter remota,& ob hoc apparent ſimiliter,q̃m ex illis fit una imago compacta , quia loca imaginis nõ taliter à ſe diſtant,licet ꝑtialiter aliquãtulũ diſtent,patet ergo ꝓpoſitũ. Poteſt tamen quãdoq; & hoc accidere,ut ſi forma reflexa ualde obliquæ incidat alteri uiſuũ,qđ ꝓpter obliqtatem una forma uideatur duæ, ut cum in una ſuperficie reflexionis ſunt centra ambaꝝ uiſuum,tunc enim præmiſſi anguli in cẽtro ſpeculi fiunt inæquales,& accidit uideri duas formas, ſicut & nos in ſimplici modo uidẽdi diximus in quarto libro huius capitulis de uiſione numerali,ſed hoc euenit ut raro,& nos de hoc aliqđ diximus in 7.quinti huius.

XXXV.

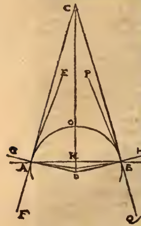
In ſpeculo ſphærico cõuexo eſt ordinatio punctorum imaginũ in ambobus uiſibus,ſicut ordinatio punctorum rei uiſæ.

Ducantur à terminis lineæ quæ eſt in re uiſa duo katheti ad centrum ſpeculi, palã ergo quod tunc erit triangulus in quo cõtinebuntur omnes imagines omniũ punctoꝝ illius lineæ & ſi in illa linea ſit punctus non eiuſdem ſitus reſpectu amborum imaginũ puncti remotioris ab illo erit in diametro remotiori ab eius diametro, & ꝓpinqoris in ꝓpinquiori, q̃m ſemper imago cuiuslibet rei uiſæ uidebitur in cõcurſu lineæ reflexionis cum katheto incidentie ducto ab illo puncto ad centrũ ſpeculi,ut patet per 11.huius. Si ergo obſeruabitur ſitus p artiũ in imaginibus ſicut fuerit ſitus in punctis uiſis. Sumpta uero linea in qua eſt punctum eiuſdem ſitus, quodlibet pũctum illius lineæ eiuſdem erit ſitus reſpectu oculorum. Si aũt ſumat̃ linea quæ angulũ quẽ continent duæ lineæ à cẽtris oculorum ad punctũ uiſum ꝑductæ diuidit per æqualia, ſitus cuiuslibet puncti illius lineæ quãtumcũq; ꝑductæ eſt ſitus cõſimilis utriq; uiſui ſicut uni, patet ergo propoſitũ.

XXXVI.

In quibuſdam ſitibus poſſibile eſt à ſpeculis ſphæricis conuexis pluribus uiſibus rem apparere unicam unamq; imaginem habentem.

Sit communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi circulus a b, cuius centrum ſit d, & ſit punctum c, punctum rei uiſæ, ducaturq; linea c d, à puncto uiſo in centrum d, ſecans ſpeculi periferiã in puncto o, ſitq; arcus a o, æqualis arcui o b, & ducantur lineæ c a & c b, quæ per 8. tertij, & ex hypotheſi erunt æquales, & à puncto ducatur linea f a e, contingens circulũ per 16. tertij, & à puncto b, linea p b q, & ducatur linea a b, patet ergo per 5. primi huius, qm̃ anguli c a b & c b a, ſunt æquales, ſed & anguli a o b & o b a linea curua & recta contenti ſunt æquales per 43. primi huius. Sed & anguli contingentiæ o a e & o b p per 15. tertij, ſunt æquales: relinquitur ergo angulus c a e æqualis angulo c b p. Itaq; ſup punctũ a terminum lineæ e a cõſtituatur angulus æqualis angulo c a e per 23. primi huius, qui ſit g a c, & ſuper b terminũ lineæ c b cõſtituatur angulus æqualis angulo p b c, qui ſit h b c, eritq; angulus h b c æqualis angulo g a c. Poſitis itaq; uiſibus in punctis g & h, palam per 20, quinti huius, quoniam forma puncti c reflectitur ad ambos uiſus exiſtentes in punctis g & h, ad punctũ quoq; h à puncto b producatur quoq; ultra punctũ a linea g a, ad lineã c d, quæ cõcurrent cũ illa per 14. primi huius, ideo quia anguli g a c & a c d ſunt minores duobus rectis, cõcurrãt itaq; in puncto k, & producatur linea h b ad lineam c d, quæ ſimiliter cõcurret p præmiſſa & in eodem pũcto k, quia enim ut patet ex præmiſſis linea a t eſt æqualis lineæ c b, & a d æqualis ipſi b d, quia ſemidiameter & linea c d cõis eſt ambobus trigonis a c d & b c d, erũt anguli a c d & d c b æq̃les, per 8. primi, & angulus g a c, eſt æq̃lis h b c, ſed & angulus p b c oſtenſus fuit æqualis eſſe angulo e a c. eſt ergo angulus h b q æqualis angulo g a f, per 13. primi. Sed & angulus e a k eſt æqualis angulo g a f, & angulus p b k æqualis angulo h b q, per 15. primi, ergo angulus e a k æqualis eſt angulo p b k, erit ergo totalis angulus c a k æqualis totali angulo c b k, ergo per 32. primi, trianguli c a k & c b k ſunt æquianguli, ergo per 4. ſexti, cũ a c ſit æqualis ipſi b c, erit latus a k æquale lateri b k, cõcurrent ergo in uno puncto k, qm̃ latus c k eſt in ambobus trigonis æquale ſibijpſi, ſed pũctus k eſt locus imaginis pũcti c, erit ergo ambobus uiſibus idem locus imaginis, ſecundum ergo propriã faciẽ aſpicientes uideãt ſiue res alias à loco puncti c, à punctis a & b reflexas ad uiſus in pũctis g & h exiſtentes. Idem accidit utrobiq;, idem q̃q; accidit in toto circulo tranſeunte pũcta b & a, qm̃ in quolibet pũcto illius circuli modo prædicto diſpoſitis uiſibus eadem eſt demonſtratio, palã ergo propoſitũ. Si aũt anguli reflexionũ ſunt diuerſi, tunc res una diuerſis uiſibus in locis uidebit̃ diuerſis, & plura idola obtinebit, & hoc eſt notandũ, & ſatis patuit per præmiſſa, quia illæ reflexionũ lineæ in diuerſis punctis diametri ſpeculi concurrũt, & ob hoc loca imaginum conſtituunt diuerſa, ut patet per 11, libri huius, patet ergo propoſitum.



XXXVII.

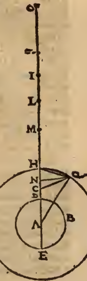
In ſpeculis ſphæricis conuexis minor eſt diſtantia imaginis à ſpeculi ſuperficie, quàm ipſius rei extra.

Eſto circulus, qui eſt cõis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici cõuexi h k, cuius centrum z, & linea uiſa oblique incidens ſpeculo ſit e f, ſitq; centrum uiſus b, & reflectatur punctus e, à puncto ſpeculi h ad uiſum b & f, à puncto q, ducanturq; lineæ e h, h b, f q, q b, & ducant̃ perpendiculariter ſuper ſuperficiẽ ſpeculi katheti e z, f z, per 72. primi huius. ſecetq; linea e z circulum ſpeculi in puncto r, & f z in puncto k, & b h producta intra ſpeculum ſecet e z in puncto a, & b q ſecet f z in puncto g, & producatur li

tur linea a g, quæ per 11. huius, erit imago lineæ e f, ducaturq́; à puncto h linea circulum contingens per 16. tertij, quæ ſit h t, & hæc producta ſecet lineam e z in puncto t, eritq́; punctus t finis contingentiæ lineæ h t, ſecetq́; linea t h producta ultra h, lineam b g in puncto l, & à puncto t ducatur perpendicularis ſuper lineam e z per 11. primi, quæ producta ſecet e h lineam in puncto d, & ſit d t, quia itaq; angulus b h l eſt æqualis angulo e h t per 20. quinti huius. Sed & angulus t h a æqualis eſt angulo b h l, per 15. primi, ergo angulus e h t eſt æqualis angulo t h a, ergo per tertiam ſexti erit proportio lineæ e h ad h a, ſicut lineæ e t ad lineam t h. Sed linea e h eſt maior q̃ linea h a, ergo & linea e t eſt maior, quàm t a. Quòd autem linea e h ſit maior quàm linea h a, patet: cum enim angulus e t d ſit rectus, erit angulus e t h maior recto: eſt ergo per 13. primi angulus e t h maior angulo a t h. Sed angulus e t h maior eſt angulo e h t, p 13. primi. Item angulus e t h maior angulo a t h. Sed & angulus e h t eſt æqualis angulo a h t, ut patet ex præmiſſis, quia itaq; anguli trigoni e t h, omnes ſimul ſumpti ſunt æquales angulis trigoni a t h, oĩbus ſimul ſumptis per 22. primi. Relinquit ergo angul9 t a h trigoni t h a maior angulo t e h trigoni h e t. In trigono itaq; a e h, angulus e a h maior eſt angulo a e h, ergo in trigono e a h, latus e h maius eſt latere h a, per 18. primi: maior eſt ergo linea e t, quàm linea t a, multo magis ergo linea e r eſt maior quàm linea r a. Sed linea r a eſt diſtantia imaginis puncti a, à ſuperficie ſphæræ ſpeculi intra ſpeculum, & linea e r eſt diſtantia puncti uiſi, qui eſt e, à ſuperficie ſpeculi extra ſpeculum, & ſi à puncto q ducatur linea contingens circulum, quæ producta ad kathetum f z, ſecet ipſum in puncto m, & à puncto m ducatur perpendicularis ſuper f z, quæ producta ad f q ſit m n, patebit ſimiliter, quoniam linea f k eſt maior quàm linea k g, hoc eſt ergo propoſitum. q̃niam ſi à medijs punctis lineæ e f, ducantur lineæ ſicut ab extremis, patebit idem in omnibus imaginibus ipſorum, quæ per 11. huius cadunt omnes in lineam a g, patet ergo hoc quod proponebatur.

XXXVIII.

Re conſpecta à tali longitudine, quod eius certa quantitas uiſu comprehendi non poſſit, nonnunquã uidebitur imago rei uiſæ in ſpeculo ſphærico conuexo æqualis, quandoq; maior quàm forma per ſe uiſui occurrens.



Sit a centrum ſpeculi ſphærici conuexi, & circulus qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſit e d b, & ſit e d diameter illius circuli, & ducatur diameter e d ultra d, uſq; ad z, taliter, ut illud quod fit ex ductu e z in z d, ſit æquale quadrato a d, ſemidiametro per 127. primi huius, ac ſi e d & a d ſint duæ lineæ datæ. Diuidaturq́; linea z d per æqualia in puncto h, per 10. primi, erit igitur a h medietas lineæ e z, ergo per 1. ſexti, iſtud quod fit ex ductu a h in d z, eſt æquale medietati quadrati lineæ a d. Ergo per eandem primam ſexti illud quod fit ex ductu a h in h d, æquale eſt quartæ parti quadrati a d, & quia illud quod fit ex ductu a h in h d, maius eſt quadrati h d, per 3. ſecundi. Sit illud quod fit ex ductu a h in h t, æquale quadrato h d, erit ergo h t minor quàm h d, fiat ergo circulus ſecundum quantitatem lineæ a h, quæ neceſſario æquediſtabit circulo priori, quoniam ipſorum eſt idem centrum punctum a, & ipſorum ſemidiametri ſunt iæquales, & à puncto h ducatur corda æqualis medietati lineæ h d, per primam quarti, quæ ſit h q, & producantur lineæ q a, q t, & ſuper punctum q lineæ h q, fiat angulus æqualis angulo q a h per uiceſimamtertiam primi, qui ſit h q n, ducta linea q n ſuper lineam a h, & quoniam trianguli h q a, angulus q a h æqualis eſt angulo h q n, trigoni h q n, & angulus a h q utriq; cõmunis, erũt tertius tertio æqualis,

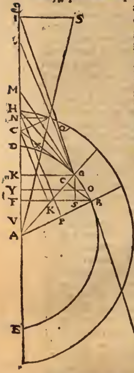
lis per 32. primi.ſ. angulus a q h, angulus h n q. ergo per 6. tertij, erit ꝓportio h a ad q h,
ſicut q h ad h n, ergo per 16. ſexti, illud qđ fit ex ductu a h, in h n, æquale erit quadrato h
q, ſed quadratũ h q eſt 4. pars quadrati h d, ꝑ 4. ſecũdi, eſt em̃ h q medietas lineæ h d, du
ctus ergo a h in h n, eſt æqualis 4. parti quadrati d h, ergo & 4. ductus a h in h t, eſt ergo
linea h n, æqualis 4. parti lineæ h t, per 1. ſexti, cadit ergo punctũ n, inter pũcta h & t, re
manetꝗ linea t n, tres quartæ lineæ h t, reſtat ergo ut ductus h t in t n, ſit tres quartæ q̃
drati h t, per 2. ſecundi. Sed & per 1. ſexti, erit ductus lineæ a h in t n, tres quartæ quadra
ti h d, qm̃ aũt angulus a q h, eſt acutus ꝑ 42. primi huius, & ipſe eſt æqualis angulo q h a
per 5. primi, qm̃ latera a h & a q, ſunt æqualia, patet ergo, quia angulus q h a, eſt æqua
lis angulo h n q, in minori triangulo, ergo per 6. primi, latus n q, eſt æquale lateri h q, &
angulus h n q eſt acutus, ergo ꝑ 13. primi, angulus q n t eſt obtuſus, ergo quadratum li
neæ t q, amplius eſt quadrato lineæ q n, & quadrato lineæ t n, in illo qđ fit ex ductu t n
in n h, ꝑ 12. ſecundi. Si em̃ à puncto q, ducat perpẽdicularis ſup h n, palam per 31. primi
huius, cũ latera q h & q n, ſint æqualia qđ ipſa cadet in medio pũcto lineæ h n, ex prima
uero ſecundi ductus n t, in h n, æquipollet illi qđ fit ex ductu t n, in medietatẽ h n bis.
Sed ductus t n in n h, cũ quadrato n t, æqualis eſt ductui h t in t n, per 3. ſecundi, igitur
ductus h t in t n, eſt exceſſus quadrati lineæ t q, ſup quadratũ lineæ n q, ergo & ſup qua
dratum h q, cũ h q, ſit æqualis ipſi n q, ſi uero quadratũ t q, eſt maius quadrato h q, & li
nea t q, erit maior linea h q, ſit ergo per 3. primi huius, ꝓportio a i ad a h, ſicut t q a d q h,
quia ergo linea q t, eſt maior ꝙ linea q h, erit linea a i, maior ꝙ linea a h, erit quoqꝫ per
18. ſexti, ꝓportio quadrati lineæ a i, ad quadratũ lineæ h q, qm̃ ſicut ſimpli ad ſimplũ, ſic
dupli ad duplũ, proportio uero quadratoꝝ dupla eſt ꝓportioni lateꝝ ex 18. ſexti, erit er
go per 17. quinti, exceſſus quadrati a i, ſuper quadratũ a h, ad quadratũ a h, ſicut ductus h
t in t n, ad quadratũ q h, & qm̃ ex 4. ſecũdi, & ex p̃miſſis quadratũ lineæ q h, quater ſum
ptum, efficit quadratũ lineæ h d, & ductus h t in n t, quater ſumptus efficit triplum qua
drati h t, ideo qđ ductus h t in t n, eſt tres quartæ quadrati h t, ut p̃miſſum eſt, quater ue
ro tria ſunt 12. in quibus tria integra continent̃, erit ergo per 15. quinti, ductus h t in t
n, ad quadratũ q h, ſicut tripli quadrati h t, ad quadratũ h d. Sit aũt h o, linea tripla ad li
neam h t, erit ergo per primã ſexti ductus o h in t h, triplus quadrati h t, ſed qm̃ ductus
a h in h t, eſt æqualis quadrato h d, erit per 16. ſexti, ꝓportio h a ad h d, ſicut h d ad h t, e
rit ergo h t ad h a, ſicut quadrati h t, ad quadratũ h d, ex corollario 17. ſexti. Verũ ꝓpor
tio lineæ o h, ad lineam h a, eſt ſicut ductus o h in h t, ad ductũ a h in h t, ex prima ſexti,
& ita per 11. quinti, eſt ꝓportio lineæ o h, ad lineam h a, ſicut tripli quadrati h t, ad qua
dratum h d, ſed hoc erat ꝓportio exceſſus quadrati lineæ a i, ſuper quadratum lineæ a h,
ad quadratũ a h, eſt ergo coniunctim per 18. quinti, ꝓportio lineæ o a, ad lineam h a, ſi
cut quadrati lineæ a i, ad quadratũ a h, exceſſus em̃ quadrati a i, ſuper quadratũ a h, cũ
quadrato h a, efficit quadratũ a i, igit̃ ex 17. ſexti, erit linea i a, medio loco ꝓportionalis
inter lineas o a & h a, eſt. n. ut in corollario 17. ſexti, ꝓponit̃, triũ lineaꝝ continue ꝓpor
tionalium, proportio primæ ad tertiã, ſicut quadrati conſtitutæ ſuper primã ad quadra
tum conſtitutum ſuper ſecundam. igitur ꝓportio lineæ o a ad i a, eſt ſicut lineæ i a ad h
a, erit ergo per 19. noni, eadem ꝓportio reſidui ad reſiduum. ſ. o i ad i h, cũ itaqꝫ i a, ſit ma
ior ꝙ a h, erit o i, maior ꝙ i h, ergo linea i h, eſt minor medietate lineæ o h.

Item ut prius oſtenſum eſt ductus lineæ a h, in lineam h d, eſt æqualis quartæ parti
quadrati lineæ a d, ſed linea a d, eſt minor quàm a h, ductus ergo a d in h d, eſt minor
quarta parti quadrati lineæ a d, linea ergo h d eſt minor quarta parti lineæ a d, quoni
am ſi eſſet lineæ h d æqualis quartæ parti lineæ a d, tunc per 1. ſexti ductus a d in h d
eſſet æqualis quartæ parti quadrati lineæ a d, cum ambo ſint altitudinis lineæ a d, eſt er
go linea h d minor quintæ parti lineæ a h. cũ itaqꝫ linea a h ſit maior ꝙ quintupla lineæ
h d, ductus uero lineæ a h in lineã h t, ſit æqualis quadrato lineæ h d, ut patet ex præmiſ
ſis, erit per 16. ſexti, linea h d maior ꝙ quintupla lineæ h t, quoniã quæ eſt proportio li
neæ a h ad lineã h d, eadẽ eſt proportio h d ad h t, eſt ergo h t minor quinta parte lineæ
h d, & h d eſt minor quinta parte lineæ a h, ergo h t eſt minor 25. parte lineæ a h; eſt aũt

ex

ex præmiſſis ꝓportio lineæ o i ad i h, ſicut lineæ i a ad h a, ergo per 18. quinti erit coniunctim ꝓportio lineæ o h ad i h, ſicut lineæ i a cũ linea a h, ad lineã a h. ergo per 15. quinti, erit proportio tertiæ partis primæ lineæ ad ſecundam, ſicut tertiæ partis ipſius tertiæ lineæ ad quartã: quia uero linea h o aſſumpta tripla lineæ h t, patet ꝙ linea h t eſt tertia pars lineæ o h, eſt ergo proportio lineæ h t ad i h, ſicut tertiæ partis lineæ i a cum tertia parte lineæ a h ad lineã a h. Eſt igitur ꝓportio lineæ h t ad i a, ſicut duaꝝ tertiaꝝ lineæ a h cũ una tertia lineæ i h ad lineã a h, quia enim linea a h bis accipitur, ſemel per ſeipſam & ſemel in linea i h, ergo & eius tertia bis accipitur: linea uero i h accipitur ſemel in linea a i, unde & eius tertia eſt tantũ ſemel accipienda, quia uero linea o i eſt maior quàm linea i h, ut ſupra patuit, & linea i h eſt minor medietate lineæ o h, ergo tertia pars lineæ i h erit minor ſexta parte lineæ o h per 15. ſexti. Sed cũ linea h t ſit tertia pars lineæ o h, ergo medietas lineæ h t eſt æqualis ſextæ parti lineæ o h, eſt ergo tertia pars lineæ i h minor medietate lineæ h t, ergo duæ tertiæ lineæ a h cũ minore parte lineæ ꝗ ſit medietas lineæ h t, habuit ꝓportionem ad lineam a h, illã quam habet linea h t, ad lineã i h, ergo econtrario per 5. primi huius, erit proportio lineæ i h, ad lineã h t, ſicut linea a h, ad duas ſui tertias, cum linea minore medietate lineæ h t, eſt aũt linea h t, ut patet per præmiſſa minor 25. parte lineæ a h, & eius medietas minor eſt medietate 25. partis lineæ a h Sed linea a h in 25. partes diuiſa, duæ eius tertiæ cũ medietate 25. partis nõ efficiunt 18. partes ipſius, qm̄ duæ tertiæ de 24. ſunt 16. & remanet unũ, cuius duæ tertiæ cũ illo qđ eſt minus dimidio, fortè eſt plus ꝗ unũ integrum, minus autẽ ꝗ duo integra. Igitur ꝓportio lineæ i h ad lineã h t, eſt maior ꝗ 25. ad 18. per 8. quinti. Item cũ linea h t ſit minor 25. parte lineæ a h, erit linea a t, maior 24. ꝑtibus illaꝝ partiũ, quaꝝ linea a h, eſt 25. Sed linea i h, eſt minor medietate lineæ o h, eſt aũt o h, tripla ipſi h t, ergo linea o h, eſt minor una & dimidia partiũ ex ꝑtibus, quaꝝ a h, eſt 25. ergo multo magis linea i h, eſt minor una parte & dimidia illaꝝ 25. ꝑtium lineæ a h: eſt ergo ꝓportio lineæ a i, ad lineã a t, ſicut lineæ minoris ꝗ 26. partes & dimidiæ ad lineam maiorẽ ꝗ 24. partes partium earundem. Eſt ergo proportio lineæ a i ad lineam a t minor proportione 26. & dimidij ad 24. per 8. quinti. Proportio uero lineæ i h ad lineã h t, eſt maior ꝗ 24. partiũ ad 18. quoniã ex præmiſſis ipſa eſt maior ꝗ 25. partiũ ad 18. Igitũ ꝓportio lineæ i h ad lineã h t, eſt maior ꝗ ꝓportio lineæ i a ad lineam a t, qm̄ minor eſt ꝓportio 26. & dimidij ad 24. ꝗ 24 ad 18. quæ eſt ſeſquitertia. Fit quoq; per 3. primi huius, ꝓportio lineæ i m ad lineã m t, ſicut lineæ i a ad a t. Eſt ergo maior ꝓportio lineæ i h ad h t, ꝗ i m ad m t, cadit ergo pũctus m inter puncta i & h, per 9. primi huius, linea ergo m t eſt maior ꝗ h m. ergo ꝑ 8. quinti, maior eſt ꝓportio i m ad h m, ꝗ ad m t, ergo maior i m ad m h, ꝗ lineæ i a ad a t, ergo maior ꝓportio i m ad m h, ꝗ i a ad a h, qm̄ per 8. quinti maior eſt ꝓportio i a ad a t, ꝗ ad a h, cũ a t ſit minor quàm a h. Sit ergo per 3. primi huius, ꝓportio lineæ i l ad l h, ſicut lineæ i a ad a h, cadet ergo ut prius pũctus l inter duo puncta m & i, quod poteſt oſtendi ſicut prius. Et his ſic præmiſſis innouabimus figurã. Fiat itaq; omnimoda diſpoſitio ut in præmiſſa figuratione, & in demõſtratione ulterius ꝓcedatũ. A pũctis itaq; l & m ducantur duæ lineæ cõtingentes circulũ d b e, ꝑ 16. tertij, quæ ſint l b & m g, & copulentur lineæ i h, h b, i g, t g, a b, a g, & educãtur lineæ a b, a g, ad circulũ exteriorẽ quælibet in punctũ z, quia itaq; ex præmiſſis eſt ꝓportio lineæ i l ad lineã l h, ſicut katheti i a ad ſui partẽ a h, patet per 12. huius, qm̄ punctus h eſt locus imaginis formæ puncti i, reflexæ à puncto ſpeculi, quod eſt b, quia danti oppoſitum accidit contrarium proportionis prædemonſtratæ lineæ i a ad lineam a h, erit enim tunc proportio lineæ i a, ad lineam ductam ad locum imaginis à puncto a, ſicut lineæ i l ad lineam ductam à pũcto l ad locũ imaginis, & quia ut præoſtenſum eſt, ꝓportio lineæ i l ad lineã h l, eſt ſicut lineæ i a ad h a: erit ergo punctus h locus imaginis, erit quoq; angulus i h z contentus ſub linea incidentiæ i b, & ſuper perpendiculari a b z, ducta à centro ſpeculi ad punctum reflexionis æqualis angulo h b a, quem continet linea reflexionis cum eadem perpendiculari a b z, quoniam ut patet per 9. huius, illa linea reflexionis concurrit cum katheto incidentiæ, quæ eſt a i; uterq; enim illorũ angulorum eſt æqualis cui-

dam angulo reflexionis, qui exempli cauſa ſit z b x, ita ut centrũ uiſus ſit in puncto x, uel in aliquo puncto illius lineæ: angulo itaq; z b x æquaẽ angulus i b z, p 20. quinti huius, p quẽ oſtẽdit̃ q angulus incidẽtiæ eſt æqualis angulo reflexionis, & angulus h b a



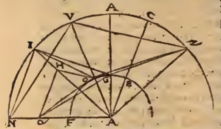
æquatur angulo x b z, per 15. primi. Et ſimiliter cũ pũctus h ſit locus imaginis, & linea l b ſit cõtingens circulũ in pũcto b, erunt anguli l b z & a b l recti, per 17. tertij. Sed angulus i b z eſt æqualis angulo h b a, relinquitur ergo angulus i b l æqualis angulo l b h. Similiter quoq; erit angulus i g z æqualis angulo t g a. & cũ linea m g ſit cõtingens circulũ in pũcto g, & perpendicularis ſuper diametrum a g, erit ſecundum præmiſſa angulus i g m æqualis angulo m g t. eſt enim ſecundũ præmiſſa punctus t locus imaginis formæ puncti i reflexæ à puncto ſpeculi quod eſt g. Item ducatur à puncto h ad lineam a b, per 31. primi, linea æquediſtans lineæ i b, quæ ſit h p, & à puncto c ducatur ſuper lineam a g æquediſtans lineæ i g, quæ ſit t k, erit ergo p 29. primi, angulus i b z æqualis angulo h p b. Sed angulus i b z ex præmiſſis eſt æqualis angulo h b a Duo ergo anguli h b a & h p b ſunt æquales: ergo per 6. primi duo latera h b & h p ſunt æqualia: & ſimiliter ſequitur, quod duo latera t g & t r, ſunt æqualia: quia itaq; in trigono h p b, duo anguli h p b & h b p ſunt æquales, patet p triceſimãſecundã primi, quoniam uterq; ipſorum eſt acutus. angulus ergo h p a eſt obtuſus, ergo per decimamnonam primi, in trigono h a p, latus a h eſt maius latere h p. ergo & linea a h eſt maior quàm linea h b, & ſimiliter erit linea a t maior quàm linea t g. Amplius quoniam linea h p eſt æquediſtans lineæ i b, erit per uiceſimam nonam primi, & per quartam ſexti, proportio lineæ a i, ad lineam a h, ſicut lineæ a b ad lineam a p: & ſimiliter cum linea t r ſit æquediſtans lineæ i g: erit proportio lineæ a i ad lineam a t, ſicut lineæ a g ad lineam a r: ergo erit econtrario per quintam primi huius, proportio lineæ a h ad lineam a i, ſicut lineæ a p ad lineam a b. Sed linea a g eſt æqualis lineæ a b, per diffinitionem circuli: ergo per ſeptimam quinti, eadem eſt proportio linearum a g & a b ad lineam a r; eſt ergo proportio lineæ a i ad lineam a t, ſicut a b ad a r. Ablatis ergo hinc inde eiſdem medijs, quæ ſunt a i & a b, erit per uiceſimam ſecundam quinti, proportio lineæ a h ad lineam a t, ſicut lineæ a p ad lineam a r. Verum cum angulus h p a ſit obtuſus, palam per duodecimam ſecundi, quia quadratum lineæ a h excedet ambo quadrata linearum h p & a p, in eo quod fit bis ex ductu lineæ a p in lineam ductam à puncto p uſq; ad locum perpendicularis ductæ à puncto h ſuper lineam a p. Sed perpendicularis ducta à puncto h, ſuper lineam a p productam, neceſſario cadet in medio lineæ p h, per triceſimamprimam primi huius, quoniam lineæ h b & h p ſunt æquales: ergo per primam ſecundi, quadratum lineæ a h, excedit ambo quadrata linearum h p & a p, in eo quod fit ex ductu lineæ a p in lineam p b. Sed per primam ſecundi, illud quod fit ex ductu lineæ a b in lineam a p, eſt æqualis ei quod fit ex ductu lineæ a p in lineam p b, & quadrato lineæ a p. Quadratum ergo lineæ a h excedit quadratum lineæ h p, in eo quod fit ex ductu lineæ a b in lineam a p. Eodem quoq; modo demonſtrandum, quod quadratum lineæ a t, excedit quadratum lineæ t r, in eo quod fit ex ductu unius linearum a g uel a b in a r, cum linea a g ſit æqualis ipſi a b: ducatur ergo linea a b in ambas lineas a p & a r, & prouenient duo præmiſſi exceſſus, quorum alterius ad alterum proportio per primam ſexti, eſt ſicut lineæ a p ad lineam a r, cum ipſorum ſit eadem altitudo, quæ eſt lineæ a b, eſt autem ex præmiſſis proportio lineæ a p ad lineam a r, ſicut lineæ a h ad lineam a t: erit ergo proportio exceſſus quadrati a h ſuper quadratum h p, ad exceſſum quadrati a t ſuper quadratum t r, ſicut lineæ a h ad lineam

neam a t;& cum h p ſit æqualis ipſi h b,& t r ſit æqualis ipſi t g, erit proportio exceſſus
quadrati a h ſuper quadratum h b,ad exceſſum quadrati a t,ſuper quadratum t g, ſicut
lineæ a h,ad lineam a t,quia uero per 25.tertij, illud quod ſit ex ductu lineæ e h,in h d,
eſt æquale quadrato lineæ contingentis ductæ à puncto h,ad circulum d b e,g per 60.
primi huius,& per 8.erit minor quàm linea h b,illud quod ſit ex ducto lineæ e h, in li-
neam h d,eſt minus quadrato lineæ h b,patet ergo quod illud qđ ſit ex ductu a h,in b d,
minns eſt quadrato h b,fiat ergo per 127. primi huius,ut illud quod ſit ex ductu a h in
h u,minorem linea h d,æquale ſit quadrato lineæ h b,& quoniam linea a h eſt maior ꝙ
linea h b,erit quoq; a h maior quàm h u,abſcindatur ergo h n à linea a h, per tertiã pri-
mi in puncto u,patet itaq; per 2.ſecundi,quia quadratum lineæ a h,eſt æquale ei quod
ſit ex ductu lineæ a h, n h u,& in a u,illud quod ſit ex ductu a h in a u, eſt exceſſus qua
drati a h ſuper quadratum h b.Eſt ergo proportio lineæ a h,ad lineam a t, ſicut eius
quod ſit ex ductu a h in a u,ad exceſſum quadrati a t,ſuper quadratũ t g.Si itaq; duæ li-
neæ a h & a t,ducant̃ in lineam a u,erit per 1.ſexti proportio eius quod ſit ex ductu a h
in a u,ad illud quod ſit ex ductu a t in a u,ſicut lineæ a h ad lineam a t, ergo per nonam
quinti,illud quod ſit ex ductu lineæ a t in a u,eſt æquale exceſſui quadrati a t ſuper qua
dratum t g. Sed per ſecundam ſecundi, quadratum lineæ a t eſt æquale ei quod ſit
ex ductu a t in a u, & a t in t n,eſt ergo illud quod ſit ex ductu a t in t n æquale quadrato
t g,palam ergo quoniam ductus lineæ a h in h u,eſt æqualis quadrato h b,& ductus a t
in t u,eſt æqualis quadrato t g. Item arcus b g diuidatur per æqualia in puncto o,
per uiceſimam nonam tertij,ducaturq; linea a o,& à punctis b & o & g ducantur tres p
pendiculares ſuper lineam a h per duodecimam primi,ſcilicet b f,o y,g k,& à puncto g
ducatur linea æquediſtans lineæ a h,per triceſimamprimam primi,quæ ſit g s,& à pun
cto b ducatur perpendicularis ſuper lineam a g,quæ ſit b c,& hic quidem b c ſi produce
retur ad periferiam circuli,diuideret ipſam linea a g in duo æqualia per tertiam tertij,
& ſimiliter diuideret arcũ cuius corda eſſet producta b c per æqualia in puncto g, & ita
ſecaretur alius arcus æqualis arcui b g,quoniam in illum arcum caderet angulus c b g
& ita angulus c b eſt medietas anguli qui ſuper centrum a caderet in illum arcum, per
decimamnonam tertij.Sed ille angulus per uiceſimamſextam tertij eſt æqualis angulo
g a b,quoniam cadunt in arcus æquales ſuper centrum a,igitur angulus c b g eſt medie
tas anguli g a u. eſt ergo per uiceſimamſextã tertij, angulus c b g æqualis angulo o a g.
Duo autem anguli b s g & b c g ſunt recti,ergo per triceſimam tertij,ſi imaginetur cir-
culus,cuius diameter ſit b g,tranſiens per punctum s, ille neceſſario tranſibit per pun-
ctum c,& fiet arcus c s,in quem cadent duo anguli c b s & c g s, ergo hi duo anguli per
uiceſimamſextam tertij ſunt æquales.Sed angulus g a y æqualis eſt angulo c g s,per ui
ceſimamnonam primi,quoniam lineæ g s & a y æquediſtant;eſt ergo angulus g a y æ-
qualis angulo c b s,ut autem prius oſtenſum eſt,angulus c b g eſt æqualis angulo o a g
ergo totalis angulus o a y æqualis totali angulo g b s,ſed anguli a y o & g s b ſunt re-
cti,eſt ergo trigonum b a o æquiangulum trigono g b s,ergo per quartam ſexti,eſt ꝓ-
portio lineæ g b ad lineam b s,ſicut lineæ o a ad lineam a y,& proportio g b ad g s,ſicut
a o ad o y. Item quia angulus a h b eſt acutus per quadrageſimam ſecundam primi
huius,palam per decimamtertiam ſecundi,quia quadratum lineæ a b minus eſt ambo
bus quadratis linearum a h & h b,in eo quod ſit ex ductu lineæ a h in lineam h f bis,igi
tur quadratum lineæ a h cum quadrato lineæ h b,maius eſt quadrato lineæ a b, uel qua
drato eius æqualis,quæ eſt a d,in eo quod ſit ex ductu lineæ a h in lineam h f bis. Sed il-
lud quod ſit ex ductu a h in h f bis,eſt per primam ſecundi æquale ei quod ſit ex ductu a
h,in h d bis,& ex ductu a h in d f bis:illud autem quod ſit ex ductu a h in h d bis, cũ qua
drato lineæ a d,eſt æquale quadrato lineæ a h cum quadrato lineæ h d,per ſeptimam ſe
cundi:quadratum ergo lineæ a d,cum eo quod ſit ex ductu a h in h d bis, quia eſt com-
mune utrobiq;,auferatur:remanet ergo quadratum lineæ d h, quod cũ eo quod ſit ex
ductu lineæ a h in f d bis,æquale quadrato lineæ h p.Sed ex præmiſſis patet, quod illud
quod ſit ex ductu a h in h t,eſt æquale quadrato h d,& illud quod ex ductu a b in h u,eſt

æquale quadrato h b, erit ergo ductus a h in h u æqualis ductui a h in h t ſemel & bis in d f, ablato ergo ductu a h in h t, qui communis ponitur utrobiq;, relinquitur ut illud qđ fit ex ductu a h in t b ſemel, ſit æquale ei quod fit ex ductu a h in d f bis, ergo per 1. ſexti erit linea t u duplata linea d f. Item cũ angulus a t g ſit acutus, erit ſecundũ prædictũ modum quadratũ lineæ a t cum quadrato lineæ t g æquale quadrato lineæ a d, & ei qđ fit ex ductu a t in t h bis, & ita ei qđ fit ex ductu a t in d t bis & in d k bis. Remanebitq; ut prius quadratũ lineæ t g æquale quadrato lineæ t d, & ei quod fit ex ductu a t in d k bis. Si autem per nonam ſexti, ut quæ eſt proportio a t ad t d, eadem ſit ipſius t d ad t ø: ergo per 16. ſexti, illud quod fit ex ductu a t in t ø, eſt æquale quadrato t d: ſed ex præmiſſis illud quod fit ex ductu a t in t u, eſt æquale quadrato t g: ablato ergo utrobiq; eo qđ fit ex ductu a t in t ø, reſtat ut illud qđ fit ex ductu a t in in ø u ſemel, ſit æquale ei qđ fit ex ductu a t in d k bis, igitur per primam ſexti, linea ø u eſt dupla lineæ d k. Sed iam oſtenſum eſt, quod t u eſt dupla ipſi d f. Reſtat ut linea ø t ſit dupla lineæ k f. Item quia ex præmiſſis illud quod fit ex ductu a h in h t, eſt æquale quadrato h d, ergo per decimã ſextam ſexti erit proportio a h ad h d, ſicut h d ad h t, eſt ergo proportio lineæ a h ad h t proportio duplicata lineæ a h ad h d: & ſimiliter per eandem rationem proportio a t ad t ø eſt duplicata proportio a t ad t d. Sed maior eſt proportio a t ad t d, quàm a h ad h d, per quartam primi huius, qnoniam eiuſdem lineæ quæ t h prioribus antecedenti & conſequenti ſit additio, ergo maior eſt proportio lineæ a t ad lineam t ø, quàm lineæ a h ad lineam a t, ergo per decimam primi huius, erit permutatim maior proportio lineæ a t ad lineam a h, quàm lineæ t ø ad lineam h t. Sed a h eſt maior quàm a t, quoniam totum eſt maius parte, ergo h t eſt maior quàm t ø ad h t. Sed t ø eſt dupla ad f k, ut patet ſuperius, ergo h t eſt magis quàm dupla ad f k. Item ut ſupra demonſtratum eſt, proportio b g ad g s, eſt ſicut o a ad o y, ergo permutatim per decimamſextam quinti, erit proportio b g ad o a, ſicut g s ad o y. Sed o a eſt æqualis ipſi b a per circuli diffinitionem, & g s eſt æqualis ipſi f k per triceſimamquartam primi, erit ergo per ſeptimam quinti ꝓportio b g ad b a, ſicut f k ad o y. Item quia ut prius quaſi in principio patuit, linea i h eſt minor medietate lineæ o h, & linea o h eſt tripla lineæ h t: erit ergo linea i h minor quàm linea h t, & quàm ipſius medietas. Sed linea h t eſt minor quinta parte lineæ h d, ut prius declaratum eſt, ergo linea i h eſt minor quàm linea c d: ſed linea n d eſt maior quàm c d, ergo i h eſt multo minor quàm n d: eſt autem m i minor quàm i h: ergo m i eſt multo minor quàm n d, & quoniam z h eſt æqualis ipſi h d, ut præmiſſum eſt; patet quod punctum i cadet inter duo puncta h & z, ergo & punctum m cadit inter duo puncta h & z. Item illud quod fit ex ductu e z in z d, ſuppoſitum eſt æquale eſſe quadrato ſemidiametri a d, igitur illud quod fit ex ductu e m in m d, eſt minus quadrato a d, eſt autem id quod fit ex ductu e m in m d æquale quadrato lineæ contingentis circulum, qui m g, per triceſimam quintam tertij, quadratum ergo lineæ m g, eſt minus qnadrato lineæ a d, ergo linea a d eſt maior quàm linea m g. Igitur linea m g eſt minor quàm linea a g, æqualis ipſi lineæ a d, cum ſint ſemidiametri eiuſdem circuli. Et quia duo trigona a g m & m g k, habent unum angulum a m g communem. Sed & angulus a g m eſt rectus per decimam ſeptimam tertij, & angulus m k g eſt rectus per diffinitionem perpendicularis, ergo per triceſimam ſecundam primi, illa trigona ſunt æquiangula, ergo per quartam ſexti eſt proportio lineæ m k ad lineam k g, ſicut lineæ m g ad lineam g a ſed linea m g eſt minor quàm linea a g, ut iam patuit, ergo linea m k eſt minor quàm linea k g. Sed linea k g eſt minor quàm linea o y, per decimamquartam tertij, & linea h d eſt minor quàm linea m k, erit ergo linea h d minor quàm linea m k, erit ergo linea h d minor quàm linea o y, & quia per præmiſſa & per decimam ſextam ſexti eſt proportio lineæ a h ad lineam h d, ſicut lineæ h d ad lineam h t. Cum itaq; linea h q ſit medietas lineæ h d, erit per decimam quintam quinti proportio lineæ a h ad lineam h q, ſicut lineæ h d ad medietatem lineæ h t, patuit autem ſupra quod linea h t eſt magis quàm dupla lineæ k f: & linea h d eſt minor quàm linea o y, eſt ergo maior proportio medietatis lineæ h t ad lineam h d, quàm lineæ f k ad lineam o y, per nonam primi huius,

ius, eſt ergo per undecimam quinti, & per 5. primi huius, proportio q h ad a h, maior ꝙ f k ad o y. Item linea a q, ſecat circulũ e b d, ſit punctus ſectionis x, & ducat̃ corda d x, quæ ꝓpter æquediſtantiã arcuũ h q, d x, erit æquediſtans cordæ h q, per 43. primi huius, & per 28. primi, erit per 29. primi, & per 4. ſexti, ꝓportio h q ad a h, ſicut d x ad a d, ſed ꝓportio h q ad h a, eſt maior ꝙ f k ad o y, erit ergo proportio d x ad d a, maior ꝙ f k ad o y, eſt aũt ex p̃miſſis f k ad o x, ſicut g b ad a d, eſt ergo maior ꝓportio x d ad d a, ꝙ b g ad g a, ſed d a eſt æqualis ipſi g a, quia ſemidiameter, ergo per 10. quinti, corda x d eſt maior ꝙ corda b g, ergo per 27. tertij, erit arcus d x, maior arcu b g, ꝓducatur item linea a q, extra circulum ad punctũ s, donec per 3. primi, fiat a s æqualis lineæ a i, & copulentur lineæ s i, quæ per 7. quinti, & per ſecundã ſexti, erit æquediſtans lineæ h q, ergo per 29. primi, & per 4. ſexti erit ꝓportio s i ad h q, ſicut i a ad a h, eſt autẽ præoſtenſum qđ eſt proportio i a ad a h, ſicut t q ad q h, ergo per 9. quinti, linea s i eſt æqualis lineæ t q, cum ipſarũ ambarũ ad lineam q h, eadẽ ſit proportio quæ lineæ i a ad lineam a h. Quia uero numerus aſſumendarũ linearũ excedit multipliciter numerum literarũ latinarũ, ne forte fiat intricatio in nominibus ipſarũ literarũ, mutetur figura, & q̃m linea nouiter aſſumpta, quæ eſt a s, poſita eſt æqualis lineæ a i, fiat circulus ſuper centrũ a, ſecundũ ipſarum quantitatẽ, & loco s, ponatur litera n, ſitq́; circulus d g b, ſimilis priori circulo qui d b e, & ꝓducantur lineæ a b & a g, uſq; ad circulũ exteriorem in puncta c & r, & ſint lineæ a b c, & a g r, permutenturq́; lineæ a i & a s, ita ut linea a d i, ſit loco lineæ a x s, & loco lineæ a d i, ſit linea a f n, ponaturq́; loco literæ s, litera n, & loco literæ x, ponatur f, eritq́; ut præoſtenſum eſt arcus d f, maior arcu g b. Sit ergo arcus b m æqualis arcui d f, quod fiet per ultimã ſexti, ſi prius per 23. primi, ſuper a terminũ lineæ a b, fiat angulus æqualis angulo d a f, qui ſit b a m, ꝓducatur quoq; linea a m, ad exteriorẽ periferiam in punctum u, & ſit a m u, ducant̃ etiã lineæ i b, i g, i m, n m, quæ producantur uſq; ad exteriorẽ circulũ, & cadit in punctũ z, & ducant̃ lineæ z a, z g, cũ itaq; arcus b m, ſit æqualis arcui d f, addito cõmuni arcu d m, erit arcus m f, æqualis arcui d b, ergo per 46. tertij, erit angulus n a m, æqualis angulo i a b, quia itaq; trigonorũ n a m, i a b, duo latera unius ſunt æqualia duobus lateribus alterius, & angulus angulo, ergo per 3. primi, erit linea n m, æqualis lineæ i b, & angulus m n a, æqualis angulo i b a, remanet ergo per 13. primi, angulus n m u, æqualis angulo i b c. Et cũ in præmiſſa proxima figuratione linea a h, fuerit poſita æqualis ipſi lineæ a q, erit trigonorũ q a m, & a h b, duo latera a q & a m, æqualia duobus lateribus a h & a b, & angulus q a m eſt æqualis angulo h a b, erit ergo p 4. primi, linea q m, æqualis lineæ h b, & angulus q m a, æqualis angulo h b a, remanet ergo angulus q m n, æqualis angulo h b i, & angulus q m u, æqualis angulo h b c, per 13. primi, & quia lineæ a n & a i, ſunt æquales per diffinitionẽ circuli, & linea a q eſt æqualis ipſi a h, ex hypotheſi. Remanet linea n q, æqualis lineæ i h, quia itaq; angulus n m u, eſt æqualis angulo i b c, & angulus i b c, ut p̃oſtenſum eſt, æqualis eſt angulo h b a, angulo uero h b a, eſt æqualis angulo q m a, erit angulus n m u, æqualis angulo q m a, patet aũt quod linea m z, tota eſt extra circulũ, q̃a cum linea contingens circulũ ducta à puncto b, cadet inter puncta i & h, ut præoſtendimus, & quia eſt eadem remotio puncti b, à puncto h, quæ puncti m, à puncto q, q̃m oſtenſum eſt, quod linea b h, eſt æqualis lineæ q m, & linea i h, eſt æqualis lineæ n q, patet qđ contingens ducta à puncto m, cadet inter puncta n & q, igit̃ cũ linea q m, cadat ſub linea contingente, patet per 15. tertij, q̃m ipſa ſecat circulũ, eſt ergo tota linea m z, extra circulũ, q̃m linea q m z, poſita eſt eſſe linea una recta, propter qđ etiã erit per 15. primi, angulus q m a, æqualis angulo u m z, ſed angulus n m u, oſtenſus eſt eſſe æqualis angulo q m a, erit ergo angulus n m u, æqualis angulo u m z, ergo per 8. huius, forma puncti n, reflectit̃ à pũcto ſpeculi m, ad uiſum exiſtentem in puncto z, & erit per 11. huius, locus imaginis punctus q. Item quia angulus n m u, eſt æqualis angulo u m z, erunt per ſuppoſitionem primi huius lineæ n m, z m, æqualiter diſtãtes à diametro a u, ergo per 7. tertij, ipſæ ſunt æquales. Ducantur itaq; lineæ n u & z u, quæ per 4. primi, erunt æquales cõmuni exiſtente linea m u, ambobus trigonis n m u, & z m u, ergo per 27. tertij, arcus n u, eſt æqualis arcui u z, ergo per

36.tertij,angulus n a u,eſt æqualis angulo n a z.Sed ex p̄miſſis patet qđ angulus n a u, eſt æqualis angulo i a c,erit ergo angulus i a c, æqualis angulo u a z, angulus uero b a g,aut erit æqualis angulo g a m,aut minor aut maior,ſit primo æqualis, ſi igitur ab angulo i a b,ſubtrahatur angulus b a g,& ab angulo z a u angulus g a m,remanebit angulus i a g, æqualis angulo z a g,& quia duo latera i a & a g ſunt æqualia duobus lateribus z a & a g,ergo per 4. primi,erit linea i g,æqualis lineæ z g, & angulus i g a,æqualis angulo z g a, ergo per 13.primi,angulus i g r, eſt æqualis angulo z g r, fiat itaq; ſup g terminũ lineæ a g, angulus æqualis angulo i g r,per 23.primi, qui ſit angulus t g a, ducta linea g t,ſuper lineã i a,erit ergo angulus t g a,æqualis angulo z g r. Si igiť linea t g pducatur ad periferiam circuli,palam per 15.primi,q̄m ipſa perueniet ad punctum z,linea eñ z g & t g,coniunctæ in puncto g,fiunt linea una per 14. primi,eſt ergo t g z linea una recta,forma ergo puncti i,reflectiť à puncto ſpeculi g, ad uiſum exiſtentem in puncto z,& locus imaginis eius eſt punctum t,palam itaq; q̄m ad uiſum exiſtentem in puncto z,reflectuntur formæ duorum punctoꝝ n & z,à duobus punctis ſpeculi ſphærici conuexi quæ ſunt m,& g,& loca imaginum ſunt puncta t & q, igitur per 11. huius, linea t q,erit imago totius lineæ m: pbatum eſt autẽ ſupra, quod linea t q eſt æqualis lineæ y i,palam ergo,q̄m accidit in his ſpeculis imaginem eſſe æqualẽ rei uiſæ, quod eſt unum ppoſitoꝝ.

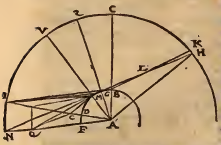


Quod ſi angulus b a g,fuerit maior angulo g a m,abſtrahatur b a g ab angulo i a b,& angulus g a m,ab angulo z a u,æqualis angulo i a b. Remanebit ergo angulus z a g,maior angulo i a g. Sic ergo angulus k a g, æqualis angulo i a g, erit quoq; angulus k a g,minor angulo z a g,per 23.primi, ducta linea à centro ad circumferentiam in punctum k,& copuletur linea k g, punctum ergo k, erit altius puncto z, & punctum m,altius puncto g,linea ergo k g, ſecabit lineam z m. Sit ut ſecet ipſam in puncto l,& producatur k g,ſuper lineam i a,in punctum t,fiat quoq; deductio ut ſtatim in proxima linea t g,palam ergo qđ uiſui exiſtente in puncto l,reflectetur ad ipſum forma puncti n,à puncto m,& locus imaginis q,& ſimiliter ad ipſum reflecteť forma puncti i,à puncto g,& locus imaginis erit t,ſecundũ priorem probationem,erit quoq; linea t q,imago lineæ y i,quæ eſt æqualis ipſi,ut ſupra oſtenſum eſt,& ſic ſequitur idem ppoſitum quod prius. Si uero angulus b a g,fuerit minor angulo g a m,erit ut ſupra angulus z a g,minor angulo i a g.Sic ergo angulus o a g, ducta linea a o,ad periferiã circuli æqualis angulo i a g,erit ergo angulus o a g,maior angulo z a g, eſt ergo punctum o inferius puncto z,& producatur linea o g,quæ incidat lineæ i a,in puncto t, palã itaq; quod forma puncti reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto o, à puncto ſpeculi g, linea itaq; o g,aut ſecabit lineam z m q,extra circulum ſpeculi, aut non, ſi ſit poſſibile ſecet ipſam extra circulũ,ſi in puncto ſectionis fuerit uiſus, reflecteñ ad ipſum duæ formæ punctoꝝ n & i,à punctis ſpeculi m & g,& loca imaginum erunt puncta q & t,& tota linea q t,imago totius lineæ y i,& erit per præmiſſa æqualis ei,patet itẽ hoc qđ prius q̄m imago rei uidebitur in hoc ſitu æqualis ipſi rei. Si forte linea o g, ſecet lineam z m q, intra circulum ſpeculi,tunc non poteſt accedere probatio præmiſſa, ſed extra totalem hanc ſuperficiem eſt poſſibile inueniri punctum,in quo poſito uiſu reflectañ ad ipſum formæ duoꝝ punctoꝝ n & i,à duobus punctis ſpeculi,& ipſorum imagines erunt puncta q & t,q̄m eñ ut patet ex prius præoſtenſis,angulus n a z,eſt duplus angulo n a u, æquali angulo i a b,ut patet ex p̄miſſis,& angulus i a o, eſt duplus angulo i a g,eſt aũt angulus i a b,maior angulo i a g,in angulo g a b,& quia angulus g a b, eſt ex hypotheſi minor angulo m a g,patet quod angulus g a b,eſt minor medietate anguli m a b,totus uero angulus m a b, eſt per ultimam ſexti,æqualis angulo n a i, q̄m arcus d f, eſt æqualis arcui m b,ergo angulus g a b,eſt minor medietate anguli n a i,angulus ergo n a z,exce-

dens

dens angulum i a o, in duplo anguli g a b, non excedet ipſum in angulo maiori ꝙ ſit angulus n a i, duo ergo anguli n a i, & n a z, ſunt maiores tertio, qui eſt i a o, & duo anguli
n a z, & i a o, ſunt minores tertio, qui eſt n a i, & duo anguli i a o, & n a i, ſunt minores ter
tio, q eſt n a z, ſunt ergo iſti tres anguli n a i, n a z, & i a o, quoꝝ quilibet duo ſunt mino-
res tertio, omnes aũt tres ſimul 4. rectis ſunt minores, qm̃ anguli ſuper centrum a, 4. re-
ctis ſunt æquales, ipſos impoſſibile eſt euacuare, ut patet, igitur per 23. undecimi, poſſi-
bile eſt ex illis fieri unum angulum ſolidũ, fiat ergo ille ſuper cẽtrum a, per eandem 23.
undecimi, & ſit linea s a, eleuata ſuper ſuperficiem circuli in puncto a, taliter ut angulus
i a s, ſit æqualis angulo i a o, & angulus n a s, ſit æqualis angulo n a z, angulus uero n a i
maneat ut eſt in ſuperficie circuli immotus, fiat itaqꝫ linea a s, æqualis alicui linearum a
n, uel a a, uel a o, quæ om̃es ſunt æquales, quia ſunt ſemidiametri eiuſdem circuli, & pro
ducantur lineæ t s, q s, quia itaqꝫ angulus t a s, eſt æqualis angulo t a o, ut patet ex p̄miſ-
ſis, & duo latera t a & a o, ſunt æqualia duobus lateribus t a & a s, & angulus t a o, eſt æ-
qualis angulo t a s, ut patet ex præmiſſis, erit per 4. primi, baſis t s, æqualis baſi t o, & to-
tus triangulus toti triangulo, erit ergo angulus o t a, uel g t a, æqualis angulo s t a. Simi
liter ꝙqꝫ angulꝰ q a s, eſt æq̄lis angulo q a z, & duo latera duob. lateri b. erit ergo, ut priꝰ
angulus z q a, qui eſt m q a, æqualis angulo s q a, diuidat̃ itaqꝫ angulus t a s, per æqualia
per lineam a y, ex 9. primi, & ſit y punctus, in quo linea diuidens angulũ, ſecat lineam t
s, palã cũ angulus i a g, ſit medietas anguli i a o, ut patet ex p̄miſſis, erit angulus t a g, æ-
qualis angulo t a y, ſed & angulus g t a, oſtenſus eſt æqualis angulo y t a, & quia duobꝰ
trigonis y t a, & g t a, latus t a, eſt cõmune, erit per 26. primi, trigonus y t a, æqualis trigo
no g t a, qm̃ latus t y, erit æquale lateri t g, & latus a y, æquale lateri a g, erit ergo pũctus
y, in ſupficie ſpeculi ſicut & punctũ g, cũ ambo æqualiter diſtent à centro ſpeculi, qđ eſt
a, & quia angulus t a g, eſt æqualis angulo t a y, erit angulus i a g, æqualis angulo i a y,
& latera lateribus ſunt æqualia, qm̃ i a eſt cõmune, & a y eſt æquale ipſi a g, ergo ꝑ 4. pri-
mi, erit angulus a g i, æqualis angulo a y i, & linea i y, ꝓducta erit æqualis lineæ y g, &
ꝓducatur a y, extra ſpeculũ uſqꝫ ad punctũ p, reſtat ergo angulus i g r, æqualis angulo i
y p, uerum cũ linea t s ſit æqualis lineæ t o, ut ſupra patuit, & t y æqualis ipſi t g, reſtat li-
nea g o, æqualis lineæ y s, duo ergo latera a y & y s, ſunt æqualia duobus lateribus a g, &
g o, & baſis a s, eſt æqualis baſi a o, ergo ꝑ 8. primi, trigonoꝝ a y s, a g o, anguli æqs late-
ribus cõtenti ſunt æquales, angulus ergo a y s, eſt æqualis angulo a g o. Reſtat ergo per
13. primi, angulus s y p, æqualis angulo o g r, igit̃ duo anguli i g r, & o g r, æquales ſunt
duobꝰ angulis i y p, s y p, uerũ linea a s, ſecat ſupficiẽ cõuexã ſpeculi, ſit pũctus ſectiõis
e, tria ergo puncta q̄ ſunt e y d, ſunt in ſupficie cõuexi ſpeculi, lineæ ergo à centro ſpeculi
qđ eſt a, ad illa tria pũcta ꝓductæ ſunt æquales, ꝗa uero trigonũ t a s, eſt ꝑ ſecundã 11.
totũ in eadẽ ſupficie, patet qđ iſta tria puncta d y e, q̄ ſunt in lateribꝰ illius trigoni ſunt
in eadẽ ſupficie, ergo linea e y d, eſt ꝑ 9. tertij, arcus circuli magni ſphæræ ſpeculi, cuius
cẽtrũ eſt a cẽtrũ ſpeculi, eſt aũt i ſupficie reflexiõis cõmunis ſectio ſupficiei ſpeculi & refle
xiõis t s p, ꝑ primã huius, ergo forma pũcti i, reflectit̃ ad uiſum exiſtẽtẽ ĩ pũcto à pũcto
ſpeculi y, & locus imaginis eſt punctũ t. Similiter diuiſio angulo n a s, ꝑ æq̄lia ꝑ lineã a
x, ductã ſuꝑ q s, in punctũ x, & ꝓductã extra ſpeculũ ſupficiẽ in punctũ σ, demonſtrabit̃
p̄dicto mõ, ꝗa linea q x, erit æq̄lis q m, & a x æq̄lis a m, & liea x s, æq̄lis m z, & duo angu
li n x o, & s x o, erũt æq̄les duobꝰ angulis n m u, & z m u, & ita forma pũcti n, reflectet̃
ad uiſum exiſtentẽ in pũcto s, à pũcto ſpeculi x, & locus imaginis eſt punctũ q, & ita ut
prius formæ duoꝝ punctoꝝ n & i, reflectunt̃ à duobꝰ pũctis ſpeculi x & y, ad uiſum ex-
iſtentẽ in pũcto s, & erit linea t q, imago lineæ i n, eſt aũt linea t q, æq̄lis lineæ i n, patet
ergo ꝓpoſitũ, ut prius. Itẽ ſi à pũcto i, ducat̃ ꝑpendicularis ſuꝑ lineã n a, illa cadet ĩter
pũcta n & q, nõ extra punctũ n, ꝗa cũ ꝑ 42. primi huius, angulꝰ i n a, ſit acutus, ſi caderet
extra punctũ n, fieret acutus extrinſecus recto, & ita maior ꝑ 16. primi, qđ eſt ĩpoſſibi-
le, cadet ergo illa ꝑpendicularis circa punctũ n, faciet ergo illa ꝑpendicularis angulũ re
ctũ, ſuꝑ lineã n q, quã reſpiciet linea i n, ergo ꝑ 46. primi, erit linea i n, maior illa ꝑpẽdicu
lari, ergo illa ꝑpẽdicularis erit minor ꝙ linea t q, q̄ eſt æqualis lineæ i n, pũctus itaqꝫ li-
neæ n q, ĩ quẽ cadit illa ꝑpẽdicularis, ꝗ ſit k, reflectit̃ ad uiſum ĩ pũcto s, exiſtentẽ ab aliq̃
puncto

puncto ſpeculi,& locus imaginis ſuæ erit in linea n a,per 11.huius,erit remotior à centro ſpeculi,qđ eſt a,ultra punctũ q,ꝗ ſit ipſum punctũ q,ut patet per 17.huius, quanto eñ remotiora ſunt puncta quoꝝ formæ reflectunť à ſpeculis ſphæricis conuexis, tantoꝗ loca imaginũ magis accedunt ad centrũ ſpeculi,ſed punctus i,illius perpendicularis reflectitur ad uiſum à puncto ſpeculi y, & locus ſuæ imaginis eſt punctũ t, quæcunꝗ uero linea ducitur à puncto t,ad aliquod punctum lineæ n q,ultra q,propius ad punctum n,ut linea t k,illa cũ opponať angulo obtuſo,ut patet, erit per 19. primi, maior ꝗ linea t q,ergo etiã erit maior ꝗ linea i n,quæ eſt maior illa perpendiculari,cuius imago uiſui occurrit,patet ergo ꝙ imago illius ꝑpendicularis erit maior ipſa perpendiculari, & idẽ accidit,quæcunꝗ linea ducatur à puncto i,ad lineã n q,inter illam perpendicularẽ i k & linea i n,erit eñ ſemꝑ linea i n,maior illa linea per 46.& per 19.primi,& imago illius lineæ ſemꝑ erit maior ꝗ linea q t,& ita ſemper erit imago ipſius maior ꝗ ipſa,quod eſt ꝓpoſitum. Poſſunt a ũt hæc clarius patefieri, quia eñ forma puncti n, reflectitur ad uiſum exiſtentẽ in puncto z,à puncto ſpeculi m,& locus imaginis eſt punctũ q,patet qđ

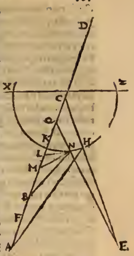


linea reflexionis quæ eſt z m q,ſecat circulum, ſit punctũ ſectionis e, patet ergo quod contingens ducta à puncto z,ad circulũ qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, nõ poteſt cadere in punctũ m, quia per 21.huius,angulus a m z,oportet qđ ſit maior recto, quod eſſet contra 17.tertij, ſi linea z m,eſſet circulum contingens, non poteſt cadere in punctum e,quia ibi ſecat & nõ contingit,cadet ergo in aliquod punctũ arcus m e, & ꝓducta ad lineam n a,cadet altius ꝗ punctũ q,quoniam punctus in quem cadit,diciť finis contingentiæ,qui ſit n,& eſt meta imaginum,ut patet per diffinitionẽ,& puncta ſub illo puncto l,qui eſt meta imaginum exiſtentium non poterunt reflecti ad uiſum,ſuperiora uero illa poterunt reflecti,igiť perpendicularis ducta à puncto i, ſuper lineã n q,ſi ceciderit altius puncto n,qui eſt meta imaginũ,poteſt reflecti ad uiſum punctus ille lineæ n q,in quẽ ipſa perpendicularis cadit,& erit ut ꝑmiſſum eſt imago perpendicularis maior ipſa perpendiculari. Si uero perpendicularis cadat in ipſum pũctum ii,qui eſt meta imaginũ,uel inferius illo,tunc forma puncti nunꝗ cadit, perpẽdicularis nec reflecteť,quare nulla erit imago ipſius perpendicularis,ueruntamẽ, qñ ii finis contingentiæ eſt inferior ꝗ linea i n,& plus ad centrum, erunt inter punctũ, qui eſt finis contingentiæ ii,& punctũ n, infinita puncta,quoꝝ quodlibet reflectitur ad uiſum,& imago cuiuslibet erit ſuper lineã n q, & cuiuslibet lineæ ductæ à puncto i, ad quodlibet illorum,erit imago maior illa linea, cuius eſt imago, patet ergo propoſitum longis ambagibus certius perquiſitum.

XXXIX.

In omni diſtantia qua certa quantitas rei à uiſu poteſt comprehendi, imago cuiuslibet rei uiſæ in ſpeculo ſphærico conuexo minor uidetur quàm forma rei extra.

Sit a b linea uiſa,& ſit z x,arcus circuli qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi, cuius centrum d,ſitꝗ e centrum uiſus,& reflecteť forma puncti a,ad uiſum e,à puncto reflexionis h,arcus z x,& forma puncti b,à puncto n, intelligaturꝗ linea a b,ꝓduci intra ſpeculũ,aut ergo ipſa tranſit centrũ ſpeculi, aut non. Sit aũt primo qđ tranſeat,& ducatur linea a b d,ducať quoꝗ à puncto n, linea contingens circulũ,quæ ſit n l,& à puncto h ducatur cõtingens,quæ h m,& ducantur lineæ incidentiæ & reflexionis,quæ ſint b n,e n,a h,e h,ꝓducanturꝗ lineæ reflexionis e b & e n, donec cadant in ꝑpendiculare a d,& incidat linea e h,in punctum t,& linea e n,in punctum



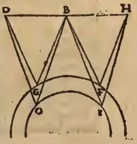
ctum q, palam ergo per 11. huius, quoniam t eſt locus imaginis formæ puncti a, & q eſt locus imaginis formæ puncti b, dico quod linea a b eſt maior ꝙ linea q t, patet em̃ ex 12. huius, quia ꝓportio a d ad d t, eſt ſicut a m ad m t. Similiter per eandẽ ꝓportio b d ad d q, eſt ſicut ꝓportio b l ad l q, ſed a d eſt maior ꝙ b d, & d t eſt minor ꝙ d q, ergo per 9. primi huius, maior erit ꝓportio a d ad d t, ꝙ b d ad d q, ergo per 11. quinti, maior erit ꝓportio a m ad m t, ꝙ b l ad q l, ſecetur ergo linea a m, in puncto f, per 3. primi huius, ita ut proportio f m ad m t, ſit ſicut b l ad l q, & ita cũ m t ſit maior ꝙ l q, erit per 14. quinti, f m maior ꝙ b l, ergo per 8. quinti, erit f m ad t m maior ꝓportio ꝙ b l ad t m, erit ergo minor ꝓportio b l ad m t, ꝙ b l ad l q & multo magis erit minor ꝓportio b l ad m t, ꝙ b l ad q l, ſecet̃ ergo m t in puncto k, taliter ut ꝓportio b m ad m k, ſit ſicut b l ad l q, palam ergo per naturã proportionis, & per 8. quinti, qm̃ punctus k neceſſario cadet ĩtra pũcta m & q, linea em̃ l q, minor eſt ꝙ m q, & linea b l eſt maior ꝙ linea b m, cũ igitur ſit ꝓportio f m ad m t, ſicut b l ad l q, & ſicut b m ad m k, erit per 19. quinti, ꝓportio f b ad k t, ſicut b l ad l q, ſed b l eſt maior ꝙ l q, ergo f b eſt maior ꝙ k t, ſed f b eſt minor ꝙ a b, & k t eſt maior ꝙ q t. Si ergo f b eſt maior ꝙ k t, ergo multo fortius a b eſt maior ꝙ q t, & hoc eſt propoſitũ. Si uero linea a b, producta nõ perueniat ad centrum d, ducatur à puncto a, linea ad centrũ d, quæ ſit a d, & à puncto b ducatur b d, & locus imaginis a ſit punctus g, locus imaginis b, ſit punctus p, & ducatur linea p g, erit ergo linea p g, imago lineæ a b, dico quia a b eſt maior ꝙ p g, aut em̃ p g eſt æquediſtans lineæ a b, aut nõ, ſi fuerit æquediſtans, palã quia p g eſt minor ꝙ a g, per 29. primi, & per 4. ſexti, cũ em̃ ſit ꝓportio a b ad p g, ſicut a d ad d g & a d, ſit maior ꝙ d g, erit a b maior ꝙ p g. Si uero linea p g, nõ ſit æquediſtans ipſi a b, ꝓducatur uſque quo cõcurrat cũ a b, & ſit punctus cõcurſus z, & à puncto p ducatur æquediſtans a b, quæ ſit p h, angulus ergo p g h, ſi ſit rectus uel maior recto, erit per 18. primi, latus p h, maius latere p g, ſed p h eſt minus ꝙ a b, per 4. ſexti, ergo p g eſt minus ꝙ a b, ſi angulus p g h fuerit acutus, maior tñ angulo p h g, adhuc ſequitur idem qđ prius: quod aũt angulus p g h, ſit minor angulo p h g, hoc non poteſt accidere, niſi cũ tanta fuerit rei à ſpeculo diſtantia, ꝙ illa diſtantia ipſi etiam uiſui uideretur minor ꝙ ſit ſecundum ueritatem, tunc autẽ poteſt imago uideri maior ꝙ forma per ſe uiſui occurrens, ut patet per præmiſſam, patet ergo propoſitum.



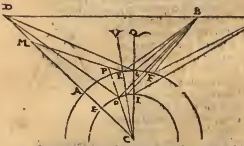
X L.

In minoribus ſpeculis ſphæricis cõuexis eiuſdẽ rei apparẽt idola minora.

Sint duo puncta ſpecula ſphærica conuexa ſuper idem centrum t, collocata, exempli cauſa quorum maioris circulus cõmunis ſibi & ſuperficiei reflexionis ſit a g, minoris uero ſit e i, fiat quoque reflexio formæ alicuius uiſibilis ut ipſius h d, ab utroque illorum ſpeculorum ita ut forma pũcti d reflectatur à puncto g, circuli ſpeculi maioris. ſ. ipſius a g, ad uiſum qui ſit b. Si itaque idem uiſibile d reflectat̃ ad uiſum b ab aliquo puncto circuli e, ſpeculi minoris ut à puncto o, non eſt poſſibile ut linea reflexionis, quæ ſit o b, cadat in pũctum g ſpeculi circuli maioris: detur em̃ ut cadat in punctũ g, & reflectatur ad uiſum b, & ducatur linea d g, ut prius, manifeſtum itaque p 8. huius, qm̃ linea à centro ſpeculi t, ad punctũ g producta diuidit angulũ d g b, per duo æqualia, quæ producta ſit t g q, & qm̃ forma puncti d, incidit pũcto ſpeculi minoris quod eſt o, ducatur linea t o, à centro ſpeculi, hæc diuidet angulum d o b, per æqualia, & produ-



cta ſit t o p, quia itaq; angulus d g b, extrinſecus eſt ex hypotheſi angulo d o b, in trigono d o g, palam per 16. primi, qm̃ ipſe eſt maior illo, ergo medietas anguli d g b, eſt maior medietate anguli d o b. & ita angulus q g b, maior eſt angulo p o g, ſed angulus o g t eſt æqualis angulo q g b, per 15. primi, ergo angulus p o g, extrinſecus erit æqualis angulo o g t, intrinſeco in trigono t o g, quod eſt contra 16. primi, & impoſſibile: nõ ergo tranſibit linea reflexionis o b punctũ g, ſed neq; ultra punctum g, uerſus punctum a, ad aliquod aliud punctum ſpeculi maioris incidere poteſt, ſi em̃ hoc ſit poſſibile ſit ut ad punctum r incidens reflectat̃ linea d o ad b, palam autẽ per 17. huius, cum a pũctus lineæ d a, cadat in ſuperficie ſpeculi & reflectat̃ ab illo puncto cui incidit, & punctum d, reflectitur a puncto g, quia quodlibet ipſoꝝ lineæ d a, reflectitur ab aliquo punctoꝝ arcus a g, & fiunt ꝓpinquiora centro ſpeculi, quod eſt t, quia reflectuntur à puncto remotiori à centro uiſus, quod eſt b, aliquod ergo punctoꝝ lineæ d a, reflectetur à puncto r ad b, ſit illud m, & accidet idem impoſſibile q̃d prius, ductis lineis m r, r b, t r, uel ſit forma puncti d, reflectitur à puncto ſpeculi maioris quod eſt g, & item per reflexionem à puncto ſpeculi minoris quod eſt o, incidet puncto ſpeculi maioris, quod eſt r, à duobus ergo punctis maioris ſpeculi quæ ſunt g & r, reflectitur forma unius puncti ad uiſum b, concidunt ergo radij à duobus punctis huius ſpeculi reflexi, quod eſt contra 15. huius, & impoſſibile: non cadet ergo radius reflexionis à pũcto o, ſpeculi minoris in aliquod punctum arcus a g, ſpeculi maioris, à quo ſit reflexio formaꝝ punctoꝝ lineæ a d, ſed directe peruenit ad uiſum in punctũ b, trans aliquem punctoꝝ arcus circuli ſpeculi maioris, circa punctum g. Similiterq; ſit ut punctus b, lineæ d a, ex alia parte uiſus b, q̃ ſit punctũ d, reflectat̃ ad uiſum b, ab aliquo puncto ſpeculi maioris quod ſit f, eritq; f per 17. huius,



ex alia parte puncti g, reflectaturq; forma puncti h, à puncto i, minoris ſpeculi ad punctum b, fiet quoq; reflexio à pũcto i ad b, ſimiliter ut prius, quia ergo angulus g b f, ſub quo apparet idolũ in maiori ſpeculo eſt maior q̃ angulus o b i, patet per 49 quarti huius, qm̃ in maiori ſpeculo maius apparet idolum q̃ in minori, formæ em̃ magnæ coanguſtant̃ circa centra minorum ſpeculoꝝ, q̃ circa centra maiorum, unde fiunt ſemꝑ maiores in ſpeculis maioribus, uniuerſaliter autẽ in omni ſitu proportionato rerũ ad ſpecula poteſt patere ꝓpoſitum per 46. primi huius, qm̃ partes diametrorũ circuli maioris ſunt maiores & minoris minores, & fiunt ex conſequenti imagines maiores & minores ut patet per 11. huius, patet ergo propoſitum.

XLI.

In eodem ſpeculo ſphærico conuexo centro uiſus immoto exiſtente imago rei approximatæ ſuperficiei ſpeculi uidetur maior, & ſecundum eandem lineam elongatæ minor.

Quoniam em̃ ut patet per 11. huius, imagines punctoꝝ rei uiſæ uidentur in kathetis ſuæ incidentiæ & imagines rerum uiſaꝝ inter kathetos incidentiæ ſuoꝝ terminorũ katheti uero punctoꝝ terminalium rei à ſpeculi ſuperficie elongatæ cõtinent angulum minorẽ, & approximatæ maiorẽ per 34. primi huius, linea em̃ æqualis & æquediſtans baſi trigoni uicinior angulo ſupremo maiori angulo ſubtenditur, & qm̃ mutata receſſu dum locum, mutat̃ ipſius imago in omni ſpeculo, ut patet per 28. quinti huius, patet q̃d imago rei elongatæ ſit minor, unde & uidetur minor, & approximatæ ſuperficiei ſpeculi ſit maior, unde & uidetur maior, quod ſecundum præmiſſa in proxima præcedente uidetur ſub maiori angulo contento in centro uiſus ſub lineis reflexionum ipſoꝝ punctorum

ctorum terminalium illius rei,ut patere poteſt per 34. primi huius, & per 23. huius,patet ergo propoſitum,& per hæc & per præmiſſam poteſt patere,quõ ſi ſit ꝑportio elongationis rei uiſæ à ſuperficie ſpeculi maioris ad elongationem à ſuperficie ſpeculi minoris,ſicut exceſſus imaginum quæ proueniunt in illis ſpeculis excedentes ſe ſecundũ proportionem diametrorũ ſpeculorũ,poſſibile eſt in ſpeculo maiori plus elongato à re uiſa, & in ſpeculo minori plus approximato eidem rei æqualem imaginem uideri eiuſdem rei quæ aliàs in ſpeculo maiori appareret maior,& in ſpeculo minori minor, ut patet per præmiſſam, & hoc eſt notatu dignum.

XLII.

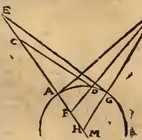
In ſpeculo conuexo ſphærico dextera rei uiſæ apparent ſiniſtra, & ſiniſtra dextra.

Hæc non requirit aliam demonſtrationem ab illa quæ ſimilem paſſionem declarat in ſpeculis planis,unde eodem modo demonſtrandum,nec aliter oportet in maiori.

XLIII.

Altitudines & profunditates perpendiculariter incidentes à ſpeculis ſphæricis conuexis, reuerſæ apparent.

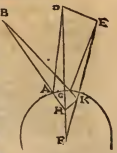
Eſto ſpeculum ſphæricum conuexum a d g,cuius centrũ m,incidatq́; ſuperficiei ſpeculi perpendiculariter altitudo quæ ſit e a, cuius altius punctum ſit e, & ſit centrum uiſus u,reflectaturq́; punctus a,à puncto ſpeculi qui ſit a,& ſit linea reflexionis quæ a b,reflectatur quoq; forma puncti altitudinis e,à puncto ſpeculi g,ſitq́; linea reflexionis g b, & alter punctus lineæ e a,qui ſit t,inferior puncto e,reflectatur ad uiſum b,à puncto ſpeculi d,& ſit linea reflexionis d b, ꝑducatur itaq; linea altitudinis e a,ultra punctũ a,palamq́; ex hypotheſi,et per 72.primi huius, quõ ipſa tranſibit centrũ m,& producatur linea reflexionis u g, intra ſpeculũ, & quia lineæ e a & b g,ſunt in eadem ſuperficie reflexionis per 24. quinti huius, palã cum non ſint æquediſtãtes,ut patet per 9. huius,quia concurrent, concurrant itaq; in puncto h, ſed & b d linea reflexionis concurrat cum linea e a, producta in puncto f, & quoniã per 11.huius puncta h & f,ſunt loca imaginum punctorũ e & t,palã quod linea h f eſt imago lineæ, & ſimiliter quoq; de alijs punctis lineæ e a demonſtrandũ. Eritq́; imago lineæ e a,linea a h,reuerſa ergo uidetur altitudo, quod enĩ ſupremũ eſt uidetur infimum & e conuerſo,patet enĩ per 23.huius,quoniã ſuper unum kathetum incidentiæ ſignatis duobus punctis,erit locus imaginis puncti à centro ſpeculi ꝓpinquioris remotior à centro ſpeculi,& remotioris propinquior,remotior itaq; uidebitur à centro m imago puncti t,quæ eſt f,quõ imago puncti e,quæ eſt h. palam itaq; eſt propoſitũ primum,& eodem modo eſt de ꝓfunditatibus demõſtrandũ. Infimum enĩ punctum reflectitur ad punctum imaginis ſupremum,& e conuerſo. Media quoq; puncta modo medio reuerſe diſponuntur, propoſitum autem eſt hoc.



XLIIII.

Obliquarum longitudinum idola à conuexis ſpeculis reflexa apparent ſuæ propriæ diſpoſitionis.

Eſto longitudo d e,oblique incidens ſpeculo ſphærico conuexo quod ſit a g,& eius centrum f,& ſit altius punctũ d quã e,punctum à ſuperficie ſpeculi dati. Sitq́; centrum oculi b,& reflectatur punctus d ad uiſum b,à puncto ſpeculi a,& punctus e,à puncto g, & à puncto d ducatur perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi, quæ per 72.primi huius, neceſſario tranſibit centrum ſpeculi quod eſt f,quæ ſit d f,& ſimiliter ducatur kathetus e f,ducanturq́; lineæ reflexionum b a & b g,& ꝑducantur intra ſpeculum,concurratq́; b a cum d f,in puncto h & b g,cũ e f,in puncto k, & ducatur linea

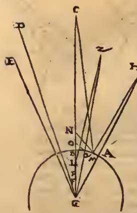


h k,eritq́ꝫ per 11.huius,linea h k imago lineæ d e,eſt autẽ linea k h,oblique ſe habens ad uiſum b,ſicut linea d e ad ſpeculũ,qm̃ per 23.huius punctũ e, quod eſt propinquius centro ſpeculi,imago quæ eſt k, remotior fit à centro ſpeculi f,& punctũ h, quod eſt imago puncti d,remotioris à cẽtro ſpeculi fit propinquius centro ſpeculi, quod patet per hoc, qm̃ alicuius puncti katheti d f,tantũ diſtantis à puncto f,quãtũ punctũ e, locus imaginis eſt remotior à cẽtro f,ꝙ locus imaginis pũcti d,ꝑ 23.primi hui9,eſt itaqꝫ h remotius à cõuexa ſuperficie ſpeculi apparens,& punctum k,ꝓpinquius eidem ſuperficiei.Sic aũt & punctus d fuit remotior à ſuperficie ſpeculi,& punctus e propinquior, patet ergo ꝓpoſitum, qm̃ obliquæ longitudines apparent illius diſtantiæ à ſuperficie ſpeculi,cuius ſunt ſecundum ueritatem in ſua propria diſpoſitione.

XLV.

Duobus punctis rei uiſæ æqualiter diſtantibus à centro ſpeculi ſphærici conuexi, & inæqualiter à centro uiſus in eadem ſuperficie uel diuerſis, erunt imago & finis contingentiæ puncti remotioris à centro uiſus remotiora à centro ſpeculi,quàm imago & finis contingentiæ puncti propinquioris:ex quo patet quod punctorum æqualiter diſtantium à centro ſpeculi & à centro uiſus,imagines à centro ſpeculi æqualiter diſtabunt.

Sint t & d duo puncta æqualiter à puncto g,centro ſpeculi remota,& ſit e centrum uiſus,& ſit cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici conuexi, circulus a b,cuius centrum erit punctum g,per primam huius.Sitq́ꝫ punctũ d,ꝓpinquius uiſui,ꝗ eſt e,ꝙ punctum t,& ducantur duo katheti incidentiæ à punctis t & d,ad centrum circuli g,qui ſint t g & d g, ſecetq́ꝫ kathetus t g, ſuperficiem ſpeculi in puncto b, fiatq́ꝫ angulus e g d,ſuper lineam t g, æqualis angulo qui ſit t g z,& angulus e g t,æqualis angulo qui ſit t g h, ꝑ 23.primi,ſecetq́ꝫ linea h g circulum in puncto a, & ſumatur per 20. uel 22.huius,in circulo punctũ a, quo forma puncti t, reflectatur ad punctũ z,quod ſit punctum q,palã ergo quod forma puncti t nõ refertur ad punctũ h,ab aliquo puncto arcus b q,non enĩ à puncto b,quoniã cum ille ſit in katheto incidentiæ, palã per 10. huius,quia reflectitur in ſeipſum & nõ ad punctũ h. Sed neqꝫ à puncto q,qm̃ ab illa forma puncti t reflectitur ad punctum z,quocunqꝫ uero puncto ſumpto in arcu b g q, linea à puncto h, ad illud punctũ ducta ſecabit lineã q z,igit̃ ad illud punctũ ſectionis reflectit̃ forma puncti t,à pũcto aliquo arcus b q,& ad idem punctus ſectionis reflectitur à puncto q, ergo forma puncti t, reflectitur à duobus punctis ſuperficiei ſpeculi ad unum punctũ qđ eſt impoſſibile,& contra 16.huius,reſtat ergo ut forma puncti t, reflectatur ad punctum h,ab aliquo puncto arcus q a. Sit illud punctum m,& à puncto m ducatur linea cõtingens circulũ per 16.tertij.& ꝓducat̃ uſqꝫ ad kathetũ g t, & ſit m n, eritq́ꝫ punctus n,finis contingentiæ puncti t,reſpectu puncti h,& à puncto q ducat̃ linea cõtingens circulum,q̃ ꝓducta ad kathetum t g,ſit q o,hoc ergo neceſſario cadet ſub linea n m, ꝑ 60. primi huius,& ꝓducat̃ linea z q,donec cadat ſuꝑ kathetũ g t,in puncto p,cadet aũt per 9.huius,& erit per 11.huius,punctus p locus imaginis formæ puncti t,erit ꝗꝫ per 12. huius,ꝓportio g t ad p g,ſicut t o ad o p,ergo per 16.quinti, erit permutatim ꝓportio g t ad t o,ſicut g p ad p o, ſed maior eſt ꝓportio g t ad t n, ꝙ ad t o,ꝑ 8. quinti, cũ t n ſit minor ꝙ t o,ut patet ex p̃miſſis,maior erit ꝓportio g t ad t n,ꝙ s p ad p o,eſt aũt per 8. quinti,maior ꝓportio g p ad p o,ꝙ ad p n,ergo multo maior eſt ꝓportio t g ad t n,ꝙ g p ad p n,qm̃ p o minor eſt ꝙ p n,diuidat̃ ergo ꝑ 119.primi huius, linea g n i pũcto l, taliter ut ſit ꝓportio t g ad t n,ſicut g l ad l n,eritq́ꝫ g l maior ꝙ g p, nõ æqualis neqꝫ minor ꝑ 8.quĩti,eritq́ꝫ per 16.quinti,ꝓportio t g ad g l,ſicut t n ad l n,ergo per conuerſam 13.



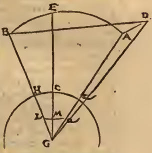
huius

huius, erit punctũ l, locus imaginis puncti h. Sint ergo lineæ h g, e g, z g, æquales inter ſe, & g f ſit æqualis s p, & s p æqualis lineæ g o, cũ igit angulus e g d, ſit æqualis angulo t g z, erit ex principio primi huius, remotio puncti d, à puncto e, ſicut remotio puncti z, à puncto t, quoniam cum puncta d & t ſunt eiuſdem diſtantiæ à cẽtro ſpeculi quod eſt g, erũt lineæ d g & t g æquales, erit ergo per 23. huius, imago formæ puncti d, reſpectu uiſus e, tantum eleuata in katheto g d, quantũ imago puncti t, eleuata eſt reſpectu puncti z, in katheto g t, erit ergo locus imaginis formæ puncti d, in puncto f, ſicut locus imaginis formæ puncti t, eſt in puncto p, cũ lineæ g f & g p, ſint æquales, & ſimiliter finis contingentiæ puncti d, reſpectu puncti e, erit eiuſdem altitudinis cuius eſt finis contingentiæ puncti t reſpectu puncti z, erit ergo per præmiſſa finis contingentiæ puncti d, in puncto s. Verum quia angulus e g t, æqualis eſt angulo t g h, & linea h g æqualis eſt lineæ e g, erit per ultimam ſexti, propter æqualitatem angulorum æqualitas arcuum interiacentiũ kathetum t g, & lineas h g & e g, erit ergo per præmiſſa punctus l, locus imaginis puncti t, reſpectu e, ſicut eſt reſpectu h, & erit punctus n, finis cõtingentiæ reſpectu puncti e, ſicut & reſpectu pũcti h, imago ergo pũcti remotioris ab e, centro uiſus, remotior eſt à cẽtro ſpeculi quàm imago puncti propinquioris, & finis contingentiæ puncti remotioris remotior eſt ab eodem centro quàm finis cõtingentiæ propinquioris, & hoc eſt propoſitum. Ex quo patet quod ſi puncta uiſa in ſpeculo ſphærico conuexo æqualiter diſtent à centro ſpeculi, & à centro uiſus, quod imagines ipſorum à centro ſpeculi æqualiter diſtabunt, nec enim ut patet ex præmiſſis fit diuerſitas in locis imaginum, cum fines contingentiarum ſemper ſint æqualiter à centro ſpeculi diſtantes ſecundum quos accidit diſtantia imaginum à centro ſpeculi, quod eſt g, patet ergo quod proponebatur.

XLVI.

Imago arcus concentrici ſpeculo ſphærico conuexo diametro uiſuali erecta ſuper ſuperficiem incidentiæ uidetur curua, & ſemper æquediſtans arcui cuius eſt imago.

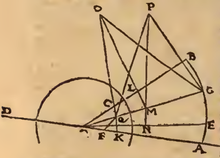
Eſto a b arcus oppoſitus ſpeculo ſphærico conuexo, in quo cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſit circulus h t z, & ſit g centrũ illius arcus a b, & ſimiliter centrum ſpeculi, quoniam ex hypotheſi arcus uiſus & ſpeculi ſunt concentra, ſitque d centrum uiſus, & ducãtur lineæ d g, a g, b g, & ſumatur in arcu a b, punctus e, quocunque modo & ducatur linea e g, erit itaque ſuperficies a g b, ſuperficies incidẽtiæ in qua erit linea e g, & linea d g, eſt diameter uiſualis quæ ex hypotheſi eſt erecta ſuper ſuperficiem a g b, erit ergo per diffinitionem lineæ ſup ſuperficiem erectæ anguli d g a, d g b, d g e, recti & oẽs æquales. Sed & latera lateribus æqualia ſunt, quoniam d g eſt æquale ſibiipſi, & alia latera ſunt æqualia per diffinitionẽ circuli, ergo per 4. primi, baſes illorum triangulorum ſunt æquales, omnia ergo puncta arcus a b, eiuſdem diſtantiæ ſunt à centro uiſus, quare imagines omnium illorum punctorum eiuſdem diſtantiæ erũt à cẽtro ſpeculi per corollariũ præmiſſum. Sitque q m l, imago arcus a e b, erit igitur linea g q, æqualis lineis g m & g l, quare per 9. tertij, linea q m l, erit arcus circuli cuius centrũ erit punctũ g, erit ergo cõuexitas ipſius reſpectu centri g, nõ reſpectu ſuperficiei cõuexæ ſpeculi ſiue loci reflexionis, & quoniam curuitas arcus a b, reſpexit cõuexitatẽ ſuperficiei ſpeculi ut cõcentrica ipſi ex hypotheſi, patet quod idẽ arcus eſt concentricus ſuæ imagini, ergo per 73. primi huius, patet quod imago æquediſtat arcui uiſo quoniam eſt ſemper in ſuperficie incidentiæ, eſt enim ſemper imago cuiuslibet puncti in katheto ſuæ incidentiæ per 11. huius, oẽs aũt katheti illius ſunt in ſuperficie incidentiæ, patet ergo propoſitum.



XLVII.

Imago arcus concentrici ſpeculo ſphærico conuexo diametro uiſuali ſuperficiei incidentiæ oblique incidente uidetur curua, non æquediſtans arcui cuius eſt imago, niſi perpendiculari ducta à uiſu ſuper aliquem punctum uiſu arcus incidente.

Diſponantur omnia ut in p̃cedente theoremate, niſi quod diameter uiſualis quæ eſt d g, nõ ſit erecta ſed oblique incidens ſuperficiei a b g, dico q̃d imago arcus a b, uidetur curua, ducatur em̃ perpendicularis à puncto d, ſuper hanc ſuperficiem per 11. undecimi, cũ itaq; illa perpendicularis ſit minor omnibus lineis ductis à puncto d, ad hanc ſuperficiẽ per 21. primi huius, erit angulus rectus quẽ continet hæc ꝑpendicularis uerſus punctũ g, minor quolibet angulo uerſus punctũ g, imaginato, quẽ continet alia linea à

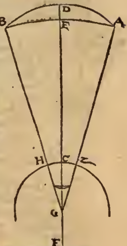


puncto d ad ſuꝑficiem illam ducta per 16. primi, & linea à puncto d, ad ſuꝑficiem illam ducta quanto remotior erit ꝑpendiculari, tãto maior erit & maiorem angulum continebit uerſus g, quia minorem continet uerſus ꝑpendicularem ꝑ 21. primi, ſi ergo hæc ꝑpendicularis nõ cadat in arcum a c b, ſed ultra ipſum, tunc erunt oẽs lineæ ductæ à puncto d, ad hunc arcum declinatæ in ꝑtem unã, & remotiores maiores & minorem angulũ contingentes uerſus punctum g, q̃ ꝓpinquiores perpendiculari. Si ergo ſumantur tria puncta in arcu a b, quæ ſint a c b, & finis contingentiæ puncti b, ſit l, & finis contingentiæ puncti b c, ſit m, palam ꝑ 44. huius, quia ex eo ꝙ punctum c, eſt ꝓpinquius uiſui d, q̃ punctus b, erit punctus m ꝓpinquior centro g, q̃ punctus l, ſunt autẽ lineæ g b & g t, æquales ex hypotheſi, & per diffinitionẽ circuli, eſt ergo linea t m, maior q̃ b l, ſit autem q imago puncti c, & ſit t imago puncti b, & ducaĩ linea q t, & ducanĩ lineæ t b & m l, quæ quidẽ ꝓductæ concurrent, quia ſi à puncto m ducaĩ linea æquediſtans lineæ c b, illa ſecabit ex linea g b, lineam æqualẽ ipſi m r, ꝑ ſecundam ſexti, eſt autẽ e m maior q̃ b l, concurrant, ergo lineæ t b & m l, in puncto o, & q̃m per 9. huius, ꝓportio eſt lineæ g t ad g q, ſicut lineæ e m ad q m, erit per 16. quinti, permutatim ꝓportio g t ad e m, ſicut g q ad q m, & ſimiliter erit g b ad b l, ſicut g t ad t l, ergo per 134. primi huius, cũ lineæ g c & g b, angulariter coniunctæ ſint proportionaliter diuiſæ, & à punctis ſectionũ ducanĩ lineæ concurrentes, qui c o & m o, palã q̃d linea q t, cõcurret cũ linea c b, m l, & erit ipſarum concurſus in puncto o: finis contingentiæ uero puncti e, ſit o, & quoniam punctus n, per 44. huius, demiſſior eſt puncto m, erit ut prius e n, linea minor q̃ linea c m, productis ergo lineis e o & n m, patet ut prius quod concurrent, ſit ergo punctus concurſus p, & ducatur linea q p, & procedat donec ſecet lineam e g, in puncto f, & producatur linea o q, uſq; ad lineam e g quã ſecet in puncto k, palã quoq; propter hoc quod punctus n, eſt demiſſior puncto m, quia punctum k erit ſuperius q̃ punctum f, & linea g q, minor erit q̃ f g, patet aũt per 123. primi huius, quoniam proportio lineæ g e ad e n, eſt ſicut lineæ g t ad f n. Sed finis cõtingentiæ eſt punctus n, locus ergo imaginis erit punctus f, per 12. huius, igitur linea f q t, erit imago arcus circuli e t, erit linea curua non recta, ut pote arcus illis tribus punctis ꝑ 5. quarti, circũſcriptus, nõ erit aũt ille arcus æquediſtãs arcui ſpeculi neq; arcui uiſo, q̃m ut patet lineæ t b & q t, & f e, ſunt inæquales, ꝓpter q̃d remanent lineæ g t, g q & g f, inæquales. Similiter q̃q; demonſtrandum ſi ꝑpendicularis ducta à puncto d, cadat ex alia ꝑte arcus a b, citra ipſum, tũc em̃ ſimilis erit ꝓportio, patet ergo ꝓpoſitũ primũ. Si uero ꝑpendicularis ducta à puncto d, ſuꝑ ſuꝑficiem incidentiæ cadat in medio arcus a b, lineæ à puncto d, ex diuerſis partibus ad arcũ ductæ æqualiter diſtantes à ꝑpendiculari erũt æquales, & æquales angulos cõtingentes uerſus punctum g, & imagines ipſaꝝ æq̃liter diſtabũt à centro g, & fines contingentiaꝝ, ſimiliter imago itaq; æq̃diſtabit arcui a b, & arcui ſpeculi, q̃m imago figurabitur ſuꝑ centrũ ſpeculi q̃d eſt g, & erit illis concentrica ꝑ 73. primi, hoc poteſt ꝓbari p̃dicto mõ de utraq; parte arcus ꝑ ſe ſecundũ q̃d diuidiĩ à ꝑpendiculari, ꝙ eius imago ſit linea curua modo p̃dicto æq̃diſtans arcui uiſo ꝓpter æq̃litatẽ lineaꝝ à centro ſpeculi & arcus uiſui ad loca imaginũ ꝓductaꝝ, q̃d eſt ꝓpoſitũ. De imagine em̃ arcus a c poteſt ſecũdũ p̃miſſa idem patere.

Imago

XLVIII.

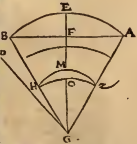
Imago arcus eccentrici circulo, qui eſt cōis ſectio ſuperficiei incidentiæ & ſpeculi ſphærici conuexi ſecundū mediū eius punctū propinquioris cētro ſpeculi uiſu exiſtente extra ſuperficiem incidentiæ, uidetur maioris curuitatis q̃ arcus eidem circulo ſpeculi æquediſtantis.



Eſto arcus uiſus b e a, circulusq; cōis ſuperficiei reflexionis & ſpeculi arcus ſit h z, cuius centrū ſit g, ſitq; arcus b e a eccentricus arcui h z, ſint tñ iſti arcus in eadē ſuperficie, & ſit e medius pūctus arcus b e a, propinquior centro g, ſitq; uiſus extra ſuperficiem incidentiæ. Dico ꝙ imago arcus b a erit curua, & maioris curuitatis q̃ alterius arcus concentrici ipſi ſpeculo. Ducatur enim linea à centro ſpeculi quod eſt g, ad centrū arcus b a, quod ſit f, productaq; linea g e, palam per 7. tertij, quoniã ipſa eſt breuior oībus lineis à cētro g ad cētrū a d b ꝑductis, & q̃m arcus b e eſt æqualis arcui e a, palam per eandem 7. q̃m linea g a æqualis eſt lineæ g b. ductisq; lineis g a, g b, ſecundū ipſaꝝ quantitatē deſcribatur arcus à centro g, palamq; per præmiſſa, q̃m arcus deſcriptus ſecundū ſui pūctum mediū magis diſtabit ab arcu h z, q̃ arcus b e a. Sit ergo deſcript9 arcus b d a, & ducat̃ linea g a, ad mediū punctū illius arcus, qui erit æqualis g b, excedit ergo arcus b d a, arcum b e a. Manifeſtum aūt ex præcedentibus, quia imago arcus b d a eſt curua uiſu qualitercunq; ſe habente ad ſuperficiem reflexionis: puncta ergo cōia iſtis duobus arcubus, quæ ſunt a & b, habebunt imagines ſuas ſitas uniformiter prioribus: ſed tñ punctum d ſit remotius à centro g q̃ punctū e. eius imago erit propinquior centro ſpeculi q̃ imago puncti e. & ita cuiuslibet puncti arcus g d a imago, eſt propinquior centro imagine puncti ſibi correſpondētis in arcu g e a, quare uidebitur imago arcus a e b curuior imagine arcus a d b, & hoc eſt propoſitum. Et ſecundū hunc modum in alijs ſitibus arcuū & ſpeculoꝝ poteſt fieri demonſtratio, q̃n uiſus nō fuerit in ſuperficie incidentiæ, ſed extra illam.

XLIX.

In ſpeculis ſphæricis conuexis uiſu nō exiſtente in ſuperficie lineæ rectæ æquediſtantis ſpeculo, imago uidetur curua.

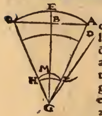


Sit linea recta uiſa a b, & ſit ſpeculi ſphærici conuexi centrū g. erit ergo ſuperficies incidentiæ a g b, extra quã ſit centrū uiſus quod ſit d, ſitq; linea a b æquediſtãs ſpeculo, hoc eſt lineæ contingenti arcū circuli, qui eſt cōmunis ſectio ſuperficiei incidentiæ & ſuperficiei ſpeculi ſecundum medium punctū illius arcus. Dico ꝙ imago lineæ rectæ a b curua uidetur, ducanẽ enim lineæ rectæ d g, à centro uiſus ad centrū ſpeculi, & lineæ g b, g a, à centro ſpeculi ad terminos lineæ a b. Hæ autem lineæ a g & b g cum linea a b æquediſtant ſpeculo, palã ꝙ ſunt æquales per 26. tertij, & per 4. primi, fiat ergo circulus concentricus ſpeculo ſecundū quãtitatem illarū lineaꝝ, quæ ſit a e b, cadet ergo linea a b intra illum circulum, eritq; per 45. uel 46. huius imago arcus a e b curua. Sit ergo imago arcus a e b arcus z t h, ita ꝙ imago puncti a ſit z, & imago puncti e ſit t, & imago puncti b ſit h, & ducatur linea g e ſecans rectã a b in puncto f, palã ergo ꝙ punctus e eſt in eadem linea cū puncto f, ſed remotior à centro g, erit ergo per 23. huius imago puncti e propinquior centro ſpeculi, q̃ imago puncti f, cōmuni utroq; punctoꝝ quæ ſunt a & b, imagines ſunt eædem. Sit itaq; punctus m imago puncti f, erit ergo z m h imago a b lineæ rectæ. patet aūt ꝙ linea z m h eſt linea curua, cū linea z t h ſit curua, & omnium punctorum lineæ rectæ quæ a f loca imaginū ordinen

dinentur ſecundum conuenientem ſibi proportionem inter puncta h & m, reſpectu arcus h m, patet ergo propoſitum, reſectisq́ꝫ lineis a f & b f æqliter, eadẽ eſt demõſtratio.

L.

Lineæ rectæ nõ æquidiſtantis ſpeculo, quæ producta non contingeret uel ſecaret ſuperficiem ſpeculi ſphærici conuexi uiſu non exiſtente in ſuperficie incidentiæ, imago uidetur curua.

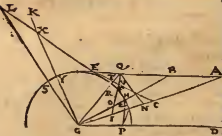


Diſponantur omnia ut in præcedente, niſi ꝙ linea a b nõ æquediſtet ſpeculo, nec contingat nec ſecet ſpeculũ, ſed tantũ obliquetur ſuper ipſum, palam ergo ꝙ lineæ g b & g a productæ ſunt inæquales. Sit ergo a g minor ꝙ̃ g b, & fiat circulus ſuper centrũ g, ad quantitatẽ lineæ a g, minoris, ꝙ̃ ſit a e q, & ducatur g b ultra b, uſqꝫ quo cadat in circulũ in punctũ e, patet autem ex 45. uel 46. huius, qm̃ imago arcus a e eſt curua, pũctus autem imaginis a ſit z, punctus uero imaginis e ſit m, erit quoqꝫ z m. imago arcus a e, & quoniam imago puncti b, eſt remotior à centro imagine puncti e, per 23. huius, patet ꝙ erit imago lineæ a b, curua, quod etiã ꝑ pũcta media arcꝰ a e & a b, faciliter poterit oſtẽdi, patet ergo propoſitum, reſecta quoqꝫ linea a b, ex quacunqꝫ ſui parte ſemper eadẽ eſt demõſtratio quæ prius.

L I.

Imago lineæ rectæ, quæ producta contingeret ſpeculum ſphæricũ conuexum, uiſu non exiſtẽte in ſuperficie incidentiæ, ſemper uidetur curua.

Sit diſpoſitio quæ prius, ita tamen, ut linea a b producta contingat ſpeculum in pũcto e, & ducantur à centro ſpeculi, quod ſit g, lineæ g b & g a, ſitq́ꝫ ut ſuꝑficies incidentiæ, quæ ſit a b g ſecet ſpeculum in arcu, e h, & ſit d centrum uiſus, ſitq́ꝫ ſectio communis ſuꝑficiei reflexiõis in qua ſunt lineæ g a & g d, & ſuperficiei ſpeculi arcus z p. Cõmunis uero ſectio ſuperficiei reflexionis in qua ſunt lineæ g h & g d, & ſuperficiei ſpeculi ſit arcus h p. Palã ergo per ea quæ demõſtrata ſunt in 16. huius, quod forma puncti b



reflectitur, ad uiſum d ab aliquo puncto arcus h p. Si ergo à puncto illo ducatur linea contingens arcum h p, illa ſecabit lineam b g, & finis contingentiæ erit punctus illius ſectiõis Sit punctus ille m, palam eſt, quod ſi à puncto m ducatur linea contingens arcum e h, quod illa cadet circa punctũ e, per 16. primi huius. Quoniã linea a b producta, eſt cõtingens circulum in pũcto e, et punctus b, eſt altior pũcto m. Cadat ergo cõtingens à pũcto m ducta in f, & hæc contingens producta in continuum & directũ, per eandẽ 60. primi huius ſecabit lineã a e, ergo ſecet in pũcto t, & ex alia ꝑte ſecabit lineã g a, per 14. primi huius. Cũ illæ omnes lineæ erãt in una ſuꝑficie, ſecet ergo ipſam in puncto t, fiat quoqꝫ ſupra g terminum lineæ b g, angulus æqualis angulo b g d, per 23. primi, qui ſit angulus b g s, cadẽte pũcto s in periferiã circuli, & ꝓducaꝰ linea g s, ad æqualitatem lineæ g d, quæ ſit g l. Erit ergo per 25. tertij arcus s h æqualis arcui h p, ſicut ergo reflectitur forma puncti b, ad uiſum in puncto d, ab aliquo puncto arcus h d, ſic reflectetur ad punctum l, ab aliquo puncto arcus h s, & erit reflexio a puncto f, ſicut in arcu h p. ſit reflexio à puncto, à quo ducitur contingens ad punctum m, quoniã illi arcus neceſſario ſunt æquales, ut patet per 59. primi huius. Et quoniam à puncto m, uenit utraqꝫ illarum linearum contingentium, palam quod ipſæ ambæ ſunt æquales per 5. octaui primi huius. Ducantur ergo lineæ b f, & l f. Similiter quoqꝫ forma puncti a, reflectitur per 16. huius ad uiſum d, ab aliquo puncto arcus z p. Verum in triangulo curuilineo h z p, duo arcus h z & z p, ſunt minores tertio, per 27. tertij, & per 20. primi. Sed arcus

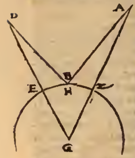
cus h p, eſt æqualis arcui h s. Igitur arcus z p, eſt minor arcui z s. Reſcindat̃ ergo arcus z s, ad æqualitatem arcus z p, quod poteſt fieri auxilio 33. tertij, ſit ergo factũ in puncto y, & ducatur linea g y, quæ producta ad æqualitatẽ lineæ g s, ſecabit neceſſario lineam f l, ideo quia linea g d, eſt æqualis lineæ g b, quia itaq; linea illa ſecat angulum l g z, ergo ſecabit etiã baſem ei ſubtenſam per 29. primi huius. Secet ergo in puncto y, & ſit linea g y k æqualis lineæ g d, palam ergo, quoniã ſicut forma puncti a reflectitur ad uiſum d, ab aliquo puncto arcus z p, ſimiliter eadem forma puncti a, reflectitur ad k, ab aliquo puncto arcus z y, ſed non reflectetur a ad k, niſi ab aliquo puncto quod eſt circa punctum f, ex parte puncti z. Si non dicatur quod a puncto f, uel ab alio puncto arcus f x, reflectitur forma puncti a, ad punctum k, ſit ut fiat illa reflexio à puncto f, palam ergo quod tunc linea ducta à puncto reflexionis f, ſecabit in aliquo puncto lineam b f. Quia linea contingens circulum in puncto e, trãſit per punctũ b, ad illud ergo punctũ cõmunis ſectionis illarũ linearũ a f & b f, reflectetur pũctus k, & ad idem punctũ à pũcto f, reflectetur pũctus l, & ita duo puncta in his ſpeculis reflectẽtur ad idem punctũ ab eodem puncto f, & ex eadem parte diametri uiſualis, quod eſt contra 19 huius. Sed neq; ab alio puncto arcus f y, quoniã tũc ut prius linea ducta à puncto a ad punctũ reflexionis ſecabit lineam b f, ſit punctũ ſectionis u, ad illud ergo punctũ u, reflectetur forma pũcti k & forma puncti l, & ita duo puncta eiuſdem diſtantiæ à centro propoſiti ſpeculi q'd eſt pũctũ g, quoniã ambæ l g, k g, ſunt æquales ipſi g d, ex hypotheſi, & reflectẽtur ad idem centrũ uiſus ex eadem parte diametri uiſualis, quæ ab illo puncto ſectionis lineæ b f, quæ eſt u, eſt ducibilis ad punctũ g cẽtrũ ſpeculi. Erunt ergo p 18. huius angulus l g u æqualis angulo k g u, totũ ſuæ parti, quod eſt impoſſibile, non ergo reflectitur forma puncti a ad punctũ k, ab aliquo puncto arcus f y, reſtat ergo ut pũctus a, reflectatur ad punctum k, ab aliquo puncto arcus z s, alio quàm punctum f, ſi igit̃ ab illo puncto ducatur linea cõtingens circulum, illa producta neceſſario ſecabit lineam a z, & cadet intra puncta z s c per 60. primi huius, ideo quod punctus s, reſpectu diametri g a demiſſior eſt quolibet puncto arcus z s, & ita linea contingens à puncto s, quæ eſt f o, altior eſt alijs contingentibus à punctis arcus z f, ductis. Cadat ergo contingens illa in punctum n, & ducatur linea m n, quæ quidem linea cum tranſeat per arcũ trianguli b m t, & producta diuidat angulum b m t, per 15. primi. Quoniã & ipſa diuidit angulum g m t, ut patet ex præmiſſis, q a ergo diuidit b m t, ergo neceſſario ſecabit baſem b t, per 29. primi huius. Secet ergo ipſum in puncto q, & ducatur linea g q, ſit autem y imago puncti a, et ſit o imago puncti b, & r ſit imago puncti q, palam autem ex 43. huius. Cum punctum b ſit propinquius puncto g, cẽtro ſpeculi quàm punctũ a, erit ergo imago puncti b remotior a puncto g q̃ y imago puncti a, ducatur ergo linea o z, quæ per 11. huius, erit imago lineæ a b, palam etiam per 12. huius, & per 16. quinti, quod proportio a g ad a n, eſt ſicut g i, ad i n, & proportio b g ad b m, per eandem, eſt ſicut g o ad o m, cum ergo lineæ a g & b g, diuidantur ſecundum proportionem ſimilem utraq; ipſarum in duobus punctis, & a punctis diuiſionum ducantur lineæ, quarũ ſcilicet g q & m n concurrant ad idem punctum q, tertia quæ eſt i o, neceſſario concurret ad idem punctum per 124. primi huius. Linea ergo i o producta cadet ſuper punctum q, eſt ergo linea i o q linea recta Igitur linea i o r, non erit recta, ſed linea i o r, eſt imago lineæ a q, quare palã quod imago lineæ a q, erit curua. Poſito autẽ b loco puncti q, & alio puncto lineæ a b, poſito loco puncti b, eodem modo penitus probatur. Quoniam imago lineæ a b eſt curua, & hoc eſt propoſitum.

LII.

Imago lineæ rectæ, quæ producta ſecaret circulũ, qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei incidentiæ, & ſuperficiei ſpeculi ſphærici conuexi, non tamen p centrum uiſu non exiſtente in ſuperficie incidentiæ uidetur curua.

Manente priori diſpoſitione, ſit ut linea a b, producta circulum e b z, qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei incidentiæ & ſpeculi, ſecet in pũcto e, & punctus reflexionis formæ pũcti b, ad punctum i, ſit punctũ f, & ſit m finis contingentiæ, lineæ cõtingẽtis circulum e

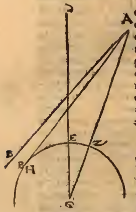
b z, in puncto f productæ ad lineã b g. Reflectetur itaq; b ad d, ab aliquo pũcto arcus h p, ſicut in præcedente propoſitiõe præmiſſum eſt. Arcus quoq; ab illo puncto reflectionis uſq; ad punctum h, aut eſt æqualis arcui h e, aut maior aut minor. Si æqualis, cum per præmiſſa in præcedẽti arcus ille ſit æqualis arcui h f, ideo quia à puncto m, productæ lineæ cõtingentes pertingũt ad arcus æquales per 58. primi huius. Sit ergo q punctus ipſius circuli, in quem cadet contingens ducta à pũcto m ex parte e, igitur linea a e tranſit per punctũ q, & ita linea m q, ſecat lineam a e, trans punctum e, quoniam utrũq; punctorũ e & q, eſt in periferia circuli, & eſt punctũ unũ. Si uero arcus ille ſit minor arcu h e, ſecabit linea q m lineam e a, ultra pũctũ q. ſicut ſecet ipſam in puncto t, ut efficiatur triangulus ducta linea e q. Si uero arcus ille fuerit maior arcu h e, ſecabit linea m q lineam a e, circa punctũ q, quodcũq; iſtorũ accidit iteretur probatio præmiſſæ, & eodem modo penitus probabitur, q̃ imago lineæ a b eſt curua, quod eſt propoſitum.



LIII.

Imago lineæ rectæ, quæ producta trãſiret centrũ circuli, q̃ eſt cõmunis ſectio ſup̃ficiei incidentiæ & ſpeculi ſphærici conuexi, cẽtro uiſus exiſtente in eadem ſuperficie; uel extra illã, non tamen in illa linea, ſemp̃ uidetur recta.

Diſponentur omnia ut in præcedẽtibus, niſi quod hactenus locuti ſumus de paſſionibus harũ linearũ uiſu non exiſtente in ſuperficie incidentiæ, & nunc uiſum ſupponimus q̃nq; eſſe in ſuperficie incidẽtiæ, qui ſit ut prius in pũcto d, & ducatur linea g d, cõcurratq; linea a b protracta cũ circulo e h z, tranſiens ipſius centrũ g, palã ergo quod angulus illarũ linearũ a g, et d g, cadet ſuper g, centrũ ſpeculi, uidebiturq; imago lineæ a b, una linea recta. Imago enim cuiuslibet puncti illius lineæ a b, cũ ipſa ſit in kateto ſuæ incidentiæ diſpoſita, apparebit in ipſa linea a b producta ad centrum g, per 11. huius, erit ergo imago illius totius lineæ rectæ, ſicut et ipſa linea a b producta, eſt linea recta, patet ergo propoſitum.

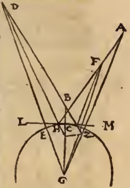


LIIII.

Lineæ rectæ declinatæ à cẽtro circuli, qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei incidentiæ, & ſpeculi ſphærici conuexi, centro uiſus exiſtente in eadẽ ſuperficie incidentiæ, ita q̊d declinatio lineæ ſit ad partem aliam à uiſu, & ſit tangens ſuperficiem ſpeculi, tantum imago unius puncti uidetur.

Ordinentur omnia ut prius in 51. huius, & ſit linea a b declinata ſuper circulum e h z ita quod non contingat centrũ eius. Sitq; uiſus d in ſuperficie incidentiæ, & ſit declinatio lineæ ad partẽ aliam, ab illa in qua eſt uiſus, ut ſi uiſus ſit in parte dextra, declinet punctum a ad ſiniſtrũ, uel econtrario, & linea pertingat ad ſuperficiem ſpeculi, dico q̊d tantum unius puncti lineæ a b, imago uidebitur. Sumatur enim per auxilium 16. huius, pũctus circuli, à quo reflecti poſſit aliquid ad uiſum, qui ſit h, & ſumatur aliqua linea reflexionis punctorum a b, lineæ declinatæ, ut puncti b, & illa cadat forſitan ſuper hanc lineam reflectionis d h, quod ſi fuerit, non uidebitur quædam imago lineæ huius declinatæ quæ a b, niſi ſecundum ſolum illũ punctum b, quod patet ducto kateto incidentiæ à pũcto a, qui ſit a g, tunc enim arcus interiacens punctum h a, quo reflectitur forma pũcti b, & punctum ſectionis circuli e h z, per katetum a g quod ſit z, continet omnia pũcta reflexionis formarum punctorum lineæ a b, ut oſtenſum eſt in propoſitione 50. huius, producta ergo à centro uiſus ad centrum ſpeculi linea quæ ſit g d, ſecans circulũ

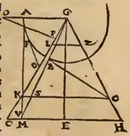
e h z, in puncto e, ſi ſumatur in arcu circuli, qui e h, circa hanc lineam d h punctus, à quo reflectitur ad uiſum aliquis punctus lineæ declinatæ a b, ſed ille pũctus reflectitur à pũcto aliquo arcus h z prius aſſignati, qui eſt terminus lineæ ſuæ reflexionis, cum linea ſuæ reflexionis ſit ultra lineã reflexionis formæ puncti b, & ita ille punctus lineæ declinatæ reflectitur ad eundem uiſum à duobus punctis arcus ſpeculi, quod eſt impoſſibile, & contra 16. huius, non ergo reflectitur ad uiſum ab aliquo puncto arcus e h, interiacentis lineam d g, & punctum reflexionis formæ puncti b, qui arcus non impeditur per lineam interpoſitam uiſui & ſpeculi. Item ſi aliquis punctorum lineæ a b, præter punctum b, reflectetur ad uiſum ab aliquo puncto arcus e h, interiacente lineam d g, & punctum reflexionis formæ puncti b, cum illa puncta, omnia ſint in eadem ſuperficie incidentiæ, ſicut & centrum uiſus, tunc patet per primam 11. quod omnes lineæ reflexionum ſunt in eadem ſuperficie linea ergo incidentiæ ipſius pũcti ſecaret lineam incidẽtiæ formæ puncti b, forma ergo puncti illius ſectionis reflecteretur ad eundẽ uiſum d, à duobus punctis, ſcilicet, à puncto h .ſ. puncto reflexionis formæ puncti b, & ab alio puncto dato, quod totum eſt impoſſibile, & contra 16. huius: non ergo reflectitur aliquis punctorum lineæ a b, præter punctum b, ad uiſum d, ab aliquo puncto arcus e h diſcooperti, licet autem reflectatur quilibet punctus lineæ a b, ab aliquo puncto arcus h z, prius ſumpti, non tamen uidebitur, cum ſit in linea reflexionis quæ occultatur uiſui, per præcedentia puncta lineæ ſolidæ, & ita linea adiacens lineæ reflexionis formæ puncti b, non uidetur uiſu ſic diſpoſito, ut præmiſſum eſt, patet ergo propoſitum.



LV.

Lineæ rectæ declinatæ à centro circuli, qui eſt communis ſectio ſuperficiei incidentiæ & ſpeculi ſphærici conuexi, centro uiſus exiſtente in eadem ſuperficie incidentiæ, ita quod declinatio lineæ ſit ad partem uiſus, ſiue ſit tangens ſuperficiem ſpeculi ſiue non, nullius puncti imago uidetur.

Sit diſpoſitio quæ ſupra, & ſumatur a b linea declinata ut proponitur, & eius declinatio ſit ex parte uiſus d, dico quod nullus punctus illius lineæ uidebitur. Detur enim quod aliquis punctorum illius lineæ poſſit reflecti ab aliquo puncto arcus interiacens lineam reflexionis non impeditam per corpus lineæ interiacentis uiſum & ſpeculum & lineam d g, à cẽtro uiſus ductam ad centrum ſpeculi, & ducatur linea ab illo puncto ad punctum arcus ſumptum, hoc unum ſecabit lineam reflexionis, & punctus ſectionis reflectitur ad uiſum à duobus punctis ſpeculi, quod eſt impoſſibile. Si uero dicatur quod punctus ſumptus in linea a b, reflectitur à puncto arcus circuli, qui eſt ſub illa linea a b, hoc erit impoſſibile, quia totus ille arcus occultatur per lineam interpoſitam uiſui, & ſpeculo abſcindente oẽs lineas reflexionum ſuorum punctorum, & præterea ſecundum hanc diſpoſitionem uiſus eſt ex parte anguli minoris lineæ oblique ſpeculo incidentis, reflexio uero ſolum fit ex parte anguli maioris, ut patet per 33. quinti huius, non eſt ergo poſſibile aliquod punctorum illius lineæ reflecti ad uiſum ſic ſituatarum, nullius ergo puncti illius lineæ a, imago uidetur, quod eſt propoſitum.



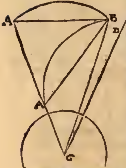
LVI.

Lineæ rectæ obliquæ nõ tangentis ſuperficiem ſpeculi ſphærici conuexi

 uiſu

uiſu exiſtente in ſuperficie incidentiæ, ita quod obliquatio lineæ ſit ad partem aliam à uiſu, modicum imaginis uidetur, & erit imago ſemper curua.

Diſponantur omnia ut in præcedentibus, ſitq́; linea a b, obliquata ſuper ſuperficiem ſpeculi, ita ꝙ producta centrum eius non tranſeat nec tangat ſuperficiem ſpeculi, ſed diſtat punctus b aliqualiter ab illa in aere exiſtens, ſitq́; uiſus d, incidentis illius lineæ a b, dico quod modicum imaginis lineæ a b, uiſui occurret, ducatur enim linea d b, ſuper ſuperficiem ſpeculi incidens in punctum c circuli e h z, quæ eſt communis ſectio ſuperficiei incidentiæ & ſuperficiei ſpeculi: à puncto quoq; c, ducatur linea contingens circulum ꝑ 16. tertij, quæ ſit l o y, & ſuper c tantum lineæ m c, fiat angulus æqualis angulo d c l, ſecans lineam a b, in puncto f, & à puncto f ducatur kathetus f g ad centrum ſpeculi. & ducatur kathetus b e, palam itaq́; quod forma puncti f, reflectitur ad uiſum d, à puncto c per 20. quinti huius, eritq́; locus imaginis in linea f g, ſimiliterq́; forma puncti b, cum non habeat aliquod obſtaculum reflectetur ad uiſum ab aliquo puncto ſpeculi, & locus imaginis erit in linea b g per 11. huius, & quia propter interpoſitionem lineæ ſolidæ quæ f b, alia puncta lineæ a b, non poſſunt reflecti ad uiſum, niſi puncta lineæ b f, quorum omnium imago cadit in linea ducta, à punctis ſectionũ linearum reflectorum punctorum b & f, & kathetorum b g & f g, quæ eſt res modica, patet quod imaginis lineæ a b, pars modica uidetur, quod eſt propoſitum. Augetur tamen illa quantitas imaginis ſecundum quod centrum uiſus in eadem ſuperficie declinat plus ad ſuperficiem ſpeculi, unde ſi uiſus perueniat inter ſuperficiem ſpeculi & punctum b, totius lineæ a b uidebitur imago. tunc enim cadit hæc linea a b inter lineam reflexionis formæ puncti a, & inter productum katetum a ultra lineam a b, & ſi taliter ſituetur hæc linea a b, ut cadat inter lineam reflexionis d c, & inter lineam per punctum reflexionis puncti b, tranſeuntem ad centrum ſpeculi, poterit uideri imago totius lineæ. Videbitur autem imago totius lineæ a b, uel partis eius ſemper curua, quod poteſt oſtēdi per modũ 50. huius, & minuitur curuitas imaginis huius lineæ, ſecundum quod magis acceſſerit ad lineam tranſeuntem ad centrum per punctũ reflexionis formæ puncti b, uniuerſaliter uero quidquid interpoſitum uiſui & ſpeculo, impedit peruentum formarum punctorum ſpeculi ad uiſum, illius imago nō uidebitur in his ſpeculis. Hæc autem quæ hic propoſita ſunt, intelligenda ſunt de lineis occurrentibus uiſui in arcu circuli, qui apparet uiſui, utpote in arcu qui interiacet duas contingentes ductas à centro uiſus ad ſpeculum, quoniam ille ſolum opponitur uiſui per 5. huius, linearum uero concurrentium cum ſpeculo in parte circuli occulta uiſui in aliqua poteſt eſſe equediſtans lineæ contingenti, & illa non uidebitur, ſimiliter eſt conterminalis illi æquediſtanti, & illa non uidebitur, ſimiliter & conterminalis illi æquediſtanti, quæ cadet ſub æquediſtante penitus occultabitur uiſui, ſed linea terminali æquediſtanti cadens ſuper ipſam ex parte illa, poterit uideri, & hæc experimentantium induſtriæ ex præhabitis principijs relinquimus demonſtranda, erunt tamen hoc modo uiſarum linearum rectarum imagines ſemper curuæ.

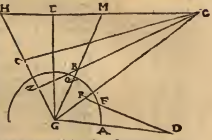


LVII.

Viſu exiſtente in ſuperficie incidentiæ lineæ rectæ non concurrentis cum ſuperficie ſpeculi ſphærici conuexi, ſed æquediſtantis lineæ interiacenti centrum ſpeculi & uiſus, uel concurrentis cum illa extra ſpeculum ex parte uiſus, imago uidebitur curua.

Sit

Sit d centrum uiſus, & g centrum ſpeculi, & h e, ſit linea uiſa, quæ quidẽ linea nõ cõcurrat cum circulo qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei incidentiæ & ſpeculi, ſed ſit æquediſtans lineæ d g, uel ſecet eam ex parte d, ſit quoq; a b circulus qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei incidentiæ uel reflexionis, in qua ſunt lineæ d g & h e, & ſuperficiei ſpeculi ꝓpoſiti, & producat̃ linea h g, in qua ſit punctus z, imago puncti h, punctus quoq; circuli à quo reflectitur forma puncti h, ad uiſum d ſit b, ducaturq́; à puncto b, linea circulũ cõtingens, quæ ſecet lineã h g, ſuper punctũ t, eritq́; punctus t finis contingentiæ, ducatur etiã linea g b, quæ producta neceſſario continet cũ linea h e. Si eñ h e fuerit æquediſtans d g, concurret quidam per ſecundã primi huius. Si uero d g concurrat cũ h e, multo fortius g b cõcurret cũ eadem ꝑ 29. primi huius, cõcurſus quoq; ille aut erit in linea h e, aut ultra hanc lineam, ſi ultra concurrat in puncto m. Ducat̃ quoq; linea m g, quæ erit kathetus incidentiæ puncti m, erit imago puncti m, ſitq́; q imaginata quoq; linea à puncto reflexionis formæ puncti m, ad lineam g m, producta, finis contingentiæ ſit punctus g, & ducatur linea z q, copulans loca imaginũ. Similiter ducatur linea t s, copulãs fines contingentiarum, ſit quoq; ut linea d g, ſecet circulum a b, in puncto a, & producatur à puncto a, linea contingens circulum quæ ſit a b, palã itaq;, q̃m arcus a b, eſt minor quarta circuli, cũ uiſus diuidcat ex circulo minus medietate ꝑ 3. huius, q̃re angulus a g b, eſt acutus per ultimam ſexti, & angulus u a g eſt rectus per 17. tertij, igit̃ linea a u cõcurret cum linea g b, per 14. primi huius, cõcurrat ergo in puncto u. Dico quia punctus u, cadet ultra punctum s, quia cũ per 17. huius, punctus m reflectit̃ ab aliquo puncto arcus a b, & punctus a, ſit demiſſior illo puncto reflexionis formæ puncti m, erit finis contingentiæ lineæ ductæ à puncto a contingentis circulum altior fine contingentiæ illius puncti, per 60. primi huius, & ita erit punctus s, demiſſior puncto u. Protrahat̃ ergo linea t s, donec cõcurrat cũ linea u a, cõcurret aũt per 14. primi huius, & ſit concurſus in puncto k, & ducatur linea g k, quæ producta cõcurret cum h m, per ſecundã, uel per 29. primi huius, ſit concurſus in puncto c, pũctus itaq; c reflectit̃ ad uiſum d, ab aliquo puncto arcus a b, quod patet per 47. quæ demonſtranda ſunt in 16. huius, ſit lineæ punctus f, à quo ducatur linea contingens ſpeculũ uſq; ad kathetum g c, quæ quidem erit demiſſior q̃ linea a k, & ſit f o, ſecans lineam g c, in puncto o, qui ſit finis contingentiæ g d, per 60. primi huius, erit punctus o demiſſior pũcto k, ſunt eñ puncta k & o, fines contingentiaꝝ, producat̃ quoq; linea d f, uſq; quo cadat ſuper g c kathetũ, cadet aũt per 9. huius, ſit ergo ut cadat in punctũ r, & producatur linea z q, uſq; ad lineam g c, & cadat in punctum l, dico q̃m punctum l, eſt altius q̃ punctũ r, linea eñ h c & c k, & z l, aut ſunt æquediſtantes aut concurrunt, ſint primo æquediſtantes, cum ergo hæ lineæ æquediſtantes ſecent lineam c g i, ſuper tria puncta c k l, & ſecent utrãq; lineaꝝ m g & h g, & cũ ſit proportio lineæ h g ad h c, ſicut lineæ g z ad z c, per 9. huius, & per 16. quinti, & ſimiliter cũ ſit ꝓportio lineæ m g ad m s, ſicut g q ad q s, erit eadẽ ꝓportio g c ad c k, q̃ g l ad l k, per 2. ſexti, ſed palam per 11. huius, q̃m r eſt imago puncti c, linea eñ d f, eſt linea reflexionis concurrens cum katheto c g, in puncto r & o, eſt finis contingentiæ, eſt ergo per 12. huius, & per 16. quinti, proportio g c ad c o, ſicut g r ad r o, ſed minor eſt proportio g c ad c k, q̃ g c ad c o, per 8. quinti, & ita erit minor proportio g l ad l k, q̃ g r ad r o, erit ergo econtrario conuerſim per 6. primi huius, minor proportio l k ad g l, q̃ r o ad g r, eſt ergo minor proportio linea o r ad g r, q̃ k l ad g l, ergo coniunctim ꝑ 15. primi huius, minor ꝓportio eſt o g ad r g, q̃ k g ad l g, ſed k g eſt minor q̃ o g, ergo per 8. quinti, l g eſt minor q̃ r g, eſt ergo punctus r demiſſior puncto l, ſed z q l eſt linea recta, ergo linea z q r, eſt linea curua, ergo imago lineæ h e, eſt curua, erit ergo probare quod, imago lineæ

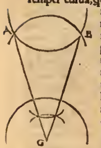


h e, rectæ ſit curua. Si uero lineæ h m, t z, & z q, non ſunt æquediſtantes, concurrãt ergo, & erit cõcurſus, aut ex pte d, aut ex parte h, ſit ex parte d, & concurrat in puncto c, erit ergo per 5. huius z q t, linea recta, quare z q r erit curua, eſt ergo imago lineæ h e, rectæ curua, demonſtratione completa ut prius, hoc ergo eſt propoſitum.

LVIII.

Omnis arcus circuli in cuius ſuperficie incidentiæ fuerit centrum uiſus imago ſenſibiliter apparens intra ſpeculum ſphæricum conuexum uidetur ſemper curua.

Sit arcus uiſus a b, & ſit centrum ſpeculi punctum g, & centrũ uiſus pũctum d, ſitq́ꝫ hoc centrum uiſus in ſuperficie incidentiæ, quæ eſt a b g, dico qđ imago arcus a b, uidet̃ ſemper curua, qa ſenſibiliter intra ſpeculũ uidet̃, ducatur eñ corda a b, palamq́ꝫ ex præmiſſis ꝓpoſitionibus, qm̃ imago cordæ a b, ſecundum omnem ſui ſitũ, reſpectu ſpeculi uidet̃ ſemper curua, niſi ſolũ tunc qñ ipſa ſit in katheto incidentiæ unius ſuæ extreminatis, ut cum ipſa eſt perpendicularis ſuper ſpeculi ſuperficiem pertranſiẽs eius centrum, tunc eñ ipſius imago uidetur recta, ut patet per 52. huius, arcũ uero a b, eſſe ĩ katheto incidẽtiæ ſuaꝝ extremitatum eſt impoſſibile, cũ quilibet ſuoꝝ punctorum diuerſum habeat incidentiæ kathetũ, ergo nunq̃ꝫ uidebit̃ imago arcus taliter diſpoſiti in linea recta, qm̃ ſemꝑ loca imaginũ diuerſoꝝ punctorũ in diuerſis ſunt kathetis, curuitas uero imaginis poteſt faciliter concludi ſecundum modum quo in præcedentibus in lineis rectis uſi ſumus, & coadiuuabit ad hæc 44. huius, patet ergo propoſitum.



LIX.

Conuexitas imaginum quorumlibet arcuum cum locus ipſarum eſt intra ſpeculum ſphæricũ cõuexũ uel extra ipſum, conuexitati arcuum ſit contraria ſecundum ſitum.

Eſto qđ arcus a b reſpiciat ſecundũ ſui concauũ uel conuexum centrum ſpeculi ſphærici conuexi, qđ ſit punctum g, dico quod cõuexitas ipſius imaginis erit contraria ſecundum ſitum conuexitati ipſius ſpeculi, qm̃ imago totaliter eſt intra ſpeculum, uel totaliter extra, uel ſecundũ partem intra, ſecundũ partem extra, & ſecundũ partem in ipſa ſuperficie ſpeculi, loca eñ imaginum punctoꝝ remotioꝝ à ſupficie ſpeculi fuerint ꝓpinquiora centro ſpeculi, & loca pũctoꝝ ꝓpinquoꝝ ſpeculi ſuperficiei fuerint remotiora à centro ſpeculi, ut patet per 23. huius, & quia imagines accipiunt continuitatem ſitus ſuarum partium à continuitate rerum, quaꝝ ipſæ ſunt imagines, patet qđ conuexitas ipſarum imaginũ conuexitati ipſorum uiſorum arcuum ſit contraria ſecundum ſitũ, prout etiã oſtendimus per 43. huius, patet ergo propoſitum.



LX.

Imaginum curuarũ eiuſdem arcus uiſi remotioris à centro ſpeculi ſphærici conuexi curuior uidetur.

Sit a b arcus, cuius punctus medius ſit e, & cuius arcus imago ſit curua, & eius corda ſit a b, linea recta, ſitq́ꝫ centrum ſpeculi g, dico quod accedente linea a b ad ſpeculum, imago eius ſit minoris curuitatis, & recedente ipſa ſit maioris, ducantur enim katheti a g & b g, in quibus erunt loca imaginum punctorũ a & b, per 11. huius, quia itaqꝫ accedente linea recta a b, ad ſuperficiem ſpeculi, angulus a g b, ſit maior, & recedente ipſa angulus a g b, ſit minor, per 34. primi huius, imago uero puncti e, plus elongati à centro ſpeculi ſit propinquior centro ſpeculi, & imago eiuſdem approximantis ſpeculo ſit remotior à centro, extrema uero puncta illius imaginis ſemper ſunt

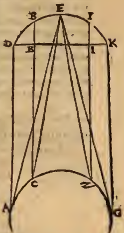
in

in kathetis a g & a b, patet ergo quod imago arcus a b, remotioris à centro ſpeculi plus coanguſtatur, & approximatis plus ampliatur, & ſecundum hoc ipſius curuitatis modus uariatur modo propoſito, quoniam ipſius remotioris à centro ſpeculi imago fit curuior, & propinquioris fit minus curua, quoniam ipſa ſemper ſit pars circuli maioris in acceſſu ad centrum ſpeculi, & ſit pars circuli minoris in receſſu à centro, & ſecundum quantitatem acceſſus illius & receſſus uariatur quantitas dictarum imaginum, patet ergo propoſitum.

LXI.

Omnis imago in ſuperficie ſpeculi ſphærici conuexi uiſui occurrens ſemper apparet conuexa.

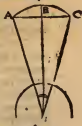
Eſto ſpeculum ſphæricum conuexum a g, ſit centrum uiſus e, & ſit linea recta uel curua uiſa d h, in qua ſignentur puncta b & q, ſitque ut loca imaginum iſtorum punctorum ſint in ſuperficie ipſius ſpeculi lineis incidentiæ exiſtentibus ipſis, quæ d a, b c, i z, k g, lineis quoque reflexionis exiſtentibus a e, c e, z e, & g e. Si itaque aliqua illarum linearum reflexionis ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi, palam per 72. primi huius, quoniam ipſa tranſibit centrum ſpeculi, ergo per 8. ſecundi, uel per 21. primi huius, illa erit breuiſſima omnium linearum illarum reflexionis, & illi propinquiores ſunt remotioribus breuiores, patet ergo, quoniam illa imago uidetur curua, quoniam aliqua pars ipſius propinquior eſt uiſui, & aliqua remotior: idem quoque accidit, ſi nulla illarum linearum reflexionis ſit perpendicularis ſuper ſpeculi ſuperficiem, quoniam ducta perpendiculari linea à puncto e, ſuper ſuperficiem ſpeculi per 11. undecimi, palam quod omnes lineæ reflexionis illi perpendiculari remotioribus ſunt longiores, & ſic iterum imago lineæ rectæ uel curuæ, quæ eſt d k, occurrens uiſui in ſuperficie ſpeculi uidetur ſemper curua, & quoniam eodem modo eſt demonſtrandum de qualibet imagine apparente in ſuperficie ſpeculi, patet ergo propoſitum.



LXII.

Imago lineæ curuæ ſecundum eius concauitatem reſpicientis ſuperficiem ſpeculi ſphærici conuexi nonnunquam uidetur recta.

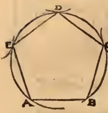
Sit linea curua a b c, oppoſito ſpeculo ſphærico conuexo ſecundum ſui partem concauam, dico quod nonnunquam imago ipſius poteſt uideri linea recta, ducatur enim eius corda recta linea quæ ſit a b, palam per plures præmiſſarum propoſitionum lib. huius, quoniam in aliquo ſitu imago ipſius lineæ rectæ uidetur curua curuitate reſpiciente centrum ſpeculi, quia ergo extremitates lineæ curuæ a b c, quæ ſunt a & c, uidentur in extremitatibus imaginis lineæ rectæ a c, imaginetur ipſi curuæ imagini lineæ rectæ ſic ſubtendi corda intra ſpeculum, Si itaque hoc accidit, quod eſt poſſibile, ſicut curuitas ipſius arcus quæ eſt a b, ſit ſimilis curuitati imaginis ipſius cordæ, ita quod eius ſitus uerſi hinc inde ſint ſimiles, palam per 23. & per 43. huius, quod imago lineæ curuæ quæ a b c, erit in linea recta ſubtenſa per modum cordæ ipſi imagini curuatæ, uidebitur ergo linea recta imago ipſius curuæ lineæ a b c, quod eſt propoſitum. Patet hoc etiam aliter, quia enim ut in præmiſſa proxima dictum eſt, omnis imago in ſuperficie ſpeculi ſphærici conuexi uiſui occurrens, ſemper uidetur conuexa centrum ſpeculi reſpiciens ſecundum eius concauitatem, & eiuſdem arcus imago cadens intra ſpeculum reſpiciat centrum ſpeculi ſecundum ſui concauum, cum ergo non eatur ab extremo in extremum ſine medio in huiuſmodi reflexionibus & ſuperficiebus partium eiuſdem imaginis, palam quod illa imago in aliquo ſitu habeat diſpoſitionem rectitudinis, et quia omnia loca imaginum punctorum illius arcus cadent in unam lineam rectam, quem ſitum tamen & uiſus & rei uiſæ & ſpeculi perquirere eſſet



eſſet longum & inutile, patebit tñ ſimpliciter ex præmiſſis uia illud perquirere uolenti, per hunc itaq; modum accidit circulum quandoq; uideri ad modũ ſemicirculi & diametri, & ex portione circuli fit portio reuerſa, ita quod imago rectæ lineæ ſit curua, & curuæ lineæ ſit recta, & quandoq; ambæ uidentur curuæ ad eandem partem, ſi curuitas arcus uiſi ſit minor curuitate imaginis ſuæ cordæ, & quãq; ad partes diuerſas, ſicut interſectione duorũ circulorũ inæqualium ſuperficies incluſa, & harum imaginum & multa diuerſitas, quã ex præmiſſis principijs diligenti ſolertiæ relinquimus exquirendam. In his itaq; ſpeculis imago lineæ rectæ apparet curua, & lineæ curuæ imago ſemper uidetur curua, & quãq; apparet uiſui curua: & qđ oſtendimus de lineis, accidit etiã in ipſis ſuperficiebus planis cõcauis et conuexis per lineas quæ inſunt illis ſuperficiebus, & idem penitus eſt in lineis longitudinis & latitudinis ipſarũ. Si autẽ ꝓponatur uiſui in his ſpeculis corpus curuum longum, modicum habens latitudinis, apparebit illius corporis curuitas manifeſte, cũ ipſa diſcerni poſſit, per ea quæ ſunt ſupra corpus, aut circa illud aut intra, nõ eñ bene diſcernit̃ curuitas nõ magna, qñ occultæ fuerint extremitates longitudinis & latitudinis, unde in corpore conuexitatis modicæ, & quantitatis magnæ nõ bene diſcernitur eius conuexitas, licet imago ipſius ſit conuexa, cũ non appareant termini corporis in longitudine uel latitudine, qui termini coadunant non modice comprehenſionem conuexitatis.

LXIII.

A ſuperficie ſpeculi ſphærici conuexi ex diuerſis ſuperficiebus ſphærarũ oppoſita, formæ reflexæ monſtruoſe imaginis uidentur.



Quia eñ diuerſarũ ſphæricarũ ſuperficierũ diuerſa ſunt centra, & locus imaginis cuiuſq; puncti in ſpeculis ſphæricis conuexis per 11. huius, eſt in katheto ſuæ incidentiæ ducta à puncto uiſo ad centrum ſpeculi, hæc autẽ centra diuerſificant̃ in huiuſmodi ſpeculis irregularibus, patet ergo quod formæ diuerſorũ punctorũ in partes diuerſas protrahantur, & qñ à tota ſuperficie ſit reflexio, & pũcta reflexa, ſecũdũ loca diuerſificant̃, nõ ſecundum eundem ſitum, patet quod imago tota quæ ex locis talium punctorũ aggregat̃ & unit̃ ſuarũ ꝑtium recipit inordinatũ ſitum, uidet̃ ergo imago in talibus ſpeculis monſtruoſa, & fit extenſio uniformis aliquarũ ſuarũ partium ſecundum uniformem extẽſionem illarum ſuperficierum, & aliarum partium fit deformitas ab alijs, unde quædam imaginis partes trahuntur in longum, quædam in latum, quædam in tranſuerſum, ſecũdũ ꝗđ partes aliquæ ſuꝑficiei ſpeculi reſpiciunt diuerſa centra diuerſarum ſphærarum, patet ergo propoſitum.

LXIIII.

Poſſibile eſt per plura quotcunq; quis uoluerit conuexa ſphærica ſpecula eiuſdem puncti imaginem uideri.

Fiat hæc diſpoſitio quæ in 58. quinti huius, de ſpeculis planis dicta eſt, ſitq; a centrũ uiſus, & punctus uiſus b, & deſcribatur exempli cauſa poligonium æquilaterum & æquiangulum, quod ſit a b g d e, & ad puncta g d e, ſint ſpecula ſphærica conuexa contingentia puncta angulorũ æqualium, & imaginentur lineæ contingentes ſpecula in eiſdẽ punctis, ut in puncto g, linea s k, & qñ angulus b g k, eſt æqualis angulo d g l, palam ꝑ 20. quinti huius, qñ forma puncti b, reflectetur à puncto g, ad punctum d, & eadem ratione à puncto d, ad punctum e, & à puncto e, ad punctum a, hoc aũt eſt qđ ꝓponebat̃.

LXV.

A ſuperficie unius ſpeculi ſphærici conuexi ignem impoſſibile eſt accendi, ex plurium tamen compoſitione poſſibile.

Quoniam eñ ut oſtenſum eſt in 15. huius lineæ reflexionis formæ eiuſdem puncti à diuerſis punctis eiuſdem ſpeculi ſphærici conuexi non ſunt æquediſtantes, attamen in centro unius uiſus non concurrunt, ergo neq; radij ſolares uel alij ſuperficiei huius ſpeculi

culi incidentes in aliquo unꝙ puncto poſſunt concurrere, ſed diſperguntur in ipſo medio, non ergo illi aggregati radij unꝙ corpus aliquod quodcunqꝫ uel ipſum ſit combuſtibile poſſunt incēdere, ut reflectūtur à ſuperficie ſpeculi unius, ex plurium tñ ſpeculoꝝ cōpoſitione poſſet aliqd huiuſmodi effici, ita ut à quolibet illoꝝ ſpeculoꝝ uno puncto reflectetur unus radius ad unum punctū, cū alioꝝ ſpeculoꝝ radijs concurrens, & ſic fortificaretur actio radiorum in illo puncto, & ſecundum numerum ſpeculorum fieret numerus radiorum, & unio uel aggregatio radioꝝ uirtutis. Hæc aūt ſpeculoꝝ compoſitio plus eſſet difficilis ꝙ utilis, unde tali operi nos nō dignum credimus inſiſti, patet itaqꝫ propoſitum.

LIBER SEPTIMVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS.

ORdinis realis ſeries nos ammonet, ut qui planorum ſpeculorum & ſphæricorum conuexorum paſſiones proprias prout potuimus tranſcurrimus, nunc ad ſpeculorum columnariū & pyramidalium proprietates diuertamus. Sunt eñ ſpeculoꝝ iſtorum aliquæ paſſiones, ex paſſionibus præmiſſorum ſpeculorum conſtantes uel compoſitæ, ſicut & figuræ iſtoꝝ ſpeculorum ex figuris illoꝝ præmiſſoꝝ ſpeculoꝝ aliqualiter cōponunť. Speculū eñ columnare cū ſit pars columnæ rotundæ, ſicut in octaua & in decimaquarta, & in decimaquinta quinti huius declarauimus. Palam ex præmiſſis in primo libro huius ſcientiæ, & in principijs undecimi Euclidis, qm̃ pyramis fit ex tranſitu rectanguli, quod uno ſuoꝝ laterum fixo motis alijs circumducitť, quouſqꝫ redeat ad locum unde motus accepit principium. Speculum quoqꝫ pyramidale cauſatur ex motu trigoni rectanguli, cuius unum lateꝝ rectum angulū continentium figitur, & alia duo modo præmiſſo quouſqꝫ ad locum unde moueri cœperūt circūducuntur. Vtrumqꝫ ergo iſtoꝝ ſpeculoꝝ, quia ex motu linearū rectarum ortum habet, palam quia rectarum paſſiones proprias non euadit. In quantum uero illæ lineæ cauſant ſpeculoꝝ figuras cū circulariter circūferuntur, in tm̃ hæc ſpecula paſſiones circulares, hoc eſt ſphæricas, quaꝝ origo eſt circulus, cōmuniter cōſequūtur, & hoc maxime in ſpeculis colūnaribus euidentius apparet, prout manifeſtabimus in proceſſu. Proprie uero iſtoꝝ ſpeculoꝝ paſſiones ut illæ quæ ſecundum oxigonias ſectiones accidunt, quæ ſolis his ſpeculis, ſiue ſint conuexa, ſiue concaua conueniunt, ex quadam cōmuni natura linearum rectarum, & motus accidūt in illis, hæc ergo ſpecula poſteriorē ordinē recipiunt à plana ſpecula & ſphærica conuexa. Prius uero de his ſpeculis columnaribus & pyramidalibus conuexis proſequemur quàm de quibuſcunqꝫ cōcauis & ſphæricis, propter ſimplicitatē paſſionū ſpeculoꝝ cōuexoꝝ reſpectu concauoꝝ, ut illarum quæ in alias deſcendunt, quæ uero præmittimus ſunt iſta.

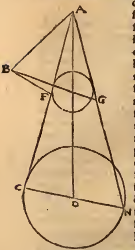
Maius ſpeculum columnare uel pyramidale conuexum uel concauum dicimus, qđ eſt pars maioris columnæ uel pyramidis & maius quàm eſt pars minoris. Axem ſpeculi columnaris uel pyramidalis, dicimus axem illius columnæ uel pyramidis cuius pars ſpeculum exiſtit. Baſes ſpeculorum ꝓpoſitorum dicimus baſes ſuarum columnarum uel pyramidum quaꝝcūqꝫ. Diametrum uiſualem dicimus lineam à centro uiſus perpendicularem, ſuper ſuperficiem ſpeculi, & ad axem productam, & eadem dicitť kathetus reflexionis. Kathetus incidentiæ dicitur ut prius linea perpendicularis ducta à puncto rei uiſæ ſuper lineam quæ eſt cōmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, utpote ſuper lineam rectam, quæ eſt linea longitudinis ſpeculi, uel ſuper circulum, uel ſuper oxigoniam ſectionem, ſecundum quod ab aliqua iſtarum lineaꝝ reflexio ꝓcedit. Finis cōtingentiæ dicitur punctus in quo alter kathetoꝝ ſecat lineā in puncto reflexionis ſpeculum ſecundum circulum uel ſectionem oxigoniam contingentem.

Metam locorum dicimus ut in ſpeculis ſphæricis punctum uel lineā ultra quam imagines non uidentur.

THEOREMA I.

Oppoſito uiſui ſpeculo columnari uel pyramidali conuexo orthogonaliter erecto, ita ut uiſus non ſit in ſuperficie ſpeculi, aut ei continua linea recta à cētro uiſus ducta cum axe ſpeculi in uertice acutum angulum tenente à parte ſuperficiei ſpeculi interiacente ſuperficies contingentes ductas à centro uiſus ad ſpeculi ſuperficiem ſolum fit reflexio ad uiſum.

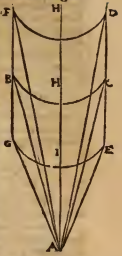
Hoc quod hic proponitur uniuerſaliter conuenit ſpeculo columnari conuexo, ſiue ſecundum angulum rectum ſiue ſecundū acutum ſibi incidat linea uiſualis, ſemper enī ſicut per 78. quarti huius oſtenſum eſt, minus medietate ſuperficiei columnaris uiſui occurrit, & ab illa ſolum fit reflexio ad uiſum, hæc autē ſuperficies ſpeculi columnaris contenta eſt duabus ſuperficiebus à centro uiſus productis ſecundum lineam longitudinis contingentibus columnam, & quoniam huius paſſionis idem eſt demonſtrandi modus in utroq; propoſitorū ſpeculorū, difficilius uero in pyramidalibus, ſufficit exempli cauſa ꝓpoſitū in ſpeculis pyramidalibus demonſtrari. Sit itaq; ſpeculum pyramidale conuexum, cuius axis ſit a d, & uertex a diameter baſis c n, centrū baſis d, & ſit hæc pyramis erecta ſuper ſuperficiem horizontis, ita quod non inclinetur ſuper illam, & ſit centrum uiſus b, cōcurrat q; linea b a, à uiſus centro ad uerticem ſpeculi producta cum axe datæ pyramidis continens cum ipſo angulum acutum, qui eſt d a b, dico quod ſolum à parte ſuperficiei conicæ huius pyramidis quæ interiacet ſuperficies contingentes ductas à centro uiſus ad eandem ſuperficiem, fit reflexio ad uiſum, imaginentur enim ſuperficiem à centro uiſus prodeūtem, quæ ſecet pyramidem orthogonaliter per axem, & palam per 100. primi huius, quoniam communis ſectio illius ſuperficiei, & ſuperficiei pyramidis erit circulus æquediſtans baſi pyramidis. Sit ergo ille circulus f g, à centro uiſus ducanē duæ lineæ f g & b g, illum circulum contingentes per 16. tertij, & per 101. primi huius, ducantur à punctis f & g, duæ lineæ longitudinis pyramidis, quæ ſint c f a, & n g a, palam itaq; quoniam ſuperficies in qua ſunt lineæ c f a, & linea b f, continget pyramidem. Si enim dicatur quod ſecet illam & non contingit, palam quoniam linea b f, quæ eſt in illa ſuperficie ſecabit circulum f g, & non continget, ducta autem eſt ad contingentiam, ſecare igitur eſt impoſſibile. Superficies ergo illa pyramidem cōtinget, & ſimiliter oſtendēdū eſt de ſuperficie in qua ſunt lineæ n g a, & b g, quoniam & illa pyramidem continget, ſuperficies ergo pyramidis interiacens has duas ſuperficies contingentes uiſui occurret, & ſolum ab hac fiet reflexio ad uiſum, quia ut per 16. ſecundi huius, oſtenſum eſt longior radius ad circulum columnæ uel pyramidis rotundarum perueniēs, quaſi linea contingens eſt, patet ergo propoſitum, quoniam in ſpeculo columnari eſt ſimiliter demonſtrandum.



II.

Si à centro oculi ad lineas quæ ſunt termini ſuperficierum ſpeculorum columnarium uel pyramidalium conuexorum apparentium uiſui duæ ſuperficies reflexionis producantur, neceſſe eſt per ipſas ambas ſpeculum contingi.

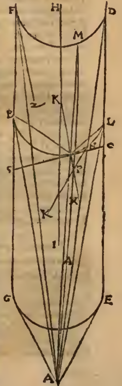
Verbi



Verbi gratia. Sint conuexo ſpeculo columnari quod ſit d f, e g, duæ lineæ longitudinis, quæ ſint d e & f g, ſintq́ illæ lineæ termini ſuperficiei columnæ ſpeculi apparentis uiſui, ut patet ex præmiſſa, & per 78. quarti huius, & ſit centrum uiſus a, productisq́ lineis a d, a f, a g, a e, erunt ſuperficies trigonæ a d e, & a f g, dico qđ illæ ſuperficies cõtingent columnam. Si eñ dicatur qđ altera ipſaꝝ ſecat columnam, ut ſuperficies a d e, planum eſt quod illa ſectio erit ſuper lineam longitudinis d e, in qua cadit illa ſuꝑficies, & ſimiliter erit ꝓcedere ſi ſuperficies a f g, ſecet columnam, & ſit ſectio ſuper lineã f g. Sit ergo ut ſuperficies plana pertranſiens centrum uiſus ſecet columnam æquediſtanter baſibus, eritq́ per 100. primi huius, ſectio communis illi ſuperficiei & ſpeculi circulus, qui ſit b c, hæc ergo tranſit per duas lineas londitudinis d e, & e f g, ducantur ergo lineæ a b & a c, ad hunc circulum, hæ ergo cum ſint in illis ſuperficiebus ſecantibus ſuperficiem columnæ, ſecabunt circulum b c, minus ergo uidebitur de arcu b c, q̃ ſit, illud quod ſub lineis circulum b c, contingentibus à centro uiſus puncto. ſ. a, ductis continetur, qđ eſt contra ea quæ declarata ſunt in 51. quarti huius, & ſimiliter de baſibus colũnæ declarandum. Nõ erunt ergo illæ ſuperficies productæ ad terminos ſuperficiei columnæ apparentis uiſui, ſed citra illas, quod eſt cõtra hypotheſim. Eodem modo quoq; eſt de ſpeculis pyramidalibus demonſtrandum, & ſequitur idem impoſſibile, q̃d prius per 84. quarti huius, quod eſt contra hypotheſim, patet ergo propoſitum.

III.

Communis ſectio omnium ſuperficierum à uiſu productarũ cõtingentiũ ſpeculũ columnare conuexum, eſt linea tranſiens centrũ uiſus æquediſtanter axi illius ſpeculi.



Quod hic ꝓponiẽ, eſto eñ axis ſpeculi columnaris conuexi h k i, & baſis ſuperior columnæ circulus f d, cuius centrum ſit h, & inferior baſis circulus g e, cuius centrum i, & communis ſectio alicuius ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi columnaris ſit circulus b l, cuius cẽtrum k, eũ itaq; axis h i, qui orthogonaliter eſt ſuꝑ baſes, ut patet per 95. primi huius, ſit etiã orthogonalis ſuꝑ circulũ b l, per 100. & p 23. primi huius, & per eadẽ ſint lineæ longitudinis columnæ d e & f g, orthogonales ſuꝑ circulũ b l, ſuperficies ergo contingentes columnam ſecundũ illas lineas d e & f g, erectæ erunt ſuꝑ circulum b l, per 18. undecimi, ergo & ſuper ſuperficiem reflexionis ſecantẽ columnam ſecundũ illum circulũ b l, ergo per 19. undecimi, cõmunis ſectio illaꝝ ſuperficieꝝ contingentium columnã orthogonaliter erit ſuper illam ſuperficiẽ reflexionis, ergo per 6. undecimi, illarum ſuperficieꝝ cõmunis ſectio æquediſtans erit axi columnæ q̃ ſuper eandẽ ſuꝑficiem eſt orthogonaliter erecta, ſecant aũt illæ ſuperficies ſe in centro uiſus, qm̃ centrum uiſus in omnibus illis exiſtit, ut patet ex hypotheſi de ſuꝑficiebus planis ſpeculum ꝓpoſitum cõtingentibus, & de ſuꝑficie reflexionis ex 27. quinti huius, patet ergo ꝓpoſitum.

IIII.

Ad quodcunq; pũctum ſignatũ in ſuperficie apparente ſpeculi columnaris uel pyramidalis conuexi à centro uiſus ducatur linea recta, illa ꝓducta neceſſario ſpeculũ ſecabit.

Sit diſpoſitio omnimoda p̃miſſæ, ſigneturq́ in apparente uiſui ꝓportione ſpeculi, qđ eſt e d, f g, punctus q, & ꝓducatur linea a q, dico quod

eo quod linea a q, ꝑducta neceſſario ſpeculū ſecabit, ꝑducatur em̄ à puncto q, linea lon gitudinis colūnæ quæ ſit q m, per 101. primi huius, hæc itaq; linea erit æquediſtans ambabus lineis longitudinis d e & f g, per 31. primi. Sit quoq; ut ſuperficies aliqua reflexionis ſecet colūnā ultra punctū q, ſecūdū circulū b l, per 100. primi huius, linea ergo q m neceſſario tranſibit per circulū ſectionis, qui eſt b l, ſecans ipſum in pūcto, ſit ergo illud punctum p, ducaturq; linea a p, hæc ergo quia cadit intra lineas à centro uiſus a, ad circulum b l, ꝑductas illū cōtingentes, quæ ſunt a b & a l, palā q̄a ſecabit circulū, ergo et ſ̄a ſuꝑficies à cētro uiſus ad ſpeculi ſuperficiem ꝑtenſa, in qua ſunt lineæ a p & a q, ſecabit ſpeculū, q̄a illa ſuperficies ſecabit ſuꝑficiem columnaris ſpeculi ſecundū lineā longitudinis, quæ eſt m q, palā ergo q̄m linea a q, ꝑducta ſecabit ſpeculū: eodē modo patet de q̄libet alio dato puncto in ſpeculis q̄q; pyramidalibus cōuexis eodē modo demonſtrandum, ducta linea à uertice pyramidis ad punctū quēcunq; in illius ſpeculi ſuꝑficie datū, palā eſt ergo ꝑpoſitū.

V.

Omnis ſuperficies plana in aliqua linea longitudinis ſuperficiei apparentis uiſui ſpeculi columnaris uel pyramidalis conuexi contingens ſpeculum, ſecat ſuperficies à uiſu productas, quæ contingunt portionis apparentis extremitates, omesq; illæ ſuperficies inter uiſum & ſpeculi ſuꝑficiē extendunt.

Maneat ſuperior diſpoſitio, cōtingatq; aliqua ſuꝑficies plana ſuꝑficiē apparentē ſpeculi ſecundū lineā longitudinis, q̄ eſt m o, ꝑ 95. primi huius, ducaturq; ſuꝑficies reflexionis quæ ſit a b l, & in ea ꝑducaē linea cōtingens circulū b l, in puncto p, quæ ſit s p t, palā ergo q̄d linea s p t, ſecabit lineas a b & a l, ducaē em̄ linea p l, quia ergo linea s p t, ſecat angulū a p l, patet ꝑ 29. primi huius, q̄m ipſa ſecabit lineā a l. Similiter ducta linea p b, patet q̄d linea s p, ſecabit lineā a b, palā ergo, q̄m lineæ a l & p t concurrent. Sed linea p t, eſt in ſuperficie cōtingente columnā ſecundū lineā longitudinis m o, linea uero a l eſt in ſuꝑficie cōtingente columnā ſecundū lineā longitudinis d e, quæ eſt extremitas portionis apparentis, patet ergo ꝑpoſitū primū. Sed & oēs tales ſuꝑficies, qualis eſt ſuꝑficies in qua eſt linea s t, inter uiſum & ſpeculi ſuꝑficiē, & nō extendunē, & de ſpeculi quidem ſuꝑficie patet, q̄d ſint illæ ſuꝑficies cōtingentes ipſam ſpeculi ſuperficiē, & non ſecantes illā, ſed & patet de centro uiſus. Sit em̄ punctū n, ꝑximū punctū ſignabile ſub pūcto l, in arcu l b, & imagineē aliqua ſuꝑficies cōtingens ſuꝑficiē columnæ in linea longitudinis, in q̄ ſit pūctus n, hoc ergo neceſſario ſecabit ſuꝑficiē reflexiōis q̄ eſt a b l, q̄m eſt orthogonalis ſuper illā per 18. undecimi. Sit itaq; per tertiā undecimi ſuꝑficiei reflexionis, q̄a b l, & dictæ ſuperficiei cōmunis ſectionis linea recta, q̄ ſit n r, palam ergo per pꝛ̄miſſā, q̄m linea n r cōtingit circulū b n, in puncto n, ſed punctū n demiſſius eſt puncto l; ergo cōtingens linea quæ n r, erit demiſſior linea cōtingente q̄ eſt a b, per 60. primi huius. Nō ergo ꝑtinget linea n r, ad punctū a centrum uiſus. Eodē modo demonſtrandū in alijs quibuſcūq; ſuꝑficiebus taliter cōtingentibus ſuꝑficiem apparentē ſpeculi colūnaris. Similiter q̄q; demonſtrandū eſt de ſuꝑficiebus cōtingentibus ſpecula pyramidalia quæcunq;, patet ergo propoſitum.

VI.

Omnis ſuperficies reflectionis in qua ſunt linea contingens baſem ſpeculi columnaris uel pyramidalis conuexi & linea longitudinis eiuſdem ſpeculi idē ſpeculū ſecundū lineam ſuæ longitudinis neceſſario eſt cōtingens.

Hoc patet per modū ſecundæ huius, q̄m eadem huius & illius eſt demonſtratio. Sit, em̄ reſumpta figura ꝑcedētis ſuꝑficies reflexiōis g a f, in qua ſit linea z f, cōtingens columnam uel pyramidē in puncto f, & linea longitudinis columnæ uel pyramidis quæ eſt g f, dico q̄d illa ſuperficies reflexionis continget columnam uel pyramidem, Si dēq; illa ſuperficies columnam uel pyramidem ſpeculi ſecet, tunc et linea z f, baſem illius ſpeculi ſecabit, quod eſt contra hypotheſim, palam ergo propoſitum.

Oppoſitū

VII.

Oppoſito uiſui ſpeculo columnari uel pyramidali conuexo, ita ut centrum uiſus non ſit in ſuperficie columnæ uel pyramidis, & punctus rei uiſæ ſit cum uiſu in eadem ſuperficie ſpeculum ſecundum axem ſecante, cõmunis ſectio ſupficiei reflexionis & ſuperficiei apparentis ſpeculi erit linia longitudinis ſpeculi, & ſi illa communis ſectio ſit lineæ lõgitudinis ſuperfiices reflexionis ſecat ſpeculum per axem.

Sit ſpeculũ columnare conuexũ, cuius axis ſit h i, cuius ſuperficies apparens uiſui ſit e d f g, ſitq́ꝫ a centrũ uiſus, & b punctũ uiſum, ſecetq́ꝫ ſupficies reflexionis in qua per 27. quinti huius, neceſſario ſunt pũcta a & b, ipſum ſpeculũ ſecũdum axem h i, dico qđ cõmunis ſectio illius ſuperficiei reflexionis & ſupficiei e d f g, eſt linea longitudinis ſpeculi, quoniam enim per 93. primi huius, cõmunis ſectio illius ſuperficiei planæ & ſupficiei totius colũnæ ſpeculi eſt quadrangulũ rectangulum ſub duabus lineis longitudinis & duabus diametris baſiũ columnæ contentũ, cum ſuperficies reflectionis tranſeat per centrum uiſus, cui directe in ſpeculo opponitur ſuperficies apparẽs uiſui, per primã huius, patet quod cõmunis ſectio illarũ duarũ ſuperficierũ, erit linea una longitudinis, quæ eſt unũ latus illius trianguli, quod eſt cõmunis ſectio illius ſuperficiei planæ, & ſuperficiei totius columnæ. Sic quoqꝫ patet per 90. primi huius, de ſpeculo pyramidali, quoniam cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei conicæ ſpeculi uiſui apparentis, ſit unum latus illius trigoni, quoniã eſt communis ſectio huius planæ ſuperficiei, & totius ſuperficiei ipſius pyramidis ſpeculi, quod eſt una linearum longitudinis pyramidalis, patet ergo propoſitum.

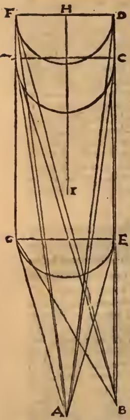
VIII.

Omnium ſuperficierum planarum ſuperficiem ſpeculi columnaris uel pyramidalis conuexi contingentium unica ſuper ſuperficiem reflexionis ſpeculum ſecundum axem ſecantẽ, eſt erecta, ut quæ ſecundũ cõmunem ſectionem illius ſuperficiei & ſpeculi lineam, ſcilicet longitudinis ſuperficiem apparentem ſpeculi per æqualia diuidentem ſpeculum eſt contingens.

Sit ſpeculum columnare conuexũ, cuius apparens uiſui ſuperficies ſit, e d f g, & axis h i, ſitq́ꝫ centrum uiſus punctum a, & communis ſectio ſuperficiei reflexionis ſpeculum ſecundũ axem ſecantis & ſpeculi, ſit linea longitudinis quæ m o, per æqualia diuidẽs ſupficiẽ e d f g, cõtingatq́ꝫ ſupficiẽ ſpeculi ſupficies planæ quæcunq́ꝫ, dico qđ unica illa quæ ſecundũ lineã longitudinis m o ſpeculũ cõtingit, erecta eſt ſup illã ſupficiem reflexiõis, & qđ oẽs aliæ ſuper ipſam ſunt obliquatæ, ut enim patet p 92. primi huius, linea m o, rectos eſt angulos cõtinens cũ ſemidiamitris baſiũ colũnæ & ſimul cũ ſemidiametris oĩm circulorũ baſibus illis æquediſtantiũ ſecantiũ columnã, ut patet per 100. & per 23. primi huius, palam quoqꝫ per 96. primi huius, quoniã omnes perpendiculares, quæ intra columnam ducibiles ſunt ſemp ipſam ſupficiẽ cõtingentẽ ſpeculũ neceſſario trãſeũt per axẽ ſpeculi, oẽs uero illæ ppendiculares cadunt in ſuperficie ſpeculũ ſecundũ axẽ ſecante, ergo per diffinitionẽ illa ſuperficies contingens eſt erecta ſup ſuperficiẽ illã reflexionis, omnes ergo aliæ ſuperficies dictã ſuperficiẽ ſpeculi ſecũdũ alias lineas longitudinis cõtingentes ſuper illam ſuperficiem reflexionis ſunt obliquæ, aliter enim illæ ſuperficies contingentes ſe neceſſario interſecarent, ſi ab abliquo puncto lineæ, quæ per 3. undecimi, eſt communis ſectio illarum ſuperficierum, duæ lineæ in illis ſuperficiebus contingentibus ad ſuperficiem reflexionis perducantur, quarum extremitates in ipſa ſuperficie reflexionis per lineam tertiam coniungantur, erũt protracti illius trigoni duo anguli recti, quod eſt impoſſibile, non eſt ergo aliqua illarum ſuperficierum ſpeculum contingentium ſuper illam ſuperficiem reflexionis erecta, niſi unica in illa communi ſectione ſpeculum contingens, & eodem modo in ſpeculis pyramidalibus poteſt demonſtratio formari, patet ergo propoſitum.

IX.

Oppoſito uiſui ſpeculo columnari conuexo, ita ut uiſus non ſit in ipſa ſuperficie columnæ, & punctus rei uiſæ ſit cum uiſu in eadem ſuperficie æquediſtanti baſibus columnæ, communis ſectio ſuperficiei reflectionis & ſpeculi erit circulus æquediſtans baſibus columnæ.



Eſto columnare ſpeculum conuexum, cuius axis ſit h i, & baſis ſuperior circulus f d inferior baſis circulus g e, & ſit cẽtrum, uiſus punctum a, & punctum rei uiſæ ſit b, ſitq; ſpeculum directæ uiſui oppoſitum, ut proponitur, dico quod quoniam ſuperficies reflexionis quæ ſit a b c z, ſecabit ſuperficiẽ propoſiti ſpeculi, taliter quod communis ſectio quæ ſit c z, erit circulus æquediſtanter baſibus ſpeculi, hoc enim patet ex hypotheſi, & per 100. primi huius. uel etiam hoc modo: Ducantur enim duæ lineæ productæ à uiſu contingentes ſpeculum, quæ ſint a z & a c, ſintq; z & c puncta contingentiæ oppoſita adinuicem in eadem ſuperficie, & ab utroq; illorum punctorum ducantur lineæ ſecundum longitudinem columnæ, quæ ſint d c e & f z g, & quoniam linea d c, eſt æqualis lineæ f z, & linea c e, æqualis lineæ z g, ex hypotheſi & per 25. primi huius, propter æquediſtantia baſium ſpeculi & ſuperficiei reflectionis, palam quia linea z c, quæ eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei & ſpeculi, æquediſtabit arcubus baſiũ, quæ ſunt d f & g e. Ductis enim rectis lineæ d f, o z, g e, erunt illæ lineæ rectæ æquediſtantes per 33. primi huius, ergo & hæ curuæ, quæ in eiſdem ſunt ſuperficiebus, erunt æquediſtantes & ſunt circulares, quoniam ſunt æquediſtantes in eadem ſuperficie columnari, patet ergo propoſitum.

X

Oppoſito uiſui ſpeculo columnari uel pyramidali conuexo, ita ut uiſus non ſit in ſuperficie columnæ uel pyramidis ſuperficie reflexionis oblique axi ſpeculi incidente, communis ſectio ſuperficiei reflectionis & ſpeculi erit oxigonia ſectio.

Eſto ut in præmiſſis ſpeculum columnare uel pyramidale conuexum, cuius axis ſit linea h i, & ſuperficies eius apparens uiſui ſit e d & f g, ſitq; centrum uiſus punctum a, & punctus rei uiſæ b, ſecetq; ſuperficies reflectionis ſpeculum oblique tranſaxem, ſcilicet non æquediſtanter baſibus columnæ, dico quod communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi uiſui apparentis eſt pars oxigoniæ ſectionis, quoniam enim ut patet per 103. primi huius, patet q omnis ſuperficiei ſecantis columnã uel pyramidem tranſaxem non æquediſtanter baſibus & ſuperficiei totius pyramidis uel columnæ communem ſectionem circulum eſſe, eſt impoſſibile, uel etiã lineã longitudinis per 7. huius, cum talis ſuperficies plana nõ ſecet pyramidẽ uel columnam, ſecũdũ axis longitudinem, patet q communis ſectio ſuperficiei reflexionis, quæ plana eſt & partis ſuperficiei ſpeculi pyramidalis uel columnaris oppoſitæ uiſui, non poterit eſſe arcus circuli, neq; linea longitudinis, erit ergo pars ſectionis oxigoniæ, quia totam talem ſectionem totius ſuperficiei pyramidis uel columnaris, & ſuperficiei planæ ſecantis pyramidem uel columnam diximus oxigoniam ſectionem in 98. primi huius, patet ergo propoſitum.

Com-

XI.

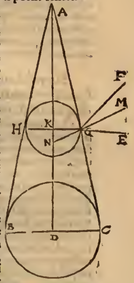
Communi ſectione ſuperficiei reflectionis & ſpeculi columnaris circulo exiſtente, omnes ſuperficies planæ ſpeculum cõtingentes ſuper ſuperficiem reflexionis ſunt erectæ.

Remaneat diſpoſitio quæ præceſſit in 9. huius, & quia per 95. primi huius, omnes planæ ſuperficies columnam contingentes ſecundum lineam longitudinis contingunt, patet per 92. primi huius, cum omnes lineæ longitudinis rectos angulos cum ſemidiametris baſium contineant, quoniam omnes ſuper illas baſes ſunt erectæ, ergo per 100 & 23. primi huius, illæ lineæ omnes ſunt erectæ ſuper circulum æquediſtantem baſibus columnæ. Hic autem eſt circulus, qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, per 9. huius, ergo per diffinitionẽ ſuperficierũ erectarum ſuperficierum ſunt ſupficies, omnes illæ ſuperficies contingentes columnam ſuper præfatam ſuperficiem reflexionis eriguntur, quod eſt propoſitum.

XII.

Communem ſectionem ſuperficiei reflexionis & ſpeculi pyramidalis cõuexi, circulum impoſſibile eſt eſſe.

Sit pyramidale ſpeculum conuexum a b c, cuius uertex a diameter baſis b c, ſitq́ axis ſpeculi linea a d, eſt ergo per 89. primi huius, punctum d centrum baſis, ſitq́ centrum uiſus e, & punctus rei uiſæ ſit f, dico quod forma puncti f, non poteſt reflecti ad uiſum e, ab aliquo pũcto ſpeculi propoſiti, ita ut communis ſectio ſuperficiei reflectionis & ſpeculi, cuius centrum ſit k, ſit circulus. Si enim hoc ſit poſſibile, eſto quod reflectatur forma puncti f, ad uiſum e à puncto ſpeculi g, ſitq́ circulus g h communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, cuius centrum ſit k, eritq́ per 100. primi huius, circulus g h æquediſtans baſi b c, producatur ergo à pũcto g extra ſpeculum linea g m, perpendiculariter ſuper ſuperficiem contingentem pyramidem in puncto g, per 12 undecimi, quia uero ſuperficies baſis non eſt orthogonalis ſuper ſuperficiem contingentem pyramidem in puncto g, ideo quod omnis ſuperficies contingens pyramidem ſecundum lineam longitudinis eſt contingens, ut patet per 95. primi huius, & linea longitudinis obliquè ſuperſtat ſuperficiei baſis, palam quod ſuperficies circuli h g æquediſtantis baſi nõ orthogonalis ſuper ſuperficiem ſpeculum contingẽtem in puncto g, producta ergo linea perpendiculari, quæ eſt g m, intra pyramidem, palam quod ipſa non pertingat ad centrum circuli, quod eſt k, ſed cadet ſub illo in aliq̃ puncto axis, qui ſit punctꝰ n, & continebit linea m g n, acutum angulum cum axe uerſus punctum uerticis, ſcilicet angulũ g n a, qui neceſſario eſt acutus per 32. primi, ideo quod angulus g k n eſt rectus per 39. primi, cum angulus a d c, ſit rectus, & quoniam ut patet per 27. quinti huius, punctum m, qui eſt terminus lineæ perpendiculauis ſuper ſuperficiem ſpeculi, qui perpendiculariter eſt linea n a m in ſuperficie reflexionis conſiſtere eſt neceſſe, linea ergo h k g, non eſt in illa ſuperficie, palam ergo q̃d formæ puncti f ad uiſum e, non fiet reflexio à puncto ſpeculi e, ut à puncto circuli. Si enim fieret reflexio à puncto g, ut à puncto circuli g h, oporteret neceſſario ſuperficiem circuli g h, perpendiculare eſſe ſuper ſuperficiem planam contingentem ſpeculũ in puncto s, & perpendicularem m g produci ad centrum circuli k, quod eſt impoſſibile per præmiſſa, patet ergo propoſitum.



XIII.

Oppoſito uiſui ſpeculo pyramidali conuexo, ita ut uiſus non ſit in ſuperficie pyramidis aut ei continua, punctusq́ rei uiſæ ſit cum centro uiſus in

eadem ſuperficie æquediſtanti baſi pyramidis, impoſſibile eſt reflexionẽ fieri ad uiſum.

Exiſtente enim tali diſpoſitione centri uiſus & punctis rei uiſæ reſpectu ſpeculi pyramidalis conuexi, ut proponitur, palam per 100. primi huius; cum ſuperficies reflexionis ſit ſuperficies plana, quia communis ſectio ſui & ſuperficiei conicæ ſpeculi eſt circulus, patet ergo propoſitum per præmiſſam. Eſt enim in illa oſtenſum, impoſſibile eſſe ut communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi pyramidalis conuexi ſit circulus, quia ſi ſectio illa communis eſſet circulus, eſſet ipſa per 100. primi huius, æquediſtans baſi ſpeculi, & eſſet ſuperficies illius circuli in ſuperficiei reflexionis, & quia axis a d, eſt ꝑpendicularis ſuper illũ circulũ per 23. primi huius, erunt lineæ longitudinis pyramidis declinatæ ſuper illum circulum angulos acutos continentes cum diametris baſis, & ita eſſent illæ lineæ obliquæ ſuper ſuperficiẽ reflectionis, ergo in illa ſuperficie non poſſit duci perpendicularis ſuper lineam longitudinis, ſed per 27. quinti huius, perpendiculariter ducta ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum ſecundum punctum reflexionis, eſt in ſuperficie reflexionis & perpendiculariter ſuper lineam longitudinis, cum quælibet ſuperficies contingens pyramidem contingat illam ſecundam lineam longitudinis, ergo nunquam fiet reflectio ad uiſum in hoc ſitu formæ alicuius pũctorum rei uiſæ ſuperficie reflexionis ſpeculum pyramidale, ut pyramidale contingente, ſi uero ſuperficies in qua eſt linea contingens ſpeculi circulum ſecundum aliquod punctum illius circuli ſecet ſuperficiem ſpeculi, tunc eſt poſſibile ab his ſpeculis, & ab illo puncto circuli reflexionem fieri, non ut à ſpeculis pyramidalibus, ſed in quantum ipſorum conuexa ſuperficies communicat cum ſpeculis ſphæricis uel columnaribus conuexis, quorum paſſiones declarauimus in præmiſſis, ut tunc hæc paſſio ad proprietatem ſpeculorum pyramidaliũ acciderit, patet ergo propoſitum.

XIIII.

Superficierum reflexionis, quarum communis ſectio cum ſuperficiẽ ſpeculi pyramidalis, eſt linea recta ſecundum diuerſas uiſus ſituationis, quãdoq; ſolũ unã, quandoq; plurimas ad eundẽ uiſum poſſibile eſt applicari.

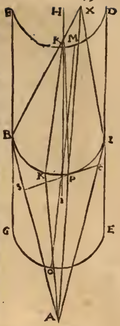
Quocunq; enim modo uiſu taliter diſpoſito, ut minus medietate ſuperficiei conicæ pyramidis uideatur, per 84. quarti, tũc ſolũ unica ſuperficies reflectionis tranſit per uiſum, cuius communis ſectio cum ſuperficie pyramidis ſit linea longitudinis, quoniam unica tunc tranſibit per axem pyramidis, oſtenſum eſt enim per 7. huius, quoniam in omni ſuperficie reflectionis factæ à ſpeculis pyramidalibus, quando communis ſectio ſuperficiei reflectionis & ſpeculi fuerit linea longitudinis ſpeculi, neceſſe eſt eſſe axem ſpeculi, taliter uero diſpoſito uiſui, ut tota pyramis uideatur per 92. quarti huius, non ſolum plures, ſed etiam infinitas ſuperficies reflexionum, quarum communis ſectio eſt linea longitudinis, ut proponitur, poſſunt ad oculum applicari, quoniam tunc centrum uiſus omnibus lineis longitudinis totius ſpeculi eſt commune, & omnes ſe æqualiter habent ad uiſum, cum enim radius uiſualis continuus fuerit axi pyramidis, tota pyramis uidetur per 92. quarti huius, in qualibet ergo ſuperficie reflexionis ſit totus axis & linea perpendicularis ſuper ſpeculi ſuperficiem ad axem tranſiens à puncto reflexionis, eritq; cuiuslibet ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei pyramidalis ſpeculi ſectio linea longitudinis in hoc ſitu, quoniã quælibet ſuperficies, in qua eſt totus axis, communem habet lineam longitudinis illius pyramidis cum ſuperficie pyramidis per 90. primi huius, patet ergo propoſitum.

XV.

Omnis ſuperficies reflectionis, cuius communis ſectio & ſuperficiei ſpeculi columnaris uel pyramidalis conuexi, eſt linea longitudinis ſpeculi, per æqualia diuidit ſuperficiem ſpeculi apparentem.

Eſto ſpeculum columnare conuexum, cuius apparens ſuperficies uiſui, ſit e d f g et axis h i, & ſit centrum uiſus a, ut prius in præmiſſis, patet itaq; per 6. huius, quoniam ſuperfi-

perficies reflexiõis taliter ſecans ſpeculũ columnare uel pyramidale ſecat ipſum ſecundum axis h i longitudinem. Sit autem linea longitudinis ſecundum quam illa ſuperficies reflexionis ſecat ſpeculũ linea m o, dico quod linea m o per æqualia diuidit ſuperficiem ſpeculi e d f g, uiſui apparentem, patet enim per 25. quinti huius, qđ illa ſuperficies reflexionis eſt orthogonalis ſuper ſuperficiem contingentem columnam in linea m o, ſi ergo in linea m o ſignetur pũctum p, & ducatur linea a p, & à puncto p ducatur linea t p s, in ſuperficie ſpeculum contingente, taliter ut linea s p t, contingat quẽdam circulũ columnæ æquediſtantẽ baſibus, qui ſit b l, erit quoq; linea a p ꝑpendicularis ſuper lineam t p s, quoniam ducitur in ſuperficie ſuper illam ſuperficiem erectã, ergo per 18. tertij, linea a p, producta tranſit centrum circuli b l, quod ſit x, ducãturq; lineæ a b & a l. quæ ſunt æquales per 58. primi huius, copulentũ quoq; ſemidiametri x b & x l, erũt ergo trigoni a b x & a l x æquiangula ꝑ 8. primi, erit angulus p a t æqualis angulo p a s, ergo per 58. primi huius, linea a p diuidit arcum l p b, per æqualia in puncto p, ſed arcus l p b, eſt æquediſtans baſibus columnæ, lineæ quoq; rectæ terminantes ſuperficiem ſpeculi uiſui apparentem æquediſtant lineæ m o, quod patet per 92. primi huius, & ꝑ 28. primi, linea itaq; m o diuiditur per æqualia baſis columnæ, eſt autem linea m o in ſuꝑficie reflexiõis, palam ergo quod illa ſuperficies reflexionis diuidit ſuperficiem ſpeculi apparentem uiſui per æqualia, & quoniam in ſpeculo pyramidali ſiue unica ſiue plurimæ ſint illæ ſuperficies reflexionis, ut patet per præmiſſam, ſemper eadem eſt demonſtratio, patet ergo propoſitum.



XVI.

Omnium ſuperficierum reflexionum ab eodem ſpeculo columnari cõuexo ad eundem uiſum factarum unica eſt, cuius communis ſectio & ſuperficiei ſpeculi, eſt lineæ longitudinis illius ſpeculi.

Sit diſpoſitio figuræ eadem quæ in præcedẽti, & quia nunquam cõmunis ſectio ſuꝑficiei reflexionis & ſpeculi propoſiti, eſt linea longitudinis ſpeculi, niſi ſolum ſuperficie reflexionis columnam per axem ſecante per 7. huius, in hoc autem ſitu ſuperficies reflexionis quæ eſt a h i, ſecat ſuperficiem e d f g apparentem uiſui per duo æqualia, ut patet per præmiſſam huius, aut ſuperficies tranſiẽs per axem h i, eſt unica, patet ꝙd huius ſolius & ſuperficiei ſpeculi communis ſectio, eſt linea longitudinis ſpeculi. Si autem dicatur quod & illa ſuperficies reflexionis eſt, cuius communis ſectio & ſuperficiei ſpeculi eſt linea longitudinis ſpeculi, ergo per 7. illa ſuperficies ſecat ſpeculum ſecundum axem h i, ducatur ergo in illa ſuperficie linea à centro uiſus ad axem h i, quæ ſit a r k, & ducatur in propoſita ſuperficie reflexionis ſuperficiem apparentem ſpeculi per æqualia ſecante linea a p k, palam ergo quod iſtæ duæ rectæ includent ſuperficiem, quod eſt impoſſibile, patet ergo propoſitum. Vnica eñ poteſt imaginari ſuperficies in qua ſunt axes columnæ & centrum uiſus & punctus rei uiſæ, & non plures.

XVII.

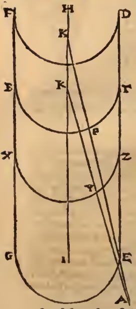
Omnium ſuperficierum reflexionum ab eodem ſpeculo columnari conuexo ad eundem uiſum factarum unica eſt, cuius communis ſectio & ſuperficiei ſpeculi, eſt circulus æquediſtans baſibus columnæ.

Sit diſpoſitio quæ ſupra, ita ut communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris conuexi, ſit circulus, quia ergo in omni tali ſuperficie reflexionis linea

perpendicularis erecta ſup ſuperficiẽ cõtingentem ſpeculũ in puncto reflexionis eſt diametro circuli baſibus columnæ æquediſtantis, & nõ poteſt eſſe in ſuperficie columnæ niſi unus circulus æquediſtãs baſibus colũnæ, quæ cũ centro uiſus ſit in eadẽ ſuperficie, palam quia omniũ ſuperficierum reflexionum ab eodem ſpeculo columnari cõuexo ad eundem uiſum factarum unica eius communis ſectio & ſuperficiei ſpeculi, eſt circulus æquediſtans baſibus columnæ. Si eñ dicatur quod ſint plures, ſit communis ſectio unius illarum ſuperficierum & ſuperficiei ſpeculi linea quæ ſit b p t, alterius uero x y z, puncta quoq; in quibus axi columnæ incidunt centra illorum circulorum ſint k & r, & producantur lineæ a k & a r à centro uiſus ad illa puncta, palam ergo per æquediſtantiam baſium ad iſtas, quoniam in trigono a k r duo anguli ad baſem k r, ſunt recti, linea enim h r, cum ſit pars lineæ h i axis columnæ, ſicut eſt recta ſuper baſes columnæ p 92. primi huius, ita & ſuper ſuperficies circulorũ illis baſibus æquediſtantiũ per 23. primi huius, ergo & ſuper diametros illorum circulorũ eſt perpendicularis, ſunt autem illæ diametri in lineis a k & a r, linea ergo k r eſt perpendicularis ſuper ambas lineas a k & a r, quod eſt impoſſibile, patet ergo propoſitum.

XVIII.

Superficierum reflexionis quarum communis ſectio cum ſuperficie ſpeculi columnaris uel pyramidalis conuexi, eſt ſectio oxigonia, plures ab eadẽ portione apparenti ſpeculi ad eundem uiſum eſt poſſibile applicari.



Fiat ordinatio figuræ, quæ ſupra in 15. huius, ſitq; communis ſectio ſuperficiei reflexionis tranſeuntis per axem h i, linea m o, & cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis æquediſtantis axibus columnæ circulus b p l, palam ex præhabitis, quoniam ab omnibus punctis ſuperficiei columnaris m p b & m p l, poteſt fieri reflexio ad uiſum a ſecundũ partes ſectionis columnaris, quia enim ad quodlibet illorum pũctorum poteſt alius punctus rerum uiſarum incidere, patet quod ad quemlibet illorum punctorũ fieri poteſt reflexio ad uiſum per primam huius, manifeſtum eſt ergo quod partes illarum ſectionum columnarium uel pyramidalium poſſunt eſſe infinitæ, quarum quælibet ſecundum lineam perpẽdicularẽ ſuper axem ſecat columnam uel pyramidem ſpeculi, ut patet p 104. primi hui9, patet ergo ꝑpoſitũ.

XIX.

Linea longitudinis exiſtente communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris uel pyramidalis conuexi, à quocunq; punctorum illius lineæ fiat reflexio ad uiſum, ſemper fit in eadem ſuperficie.

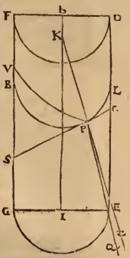
Signata ut in præmiſſa 15. huius, ſuperficie reflexionis circuli ut proponitur, q ſecet ſuperficiem ſpeculi ſecundũ lineam m o, dico quod à quolibet puncto illius lineæ fiat reflexio ad uiſum, ſemper omnes lineæ reflexionis erũt in eadem ſuperficie a m o. quoniam enim in ſuperficie a m o, eſt per 7. huius, axis h i & unica ſuperficies contingens ſpeculum in illa linea m o, erecta eſt ſuper ſuperficiem reflexionis, ut patet per 8. huius, palam quia quocunq; puncto in illa linea m o, ſumpto perpendicularis ab eo ad axem h i ducta, ſemper erit in eadem ſuperficie axe h i, & erit illa linea orthogonalis ſuper ſuperficiem contingentem ſuperficiem columnæ ſecundum illam lineam m o, quia per 17. tertij illa linea à puncto contactus ad centrum circuli ducta eſt perpendicularis ſuper lineam contingentem circulum ductam in ſuperficie columnam contingentem, ſuperficies ergo m o, h i, eſt erecta ſup ſuperficiem in linea m o ſpeculũ contingentẽ, ſed centrum uiſus eſt in ſuperficie orthogonali ſuper eandem ſuperficiem, quoniam in ſuperficie una eſt centrum uiſus & linea

linea m o & axis ſpeculi h i, ut patet per præmiſſa, una ſola autem ſuperficies eſt orthogonalis ſuper illam ſuperficiem contingentem ſecundum lineam m o, quoniam dato oppoſito contingeret duas lineas ſuper punctum unum ad ſuperficiem unam orthogonaliter inſiſtere, quod eſt impoſſibile per 13. undecimi. omnes ergo reflexiones à punctis lineæ m o, factæ ſunt in una & eadem ſuperficie, quod eſt propoſitum.

XX.

Sectione communi ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris conuexi, exiſtente circulo, à quocunq; puncto illius circuli fiat reflexio, ſemper fit in eadem ſuperficie.

Fiat figuratio ut in 17. huius, & ſignetur quodcunq; punctũ placuerit in circulo b p t, palam, quoniã ſemper ſemidiameter illius circuli, ducta à pũcto k, cẽtro illius circuli b p t, erit perpẽdicularis ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum in illo puncto reflexionis dato, erit ergo quælibet talium perpendicularium producta extra ſuper ſuperficiem contingentem columnam in eadem ſuperficie conſiſtens tota per primã undecimi. Eſt aũt illa ſupficies educta extra columnam ſuperficiei reflexionis, quia ergo quælibet talium perpendicularium eſt in ſuperficie illius circuli, & punctum uiſus quod eſt a, ſimiliter eſt in eadem ſuperficie, in hac ergo ſola ſuperficie erit reflexio cuiuſcunq; puncti rei uiſæ facta à quolibet punctorum totius illius circuli uel portionis ſuæ uiſæ, quod eſt propoſitum.



XXI.

Omnis perpendicularis à pũcto reflexionis ſuper ſpeculi columnaris conuexam ſuperficiem erecta producta intra ſpeculum, eſt diameter circuli æquediſtantis baſibus columnæ, & econuerſo.

Sit diſpoſitio figuræ ut prius, Sitq; pũctum reflexionis p, ſiue communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſit linea longitudinis uel circulus uel ſectio columnaris, & à puncto p, ducatur linea perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum in eodem puncto p, quæ ſit p q. dico quod linea p q intelligatur produci intra ſpeculum quod ipſa cadet in punctum k, quod eſt centrum circuli b p l. & erit diameter illius circuli, quia ſi detur quod non, cum conſtet per 17. tertij diametrum k p, perpendicularem eſſe ſuper lineam s t, cõtingentem circulum b p l, in puncto p, & ex conſequenti ſuper ſuperficiem in illo puncto contingentem columnam, in qua per 6. huius, eſt linea s t, cum & linea q p ſit perpendicularis ſuper eandem lineam & ſuperficiem in eodem puncto ſpeculum contingentem, palam quod erunt hæ duæ perpendiculares q p & k p coniunctæ in puncto p, linea una, per 14. primi, ambæ enim illæ lineæ exeunt ab uno puncto p, lineæ s p, & continet quælibet ipſarum angulum rectum cum eadem, & danti oppoſitum etiam accidit ex eodem puncto p ſuperficiei contingentis duas erigi perpendiculares ſuper illam ſuperficiem, quod eſt contra 13. undecimi, producta enim diametro k p, extra ſpeculum, ſi ipſa uero pertingat ad punctum q, ſit ut ipſa pertingat ad punctum z, extra ſpeculum ſuper ſuperficiem contingentem, accidit ergo ipſum p z & perpendicularem q p, eandem ſuperficiem ad idem punctum p, productas perpendiculares eſſe, quod eſt impoſſibile, patet ergo propoſitum primum, conuerſa quoq; patet per eundem modum.

XXII.

Superficiei reflexionis & ſpeculi columnaris conuexi, communi ſectione quacunq; linea exiſtente, formæ eiuſdem puncti rei uiſæ non fit reflexio ad uiſum eundem, niſi ab uno tantum illius ſectionis puncto.

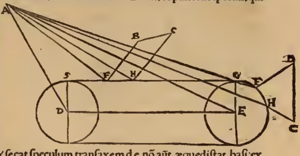
Communi enim ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculorum propoſitorum exiſtente linea recta per 7. huius, tunc non fiet reflexio, niſi ab uno tantum puncto illius lineæ, ſicut de ſpeculis planis oſtenſum eſt per 45. quinti huius, ſi uero communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris fuerit circulus, ut patet per 9. huius, tunc ab uno tantum puncto illius circuli fiat reflexio, quemadmodũ in ſpeculis ſphæricis cõuexis oſtenſum eſt per 16. ſexti huius, ſi uero illa communis ſectio fuerit oxigonia, ut patet per 20. huius, tunc eſt hoc propoſitum in ſpeculis propoſitis ſpecialiter demonſtrãdum, fiat ergo diſpoſitio figuræ ut in præmiſſa ꝓxima, ſitq́ꝫ pars columnaris ſectionis linea, quæ eſt p u, dico quod ab uno tantũ puncto lineæ p u, fiet reflexio ad uiſum in illa ſuꝑficie, dato ẽm quocunqꝫ pũcto alio, palam quoniã perpẽdicularis ab illo puncto reflexiõis erecta ſuper ſuperficiẽ colũnæ, orthogonalis, eſt ſup lineã lõgitudinis columnæ per illũ punctũ tranſeuntis, quare & ſuper axẽ perpendicularis erit per 29. primi, & erit illa perpendicularis diameter circuli æquediſtãtis baſibus ſpeculi ꝑ præmiſſam, et ſuꝑficies reflexionis & circulus ille ſecat ſe, & linea eis communis eſt diameter illius circuli ꝑ 104. primi huius, & diameter illa eſt perpẽdicularis ſup ſuꝑficiẽ ſpeculũ in illo pũcto cõtingentẽ, & ſuꝑficies reflexiõis eſt ſecãs illã lineã lõgitudinis colũnæ, ſup quã ſit cõtingẽtia, & eſt declinata ſup eã, ergo & ſup axẽ erit illa ſuꝑficies reflexionis declinata, ſed in ſuꝑficie plana ſup aliquã lineã declinata, ut ſpecialiter patet de ſectione oxigonia per 112. primi huius, non poteſt intelligi niſi una linea orthogonaliter cadens in ipſam lineã uel in ipſum axẽ, q̃m linea terminãs illã ſuꝑficiẽ, in uno tantũ puncto ſecat illã lineã ſup quã ſuꝑficies declinatur: ab uno itaqꝫ puncto tantũ illius ſectiõis fiet reflexio. Si ẽm à duobꝰ punctis illius ſectiõis daretur fieri reflexio ad eundẽ uiſum, ſequeretẽ q̃d in eadẽ ſuꝑficie illius reflexionis, eſſent duæ lineæ illius ſuperficiei orthogonales ſup axẽ columnæ, q̃d eſſe non poteſt, cum illa ſuperficies ſit declinata ſuper ipſum axẽ, perpendicularis enim ducta à puncto reflexions cadit in circulum æquediſtantem baſibus colunmnæ in punctum axis, & eſt cõmunis ſectio ſuperficiei circuli & huius ſuperficiei reflexiõis per 104 primi huius. Si itaqꝫ fieret reflexio etiam ab alio puncto, tunc iterum perpendicularis ducta à puncto illo reflexionis, eſſet per proximam propoſitionem diameter alterius circuli illi primo circulo æquediſtantis & caderet in punctum axis, in quod non cadet ſuꝑficies reflexiõis. In omnibus ergo huius reflexionũ ſuperficiebus ab uno tantũ puncto lineæ communis fit reflectio in eadem ſuperficie reſpectu eiuſdem uiſus, quamuis reſpectu duorum uiſuum poſſit fieri reflexio à duobus punctis ſuperficiei ſpeculi, ut à duobus diametris circuli terminis, quæ eſt perpendicularis ſuper ipſam ſectionem, ita tamen ſi diameter illa ſit æqualis diſtãtiæ circulorum, uel minor, ab uno uero uiſu hæc fieri non poteſt, quoniam ab illo ſemper uidetur minus medietate columnæ ſpeculi per 78. quarti huius, patet ergo propoſitum, quod nos demum particularius proſequemur, oſtendentes quod in his ſpeculis quacunqꝫ linea cũ ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi exiſtente, ab uno tantum puncto totius ſpeculi fiet reflexio ad uiſus.

XXIII.

Linea uiſa non exiſtente in eadem ſuperficie in qua eſt centrum uiſus & axis ſpeculi colũnaris uel pyramidalis cõuexi, ſi linea uiſa reſpectu baſis ſpeculi fuerit altior uel baſſior cẽtro uiſus, ſiue reflexio fiat à linea longitudinis ſpeculi ſiue à circulo, ſemper fiet ſecundum oxigonias ſectiones ſuperficiem ſpeculi ſecundum puncta illarum linearum continua ſecantes.

Sit linea uiſa ſiue ſit recta ſiue curua, quæ b c, & ſit centrũ uiſus a, ſitq́ꝫ axis ſpeculi colũnaris uel pyramidalis cõuexi d e, ducaturq́ꝫ lineæ a d & a e cõtinẽtes cũ axe d e trigonũ a d e, in cuius ſuperficie nõ ſit linea b c, ſed extra illã, ſiue ſecet trigonũ a d e ſiue nõ, ſecet ipſum, ſiatq́ꝫ lineæ b c reflexio ad uiſum a, à ſuꝑficie ſpeculi propoſiti, palã aũt quod ab uno puncto ſpeculi tota linea b c ad uiſum a reflecti nõ poteſt ꝑ 29. quinti huius, dico quod ſi linea b c reflectatur ad uiſum a, à linea longitudinis ſpeculi, quæ ſit s g, ut ſi linea b c æquediſtet axi d e, & ſuperficies in qua eſt linea b c ſecet ſpeculum tranſaxem

tranſaxem orthogonaliter ſuper baſem ſpeculi. Secetqꝫ ſuperficiem in qua ſunt centrum uiſus & axis ſpeculi qui eſt d e, ita ꝙ cõmunis ſectio illarũ ſuperficierũ ſit axis d e, fiet tñ reflexio ad uiſum ſecundũ oxigonias ſexiones, q̃uis fiat à linea longitudinis ſpeculi, quæ eſt s g, palam eñ per 27. quinti huius, qm̃ in omni ſuperficie reflexionis oportet ut ſit centrum uiſus, & pũctus cuius forma reflectitur ad uiſum, & punctus ſpeculi, qui eſt pũctus reflexionis. Sit ergo ut punctus d, reflectatur ad uiſum r, à puncto ſpeculi f, & punctus a, à puncto h, & ducantur lineæ a f, h f, a h, c h quia itaqꝫ punctus b, lineæ b c, non eſt in ſuperficie a d e, ex hypotheſi, patet quod ſuperficies ſuæ reflexiõis quæ eſt a f b, ſecat ſuperficiem a d e, ſuper punctum a, & ſuper punctum ſpeculi f, ſecat ergo ipſam ſecũdũ lineam a f, & ſecat ſpeculum tranſaxem d e, nõ aũt æquediſtat baſi ex hypotheſi, qm̃ illa linea uiſa quæ b c, nõ eſt in ſuperficie a d e, ſed extra illam, ſuperficies ergo b f a, quæ eſt ſuperficies reflexionis tranſuerſaliter ſecat axem d e, qm̃ linea uiſa eſt altior uel baſſior cẽtro uiſus ex hypotheſi, cõmunis ergo ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi per 10. huius, eſt oxigonia ſectio. Similiterqꝫ eſt de puncto c, & quolibet medio puncto lineæ b c, licet itaqꝫ omnia puncta lineæ b c, reflectantur ad centrum uiſus a, à linea longitudinis ſpeculi, cuiuslibet tñ puncti reflexio ad uiſum fiet ſecundum oxigoniam ſectionẽ. Similiterqꝫ demonſtrandũ, ſi ſuperficies incidentiæ lineæ b c, orthogonaliter ſecet axem ſpeculi, & ſuperficiem a d e, tunc eñ cõmunis ſectio ſuperficiei incidentiæ lineæ b c, & ſuperficiei ſpeculi, fiet circulus æquediſtans baſi ſpeculi, ꝑ 100. primi huius, unde ſi fiat reflexio ad uiſum fiet ab arcu circuli æquediſtantis baſi ſpeculi, q̃libet tñ ſuperficies reflexionis tranſiens centrum uiſus ſecabit oblique axem ſpeculi ſecundũ aliquod punctũ illius arcus, licet itaqꝫ omnia puncta lineæ b c, reflectantur ad uiſum a, ab arcu circuli ſpeculi, fit tñ cuiuslibet puncti illius lineæ reflexio ſecundum oxigoniam ſectionem. Si tñ aliquis punctorũ lineæ b c, fuerit cum centro uiſus in eadem ſuperficie æquediſtanter baſi ſpeculũ ſecante, illius ſolius reflexio fiet ſecundũ circulũ aliorum uero omnium punctorũ reflexio fiet ſecundũ oxigonias ſectiones, & ſic puncta illius ſuperficiei diuerſas afferunt uiſui paſſiones, patet ergo propoſitum.



XXIIII.

In omni ſuperficie reflexionis à ſpeculis columnaribus uel pyramidalibus conuexis centrum uiſus, punctum uiſum, punctum reflexionis, punctũ axis, in quem cadit perpendicularis ducta à puncto reflexionis ſuper ſuperficiem ſpeculi conſiſtere eſt neceſſe.

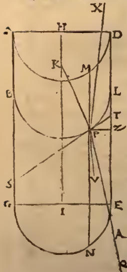
Quod centrum uiſus & punctum reflexionis & punctum reflexum ſint in ſuperficie reflexionis, patet per 27. quinti huius. In omni enim ſuperficie reflexionis neceſſario ſunt linea incidentiæ & reflexionis, quæ continent tria puncta prædicta, etſi ſuperficies reflexionis ſecet ſpeculũ ſecundum lineam ſuæ longitudinis, palã per 7. huius, qđ totus axis & punctum in quod cadit perpendicularis à puncto reflexionis ducta ſunt in hac ſuperficie. Si uero cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſit circulus palam, quia centrum illius circuli, qui eſt punctus axis, ad quod per 21. huius, omnes ꝑpendiculares à puncto reflexionis totius circuli productæ concurrunt, eſt in ſuperficie reflexionis, qm̃ tunc totus circulus eſt in ſuperficie reflexionis. Si aũt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſit ſexio oxigonia, palam per 10. huius, quia hæc ſectio declivis eſt ſuper axem columnæ, interſecans axem in puncto cui incidit ꝑpendicularis ꝓducta à puncto reflexionis ſuper ſuꝑficiem contingentem columnam in puncto ſectio-

nis, patet ergo propoſitum ſecundum omnium diuerſitatem ductarum ſectionum.

XXV.

In ſuperficie apparente ſpeculi columnàris conuexi ſiue communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſit linea longitudinis ſpeculi, ſiue circulus, ſiue oxigonia ſectio, à quolibet puncto poteſt fieri reflexio ad uiſum.

Signentur termini apparentis portionis columnæ ut prius, & ſit illa portio d f g, & ſit p punctus datus in ſuperficie illa apparente, ſitq́ x punctus rei uiſæ, Dico q̃d à puncto p, poteſt fieri reflexio formæ puncti x, ad centrum uiſus quod ſit a. Sit em̃ primo ut ſuperficies reflexionis in qua ſunt puncta uiſa, quod eſt x, & centrum uiſus a, & punctū à quo fit reflexio quod eſt p, ſecet columnam ſpeculi ſecundū axem h k i, erit ergo per 7. huius, cõmunis ſectio illius ſuperficiei & ſpeculi linea longitudinis columnæ quæ ſit m p n, ducat̃ itaq́ linea x p, & à puncto p, erigatur linea perpendicularis ſup lineam m n, per undecimã primi, quæ ſit p r z, & ſuper pũctū p, termini lineæ z p, fiat angulus æqualis angulo x p z, quæ ſit z p q, Si itaq́ centrum uiſus quod eſt a, fuerit in linea p q, palam per 20. quinti huius, cū angulus incidentiæ ſit æqualis angulo reflexionis, q̃m à puncto p fiet reflexio formæ pũcti x, ad uiſum a, exiſtentē in linea p q. q̃d ſi ſuꝑficies reflexiõis ſecet colũnã ſpeculi æq̃diſtanter baſibꝰ, palã, q̃a cõis ſectio erit circulꝰ ꝑ 9. huius, fietq́ iterũ à pũcto p, reflexio ad uiſum, ducat̃ em̃ ꝑ 102. primi huius, circulus æq̃diſtãs baſibꝰ columnæ tranſiens per punctum p, qui ſit b p l, cuius centrū ſit k, in cuius ſuperficie extenſa extra ſpeculū ſi fuerit punctū uiſum, & ducatur linea x p, quæ ꝓducta ſi tranſeat centrum circuli k, palam cū axis columnæ h k i, ſit orthogonalis ſuper ſuperficiem illius circuli, ſicut & ſuper baſes columnæ per 100. & per 23. primi huius, q̃m & ipſe axis h k i, orthogonalis erit ſuper lineã x p, ergo & linea longitudinis columnæ quæ eſt m p, erit orthogonalis ſuper lineam x p, per 29. primi, reflectetur ergo per 21. quinti huius, linea x p, in ſeipſum, & in ea exiſtente uiſui forma puncti x uiſui occurret. Si uero linea x p, ꝓducta non tranſeat centrum circuli k, ſed obliquetur ab illo, tunc copuletur ſemidiameter, quæ k p, quæ ut patet ex p̃miſſis erit orthogonalis ſuper axem h i, erit ergo linea k p, perpendicularis ſuꝑ lineam longitudinis, quæ eſt m p, & per 29. primi, erit ergo k p ꝑpendicularis ſuper ſuperficiem contingentē columnam ſuper lineã longitudinis m p,



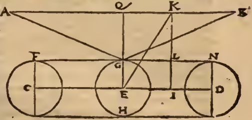
in qua ducatur linea contingens circulū b p l, in pũcto p, quæ ſit s p t, educaturq́ linea k p, perpendiculariter ſuper illam ſuperficiē in punctū u, ſitq́ ut prius centrū uiſus q̃d eſt a, in linea q p, in eadē ſuperficie circuli, & q̃m in illa ſuperficie circulū contingente eſt linea s t, erit angulus k p t rectus, ergo & angulus s p u eſt rectus per 15. primi, palã ergo quia angulus a p s, eſt minor recto z, ergo eſt acutus, ergo per 13. primi, angulus a p t eſt obtuſus, reſcindat̃ ergo ab angulo u p t recto angulus æqualis angulo a p u, ꝑ 27. primi huius. Si ergo linea x p, illum angulum contineat, palã per 20. quinti huius, q̃m à puncto p reflectet̃ forma puncti x, ad punctū a, centrum uiſus, quod ſi linea x p, illum angulum nõ contineat, tunc ut prius ſuꝑ punctū p, t̃m lineæ u p, fiat angulus æqualis angulo x p u, per 23. primi, in linea q̃q́ illum angulum continentē poſito centro uiſus a, patet ꝓpoſitū, & q̃m perpendicularis k p u, & cū puncto a, in eadem ſuperficie, per p̃miſſam erit linea a p, in eadem ſuperficie cū linea x p, & erit hæc ſuperficies ipſa ſuperficies reflexionis & orthogonalis ſuper ſuperficiem ſpeculum contingentem ſecundū lineam m n, q̃m perpendicularis p u, quæ eſt in ſuperficie reflexionis erecta eſt ſuꝑ ſuꝑficiem ſecundū lineam m n, ſpeculū cõtingentem, & eſt in ea circulus b p t, æquediſtans baſibus columnæ, & ſimiliter poteſt demonſtrari de alijs punctis datis in dicta ſuperficie

ficie ſpeculi. Idem quoq; patet ſi cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris, fuerit ſectio oxigonia per 10. huius, qm̃ ut oſtendimus in 21. huius, patet q̃d ſemper perpendicularis ducta à puncto reflexionis cadit in aliquod punctum axis, & eſt ſemidiameter circuli eiuſdem ſecantis ſuperficiẽ ſpeculi æquediſtãtem baſibus columnæ, ductaq́; linea in puncto dato ſpeculũ ſecundũ oxigoniam ſectionẽ contingentem, & ꝑducta illa perpendiculari, ſi punctus rei uiſæ eſt centrũ uiſus, cadant in eandem perpendicularẽ, uel in lineas in eadẽ ſuperficie cũ perpendiculari exiſtentes, & æquales angulos cũ ipſa continentes, fiet ſecundum p̃miſſa reflexio ad uiſum, patet ergo uniuerſaliter propoſitum in omni fectione, cõi ſuperficiei reflexionis & ſuꝑficiei ſpeculi columnaris.

XXVI.

Superficiei reflexionis & ſpeculi columnaris conuexi communi ſectione linea longitudinis ſpeculi exiſtente formæ eiuſdem puncti rei uiſæ ab uno tantum puncto totius ſuperficiei ſpeculi ad unum uiſum fit reflexio.

Eſto ſpeculum columnare conuexũ, cuius axis ſit c t. ſitq; ſuperficies reflexionis a b g, ita ut forma puncti b, reflectat̃ ad a centrum circuli à puncto g ſuꝑficiei ſpeculi, & ſit cõmunis ſectio ſuperficierũ iſtarum linea f g n, quæ eſt linea longitudinis ſpeculi, dico quod forma puncti b, non poteſt reflecti ad centrum uiſus a, ab alio puncto ſpeculi, q̃ à puncto d. ducatur em̃ à puncto g perpendicularis ſuper ſuꝑficiem contingentem columnã ſecundũ lineam f g n, per 12. undecimi, quæ ſit linea g q ſecans lineam a b, ꝑductam inter punctũ uiſum & centrũ uiſus in pũcto q, palam ꝑ 21. huius, qm̃ hæc linea g q, producta intra ſpeculũ ſecat ipſum tranſaxem c d, ſecet ergo in puncto e, &



quia linea longitudinis quæ eſt f n, eſt in ſuperficie reflexionis, palam, qm̃ axis c d. erit in eadem per 7. huius, ergo & punctũ e, erit in illa ſuperficie, cũ itaq; una ſola ſuperficies poſſit intelligi in qua ſunt ſimul omnia puncta a b g & e, & lineæ n f, & c d, palam q̃d à ſuperficie totius ſpeculi non poteſt reflecti forma puncti b, ad centrũ uiſus, niſi à linea longitudinis f n, ſed per 45. quinti huius, oſtenſum eſt quod in ſpeculis planis ab uno ſolo puncto fit unius puncti reflexio ad uiſum, ergo & in his ſpeculis nõ poteſt fieri reflexio ab alio puncto, q̃ ab uno ſolo puncto. ſ. lineæ f n, forma ergo puncti b, reflectitur ad uiſum a, ab uno ſolo puncto ſuperficiei totius ſpeculi, quod eſt propoſitum.

XXVII.

Superficiei reflexionis & ſpeculi columnaris conuexi cõmuni ſectione exiſtente circulo baſibus ſpeculi æquediſtante ab uno ſolo puncto ſuperficiei totius ſpeculi formæ eiuſdem puncti rei uiſæ fit reflexio ad uiſum.

Sit diſpoſitio quæ in præcedente, palamq́; per 17. huius, qm̃ hac hypotheſi exiſtente ſuperficies reflexionis a b g, erit æquediſtans baſibus columnæ, circulus quoq; qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei a b g. & columnæ cuius axis eſt c d, qui eſt æquediſtans baſibus columnæ ſit g h, cuius centrũ ſit punctum e, dico quod à circulo g h. quæ eſt cõmunis ſectio ſuperficiei a b g, nõ poteſt fieri reflexio formæ b ad a uiſum, niſi ab uno tantũ puncto g, patuit em̃ per 16. ſexti huius, quia in ſpeculis ſphæricis conuexis à circulo ſuꝑ quem fit reflexio, nõ poteſt fieri reflexio niſi ab uno tantũ puncto, ergo nec in iſtis ſpeculis columnaribus fiet reflexio formæ unius puncti rei uiſæ ad uiſum, niſi ab uno tantum puncto quod ſit g. Si uero datur quod ab alio puncto ſpeculi huius, ut à puncto l, ſimiliter fiat reflexio ſicut à puncto g, producatur à puncto dato l, linea l k, per 12. undecimi, perpendicularis ſuper ſuperficiẽ columnæ, hæc ergo ꝑducta cadet orthogonaliter ſuper axem c d, per 21. huius, cadat in punctũ axis, q̃d ſit l. Similiter quoq; linea l k.

ut patet

ut patet ex præmiſſis ſecabit lineam a b, ꝓductam inter punctũ rei uiſæ & centrum uiſus, ſecetq́ ipſam in puncto k, quod ſiue fuerit idẽ cũ puncto q, ſiue aliud à puncto q, ducatur ſemper linea k e, ad centrum circuli g h, eritq́ linea k e, orthogonalis ſuper axem c d, quõ eſt in ſuperficie reflexionis orthogonaliter axem c d ſecantem, duæ ergo lineæ k e & k l, cũ linea e i, parte axis continent triangulũ, cuius duo anguli ſunt recti, quod eſt impoſſibile, palam ergo quod in tali diſpoſitione non reflectitur forma puncti b, ad uiſum a, ab aliquo pũcto ſuperficiei totius circuli alio q̃ à puncto g, & hoc eſt ꝓpoſitũ.

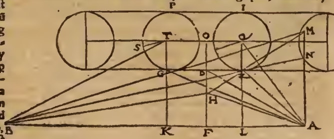
XXVIII.

Superficiei reflexionis & ſpeculi columnaris conuexi communi ſectione exiſtente oxigonia, formæ eiuſdem puncti rei uiſæ ab uno ſolo puncto totius ſuperficiei ſpeculi fit reflexio ad uiſum.

Sit ſuperficies reflexionis a b g, cuius cõmunis ſectio cũ ſuperficie ſpeculi columnaris ſit oxigonia ſectio tranſiens in ſuꝑficie ſpeculi punctũ g, & ſit b punctus rei uiſæ, & a centrum uiſus, & g punctus reflexionis, dico quõ forma puncti b, nõ reflectitur ad centrum uiſus a, ab aliq̃ pũcto totius ſuꝑficiei ſpeculi, niſi à pũcto g, ducatur em̃ à pũcto a ſuꝑficies æquediſtans baſibus columnæ ſecans ſpeculũ ſecundum circulũ, qui ſit e z l, quod ſi fiet, ꝓducta em̃ à puncto a, linea perpendicularis ſuper axem columnæ, per 12. primi, erit hæc linea perpendicularis erecta ſuper ſuperficiẽ columnæ, quia erit ꝑpendicularis ſuper lineam longitudinis columnæ cui ipſa incidit per 29. primi, ducatur item ab eodẽ puncto axis quod ſit q, alia linea rectum continens angulũ cũ axe quæ ſit linea q e, ergo per 18. undecimi patet, quõ ſuperficies plana lineas illas a q & q e, imaginata pertranſire ſuper ſuꝑficiẽ ſpeculi erit orthogonaliter erecta, & quõ per 4. undecimi, axis ſpeculi erectus eſt ſuꝑ illam ſuperficiem, patet per 14. undecimi, & per 92. primi huius, quõ illa ſuꝑficies æquediſtat baſibus ſpeculi, ergo per 100. primi huius, cũ ipſa ſecet ſuperficiem columnæ æquediſtanter baſibus, patet quod ipſa ſecat ſecundũ circulũ qui ſit e z i, cuius cẽtrum erit punctũ q, & eodem modo à puncto g, ducatur ſuꝑficies æquediſtans baſibus ſpeculi quæ ſecet ſpeculũ ſecundũ circulũ s g p, cuius centrum ſit t, & in illo circulo ducatur ab axe linea ad punctũ g, quæ ſit t g, & hæc per 21. huius, erit ꝑpendicularis ſuper ſuperficiem contingentẽ columnã in linea longitudinis, in qua eſt punctus g. Linea q̃ q; t g, ꝓducta cõcurrat cũ linea a b, in puncto k, cõcurret autẽ per 29. primi huius, ideo quia diuidit angulũ a g b, & puncta g a b, ſunt in eadem ſuperficie reflexionis per 24. huius, ducatur etiã à puncto g, linea longitudinis ſpeculi per 102. primi huius, quæ ſit g z, cadens inter duas ſectiones æquediſtantes baſibus ſpeculi nunc ductas, & erit per 25. primi huius, pars axis æqualis lineæ g z, linea t q, & à puncto b, rei uiſæ ducatur linea ꝑpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſecãtem ſpeculũ ſecundũ circulum e z i, per 11. undecimi, quæ ſit b h, & ducanẽ duæ lineæ a z & h z, & ducatur à puncto z, in ſuꝑficie illa ad axem ſpeculi linea z q, eritq́ hæc linea z q, ꝑpendicularis ſuper axem q t, per 21. huius, ſicut & ſuperficies e z i, in qua ꝓtrahitur, & erit per eandem 21. huius, eadem linea z q, ꝑpendicularis ſuper ſuꝑficiem cõtingentẽ ſpeculũ in puncto z, quia ergo linea q z, educta extra ſpeculi ſuperficiẽ neceſſario diuidit angulum h z a, eo quod cõcurſu linearũ h z & a z, orthogonaliter ꝓducatur ſuꝑ ſuperficiẽ contingentem, cui ſuperficiei lineæ a z & h z, oblique incidunt, palam ꝑ 29. primi huius, quia ꝓducta linea z q, cõcurret cum linea a h, quæ ſubtendiẽ angulo i z h, cõcurrat ergo in puncto l z, dico quõ forma puncti h, lineæ b h, reflectitur ad uiſum a, à puncto ſpeculi z, ducatur em̃ à puncto a, linea æquediſtans k g, lineæ quæ ſit a m, hoc utiq; per ſecundã primi huius, cõcurret cũ linea b g, cum qua ſua æquediſtans cõcurrit, ſunt em̃ lineæ a b, b g, k g, omnes in eadem ſuperficie reflexionis, ſit ergo punctus cõcurſus linearũ b g & a m, punctus m, palam quoq; per 6. undecimi, quõ linea g z, æquediſtat lineæ b h, cũ utraq; ipſarũ orthogonalis ſuꝑ ſuꝑficiem e z i, æquediſtantẽ baſibus columnæ, eſt ergo per 7. undecimi, linea b g m, in eadem ſuperficie, cũ ſecet illas duas lineas æquediſtantes. In ſuꝑficie ergo reflexionis quæ eſt a b g, ſunt tria puncta m z h, item quia linea a n i, eſt æquediſtans lineæ k g, ſed & linea z l,

eſt

eſt æquediſtans lineæ b g, per 33. primi, ſunt em̄ lineæ g z & t q, æquales & æquediſtantes, ut patet ex p̄miſſis, & linea t g ꝓducitur in punctū k, & linea q z æquediſtans lineæ a m. Sunt ergo per ſecundā primi huius, lineæ l z & a m, in eadem ſuperficie, & in eadem eſt linea h a, per 7. undecimi, igit̄ tria puncta m z h, ſunt in eadem ſuperficie in qua ſunt lineæ l z & a m, & h a, quæ eſt ſuperficies h l, z m, ſed iam patuit ſupra quod ſunt in ſupſicie m b h, igitur ſunt in linea cōmuni illis duabus ſuperficiebus, ergo per 3. undecimi, linea z q m, eſt linea recta. Cū itaq; punctus g ſit punctus reflexionis ex hypotheſi, erit ꝑ 20. quinti huius, angulus a g k, æqualis angulo k g b, ſed angulus k g b, ꝑ 29. primi eſt æqualis angu-



lo a m g, cū ſit extrinſecus ad illū, & linea k g æquediſtet lineæ a m, ſed & angulus a g k, eſt æqualis angulo m a g, per eandem 29. primi, quia eſt illi coalternus, ergo anguli a m g & m a g, ſunt æquales, ergo per ſextā primi, duæ lineæ a g & m g, ſunt æquales, quia uero linea g z, eſt erecta ſuper ſuperficiem a h z, ut patet ex p̄miſſis, erit linea g z, orthogonalis ſuꝑ quālibet lineā ſuperficiei a h z, ductam à puncto z, ergo erit ꝑpendicularis ſuper lineam z m, angulus ergo m z g, erit rectus, erit quoq; per penultimā primi, quadratū lineæ m g, æquale quadratis duabus lineaꝝ m g & g z, & ſimiliter quadratum lineæ a g, eſt æquale quadratis lineaꝝ a z & g z. Sed quadratum lineæ m g, æquale eſt quadrato lineæ a g, quoniam lineæ m g & a g, ſunt æquales, ablato ergo utrobiq; quadrato cōmuni, qđ eſt quadratū lineæ g z. Relinquitur quadratū lineæ m z, æquale quadrato lineæ a z. Eſto igitur linea m z, æqualis lineæ a z, ergo per 5. primi angulus a m z eſt æqualis angulo z a m, ſed per 29. primi, angulus l z h, extrinſecus æqualis eſt angulo a m z intrinſeco, & angul9 z a m, eſt æqualis angulo l z a, per eandē 29. primi, quia illi anguli ſunt coalterni, ergo angulus a z l, eſt æqualis angulo l z h, forma ergo puncti h, incidens ſpeculo in puncto z, reflectit̄ ad a centrū uiſus à puncto ſpeculi, qđ eſt z, ut patet per 20. quinti huius. Si uero dicat̄ quod ab illo puncto g, poteſt forma pūcti b, reflecti ad uiſum a, illud aliud punctū aut erit in linea longitudinis quæ eſt g z, aut in alia. Si eſt linea g z, ducat̄ à dato puncto lineæ g z, qđ ſit d, linea perpendicularis ſuper lineā g z, quæ ad utramq; partē ꝓducta ſit linea o d f, & copulent̄ lineæ a d & b d, linea itaq; o d f, per 29. primi huius, neceſſario ſecabit lineā a b, & erit æquediſtās lineæ a m, per 28. primi, & linea ducta à puncto b, ad illud punctū d, neceſſario cōcurret cū linea a m, per 2. primi huius, & erit punctus d, & punctus m, in eadem ſuperficie, qm̄ lineæ d f & a m, cum ſint æquediſtantes ſunt in eadem ſuperficie per 1. primi huius: linea ergo b d, aut cadet ſuper punctum m, aut ſupra aliud punctum lineæ a m, ſi cadat ſuper punctū m, eſt ducere à puncto b ad punctum m, duas rectas lineas, ut lineā b g m, & lineam b d m, quod eſt impoſſibile, qm̄ tunc duæ rectæ lineæ ſuperficiem includerent. Si uero ad aliud punctum lineæ a m, q̄ ad punctum m, incidat linea b d, ſit illud punctum n, & ducatur à puncto n, linea n z, ad punctum z, & poteſt ꝓbari quod hæc linea n z, cum linea h z, facit lineam rectam ſicut prius ꝓbatum eſt de linea m z, qm̄ em̄ puncta n z h, ſunt in duabus planis ſuperficiebus, ergo ſub nullarum cōmuni ſectione, ergo per 3. undecimi, erit linea h z n, linea recta, & ita à puncto h, erit ducere duas lineas rectas per punctum z tranſeuntes, & in diuerſa puncta lineæ a m, cadentes, quod eſt impoſſibile per primā undecimi, palam ergo quod à nullo puncto lineæ g z, poteſt forma puncti b reflecti ad

uiſum a, nō à ſolo puncto g, ſi dicatur quod extra hanc lineam ſumpto puncto in ſuperficie ſpeculi ab illo poſſit flecti forma pūcti b ad a uiſum, ducať ſup illud punctū ſpeculi linea longitudinis ſpeculi per 101. primi huius, & à puncto circuli e z i, in quē cadit hæc linea, ꝓbabitur forma puncti h, reflecti ad uiſum a, ſecundū ꝑdictā ꝓbationē, ſed iam ꝓbatum eſt, quod forma puncti h, à puncto ſpeculi z, reflectitur ad uiſum a, & ita formæ eiuſdem pūcti h, ad eundem uiſum a, à pūctis duobus unius circuli fiet reflexio, qđ eſt contra 16. ſexti huius, et impoſſibile. Super eſt ergo ut à ſolo puncto ſpeculi propoſiti reflectatur forma puncti b, ad uiſum a, palam eñ quia ſi communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris fuerit oxigonia ſectio, quia tunc non fiet reflexio niſi ab uno tm̄ puncto, qm̄ ut patet per 24. huius, in omni ſuperficie reflexionis factæ ab his ſpeculis de neceſſitate oportet ut ſit punctus axis in quē cadit perpendicularis ducta à puncto reflexionis, quæ orthogonalis eſt ſuper lineā longitudinis ſpeculi per punctum illud tranſeuntem, ergo & ſuper axem ſpeculi per 28. primi, qm̄ linea longitudinis columnæ & axis ſemper æquediſtant per 92. primi huius, eſt autē illa perpendicularis cōmuni ſectione oxigoniæ à cuius puncto fiet reflexio & cuidam circulo æquediſtanti baſibus ſpeculi per 104. primi huius, eſt ergo ſemidiameter illius circuli, ſuperficies itaq; reflexionis, & ille circulus ſecant ſe in illa perpendiculari ſemidiametro circuli ſuper periferiā circuli per 21. huius, & ſuperficies reflexionis in qua eſt illa ſectio oxigonia eſt declinata ſuper ſuperficiem circuli, & ſuper illam ſemidiametrū, quæ eſt perpendicularis à puncto reflexionis ducta ſuper axem per 109. primi huius. Si uero ab eadem oxigonia ſectione fieret à duobus punctis reflexio, eſſet neceſſariū, ut ī illa ſectionis ſuꝑficie poſſent duci duæ perpendiculares ſuper axem ſpeculi, quod eſt impoſſibile, cū unus uiſus ſemper uideat minus medietate columnæ, & ſimiliter patet per 79. quarti huius, ꝙ duo uiſus uident minus medietate columnæ, quando diameter baſis columnæ maior eſt ꝙ̄ diſtantia oculorum, hoc autem planius declaratum eſt in 22. huius, patet itaq; propoſitum.

XXIX.

Oxigonia ſectione exiſtente cōmuni ſuꝑficiei reflexiōis & ſpeculi colūnaris cōuexi dati pūcti uiſi, ad datum centrū uiſus punctū reflexiōis inueniri.

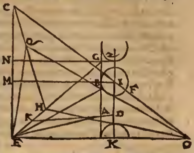
In omni ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi propoſiti exiſtente linea longitudinis ſpeculi, punctus reflexionis poterit faciliter inueniri, ſicut in ſpeculis planis ꝑ 46. quinti huius, oſtenſum eſt. Si uero illa communis ſectio fuerit circulus, tunc punctus reflexionis poterit faciliter inueniri, ſicut in ſpeculis ſphæricis conuexis oſtenſum eſt per 20. uel 22. ſexti huius. Si autem illa communis ſectio ſit oxigonia qualis proponitur, ſit rei uiſæ datus punctus b, qui reflectatur ab aliquo puncto ſectionis oxigoniæ ad a centrum uiſus, dico quod poſſibile eſt inueniri punctum reflexionis, ducatur eñ à puncto a. ut in præcedenti propoſitione ſuperficies æquediſtans baſibus columnæ, quæ ſecabit columnam ſuper circulum qui ſit e 3 i, & ducatur à puncto b, perpendicularis ſuꝑ hanc ſuperficiem per 11. undecimi, quæ ſit b h, & per 20. uel 22. ſexti huius, ſicut in ſpeculis ſphæricis cōuexis oſtenſum eſt, inueniatur in hac ſuperficie punctus à quo reflectitur forma puncti h, ad uiſum a, qui ſit punctus 3, & à puncto 3, per 101. primi huius, ducať linea longitudinis quæ ſit 3 g, & ducatur linea h a, & à puncto 3, ducatur perpendicularis ſuper lineam h a, per 12. primi, quæ ſit 3 l, & huic ducatur æquediſtans à puncto a, per 31. primi, quæ ſit a m, & linea h 3, producatur uſq; quo concurrat cum linea a m, & ſit concurſus in puncto m, & à puncto m, ducatur linea ad punctum b, quæ neceſſario ſecabit lineam 3 g, cum ſit in eadem ſuperficie cum illa, quoniam cum linea b h, ſit æquediſtans lineæ g 3, & per 6. undecimi, eo quod ambæ lineæ b h & g 3, ſunt perpendiculares ſuper eandem ſuperficiem e & i, æquediſtantē baſibus columnæ, erit ergo linea h m, in ſuperficie illarū per ſeptimā undecimi, & ita linea m b, erit in eadē ſuperficie, quæ ſi ſecat lineam 3 g, in puncto g, palam ex his quæ in præcedenti propoſitione præmiſſa ſunt, quod punctus g, erit punctus reflexionis formæ puncti b ad a uiſum, hæc omnia plura'q; alia patent ꝑ ea q̄ dicta ſunt in ꝑcedenti demonſtratione, & hoc eſt ꝓpoſitū, qm̄ ſecūdū hūc modū cuiuslibet dati pūcti ad datū uiſum pūctus reflexiōis poterit īueniri.

Lineæ

XXX.

Lineæ rectæ æquediſtantis axi ſpeculi columnaris conuexi uiſu non exiſtente in eadē ſuperficie, reflexio fit à linea longitudinis ſpeculi ad uiſum.

Eſto axis ſpeculi colūnaris conuexi, linea z k, & ſit linea uiſa axi æquediſtans, quæ t h, eritq́ centrū uiſus e, extra ſuperficiem t h, z k, dico quod forma lineæ t h, reflectitur ad uiſum e à linea longitudinis ſpeculi, quæ eſt cōmunis ſectio ſuperficiei t h, z k, & ſuꝑficiei ſpeculi, & quia uiſus e, nō eſt ī ſuꝑficie t h, z k, ſit ſuperficies per ipſum uiſum tranſiens ſecans columnā ſpeculi æquediſtanter baſibus, eritq́ hæc ſuperficies ſecans colūnam ſecundū circulum per 106. primi huius, qui circulus ſit b f, palam ergo cū linea h t ex hypotheſi æq̄diſtanter axi z k, qđ aliquis eius pūctus reflectit̄ ad uiſum e, ab aliquo puncto circuli b f, ſit ergo hoc à puncto b, punctus quoq́ lineæ t h, qui reflectitur ad uiſum e, à puncto ſpeculi b, ſit q, & ducantur lineæ q b, e b, q e, & ducatur per 100. primi huius, à puncto b, linea longitudinis columnæ quæ ſit a b g, & ducatur à puncto b, ꝑpendicularis cadens ſuper axem z k, in punctum l, quæ ꝑducta ad lineam q e, ſecabit ipſam ꝑ ſecūdā primi huius, qm̄ illæ duæ lineæ æquediſtant, ut patet ex præmiſſis, qm̄ ſuꝑficies e q b, eſt ſuꝑficies reflexionis, patet qđ punctū b cū linea e q, eſt in eadē ſuꝑficie, ſecet ergo linea b l, ꝑducta ipſam lineam q e, in puncto m, & ſit linea m l, ducaturq́ à puncto



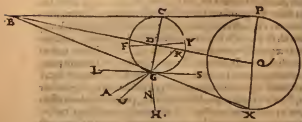
e, linea æquediſtās lineæ m l, ꝑ 31. primi, quæ ſit e o, & ꝑducat̄ linea q b, ultra punctū b, q̄ quia cōcurrit cū linea m l, palā per ſecundā huius primi, quia ipſa concurret cum eius æq̄diſtante, q̄ eſt linea e o, ſit ergo punctus cōcurſus o, palā aūt per 20. quinti huius, qm̄ angulus incidentiæ, q eſt q b g, eſt æqualis angulo reflexionis, qui eſt e b a, anguli uero m b g & m b a, ſunt æquales, qa recti. Relinquit̄ ergo angulus q b m, æqualis angulo reliquo, q̄ eſt e b m, ſed per 29. primi, angulus q b m, eſt æqualis angulo b o e, qn̄q́ extrinſecus intrinſeco eſt æqualis. Sed & angulus m b e, æqualis eſt angulo b e o, quia coalternus eſt, ergo angulus b o e, æqualis angulo b e o, ꝑ 6. primi, in trigono b e o, latus b e, æq̄le lateri b o. Sumat̄ aūt & alius punctus in linea t h, qui ſit punctus c, & ducat̄ linea t a, quia ergo linea t h, æquediſtat lineæ longitudinis ſpeculi, quæ eſt a g, per 30. primi, ideo qđ utraq́ illaꝝ eſt æquediſtans axi z k, palā ergo per 1. primi huius, qđ lineæ t h & a g, ſunt in eadē ſuꝑficie cum linea t h & z k, axis ſint in eadem ſuꝑficie, ergo per 7. undecimi, linea q b o, ſecans illas lineas æquediſtantes, quæ ſunt t h & a g, eſt cū illis in eadem ſuperficie, & ſimiliter linea t o, eſt in eadē ſuꝑficie cū illis, per 1. undecimi, ſunt em̄ puncta t & o, in dicta ſuꝑficie, ſecabit ergo linea t o, lineā a g, ſit pūctus ſectionis g, & ducat̄ linea e g & e t, qa itaq́ a g, q̄ eſt linea lōgitudinis ſpeculi eſt ꝑpēdicularis ſuꝑ ſuꝑficiē circuli b f, per 8. undecimi, ideo qđ axis z k, cui æquediſtat linea a g, perpendicularis eſt ſuper eandē circuli ſuperficiē per 23. primi huius, cū ipſa ſit perpendicularis ſuper baſem columnæ, ꝑ 92. primi huius, ſuperficies aūt circuli b f, eſt pars ſuperficiei e o b f, hæc em̄ ſuperficies ſecat columnā æquediſtantē baſi, ut patet ex p̄miſſis. ergo ꝑ diffinitionem lineæ ſuꝑ ſuꝑficiem erectæ angulus g b o, eſt rectus, & angulus g b e rectus, ergo ꝑ penultimam primi, quadratū lineæ g o, ualet ambo quadrata lineaꝝ g b & b o, & quadratum lineæ g e, ualet ambo quadrata lineaꝝ g b & b e, & qm̄ oſtenſum eſt qđ lineæ b e & b o, ſunt æquales, erunt ipſaꝝ quadrata æqualia, & quadratū b g utriq́ eſt commune, erit ergo quadratū lineæ g e, æquale quadrato lineæ g o, & erit igit̄ per 6. primi, trigono e g o, linea g e, æqualis lineæ g o, ergo ꝑ 5. primi, erit angulus g e o, æqualis angulo g o e, à puncto itaq́ g, ducat̄ ꝑpendicularis ſuper axem ſpeculi, qui eſt z k, per 12. primi, quæ ſit linea g z, & hæc ꝑducta ultra punctū g, ad lineā t e, ſit z g n, eritq́ linea z n, æquediſtans lineæ l m, per 28. primi, qm̄ lineæ n z & l m, ambæ ſunt perpendiculares ſuper axem z k, ſed & linea e o, æquediſtat lineæ l m, ut patet ex p̄miſſis, linea ergo z n, æquediſtat lineæ

e o,per 30.primi,erit ergo per 29.primi,angulus t g n,exiſtens extrinſecus æqualis angulo g o e,intrinſeco,& angulus n g e,æqualis angulo g e o,quia ſunt coalterni. Sed angulus g e o, oſtenſus eſt eſſe æqualis angulo g o e,ergo angulus t g n,eſt æqualis angulo n g e. Cum ergo linea t g o,& linea n g z,ſunt in eadem ſuperficie in qua eſt punctus g, puncta ergo a g t, erunt in eadem ſuperficie, ergo in eadem ſuperficie ſunt lineæ e g, o g,t g,per 1.undecimi, forma ergo puncti t,reflectitur ad uiſum e, à puncto ſpeculi g,ut patet per 20.quinti huius,ꝓpter æqualitatem angulorum t g n,& n g e. Sumpto aũt in linea t h,puncto h,eiuſdẽ diſtantiæ à puncto q,& à centro uiſus e,cuius eſt pũctus t,& dicta linea h o,tranſibit hãc per lineã longitudinis ſpeculi, quæ eſt a g,ſit punctum tranſitus a,& ducta à puncto a,linea ꝑpendiculari ſuper axem z k,quæ ſit a d, & q̃ ꝓducta ad lineam h e,ſit d k,& ducta linea e a penetrabit ſicut prius,q̃a duo anguli a b e & a b o,ſunt recti,& latera a e & a o,ſunt æqualia,fiuntq́; ut prius duo anguli h a k, & e a k,æquales,forma ergo puncti h,ut ſupra patuit,reflectitur ad uiſum e,à puncto ſpeculi a. Similiter quoq; ſumpto quocunq; puncto lineæ t h,erit ꝓbare q̃d ille punctus reflectitur ad e,ab aliquo puncto longitudinis ſpeculi, quæ eſt a g,tota linea ergo t h, reflectitur ab una linea longitudinis ſpeculi,quæ eſt a g,ad uiſum e,q̃d eſt ꝓpoſitũ. Et notandum eſt,q̃d in hac diſpoſitione figuræ punctum q,lineæ t h, eſt medius punctus illius lineæ, & eſt in eadem ſuperficie cum centro uiſus e,ꝓpter q̃d puncta t & h,æqualiter diſtant à uiſu,& ſimiliter puncta reflexionis quæ ſunt g & a,ꝓpter quod patet, quod lineæ g b & g a,ſunt æquales,& tota diſpoſitio figuræ ſit ſecundũ illũ,quod ſi uiſus ſit inferior tota linea t h,quod ſit reflexio à linea a g,prout ſecat plurimas oxigonias ſectiones,ut patet per 13.huius,alias uero nunq̃ ab aliquo puncto circuli neceſſe eſt fieri reflexionem.

XXXI.

Linea longitudinis exiſtente communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi pyramidalis conuexi,à quolibet pũcto ſuperficiei ſpeculi apparentis uiſui poteſt fieri reflexio ad uiſum.

Eſto ſpeculũ pyramidale conuexũ b x p, cuius uertex ſit b,& diameter baſis x p,ſitq́; centrũ baſis q,erit ergo linea b q,axis ipſius ſpeculi. Sit quoq; q̃cunq; datus punctus in ipſius ſuperficie apparente punctus g,& ſit centrũ uiſus a,& punctus rei uiſæ ſit n,dico q̃d forma puncti n,reflecti poteſt à puncto g,ad uiſum a:ſi fuerit in ſitu cõuenienti reflexiõi,circũducatur enĩ ꝑ 102 primi huius,à pũcto g circulus pyramidi ſpeculi æquediſtans baſi x p, cuius cẽtrũ ſit d,& cuius diameter ſit g c,ſemidiameter g d,q̃ neceſſario erit ꝑpendicularis ſuꝑ axem b q ꝑ 29.primi, eo q̃d e x q, ſemidiameter baſis ſpeculi eſt ꝑpẽdicularis ſuper eandẽ axẽ b q,ſicut & alia ſemidiameter baſis in eadẽ ſuꝑficie



exiſtẽs cũ diametro g c æq̃diſtat illi,eſt enĩ axis b q ꝑpẽdicularis ſuꝑ ſuperficies amborum circulorum x p & g t,ꝑ 23.primi huius,& ꝓducatur linea g b,à dato puncto g,ad uerticẽ pyramidis b,palã ergo ꝑ 32.primi,q̃m angulus g b d eſt acutus,& ſimiliter angulus b g d,eſt acutus,cũ angulus b g d,ſit rectus,in ſuꝑficie q̃q; trigoni g b d, ſit linea reflexiõis, q̃ eſt a g,ꝑ 7.huius,& ex hypotheſi erũt lineæ reflexionis a g,& longitudinis b g, & axis b d q in eadẽ ſuperficie,& q̃m angulus b g d eſt acutus,fiat ꝑ 23.primi, angulus b g k, rectus ꝓducta linea g r,ad axẽ,eritq́; r g linea perpẽdicularis ſuꝑ lineã longitudinis, q̃ eſt b x, eritq́; g r l'iea in eadẽ ſuperficie cũ alijs lateribus trigoni b g r,ꝑ 2.undecimi, à pũcto q̃q; g,ducatur liea cõtingẽs circulũ ꝑ 16.tertij,q̃ ſit liea l g s,eritq́; ꝑ 27.tertij,linea l g s perpẽdicularis ſuꝑ diametrũ g c, ducaturq́; alia diameter circuli g c, perpendicularis ſuper diametrum

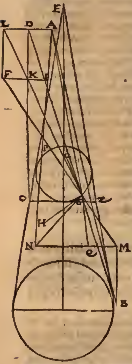
diametrum g r, quæ extrahatur à puncto d, per undecimã primi, & ſit f k, eritq́; ſicut prius diameter f k perpẽdicularis ſuper axẽ b q. erit ergo per 4. undecimi diameter f k perpẽdicularis ſuper ſuperficiem in qua ſunt lineæ g c & b q, eritq́; diameter f k æquediſtãs lineæ contingenti circulum, quæ eſt l g s, per 17. tertij, & per 28. ergo per 8. undecimi, linea contingens circulum g c, quæ eſt s g l, perpẽdicularis eſt ſuper ſuperficiẽ in qua ſunt diameter g c & axi e l q, ergo per diffinitionẽ lineæ erectæ, angulus l g r, eſt rectus; ſi ergo imaginemur ſuperficiẽ contingẽtem pyramidẽ, in qua ſit linea l g s, contingens circulũ b c, palam quoniã linea r g, erecta eſt ſuper illã ſuperficiẽ, ſi ergo linea reflexionis quæ eſt a g, tranſiens pyramidem, fiat una linea cũ linea g r, erit ipſa orthogonalis ſuper ſuperficiem contingentẽ ſpeculũ in pũcto g, fiet ergo per 21. quinti huius, formæ ſecundũ illã lineam ſuperficiei ſpeculi incidentis reflexio per eandẽ, & ſi punctus n ſit in illa linea, poterit forma eius reflecti ad uiſum a, à puncto ſpeculi g, per lineã a g, ſi uero linea a g nõ fiat una linea cũ linea g t, palã per conuerſam 14. primi, quod angulus a g l, eſt minor recto uel maior, quoniã ſi erit rectus, tunc lineæ a g & g r, ambæ coniunctæ ſunt linea una per eandem 14. ſit ergo angulus a g l acutus, & producatur linea r g, in continuum & directum uſq; ad punctum u, eritq́; linea u g perpendicularis ſuper ſuperficiem cõtingentem ſpeculum in puncto g, & erit angulus u g l rectus per 15. primi, erit ergo angulus u g a acutus, ducatur ergo in eadẽ ſuperficie linea g h, æqualem continens angulum cum linea u g, angulo u g a, per 23. primi. Si ergo punctus rei uiſæ, qui poſitus eſt eſſe n, fuerit in linea h g, palã per 20. quinti huius, quoniã poſſibile eſt à puncto g, fieri reflexionem ad uiſum a, eruntq́; lineæ incidentiæ, quæ eſt n g cũ linea reflexionis quæ eſt g a in eadẽ ſuperficie orthogonali ſuper ſuperficiem contingentem pyramidem in puncto reflexionis quod eſt g, reflectetur q́; forma puncti rei uiſæ ſecundũ punctum n ad uiſum, qui eſt in puncto a, à puncto ſpeculi quod eſt g, & eodem modo de quolibet alio dato pũcto ſuperficiei ſpeculi demonſtrandum, patet ergo propoſitum.

XXXII.

Dato puncto ſpeculi pyramidalis conuexi, à quo fiat reflexio dati puncti rei uiſæ ad datum centrum uiſus à puncto oxigoniæ ſectionis, uel à linea lõgitudinis ſpeculi, poſſibile eſt loca inueniri, in quibus centro uiſus & puncto rei uiſæ collocatis, fiat reflexio ad uiſum ab eodem dato puncto ſpeculi prout eſt punctus circuli æquediſtantis baſi.

Sit a centrum uiſus, b punctus rei uiſæ, & ſit g pũctus reflexionis ſuperficiei ſpeculi pyramidalis cõuexi, cuius uertex ſit e, dico quod poſſibile eſt inueniri id quod proponit, ducatur enĩ prout docuimus in 28. huius, ſuper punctũ g ſuperficies æquediſtans baſi ſecans pyramidem ſuper circulũ baſi æquediſtantem per 100. primi huius, quæ ſit p g, cuius centrũ ſit t, & ducatur linea a g & b g, a b, & à puncto g ducatur ad centrũ circuli linea g c, & uertice pyramidis, qui eſt pũctus e, ducatur axis e t, & quoniã ſuperficies reflexionũ ſemper eſt erecta ſuper ſuperficiem ſpeculũ in puncto reflexionis contingentẽ, ut patet per 15. & per 8. huius, uel per 25. quinti huius, ducatur in ſuperficie reflexionis linea perpẽdicularis ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculũ in puncto reflectionis, quæ eſt g, quæ ſit h g, & palã per 26. quinti huius, quoniã hæc diuidit angulũ a g b, per æqualia, ipſa ergo producta ſecabit lineã a b per 29. primi huius, ſitq́; ergo ut ſecet eam in pũcto z, ducatur quoq; à puncto e, uertice pyramidis linea lõgitudinis ſpeculi, quæ ſit e g, & huic lineæ e g ducatur æquediſtãs à pũcto a, centro uiſus, quæ neceſſario ſecabit ſuperficiem circuli p g, ſecet ergo ipſum in pũcto n, & ſit a n, & ſimiliter à pũcto b, ducatur linea æquediſtans eidem lineæ e g, quæ ſit b m, ſecans ſuperficiẽ circuli g p in puncto m, quia itaq; ambæ lineæ a n & b m, æquediſtant eidẽ lineæ longitudinis ſpeculi, quæ eſt e g, patet per 30. primi, quia ipſæ adinuicem æquediſtant, ſ. lineæ a n & b m, à pũcto ergo n ducatur per 31. primi, linea æquediſtans ſemidiametro circuli, quæ eſt g r, ſitq́; illa æquediſtans linea n s, & ducantur lineæ n g, m g, n m, palam itaq; per 29. primi huius, quia linea t g producta ſecabit lineam n m, ideo quia ſecat angulum m g n, eſt ei tranſuerſim

ducta in eadem ſuperficie & lineæ n f & g t ſunt æquediſtantes, ſed linea n m ſecat lineã n f, ergo & ipſa ſecabit per ſecundam primi huius, lineam g t, ſecet ergo in puncto q, palam ergo per eandẽ ſecundam primi huius, quod linea m g producta ſecabit lineam n f, cũ ſecet linea g t, æquediſtantẽ ipſi n f, ſitq́ punctus ſectionis f, & à puncto a ducatur linea æquediſtans lineæ perpendiculari ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum in pũcto g, quæ eſt linea h z, & ſit illa æquediſtans linea a l, palam ergo per ſecundam primi huius, quod linea b g concurret cum linea a l, quia ſecat eius æquediſtantem lineam h z, ſit ergo punctus cõcurſus l, ducatur quoq́ linea quæ eſt ſectio communis ſuperficiei contingẽti ſpeculi in puncto g, & ſuperficiei circuli p g, quæ ſit linea g o, palam quod linea g o erit orthogonalis ſuper ſemidiametrũ circuli, quæ eſt g t per 17. tertij, ideo quia linea g o eſt contingens circulũ p g, quoniã ipſa ducta eſt in ſuperficie plana contingẽte ſpeculũ in puncto g, & quoniã lineæ n f & g t æquediſtant, erit per 29. primi, linea g o orthogonalis ſup lineam n f æquediſtante lineæ g t, ſumatur etiam linea quæ eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei contingentis ſpeculum in puncto g, palam per ſecundã primi huius, q̃a ipſa ſecabit lineam a l æquediſtantẽ lineæ g h, ſit ergo pũctus ſectionis d, & erit linea g d perpẽdicularis ſuper lineam a l, per 29. primi, eſt enim linea g d perpendicularis ſuper lineã g h, quia cum linea h g, ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem cõtingentẽ in puncto g, erit perpendiculariter neceſſario perpendicularis ſuper lineã g d, productã ab eodem puncto in illa ſuperficie per diffinitionẽ lineæ ſuper ſupficiem erectæ, palam autẽ ex prædictis, quoniã linea n f, eſt æquediſtans ſemidiametro circuli p g & g e, ſimiliter quoq́ linea a l, eſt æquediſtans lineæ g h. igitur per 15. undecimi ſuperficies in qua ſunt lineæ n f & a l, quæ productæ ultra puncta l & f, neceſſario concurrent per 14. primi huius, quoniam anguli f n a & l a f, ut patet ſunt minores duobus rectis, eſt æquediſtans ſuperficiei g t h, ſed & linea e g, æquediſtat lineæ b m, ut patet ex præmiſſis, ergo per primam primi huius, ipſæ ſunt in eadem ſuperficie ſecante prædictas duas ſuperficies æquediſtantes unã ipſarum ſuper lineã e g, aliã uero ſuper lineã f l, ergo per 16. undecimi, communes ipſarum ſectiones erunt æquediſtãtes, erit ergo linea f l æquediſtans lineæ e g, ſed linea a n eſt æquediſtans lineæ e g, ut patet ex præmiſſis, ergo per 30. primi, erit linea f l æquediſtans lineæ a n: uerum ſuperficies contingens ſpeculũ in puncto g, ſecat eaſdem ſuperficies æquediſtantes quæ ſunt g t h & n f, & a l, unã earũ ſup lineam e g, ſecundum quam ipſa eſt ſpeculũ contingẽs, & aliam ipſarũ ſuper lineam o d, ergo per 16. undecimi, linea o d æquediſtat lineæ e g, igitur per 20. primi, erit linea o d, æquediſtans lineis a n, & l f æquediſtantibus lineæ e g, & quia linea n f & a l inter quas ducantur lineæ n a, o d, f l, ſunt in eadem ſuperficie, per ſecundam 11. patet quod lineæ a n, q d, f l, ſunt in eadem ſuperficie. ducatur itaq́ à pũcto f linea æquediſtãs liniæ l a, per 31. primi, ſecãs lineã o d in pũcto k, & linea a n in pũcto l, eritq́ linea f r, æq̃lis linea l a per 34. primi, & ſimiliter erit linea f k æq̃lis l d, & k i æqualis ipſi d a. Eſt autem per ſecundam 6. proportio i k ad k f, ſicut n o ad o f, ergo per 7. quinti, erit proportio lineæ a d ad lineam d l, ſicut lineæ n o ad lineã o f, & quoniam ex præmiſſis angulus b g z, eſt æqualis angulo a g z, quoniã linea g z diuidit angulum a g b per æqualia per 26. quinti huius, ſed angulus b g z, eſt æqualis angulo g l a, per 29. primi, extrinſecus eñ intrinſeco eſt æqualis, & lineæ h z & a l, ſunt æquediſtãtes, ſimiliter angulus z g a per eandẽ 29. primi, æqualis eſt angulo g a l, q̃a coalternus, angulus



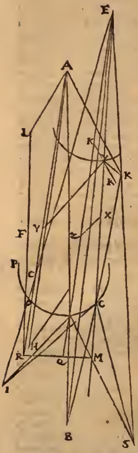
ergo g l a æqualis eſt angulo g a l, ergo per 6. primi, lineæ g n & g l ſunt æquales, & linea g d eſt perpendicularis ſuper lineã a l, ut patet ex præmiſſis, trigonũ ergo a g l, diuiſum eſt in duos trigonos æquiangulos & ſimiles p 31. primi huius, eſt ergo proportio lineæ a d ad lineã d l, ſicut lineæ g a, ad lineã g l. ſed linea a g, ut patet ex præmiſſis, eſt æqualis lineæ g l, eſt ergo linea a d æqualis lineæ d l, ergo & linea n o eſt æqualis lineæ o f, & linea g o eſt per 29. primi, perpẽdiculariter ſuper lineã u f, quoniã linea g o, eſt perpẽdicularis ſuper lineã g t, ut patet ex præmiſſis per 17. tertij, & lineæ g t & n f æquediſtãt ut præmiſſum eſt, quia itaq; angulus g o f, eſt æqualis angulo g o n, & linea o f æqualis lineæ o n, & linea g o, communis, erit ergo per 4. primi, angulus o f g æqualis angulo o n g, ſed angulus q g m, æqualis eſt angulo o f g, per 29. primi, cum ſit ei extrinſecus, & angulus q g n, æqualis eſt angulo o n g, cum ſit ei coalternus, er lineæ c q & n f æquediſtant ut patet ex præmiſſis, erit ergo q g n angulus æqualis angulo a g m. ergo per 20. quinti huius, à puncto g circuli p g, poteſt forma puncti m, reflecti ad uiſum exiſtentem in puncto n, non tamen quod ſecundum circulum fiat reflexio ab his ſpeculis pyramidalibus conuexis, ſed ſit ſcilicet quod punctus g cõmunicat circulo, qui eſt ſectio ſphæræ uel columnæ intra ſpeculum pyramidale, imaginare, quoniam ſuperficies contingens circulum p g, eſt erecta ſuper ſuperficiem reflexionis, propter quod neceſſe habet pyramidem ſpeculi in ſui parte ampliorem, ut in ea quæ eſt uerſus baſem ſecare ſecundum æquediſtantiã axis pyramidis ſpeculi, & ſit ſuperficies reflexionis, in qua ſunt centrum uiſus & punctus rei & circulus p g, erecta eſt ſuper illam ſuperficiem contingentem & puncta n & m, ſe reſpiciunt in ſuperficie illius circuli ſecũdum angulos æquales contentos cum diametro ipſius collocato ergo centro uiſus in puncto n, & puncto rei uiſæ in puncto m uel econuerſo, reflectetur ſemper forma ad centrum uiſus corpore ſpeculi pyramidalis non præſtante impedimentum, ut ſi forte lineæ a n & b m, cadant in ipſo circulo baſis, & propter corpus pyramidis ſpeculi non ualeant à puncto g, ad uiſum aliquod reflecti, & hoc eſt propoſitum.

XXXIII.

Communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi pyramidalis conuexi exiſtente linea longitudinis ſpeculi, ab uno tantum puncto ſuperficiei ſpeculi fit formæ unius puncti rei uiſæ reflexio ad uiſum.

Sit diſpoſitio omnino quæ eſt in proxima præcedente, & reflectatur forma puncti b ad uiſum exiſtentẽ in puncto a, à puncto ſpeculi pyramidalis cõuexi quod ſit g, ita quod cõmunis ſectio ſupficiei reflexiõis & ſpeculi ſit linea longitudinis ſpeculi, quæ eſt e g, dico quod forma puncti b reflectitur ad uiſum a, à ſolo puncto ſuperficiei ſpeculi, quod eſt g: ſi enim dicatur quod poteſt reflecti ab alio puncto ſuperficiei ſpeculi, tunc illud punctũ aliud aut erit in linea longitudinis ſpeculi, quæ eſt e g, aut non, ſi ſit in linea longitudinis ſpeculi, quæ eſt e g, ſit illud punctum x, & ab eo ducatur perpendicularis ſuper ſupficiẽ contingentẽ ſpeculũ in illo pũcto p 12. undecimi, hæc ergo ppẽdicularis ſit x i, eritq; linea x z per 6. undecimi æquediſtãs lineæ z g, quæ prius ducta eſt perpẽdicularis ſup eandem ſuperficiem, tamen punctũ g & x ſint in eadẽ linea longitudinis ſecundũ quã ſuperficies illa pyramidẽ contingit, & quia linea h z & a l, ſunt æquediſtãtes, ut patet per illa quæ dicta ſunt in præmiſſa, erit ergo per 30. primi illa perpendicularis x z æquediſtans lineæ a l, & quia linea e z æquediſtãs lineæ a l, & quia linea x z ſicut & linea z h eſt in ſupficie reflexionis, quæ per 15 & per 6. huius, eſt erecta ſuper ſuperficiem contigentẽ ſpeculũ in linea e g, erit ergo p ſecundã primi huiꝰ, linea a l in ſupficie reflexionis huius lineæ perpẽdicularis, quæ eſt x z, & erit ſimiliter in ſupficie reflexiõis lineæ ppẽdicularis q̃ eſt z g, igit̃ illæ duæ ſupficies reflexiõis lineæ ppẽdiculariter ſecãt ſe ſup lineã a l per 19 primi huiꝰ, ſed ſecãt ſe etiã ſup punctũ b, qm̃ illud eſt q̃d reflectit̃ p utrãq;, hoc aũt eſt impoſſibile, quoniã punctũ b nõ eſt in linea a l, oſtẽſum eſt em̃ prius lineã f l æquediſtãtẽ eſſe lineæ b m, q̃ duæ lineæ uel cõcurrẽt ſi pũctũ b eſſet in linea a l, uel ſequeret̃ pũcta m et n cadere ex una pte lineæ g q, nõ ergo fiet reflexio pũctoꝝ m & n adiuuicẽ à pũcto g, q̃d eſt cõtra demõſtrata in p̃miſſa, reſtat ergo ut à nullo pũcto lineæ lõgitudis, q̃ e g, p̃terq; à pũcto g, forma puncti b, poſſit reflecti ad centrũ uiſus exiſtens à pũcto a, ſi aũt poſſibile eſt, ut reſle

ut reflectatur forma puncti b ad uiſum a, ab aliquo puncto ſpeculi extra lineam longitudinis g e, ſit illum punctum u, & per 101. primi huius, ducatur linea longitudinis ſpeculi, quæ ſit linea e u c. quæ in puncto c, ſecet periferiam circuli g p, & ſumatur ſuperficies æquediſtans baſi tranſiens per punctum m, palam ergo per 8. undecimi, quoniam linea a n ſecat hanc ſuperficiem, ideo quia linea e g, cui æquediſtat linea a n ſecat eandem ſuperficiem, ſunt autem per ſecundam primi huius lineæ a n & e g in eadē ſupficie, cū ſint æquediſtāter, ſicut ergo in linea a n ſecat illā ſuperficiē in puncto y, ſimiliter quoq; linea b m æquediſtās lineæ e g, ſecabit eandem ſuperficiē, ſit quoq; pūctus ſectionis k, & ducantur lineæ k u, y u, a k, & cum illa ſuperficies per 100. primi huius, ſecet pyramidem ſecundum circulum tranſeuntem per punctum u, ducatur à puncto u linea ad centrum huius circuli, quæ ſit r u, & producatur extra ſpeculum, & ſit illud u r, & à uertice pyramidis ſpeculi pūcto ſcilicet e, ducātur lineæ e k, e y, quæ neceſſario ſecabunt ſuperficies circuli p g, & ſint puncta ſectionū i & s, & ducanẽ lineæ i a & s c, ſicut ergo per præcedentem probatum eſt de forma puncti m, quod non impediente pyramide poteſt reflecti ad uiſum exiſtentem in puncto n à pūcto ſpeculi g: eodem modo probari poteſt de puncto k, quod reflectetur ad uiſum exiſtentem in puncto y, à puncto ſpeculi u, angulus ergo r u y, erit æqualis angelo r u k, & quoniā linea b h æquediſtat lineæ e g, & linea communis ſuperficiei b g, e k, & ſuperficiei circuli p g, eſt linea m g per 19. primi huius, quoniā linea m g, eſt in utraq; illarum ſuperficierum, patet quod linea e k, cum ſit in hac ſuperficie b g e k, & ſecet ſuperficiē circuli p g, cadet ſuper lineam communē, quæ eſt m g, cadet autem in punctū ſuperficiei quod eſt o s ut præmiſſum eſt, quiam linea e k o, eſt linea una, erit igiẽ linea s m g linea recta, eodem modo cum ſuperficies n y e g ſecet ſuperficiem circuli p g, ſuper lineam n g linea e i concurrat cum linea n g in puncto i per modum præmiſſum, ergo linea i n g, eſt una linea recta, palam quod ſuperficies i c e ſecabit ſuperficiem circuli p g ſuper lineam i t, ſecat autem ſuperficiem huic ſuperficiei æquediſtantem, quæ tranſit per punctū u ſuper lineam i u, ergo per 16. undecimi, linea i c æquediſtat lineæ y u, ſimiliter ſuperficies u c e ſecet ſuperficies illas æquediſtātes ſcilicet ſupficies g p t & u y ſuper duas lineas s c & k u, ergo per eandem 16. undecimi lineæ s c & k u ſunt æquediſtantes: ſimiliter ſi ſumatur ſuperficies ſecās ſpeculum ſuper lineam longitudinis, quæ eſt e o in ſuperficie ſunt puncta r & u: ſunt enī puncta r u, c m in eadem ſuperficie cum puncto r u t, & aliquis punctus lineæ s g, ſunt in eadem ſuperficie, quia eadem eſt demonſtratio dato alio quocunque puncto lineæ c m. ſemper enim ſuperficies hoc modo ſecans ſpeculū ſecundum lineā e c, ſecabit illas ſuperficies æquediſtantes ſuper duas lineas m c & r u, igitur ut prius illæ duæ lineæ m c & r u, ſunt æquediſtantes, igitur per 10. undecimi, angulus s c m, æqualis eſt angulo k u r, & angulus m q æqualis angulo r u y, ſed iam patuit quod angulus k u r, æqualis eſt angulo r u y, ergo angulus s c m, æqualis eſt angulo m q, quare forma pūcti s poteſt reflecti ad uiſum exiſtentē in puncto i, à pūcto ſpeculi c, non impediēte corpore pyramidis ſpeculi ſed iam probatum eſt per præmiſſa, quod forma puncti m, reflecti poteſt ad uiſum exiſtentem in puncto h à puncto g circuli p g, quoniam poteſt reflecti ad punctum n, &



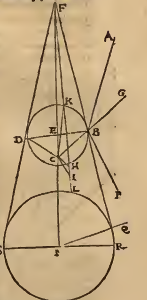
puncta

puncta n & l ſunt in eadē linea recta conſiſtentia, ut præoſtenſum eſt, poterit ergo forma puncti m à pūcto ſpeculi g reflecti ad uiſum exiſtentē in pūcto l, & ita punctum s, quod eſt in linea s m g, poteſt reflecti ad uiſum exiſtentē in puncto l, à pūcto g, igitꝰ forma puncti s reflectitur ad uiſum in punctū l, à duobus punctis circuli p g, quod eſt impoſſibile, & contra ſedecimā ſexti huius, & cōtra 27. huius ſeptimi, reſtat ergo, ut primū ſit impoſſibile, ſcilicet qđ forma pūcti b reflecti poſſit ad uiſum exiſtentē in pūcto a, ab aliquo alio pūcto ſpeculi, quàm à pūcto g, ab uno ſolo ergo puncto fiet reflexio formæ eiuſdem puncti communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi pyramidalis conuexa exiſtente linea longitudinis ſpeculi, quod eſt propoſitum.

XXXIIII.

Communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi pyramidalis conuexi exiſtente oxigonia, à quolibet puncto ſuperficiei ſpeculi apparentis uiſui poteſt fieri reflexio ad uiſum, & ab uno uel à duobus punctis tantum.

Eſt o ſpeculū pyramidale conuexum f k s, cuius uertex f, diameter baſis k s, centrūq́; baſis n, erit ergo axis ſpeculi linea f n, ſitq́; centrū uiſus punctus a, dico quod cōmuni ſectiōe ſupficiei reflexiōis & ſpeculi exiſtēte linea oxigōia, quæ ſit b l, poſſibile eſt à ꝗlibet pūcto ſpeculi ꝓpoſiti fieri reflexionē, alicuiꝰ pūcti uiſi ad pūctū a, qđ eſt cētrū uiſꝰ, ſit eñ pūctꝰ b datꝰ in ſupficie ſpeculi, de quo dubitamur utrū ab eo poſſit fieri reflexio formæ alicuiꝰ pūcti rei uiſæ ad cētrū uiſus qđ eſt a, ducatꝰ ergo à pūcto b linea lōgitudinis pyramidis ſpeculi per 101. primi huius, quæ ſit b f, ducaturq́; à puncto b ꝑpendicularis ſuper illam lineā longitudinis extra ſpeculū, quæ ſit b g, & ſuper punctū b terminū lineæ b g fiat per 23. primi, angulus æqualis angulo a b g, quæ ſit g b p ducta linea b p, in eadem ſuperficie reflexionis, pateṫq́; per 20. quinti huius, quia omnis pūctus rei uiſæ exiſtens in linea b p, reflectetur ad uiſum in punctum a, ſed à ſolo puncto b uel duobus tantū fiet reflexio ad uiſum exiſtentē in puncto a, palā eñ per 96. primi huius, quod ſi perpendicularis g b, producatur intra pyramidem, quoniā concurret cū axe f n, ſitq́; punctus concurſus e, palam ergo quoniam angulus g e f cū ſit in ſupficie ſectionis uerſus uerticē pyramidis eſt acutꝰ ꝑ 23. primi, qm̃ in trigono b e f angulꝰ e b f, eſt rectꝰ, circūducatꝰ ergo per 102. primi huius à pūcto reflexiōis quod eſt b circulus ſpeculo pyramidali, cuius diameter ſit b d, et eius cētrū e, ſecans axē f n in puncto e, & quia ille circulus per 100. primi huius, eſt æquediſtans baſi ſpeculi, palam quia perpēdicularis g c acutum angulum tenens cum axe f n, declinata erit ſuper circuli illius ſuperficiem, quia linea æquediſtans lineæ g c, ſi producetꝰ à puncto n cētro baſis ſpeculi, patet quod declinata eſt ſuper baſem pyramidis, ut ſit linea n q producta, ergo linea c d, à puncto axis c, ad circuli periferiam, cum angulus b c ſit æqualis angulo d e c, quoniam uterq́; ipſorū eſt rectus, omnes enim anguli cōtenti ſub ſemidiametris circuli & axe f e ſunt æquales, & lineæ à centro ad circumferentiam æquales, e c uero linea eſt cōmunis per 4. primi, palam quoniā latus b c, æquale eſt lateri c d. & omnes anguli factorum trigonorum ſunt æquales, quia idem eſt de omnibus lineis à pūcto c ad circuli b d, circumferentiam productis, ſecans ſpeculū ſecundum oxigoniā ſectionē, fiet ergo noua pyramis, cuius baſis eſt circulus b d, uertex c, & axis c e, ſuperficies ergo reflexionis ſecans ſpeculum ſecundum oxigoniam ſectionem, aut cōtinget hanc pyramidem c b d, aut ſecabit, ſi contingat dico quod à ſolo puncto b, quod eſt punctus reflexionis tantum fiet reflexio ſecundum illam ſuperficiem eandem, palam enim quod ſuperficies reflexionis contingat pyramidem ſuper lineam longitudinis illius pyramidis per 95. primi huius, hæc autem erit linea b c, in qua eſt punctum b, à quo duci-



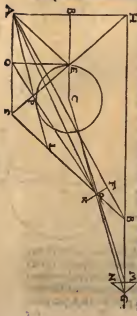
Z tur

tur linea b c perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi, & linea reflexionis b a, à puncto quoq; f, quod eſt uertex pyramidis ſpeculi ducantur lineæ plures ad ſectionem oxigoniã, quæ eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexiõis & pyramidis ſpeculi, quæ eſt f k s, omnes itaq; illæ lineæ cadent in ſuperficiem circuli b d, quæ eſt baſis pyramidis intellectæ, qm̃ cadant in ipſam ſectionem præter unam ſolam, quæ cadet in punctum reflexionis b, quæ eſt linea f b, à ſolo itaq; puncto b, fiet reflexio ad uiſum. Si enim detur quod ab alio puncto dictæ ſectiõis oxigoniæ, ut à puncto l fiat ad uiſum a reflexio, tunc linea ab illo puncto l ad punctum c, quod eſt uertex pyramidis intellectæ ducta quæ ſit i c, erit ut prius perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi per 96. primi huius, cum enim illa perpẽdicularis neceſſario ſit in ſuperficie reflexionis in qua eſt ſectio, oportet quod ipſa cadat in punctum c, ergo erit perpendicularis ſuper lineam longitudinis pyramidis ſpeculi per illud punctum i tranſeuntem, quæ ſit f i l, ſit quoq; punctus in quo linea f i, ſecat circulũ b d, punctus r, patet aũt per præmiſſa & per 65. primi huius, quoniam linea c r à uertice pyramidis intellectæ ducta ad illam lineam longitudinis neceſſario eſt perpendicularis ſuper illam, ſicut linea c b eſt perpẽdicularis ſuper lineã longitudinis ſpeculi, quæ eſt f b, quoniam ut patet per 89. primi huius anguli omnium linearum longitudinis cum ſemidiametro baſis & cũ axe ad uerticẽ ſunt æquales, erũt ergo in triangulo c i r duo anguli recti, quod eſt impoſſibile & contra 32. primi, non ergo fiat reflexio ab alio pũcto ſectionis oxigoniæ quæ eſt b i, quàm à puncto b ſuperficie reflexionis pyramidem c b d contingentem.

XXXV.

Dato ſpeculo pyramidali conuexo, centroq; uiſus & puncto rei uiſæ exiſtentibus inter ſuperficiem æquediſtanter baſi ſpeculum in uertice contingentem & inter ipſum baſem poſſibile eſt inueniri punctum reflexionis.

Eſto datũ ſpeculum pyramidale, cuius uertex ſit punctus g, & fiet ſuper ipſum uerticem ſuperficies æquediſtãs baſi pyramidis, quæ ſit m n g, quod fiet ductis à puncto g uertice ſpeculi tribus lineis perpẽdicularibus ſuper axem ſpeculi ꝑ undecimã primi, & imaginata plana ſuperficie inter illas lineas extenſa, Sitq; a punctus rei uiſæ, & b centrum uiſus, quæ ſint ambo ſub illa ſuperficie m n g, inter ipſum ſcilicet & baſem ſpeculi, ſitq; exempli cauſſa punctum b, propinquius uertici b ſpeculi g, quàm punctum a, quoniam ſi poſitum fuerit eſſe econuerſo ſemper eadẽ eſt demonſtratio, dico quod eſt poſſibile punctum reflexiõis inueniri, ducatur em̃ à puncto a, quæ eſt pũctus rei uiſæ ſuperficies ſecãs pyramidẽ æquediſtãter baſi ut prius, & ducat̃ à uertice ſpeculi q eſt punctũ g, linea ad pũctũ b, q̃d eſt cẽtrũ uiſus, quæ ſit g b, hæc itaq; linea ꝓducta cadat in ſupficiẽ à pũcto a rei uiſæ ductã æq̃diſtãter baſi pyramidis, cũ illa linea g b, ſit inter ſupficies æquediſtãtes ducta à uertice axis ambas illas ſuperficies tranſeuntis, pũctus ergo in quẽ cadit hæc linea g b, ſit pũctus h, ergo ꝑ modũ demõſtrãdi q̃ uſi ſumus in 32. huius demõſtrari poteſt qm̃ forma pũcti a reflectet̃ ad uiſum exiſtẽtẽ in pũcto h ab aliq̃ pũcto circuli, q̃d efficit ſupficies ſecãs pyramidẽ ducta à punctis a & h, cuius circuli cẽtrũ ſit pũctũ axis ſpeculi q̃d eſt t, & ſit punctus reflexiõis inuentus in illo circulo pũct9 e, & ducat̃ int̃ a punctũ rei uiſæ & cẽtrũ uiſus .ſ. linea a b, & linea lõgitudĩs ſpeculi, quæ ſit g e & axis pyramidis ſpeculi ſit g t, & ducat̃ à puncto e linea ad centrum ſui circuli quæ ſit e c, hæc enim cadat ſuper axẽ g c ꝑpẽdicularit̃ ꝑ 100. & ꝑ 89. primi hui9, uel ꝑ 21. hui9, & ideo q̃d axis g c cũ ſit ꝑpẽdicularis ſupꝑ baſem pyramidis ſpeculi & etiã erectus ſupꝑ ſupꝑficiẽ circuli æquediſtantis illi baſi per 23. primi hui9, eſt ergo ꝑ diffinitionẽ lineæ ſupꝑ ſupꝑficiẽ erectæ axis



g c perpẽ

g e perpendicularis ſuper ſemidiametrũ e c,& erit linea e c erecta ſuper lineam contingẽ
tem illũ circulũ in pũcto e per 17. tertij, et hæc linea c e, producta extra circulum ductis li
neis h e & a e, ſecabit angulum ab eis contentum per æqualia, ſcilicet angulum h e a, per
26. quinti huius, ergo per 29. primi huius eadem linea c e producta, lineam h a ductã
ſecabit, cum ſit cum illa in eadem ſuperficie reflexionis, ut patet per 24. huius, ſit ergo
linearum c e & h a punctus ſectionis r y, & quia lineæ g e & e c efficiunt ſuperficiem ſe-
cantẽ lineã a b, ſit pũctus ſectionis f, & ab illo pũcto f ducatur per 12. primi linea perpẽ
dicularis ſup lineã lõgitudinis g e, q̃ ſit f q, eritq́ linea f q per diffinitionẽ lineæ ſuper ſup
ficiẽ erectæ ꝑpẽdicularis ſup ſupficiẽ cõtingẽtẽ pyramidẽ ſup lineã g e, deinde à pũcto a
ducat̃ linea æq̃diſtãs lineæ f q, q̃ ſint linea a l, ꝓducaturq́ linea f q, donec cõcurrat cũ axe
g c, in pũcto k, ducatur itẽ à puncto a linea æquediſtans lineæ r c, quæ ſit a s, & ducatur à
puncto e linea quæ ſit communis ſectio ſuperficiei reflexionis, quæ eſt a e h, & ſuperfi-
ficiei cõtingentis pyramidẽ ſpeculi in linea lõgitudinis quæ eſt g e, & ſit hæc linea e o,
quæ cum ſit perpendicularis ſuper ſemidiametrum circuli, quæ eſt e t, ut patet per 17.
tertij, cõtingit enim linea e o circulum, cuius eſt centrum punctum t, palam quod ipſa
eſt perpendicularis ſuper lineam e r, ergo per 29. primi, erit linea e o perpendicula-
ris ſuper lineam a s, quoniam linea a s æquediſtat lineæ t r, ut patet ex præmiſſis, duca-
tur quoq́ linea b q, quæ producta neceſſario concurrat cum linea a l, per 2. primi hu-
ius, quia concurrit cum eis æquediſtante. ſ. linea f q, ſit punctus concurſus l, & ducatur à
puncto q linea quæ eſt communis ſectio ſuperficiei contingentis ſpeculum ſecun-
dum lineam longitudinis g e, & ſuperficiei a b l, quæ ſit q p, quæ per ſecundam primi hu
ius ſecabit lineam a l, quæ ſecat eius æquediſtantem, quæ eſt f k, ſit punctus ſectionis p,
producaturq́ linea h e, donec cõcurrat cum linea a s, concurrit autem per ſecũdam pri-
mi huius, ſit punctus concurſus s, & ducantur duæ lineæ l s & p o, quia itaq́ linea r t eſt
perpendicularis ſuper axem g c, & linea f k acutum angulum cõtinet cum axe g c, angu
lus enĩ f q g per 32. primi, eſt acutus, ideo quia angulus f q g, ut patet ex præmiſſis eſt re
ctus, ergo per 14. primi huius lineæ r t & f k concurrunt in aliq̃ puncto ultra axem g c,
ſed illarum æquediſtãtes lineæ quæ ſunt a l & a s concurrunt in puncto a, ſuntq́ in alia
ſuperficie quàm lineæ r t & f k, quæ ſunt in ſuperficie g e k per primam undecimi, palam
ergo quoniam ſuperficies g a l s eſt æquediſtãs ſuperficiei g e k, per 15. undecimi, lineæ
quoq́ q e & p o ſunt in ſuperficie contingente ſpeculum in linea longitudinis g e, & ſe-
cãte illas duas ſuperficies æquediſtãtes ſuper duas lineas, quæ ſunt q e & p o, igitur linea
q e æquediſtat lineæ p o per 16. undecimi, & quia linea h e producta cõcurrit cum linea
a s in puncto s, erit ergo linea e s in ſuperficie h e g per primam undecimi, & in eadem
ſuperficie eſt linea b l, & hæc ſuperficies ſecat prædictas ſuperficies æquediſtãtes, q̃ ſunt
a l g & g e b, in duabus lineis e q & l s, igitur per 16. undecimi linea e q eſt æquediſtans
lineæ l s, ergo per 31. linea p o quæ eſt æquediſtans lineæ q s, ut ſupra patet, erit æque-
diſtãs ipſi lineæ l s, erit ergo per ſecundam ſexti, proportio lineæ a o ad lineam o s, ſicut
lineæ a p ad lineam p l. ſed quoniam per 20. quinti huius, angulus h e r eſt æqualis an-
gulo r e a, & angulus s e a æqualis angulo h e r, per 29. primi, quoniam extrinſecus in-
trinſeco eſt æqualis, & angulus e a s, æqualis angulo r e a, quia coalternus, palã quia
angulus e s a eſt æqualis angulo e a s, ergo per 6. primi erit linea e a, æqualis lineæ e s,
quia linea e o eſt perpendicularis ſuper lineam a s, erunt per 31. primi huius, trigonia e
o & s e o ſimiles, ergo ꝑ diffinitionem ipſorum latera æquos angulos reſpicientia ſunt, ꝓ
portionalia, ſed ex præmiſſis patet quod latus a e eſt æquale lateri e s, ergo & latus a o
erit æquale lateri o s, ergo & linea a p eſt æqualis ipſi lineæ p l, & linea p q eſt per 29. pri
mi, perpendicularis ſuper lineam a l, cũ ipſa ſit perpendicularis ſuper lineam f k æque
diſtantem lineæ a l, in trigonis ergo q p a & q p l, anguli a d p ſunt æquales, quia recti, &
latus l p eſt æquale lateri p a, latusq́ p q ambobus trigonis q p l & q p a eſt cõmune, er-
go per 4. primi, erit linea a q æqualis lineæ q l, & angulus q l a æqualis eſt angulo q a l,
ſed angulus q l a æqualis eſt angulo b q f, per 29. primi, cum ſit ei extrinſecus, & angu-
lus q a l, æqualis eſt angulo a q f, cum ſit ei coalternus, erit ergo angulus b q f, æqualis

angulo a q f, igitur per 20. quinti huius, forma puncti a reflectitur ad uiſum b, à pũcto ſpeculi q, quod eſt proppſitum.

XXXVI.

Dato ſpeculo pyramidali conuexo, centroq́ꝫ uiſus & puncto rei uiſæ exiſtentibus in ſuperficie ſpeculum æquediſtantem baſi in uertice contingente, poſſibile eſt inueniri punctum reflexionis

Fiat diſpſitio ut proximæ præcedentis, ſitq́ꝫ uertex ſpeculi pyramidalis punctus g, in quo ipſum cõtingat ſuperficies plana, quæ ſit m n g æquediſtãs baſi ipſius, & ſint centrum uiſus & punctus rei uiſæ in ſuperficie m n g, ita quod unum ſit in pũcto m, aliud in puncto n, dico quod poſſibile eſt punctum reflexionis inueniri, ducantur eñ lineæ m g, n g, m n, & diuidatur angulus m n g per æqualia per lineam a g, palã ergo, per 20, quinti huius, quoniam forma puncti n à puncto ſpeculi g reflectitur ad uiſum o y, palam eſt quod linea m g & axis pyramidis ſpeculi quæ ſit g b, ſunt in ſuperficie ſecante pyramidem, ſuper lineam longitudinis pyramidis, quæ ſit g e, & à puncto q, ducatur perpẽdicularis ſuper hanc lineam lõgitudinis, quæ eſt g e, per 22. primi, quæ ſit q e, ſuper punctũ e ducatur ſuperficies æquediſtans baſi ſpeculi, quæ ſecabit pyramidem uel circulum, per 100. primi huius, linea uero communis ſuperficiei u e g, & huic circulo ſit linea e c, palam ergo quoniam hæc linea cadat ſuper axem ſpeculi in centro circuli, quod ſit c, deinde à puncto m centro uiſus ducatur linea æquediſtans lineæ lõgitudinis ſpeculi, quæ eſt e g, per 31. primi huius, quæ producta in ſuperficiem illius circuli cadat in punctum b, & ſimiliter a puncto n. qui eſt pũctus rei uiſæ ducatur linea æquediſtãs lineæ g e, quæ producta in dictam ſuperficiem cadat in pũctum a, & ducatur linea b a in ſuperficie plana ſecante ſpeculum ſecundum prædictum circulum, & producatur linea c e, extra ſpeculum, quæ ſecabit neceſſario lineam b a, per 29. primi huius, cum illæ ambæ lineæ in eadem ſint ſuperficie circuli, ſecet ergo ipſum in puncto r, quia uero linea m b, æquediſtat lineæ e g, palam per primã primi huius, qa eſt cũ ipſa in eadem ſuperficie, quæ ſuperficies ſecat ſuperficiẽ m n g, & ſuperficiẽ b e a, ſuper duas lineas m g & b e: ſuperficies uero m g n & b e a ſunt æquediſtantes per 24. primi huius, qm̃ ipſæ ambæ æquediſtãt baſi ſpeculi, ergo per 6. undecimi, linea m g eſt æquediſtans lineæ b e: ſimiliter quoq́ꝫ lineæ a n & g e ſunt in ſuperficie ſecãte illas æquediſtãtes ſuperficies ſuper lineas n g & e a, igitur per 16. undecimi, linea n g, æquediſtat lineæ a e, ſimiliter ſuperficies q g e ſecat eaſdẽ ſuperficies æquediſtãtes ſecũdũ duas lineas r e & q g. igiẽ ut prius lineæ r e, & q g æquediſtãt, igiẽ duæ lineæ q g & m g æquediſtãt duabus lineis b e & r e, ergo per 10. undecimi angulus m g q, eſt æq̃lis angulo b e r, & angulus q g n eadẽ ratiõe eſt æqualis angulo r e a, ergo per 20. quinti huius, forma puncti a poteſt reflecti ad uiſum b à puncto ſpeculi e, ſi ergo à puncto a ducaẽ linea æquediſtãs ductæ lineæ q e, & aliæ æquediſtãs lineæ r e, & copulenẽ lineæ m e & n e, & producaẽ linea m e donec cõcurrat cũ linea æq̃diſtãte lineæ ducto à pũcto q, & ducãẽ lineæ cõmunes, ut in proxima præcedẽte, & itereẽ probatio, ut in illa, patebit qm̃ forma puncti n, poteſt reflecti ad uiſum m à pũcto ſpeculi e, igiẽ punctus e, erit punctus reflexionis, quod eſt propoſitum.

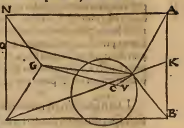
XXXVII.

Dato ſpeculo pyramidali conuexo, & cẽtro uiſus & puncto rei uiſæ exiſtentibus ultra ſuperficiem æquediſtantem baſi ſpeculum in uertice contingentem, poſſibile eſt punctum reflexionis inueniri.

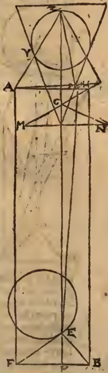
Sit diſpoſitio quæ prius, & ſit b centrũ uiſus, & a pũctus rei uiſæ ultra ſuperficiẽ m g n, ſpeculum in pũcto g, uertice pyramidis cõtingẽtẽ, dico ꝙ eſt poſſibile inueniri pũctũ reflexionis, fiat enim pyramis huic oppoſita, & eſt hæc pyramidis per 91. primi huius poſſibile lineis omnibus longitudinis ſpeculi imaginatis, protrahi ultra ipſarum communem ſectionem, quæ ſit in uertice g, eritq́ꝫ baſis huius pyramidis æquediſtans baſi pyramidis primæ, ducatur itaq́ꝫ à puncto a, qui eſt punctus rei uiſæ, ſuperficies ſecans hanc ſecundam pyramidem æquediſtanter baſibus unius et alterius pyramidum, & qm̃ illæ baſes ad inuicem æquediſtãt, palã per 23 & 24. primi huius, qm̃ illa ſuperficies

æquedi-

æquediſtat ambabus pyramidib9,palã aũt per 100.primi huius,qm̃ illa ſuperficies ſeca
bit pyramidẽ illam ſecundã ſecundũ circulum qui ſit y 3, centrum itaq; uiſus,quod eſt
b,aut erit in hac ſuperficie pyramidẽ ſecante,aut nõ,ſi fuit in illa ſuperficie, fiat ductio li
nearum ab ipſo puncto b, & cõpleatur demonſtratio ſi
cut ĩ 35. huius,qm̃ ad hoc quod fiet reflexio formæ pun
cti a,ad centrũ uiſus b,ab aliquo puncto ſecundæ pyra
midis quod ſit z,quo habito cõpleatur demonſtratio ut
infra,ſtatim patet qđ ſi punctus b, qui eſt centrum ui-
ſus y,nõ fuerit in illa ſuperficie, ducatur à puncto g,uer
tice ipſius ſpeculi ad centrũ uiſus quod eſt b, linea g b, q̃
producatur uſq;quo cõcurrat cũ hac ſuperficie circuli y
3,& ſit cõcurſus in puncto d,palã itaq; qđ forma pũcti
a,reflectiť ad uiſum exiſtentẽ in puncto d,ab aliquo pũ
cto circuli y 3 ,arcus ſui interioris,ut patuit per 31.hu
ius.Sit ergo ille punctus 3,& ducantur lineæ a 3 ,d 3,a d,angulum quoq; a 3 d,diuidat li
nea,p 3 per æqualia ,cadetq; punctus p,in linea a d,& ducatur linea a b, & à puncto 3
ducatur linea 3 g,per 101.primi huius,quæ ſit linea longitudinis ſecundæ pyramidis,



palã q̃q; p 91.primi huius,qm̃ eadẽ linea ,ꝓducta tranſuerticẽ pyrami-
dis ſpeculi,erit liea lõgitudinis primi pyramidis ipſius ſpeculi, q̃ ſit liea
3 g e,palã ergo qm̃ ſupꝑficies p 3 e,ſecabit lineã a b,ſecet ergo ipſam ĩ pũ
cto q, & à pũcto q,p 12.primi,ducať linea ꝑpẽdicularis ſup lineã g e, &
cadat in punctũ e,& erit linea q e, perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ cõtin
gentem pyramidẽ ſecundũ lineã g e, qm̃ linea q e,eſt perpendicularis
ſuper curuam ſphæram pyramidis,ut patet ſupra, punctũ quoq; e fiat
per 102.primi huius,ſuperficies æquediſtans baſi,qui ſit f e h,& ducať
à puncto b,centro uiſus linea æquediſtans lineæ 3 e,longitudinis ſpecu
li,quæ ſit b q,cõcurrens cũ ſuperficie illa f e h,in puncto h,& eidẽ lineæ
3 e,ducatur à puncto a,rei uiſæ,linea æquediſtans quæ ſit a f, ſecans ſu-
perficiem f e h,in puncto ſui,qui eſt f,palã itaq; per 1. primi huius, cũ li
nea b h,ſit æquediſtans lineæ 3 e,qm̃ illæ lineæ ſunt in eadem ſuperficie,
ſed & puncta b & d,ſunt in eadẽ linea,quia per 1. undecimi, lineæ d 3 &
h e,ſunt in eadẽ ſuperficie,quæ ſecat ſuperficies illas æquediſtantes.ſ. y
3 & f e h,ſuper duas lineas d 3 & h e, igiť per 16. undecimi, illæ duæ li-
neæ d 3 & h e,ſunt æquediſtantes,& ſimiliter qm̃ ſuperficies ducta per
punctũ a,ſecat pyramidẽ ſecundã æquediſtantẽ ambabus baſibus præ
miſſaꝝ pyramidũ ſpeculi.ſ.& pyramidis imaginatæ ſecundũ circulum
y 3, & ſuperficies ducta per lineã quæ eſt ſuperficies f e h,ſecat pyrami
dem ſpeculi ſecundũ circulũ æquediſtantem baſi ſpeculi, patet quod ſu-
perficies in qua ſunt lineæ a 3 & f e, ſunt æquediſtãtes per 24. primi hu
ius,lineæ ergo a 3 & f e,ſunt æquediſtãtes,patet ergo quod duæ lineæ
d 3 & a 3 ,æquediſtant duabus lineis h e & f e,ergo p 10. undecimi,an-
gulus d 3 a,eſt æqualis angulo h e f,copuleť quoq; linea h f,& qm̃ linea
p 3,eſt diuidens per æqualia angulũ d 3 a,& erit ipſa per 26.quinti hu-
ius,perpendicularis ſuper lineã circulũ y 3,cõtingentẽ in puncto 3 , er-
go per 18.tertij,linea p 3,,ꝓducta trãſibit centrũ circuli y 3 , ſuperficies
ergo p 3 e,ſecat ſpeculum tranſaxem,ſecat ergo ſpeculum ductum per
punctum e tranſeuntem,ſit ergo cõmunis ſectio ſuperficiei p 3 e, & il-
lius circuli linea r e,ſicut ergo linea r p 3,tranſit centrũ circuli y 3.Simi



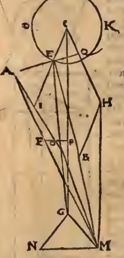
liter linea r e,diuidens angulũ h e f,tranſibit centrũ alterius circuli ſup quẽ ſuperficies f
e h,ſecat pyramidẽ ſpeculi æquediſtanti baſi,& quia ſuperficies in qua ſunt duæ lineæ p
3 & e r,ſecat illas duas ſuperficies æquediſtantes ſuper duas lineas p 3 & r e,igiť per 16.
undecimi,lineæ p 3 r e, ſunt æquediſtantes, duæ ergo lineæ a 3 & 3 p, ſunt æq̃diſtantes

duabus lineis f e & e r, ergo per 10. undecimi, angulus a 3 p, æqualis eſt angulo f e r. Similiter & angulus d 3 p, eſt æqualis angulo r e i, qm̃ ſicut totus angulus d 3 a, eſt æqualis toti h e f, ſic medietas medietati, ergo angulus f e r, æqualis eſt angulo h e r, patet ergo per 20. quinti huius, qm̃ forma puncti f, ad uiſum exiſtentē in puncto h, à puncto ſpeculi e, ergo ſi à puncto f, ꝑtrahat̄ linea æquediſtans lineæ q e, & alia linea æquediſtans lineæ r e, & lineæ aliæ cõmunes, ut in 35. huius, reiterata demonſtratione illius patebit, qm̃ forma puncti a, reflectitur ad uiſum b, à puncto ſpeculi e, quod eſt ꝓpoſitum, quod ſi à puncto q, nõ poſſit duci linea perpendicularis ſuper lineam g e, nulla fiet reflexio formæ puncti a, ad uiſum b, in tali diſpoſitione conſtitutū, aliàs aũt ſemper fiet reflexio ut præoſtenſum eſt, & patet per 14. huius, & per 90. quarti huius.

XXXVIII.

Dato ſpeculo pyramidali conuexo, punctóq; rei uiſæ exiſtente ſub ſuperficie ſpeculum æquediſtanter baſi in uertice cõtingente, & cẽtro uiſus in eadem ſuperficie, poſſibile eſt punctum reflexionis inueniri.

Permaneat prior diſpoſitio ꝓmiſſæ, & ſit a punctus rei uiſæ, qui ſit ſub ſuperficie n m g, cõtingente pyramidē ſpeculi in uertice g, æquediſtanter baſi, & ſit centrum uiſus in illa ſuꝑficie, dico qđ ad hoc poſſibile eſt inueniri punctum reflexionis, ſit n centrū uiſus



in puncto m, ſuꝑficiei m g n, quæ poſita eſt ſuꝑ ſuperficiē cõtingens ſpeculū in puncto uerticis g, æquediſtanter baſi ſpeculi, à puncto a, rei uiſæ, ducat̄ ſuꝑficies æquediſtans baſi pyramidis, quæ per 100. primi huius, ſecabit pyramidem ſuper circulū qui ſit d e k, cuius centrum ſit punctum c, & ducatur axis ſpeculi, qui ſit g c, & à puncto m, centro uiſus ducat̄ ad a, punctum rei uiſæ linea m a, & linea ꝑpendicularis ſuper ductam ſuꝑficiem circuli quæ ſit m h, & à puncto h, ad centrū circuli ducatur linea h t, & à puncto rei uiſæ, quæ eſt a, ducatur ad lineam h t, linea a e q, intra circulū ſecans periferiam circuli in puncto e, eſt ꝓducta taliter ut pars ductæ lineæ intra circulū qui eſt e q, ſit æqualis lineæ q t .ſ. parti diametri interiacente punctum ſectionis & centrū, qđ poteſt fieri per 136. primi huius, & ducat̄ linea t e i, & à puncto h, ducatur in eadē ſuperficie ſpeculū ſecante ſecundū circulū d e k, linea æquediſtans & æqualis lineæ t e, quæ ſit h b, & ducantur lineæ m b & b e, & g s, eritq; g e, linea longitudinis ſpeculi, palā qm̃ ſuperficies g t e, ſecans ſpeculum tranſaxem, ſecat & lineam a m, ſit ergo punctus ſectionis f, & ducatur à puncto f, perpendicularis ſuper lineam longitudinis ſpeculi, quæ eſt g e, cadens in punctū o, & ꝓducatur ad axem g t, & ſit f o p, ſecans axem g c, in pūcto p, & ducantur lineæ m o & a o dico qm̃ punctus o q, eſt punctus ſuꝑficiei ſpeculi, cū ſit in linea ſuæ longitudinis, quæ eſt g e, & punctus reflexionis formæ puncti a, ad centrū uiſus, pūctum m, palam enĩ ex ꝓmiſſis, qm̃ linea h b, eſt æqualis & æquediſtans lineæ t e, patet ꝑ 33. primi, erit linea b t æqualis & æquediſtans lineæ b e, ſed linea m h, eſt æqualis & æquediſtans m t, axi g t, ꝑ 25. primi huius, eo quod ipſæ ſunt lineæ æquediſtantes inter ſuꝑficies æquediſtantes ꝑ ductæ, ergo per 33. primi, linea h t, æquediſtat lieæ m g, ergo ꝑ 30. primi, linea m g, æquediſtat lineæ b e, & eſt æqualis illi, palā etiā, quod angulus q t e, eſt æqualis angulo q e t, per 5. primi, ideo quia lineæ e q & q t, ut patet ex ꝓmiſſis ſunt æquales, Sed angulus q e t, æqualis eſt angulo a e i, per 15. primi, angulus ergo q t e, eſt æqualis angulo a e i, ſed angulus q t e, per 29. primi, eſt æqualis angulo i e b, ꝓpter hoc quod lineæ e b & t h, æquediſtant, ergo angulus i e b, eſt æqualis angulo i e a, patet ergo ꝑ 29. quinti huius, qm̃ forma puncti a, reflectit̄ ad uiſum exiſtentē in puncto b, à puncto ſpeculi e, & cū linea b m æquediſtans ſit lineæ g e, ſi à puncto a, ducat̄ linea æquediſtans lineæ f o p, & linea æquediſtans

diſtans lineæ i t, & iteretur figura ſupra dicta 35. huius, & probatio eiuſdem, palam quia forma puncti a reflectit̃ ad centrum uiſus exiſtens in punctū m, à puncto ſpeculi o quod eſt ꝓpoſitum, nec refert quẽadmodum demonſtraui hoc in ſequenti ꝓxima, ſiue punctum rei uiſæ, ſiue centrū uiſus ſit in ſuperficie m g n, qm̃ idem eſt modus & ratio reflexionis hinc & inde.

XXXIX.

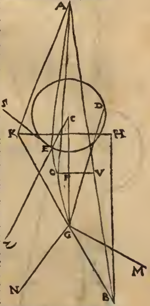
Dato ſpeculo pyramidali conuexo punctoq́ꝫ rei uiſæ exiſtente ultra ſuperficiem ſpeculum æquediſtanter baſi in uertice cõtingentem & centrum uiſus in eadem ſuperficie, poſſibile eſt punctum reflexionis inueniri.

Remanente diſpoſitione figuræ p̄cedentis, ſit centrū uiſus in punctum m, ſupficiei, g m n, & ſit a punctus rei uiſæ ultra illam ſuperficiẽ, fiatq́ꝫ pyramis alia, huic oppoſita, & fiat ſuper punctū a, ſuperficies æquediſtans baſi huius pyramidis, & per ꝓximam p̄cedentem, & inueniat̃ in circulo huius ſuperficiei punctus reflexionis ex punctis interioribus, & ducatur à puncto illa linea ad punctum g, & ꝓducatur taliter in ſuperficie ipſius, ut ipſa fiat linea longitudinis pyramidis ipſius ſpeculi, inuenieturq́ꝫ punctus reflexionis ſecundū ea quæ p̄miſimus in 37. huius, eiuſq́ꝫ probandi modus penitus, qui prius in eadem 37, & hoc eſt propoſitum.

XL.

Dato ſpeculo pyramidali conuexo punctoq́ꝫ rei uiſæ exiſtente ſub ſuperficie pyramidem æquediſtanter baſi in uertice contingente, & centro uiſus ſuper eandem, uel econuerſo, poſſibile eſt punctum reflexionis inueniri.

Diſpoſitione priori remanente, ſit pūctus a, rei uiſæ ſub ſuperficie m n g, & punctus b, centrum uiſus ultra eandem ſuperficiem ſpeculum in uertice g, contingentẽ, uel ecõuerſo, a punctus rei uiſæ ſit ultra ſuperficiem m n g, & b centrū uiſus ſub ſuperficie m n g, dico quod adhuc poſſibile eſt punctum reflexionis inueniri. Sit em̃ exempli gratia, punctum a, ſub ſuperficie m n g, & b, ultra illam, ducaturq́ꝫ à puncto a, ſuperficies æquediſtans baſi ſpeculi ſecans per 100. primi huius, pyramidẽ ſpeculi ſuper circulū qui ſit d e, cuius cẽtrum ſit t, & ducatur axis ſpeculi qui ſit g t, & ducatur linea b g, à puncto ulteriori, in quo eſt centrum uiſus ad uerticem pyramidis, quæ ꝓducta cõcurret neceſſario cum ſuperficie a e d, qm̃ concurrit cū axe ſuper ipſam erecto. Sit concurſus punctus k, in circulo d e, inueniat̃ per 135. primi huius, punctus qui ſit e, ita ut linea circulū contingẽs à puncto e, ducta quæ ſit e s, diuidat per æqualia angulū quẽ continent ductæ lineæ k e & a e, copulenturq́ꝫ lineæ longitudinis quæ ſint g e & g d, & à puncto b, ducatur linea æquediſtans lineæ g e, quæ neceſſario concurret cū linea k e, concurrente cū eius æquediſtante quæ eſt g e, per ſecundam primi huius, ſit concurſus in puncto h, palã itaq́ꝫ ꝑ primam undecimi, quia punctus h eſt in ſuperficie g e k, qm̃ eſt in linea k g b, quæ ducta eſt in illa ſuperficie, & linea b h, eſt in eadẽ ſuperficie per 1. primi huius, qm̃ ipſa linea b h, eſt æquediſtans lineæ g e, & ducatur linea t e i, à centro circuli t, per punctū contactus e, palam itaq́ꝫ qm̃ ſuperficies g t e, ſecans ſpeculū tranſaxem g t, ſecat etiã lineam b a. Secet ergo ipſam in puncto u, & à puncto u, ducatur ꝑpendicularis ſupꝫ ſupeficiem contingentem ſpeculum ſecundū lineam longitudinis ſpeculi, quæ eſt g e, hæc em̃ ſupficies continget circulum d e, in puncto e, q̄ linea ſit u o p, ſecans ſupficiẽ ſpeculi in puncto o, & axẽ g t in puncto p, & ducant̃ lineæ a o & b o. Cū itaq́ꝫ ut patet ex p̄miſſis, angulus a e s, ſit æqualis angulo s e k, & cū angulus i e s, ſit rectus ꝑ 17. tertij, & angulus g e t, rectus palã quod angulus i e a, eſt æqualis angulo t e k. Sed & angulus t e k, æqualis eſt angulo



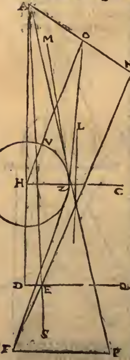
i e h

e i h, p 15. primi, ergo angulus a e i, eſt æqualis angulo i e h, poteſt ergo forma puncti a reflecti ad uiſum exiſtentem in puncto h, à puncto ſpeculi quod eſt e, per 20. quinti. Si ergo à puncto a ducat̃ linea æquediſtans lineæ u p, & linea æquediſtans lineæ i t, & iteretur ꝓbatio 35. huius, palam q̃m forma puncti a, reflectet̃ à puncto ſpeculi quod eſt o, punctum lineæ g e, ad uiſum exiſtentẽ in puncto b, quod eſt ꝓpoſitũ, & q̃m ſemper eſt eodem modo demonſtrandũ quodcũq; punctorũ a uel b fuerit ex quacũq; altera parte ſuperficiei m n g, patet idem qđ ꝓponebat̃, & imaginendũ eſt ita quod in figura ſolida punctum b, cadat in lineam e g, qđ in plano non potuimus taliter figurare. Palam itaq; ex p̃miſſis ſex theorematibus, cũ non ſit poſſibile alio modo ſe habere punctũ rei uiſæ ſecundũ ſitũ reflexibilitatis à ſpeculis pyramidalibus conuexis ad centra uiſus niſi modis ꝓpoſitis, q̃m aut ambo erunt ſub ſupficie m n g, aut ambo ultra illam, aut ambo in illa, aut unũ in illa, aliud ſub illa uel ultra illam, aut unum ſub illa, aliud ultra illam, & omnibus his modis reflexionis punctũ eſt inueniri, uniuerſaliter ergo in tota ſuperficie ſpeculi pyramidalis cõuexi quocunq; modo ſe habente rei uiſibilis puncto ad centrum uiſus, punctum reflexionis eſt poſſibile inueniri, quod principaliter quærebatur.

XLI.

Speculo pyramidali conuexo ſuper ipſius baſem erecto poſſibile eſt rectam lineam rei uiſæ & centrum uiſus ſic ſiſti, ut ab una linea longitudinis ſpeculi fiat formarũ cum omniũ punctorum illius lineæ reflexio ad uiſum.

Sit ſpeculum pyramidale conuexum, cuius uertex ſit a, axis uero a h, linea longitudinis a z, & à puncto z ducatur linea perpendicularis ſuper ſupficiem contingentẽ ſpeculum in linea longitudinis, quæ ꝓducta neceſſario concurret cũ axe a h, per 96. primi huius, ſitq; linea h z t, ſecans axem a h in puncto h, & eius punctus t, ſit extra ſuperficiẽ ſpeculi, & erit angulus a z h, rectus, ergo per 32. primi, angulus a h z, eſt acutus, ducatur quoq; à puncto a, uertice ſpeculi linea extra pyramidẽ ultra ſuperficiẽ contingentẽ pyramidẽ in linea a z, continens angulũ acutũ cum ſpeculi axe, quæ eſt a h, & cũ linea longitudinis a z, quæ ſit a n, lineæ quoq; a h & a z, aut nõ ſunt in eadẽ ſupficie, ſed in diuerſis, & in ſuperficie h a n, à puncto h, ducatur linea cum axe cõtinens angulũ acutũ æqualem angulo a h z, quæ linea cõcurret cũ linea a n, per 14. primi huius, cũ anguli h a n & a h z, ſint acuti, ut patet ex p̃miſſis, concurrant ergo in puncto o, & ſit linea h o, & facto ſup punctum z, circulo æquediſtante baſi ꝑ 102. primi huius, palã q̃m linea h o, tranſibit ſuperficiem illius circuli, ſicut etiã linea h z c, tranſit ꝑ ſupficiẽ eiuſdem circuli. Sit enĩ punctus h, polus illius circuli, ideo quod ſemidiameter illius circuli cũ axe a h, cõtinet angulum rectum & anguli a h z, & a h o, ſunt acuti, ut patet ex præmiſſis, ſecet itaq; linea h z c, ſupficiem illius circuli in puncto z, & linea h o, in puncto u, ducaturq; linea longitudinis ſpeculi quæ ſit a u s, ducatur quoq; linea o z, quæ ꝓducat̃ uſq; ad punctũ f, & q̃m linea o z, eſt ultra ſuperficiẽ contingentẽ pyramidẽ in linea a z, cũ linea h z, ſit perpendicularis ſup illam ſuperficiẽ, palam quia angulus o z h, eſt maior recto, cũ angulus a z h, ſit rectus igit̃ per 13. primi huius, angulus f z h, eſt minor recto, à puncto ergo z, ducat̃ linea contingens circulũ ꝑ 16. tertij. qui ſit z m, cadetq; linea z m, in ſuperficie contingente ſpeculum ſecundũ lineam longitudinis quæ eſt a z, eſt ergo linea h z perpendicularis ſup lineam m z, & à puncto f ducatur linea perpendicularis ſup lineam a z, per 12. primi, quæ ſit linea f e, cõcurrens cũ linea a z, ꝓducta in puncto e, quæ linea f e, ꝓducta



concurret

concurret cū linea a n, ꝑ 14. primi huius, quia cum angulus a e f, ſit rectus, angulus e a n eſt acutus, concurrant ergo in puncto n, & à puncto e, ducatur linea æquediſtans lineæ t h, quæ ſit e q, per 31. primi. Itemq́; ab eodē puncto e, ducatur linea æquediſtans lineæ m z, quæ ſit e l, palā aūt qđ linea m z, eſt perpendicularis ſuper lineā a e, per 22. primi huius, q̄m ipſa eſt perpendicularis ſuper lineā t h, ut ſuper diametrum circuli quem ipſa eſt cōtingens in puncto z igitur linea l e, cum ipſa ſit æquediſtans lineæ m z, eſt per 29 primi, ꝑpendicularis ſuper lineam a e. Sunt quoq; lineæ m z & a e, in eadem ſuperficie per 1. primi huius, cū ipſæ ſint æquediſtātes, ꝓducaturq́; linea q e, ultra punctū e, et hoc per 2. primi huius, ſecabit axē a h, cū ipſa ſit in eadē ſuperficie cū linea h t, ꝑ 1. primi huius, ſecet ergo axē in puncto d, eritq́; angulus h d q, acutus æqualis angulo a h t, per 29. primi, fiat q̄q; ſuperficies l e d q, ſecās pyramidem, erit ergo illius ſuperficiei & ſupficiei pyramidis cōmunis ſectio oxigonia per 103. primi huius, cū ergo linea a e, ſit ꝑpendicularis ſuꝑ lineā f n, & ſuper lineā d q, & ſuꝑ lineā l e, patet ꝑ diffinitionē lineæ erectæ ſuꝑ ſuperficiē, q̄m linea longitudinis pyramidis, q̄ eſt a e, erecta eſt ſuper ſuperficiē illius ſectionis oxigoniæ, quæ eſt l e d q, & quia linea a e, eſt ꝑpendicularis ſuꝑ lineā f e n, erit ergo linea f n, in ſuperficie illa ſecante pyramidē ſecundū illam ſectionē, fiat ergo ut in illa ſuperficie ſectionis à puncto f, ducat̄ linea f p, per 31. primi, æquediſtans lineæ e q. ergo per 9. undecimi, erit linea f p, æquediſtans lineæ z t, uerū cū angulus o z t, eſt acutus ideo q̄d angulus o z h, eſt obtuſus, erit ꝑ 13. primi, angulus t z f, obtuſus, ducat̄ itaq; à puncto z, linea faciens t z, angulū æqualē angulo o z t, q̄ quidē linea ꝓducta neceſſario ſecabit lineā f p, per 2. primi huius, cū linea f p, ſit æquediſtans lineæ z t, ſecet ergo ipſam in puncto p, & ducatur linea p e, quæ per 1. undecimi, erit in ſuperficie l d q, erit ergo angulus a e p, rectus, ut patet ex p̄miſſis per diffinitionē lineæ ſuꝑ ſuperficiē erectæ, cū ergo lineæ p z & o z, ut patet ex p̄miſſis, in eadē ſuperficie pyramidē ſecante, & angulus o z t, æqualis ſit angulo t z p, palā per 20. quinti huius, q̄a forma puncti o, reflectitur ad uiſum exiſtentē in puncto p, à puncto ſpeculi z, uerū q̄a angulus o z t, per 29. primi, eſt æqualis angulo z f p, quia eſt extrinſecus illi, & angulus h z f, æqualis eſt angulo o z t, per 15. primi. Sed angulus z p f, æqualis eſt angulo p z t, per 29. primi, quia eſt coalternus, palam quia angulus z f p, æqualis eſt angulo z p f, ergo per 6. primi, latus z f, æquale eſt lateri z p, & quia angulus f e z eſt rectus, ideo q̄a linea a e eſt perpendicularis ſuper lineā f n, palā per ꝑenultimā primi, q̄a quadratū lineæ f z, ualet ambo quadrata lineaꝝ e f & e z. Sed eadē ratiōe quadratū lineæ z p, ualet ambo quadrata lineaꝝ e z & e p, q̄m ut patet ex p̄miſſis, angulus p e z, eſt rectus, quadratū uero lineæ eſt æquale quadrato lineæ z f, q̄m ut patet ex p̄miſſis lineæ z f & z p, ſunt æquales, illa ergo duo quadrata hinc inde ſunt æqualia, ergo ablato cōmuni quadrato lineæ z e, remanet quadratū lineæ e p, æquale quadrato lineæ e f, igit̄ latus f e, æquale eſt lateri p e, ergo ꝑ 5. primi, angul9 e p f, eſt æqualis, angulo e f p. Sed angulus n e q, eſt æqualis angulo e f p, per 29. primi, q̄m extrinſecus eſt illi, & angulus q e p, æqualis angulo o p f, q̄a coalternus eſt illi, angulus ergo n e q & q e p, ſunt æquales, q̄m cū ſint in eadē ſuperficie q̄ eſt p e n, palā ꝑ 20. quinti huius, q̄m forma puncti n, reflectit̄ ad uiſum exiſtentē in puncto p, à puncto ſpeculi q̄d eſt e. Similiterq́; diuidat̄ à puncto f, q̄cūq; linea ad aliq̄d punctū lineæ z e, & ꝓducat̄ uſq; ad lineā o n, ſemꝑ ꝓbabitur de pctō lineæ o n, in quā cadit ꝓducta linea q̄d ipſa flectet̄ ad punctū p, à pūcto aliq̄ lineæ z e, quē ſecat illa linea, ſimili modo & omniū huius lineaꝝ ꝓbatio ſumet initiū à linea ꝑpēdiculari, q̄ eſt f e, & à ꝑte lineæ e z, q̄ erit cōmunis oībus illis triangulis, & ita q̄dlibet pūctū lineæ reflectit̄ ad uiſum exiſtentē puncto p, ab aliquo puncto lineæ z e, q̄a de oībus eſt eadē demonſtratio, q̄d et patet ꝑ 34. quinti hui9. Si itaq; q̄cūq; linea recta cuiuſcūq; rei uiſæ, ponat̄ in loco lineæ a o n, et cētrū uiſus ſiſtat̄ in pūcto p, ſemper fiet reflexio ad uiſum ab aliq̄ punctoꝝ lineæ a z e, q̄ eſt linea lōgitudinis ſpeculi, & hoc ꝓponebat̄ faciēdū, patet ergo ꝓpoſitū.

XLII.

Cum ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris uel pyramidalis conuexi communis ſectio fuerit linea longitudinis, erunt loca imaginum & diſtantia ipſarum à uiſibus, quæ & in ſpeculis planis.

aa Quando

Quando cauſa in diuerſis ſubiectis uniuocatur, & paſſio uniuocabitur, ob hoc nõ repetimus illa hic quæ in ſpeculis planis dicta ſunt in quinto libro huius ſcientiæ, quia utrobiqꝫ in planis, ſcilicet, & propoſitis ſpeculis lineæ incidentiæ & reflexionis incidũt & reflectuntur à lineis rectis, erit utrobiqꝫ locus imaginis in perpendiculari à puncto uiſo ducta ſuper ſuperficiem ſpeculi tantum diſtans à ſuperficie ſpeculi quantum punctus rei uiſæ diſtat ab eadem ſpeculi ſuperficie, ideo quod ſemper imago rei uiſæ uidetur in cõcurſu lineæ reflexionis cum katheto incidentiæ in omnibus his ſpeculis, ut patet per 37. quinti huius, patet ergo propoſitum.

XLIII.

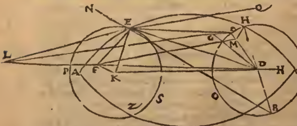
Cum ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris conuexi communis ſectio fuerit circulus, erunt puncta reflexionum & loca imaginum, quæ eſt in ſpeculis ſphæricis conuexis.

Erit enim aliquando locus imaginis intra ſpeculum columnare conuexũ, aliquando in ſuperficie ſpeculi, aliqñ extra ſpeculũ, ſecundũ modũ quẽ kathetus incidentiæ & linea reflexionis in diuerſis punctis concurrunt, cuius qui cauſam & demonſtrationẽ quæſierit, recurrat ad ea, quæ in ſexto huius ſcientiæ libro de ſpeculis ſphæricis cõuexis demõſtrata ſunt, nam eadẽ penitus eſt ratio hinc inde, quia & fines contingentiarum & metæ imaginum & loca & eædem proportiones linearum ſunt in illis ſpeculis & in iſtis, patet itaqꝫ per illa propoſitum, nec uiſum eſt nobis dignum in his amplius immorari.

XLIIII.

A puncto ſectionis columnaris cui incidit kathetus incidentiæ ad perpẽdicularẽ ductam à puncto reflexionis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi columnaris cõuexi ducta recta ad axem continente angulum acutum cum eadem erit concurſus katheti incidentiæ cum illa perpendiculari ſub axe.

Hoc quod hic ꝓponitur demonſtrandum patet per 114. primi huius, ut autẽ huic noſtro ꝓpoſito concluſio Mathematica ſenſibiliter applicetur, eandẽ demonſtrationẽ duximus imitandam. Sit ergo a e b c, columnaris ſectio, & ſit e datus pũctus, cui incidit kathetus incidentiæ formæ puncti n, qui ſit punctus rei uiſæ 3 b, ſit punctus reflexionis à quo ducta ſit linea b d, perpendicularis ſuper axem ſpeculi, qui ſit h k ſecetq́ꝫ kathetus incidentiæ ductus à puncto n, qui eſt punctus rei uiſæ ipſum ſpeculum ſecundum punctũ propoſitæ ſectionis, qui eſt e, dico uerũ eſſe quod proponitur, ducatur eñ linea e d, ſitqꝫ ita, ut fiat e d b angulus acutus, ſit ergo q e l, linea contingens ſectionem in puncto e & ſuper punctum ſectionis, fiat circulus æquediſtãs baſibus ſpeculi per 102. primi huius, quæ ſit b t o, cuius centrũ ſit d, ducatur à puncto e, linea longitudinis ſpeculi per 101. primi huius, quæ ſit et, à puncto quoqꝫ d per 11. primi, ducatˀ linea d g, perpendicularis ſuper lineam b d, in ipſa circuli ſuperficie, palam ergo quod ſuperficies h d g, cum per axem h k, tranſeat, qui per 92. primi huius, eſt erectus ſuper circuli ſuperficiem per 18. undecimi. Superficies uero cõtingens ſpeculum in puncto b, erit æq̃diſtans ſuperficiei h d g, ſpeculũ ſecãti, ideo eñ quia linea longitudinis ſpeculi ducta à pũcto b, eſt æq̃diſtans axi h k, & linea h t o, circulum contingens ſuper punctũ b, eſt æq̃diſtans lineæ g d. per 29. primi, angulus eñ g d b, eſt rectus, ut patet ex ꝑmiſſis, & angulus cõtentus ſub linea d b, & ſub linea cõtingente circulũ in puncto b, rectus, ꝑ 17. tertij, ergo illæ ſuperficies æquediſtant per 14. undecimi, igitur ſuperficies in qua ſunt li-



neæ

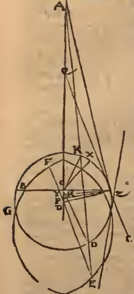
neæ l e & t e, non eſt æquediſtans ſuperficiei h d g, quod patet per 24. primi huius, quoniam ſuperficies contingens ſectionem oxigoniam in puncto b, nō eſt æquediſtans ſuperficiei contigenti eandem ſectionem in puncto e, in quo ſunt lineæ l e q, cõtingens ſectionem & linea longitudinis quæ eſt e t, angulus eñ e d b, ut patet ex hypotheſi eſt acutus, ſuperficies ergo h e g, non æquediſtat ſuperficiei l e t, ergo concurret cũ illa, concurrat ergo in linea l g, & ducatur linea g t, quæ neceſſario erit contingens circulũ b t o, cũ ſuꝑficies in q̃ ducit̃ linea g t, ipſum ſpeculũ ſit contingens, ducta autẽ linea t d, erit angulus g t d, rectus, per 17. tertij, quoniam linea t d eſt diameter circuli, & linea g t, contingit illum circulum in puncto t, fiat quoq; ut prius ſuper e, punctum ſectionis circulus æquediſtans baſibus ſpeculi q̃ ſit e ſ 3 p, et centrũ huius circuli ſit punctus axis, q̃ k, et ducat̃ linea k e, & ducat̃ etiam linea d l, quæ quidem ſecabit ſuperficiem circuli e l p, ſecet ergo illam in puncto f, quia itaq; punctum d, eſt in ſuperficie ſectionis per 24. huius, cum ipſa ſectionis ſuperficies ſit ſuperficies reflexionis, & punctũ l, qđ eſt punctũ lineæ contingentis ſectionem eſt in eadem ſuꝑficie ſectionis, ergo per primã undecimi, tota linea d l, eſt in ſuperficie ſectionis, punctum ergo f, eſt in ſuꝑficie ſectionis, ſed ipſum eſt in ſuperficie circuli e 3 p. Eſt ergo in cõmuni ſectione illaꝝ ſuperficieꝝ circuli & ſectionis, ſed & punctum e, eſt in ambabus eiuſdem ſuperficiebus, ergo item ꝑ 1. undecimi linea e f, ducta erit in ambabus illis ſuperficiebus, ergo per 19 primi huius, ſecundum lineam e f, ſecant ſe ſuperficies ſectionis & circuli e 3 p, ducatur itaq; linea k f, & à puncto f, ducatur perpendicularis ſuꝑficiem circuli b t o, per 11. undecimi, qui ſit f m, cadetq; punctus m in linea d g, ut patet, & ducat̃ linea t m, palam quoniam linea k d, æquediſtans e t, æqualis eſt lineæ f m, per 25. primi huius, ſunt enim lineæ k d & f m, ambæ ꝑpendiculares ſuper ſuꝑficiem circuli b t a, qa illi circuli æquediſtant per 24. primi huius, utraq; eñ ipſarũ æquediſtat baſibus columnæ per 100. primi huius, quoniam ergo linea f m, eſt æqualis & æquediſtans lineæ d k, quæ eſt pars axis, ergo per 33. primi, linea k f, æqualis & æquediſtans eſt lineæ d m, & ſimiliter erit m f, linea æqualis & æquediſtans lineæ longitudinis quæ eſt e t, per 37. primi, quoniã linea e t, eſt æqualis & æquediſtans axi k a per 92. primi huius, cũ ſit linea longitudinis ſpeculi, & erit ut prius linea k e, æqualis & æquediſtans lineæ d t, & linea e f, æqualis eſt & æquediſtans lineæ t m, per eandẽ 33. primi, uerũetiã ſuperficies k d l g, quia tranſit axẽ columnæ, & angulus g d b, eſt rectus, orthogonalis eſt ſuper ſuperficiẽ ſectionis oxigoniæ, quæ eſt a e b c, per diffinitionẽ ſuperficiei erectæ, & eadem ſuperficies k d l g, orthogonalis eſt ſuper ſuperficiẽ circuli e ſ p, quoniam illa ſuperficies k d l, tranſiens per axem, per 18. undecimi, erecta eſt ſuper baſes columnæ, ergo & ſuper ſuꝑficiem circuli e l p, æquediſtans baſibus erecta eſt in eadem ſuperficie k d l, quia itaq; ducta ſuperficies k d l, eſt erecta ſuper ſuperficiem ſectionis oxigoniæ & circuli e ſ p. Eſt ergo orthogonalis ſuper lineam communem dictæ ſectionis & circuli quæ eſt linea e f, per 19. undecimi, & quia linea e f, eſt erecta ſuper ſuperficiem k d l, in qua ducta eſt linea k f, igitur ꝑ diffinitionem lineæ ſuper ſuperficiẽ erectæ angulus e f k, eſt rectus, ergo & angulus t m d, eſt rectus ꝑ 19. undecimi, latera eñ illos angulos continentia in æquediſtantibus circulorum ſuperficiebus ꝓtracta æqualia ſunt & æquediſtãtia, ut patet ex p̃miſſis, cum ergo angulus d m t, ſit rectus, & angulus g t d, ſit rectus per 17. tertij, in trigono ergo orthogonio d t g, ducta eſt ab angulo ad baſem perpendicularis t m, ergo per 8. & 16. ſexti, idem quod fit ex ductu lineæ d m, in g m, eſt æquale quadrato lineæ m t, & quoniam linea g t, contingit circulum b t o, cum ſit in ſuperficie contingente ducta ad punctum contingentiæ quod eſt t, palã quod linea l g, eſt æquediſtans axi k d, quoniã eñi ſuꝑficies ſecundum lineam longitudinis ſpeculũ cõtingentes ſunt erectæ ſuper baſem columnæ, ſuperficies ergo per 19. undecimi, earũ cõmunis ſectio quæ in ꝓpoſito eſt linea l g, ſuper eandẽ ſuperficiem baſium perpendicularis erit, æquediſtabit ergo axi h k, per 6. undecimi, ergo etiã æquediſtabit lineæ f m, per 30. primi, quia ergo in trigono l g d, linea f m, æquediſtat baſi l g, patet per ſecundã ſexti, quoniã ſecat alia latera illius trigoni ꝓportionalit̃. Eſt ergo proportio lineæ d f ad f l, ſicut lineæ d m ad m g, ergo permutatim per 16. quinti, erit proportio lineæ d f ad d m, ſicut lineæ f l ad m g, ſed linea d f, maior eſt q̃ linea d m, per 19.

primi,qm̃ in trigono f d m, angulus f m d,eſt rectus per 8.undecimi,ergo & linea f l, eſt maior q̃ linea m g,ergo idem quod fit ex ductu lineæ f d in f l,maius eſt illo quod fit ex ductu lineæ d m in m g,ergo & quadrato lineæ t m,ſed linea t m,eſt æqualis lineæ e f,ut patet ex p̃miſſis,ergo illud q̃d fit ex ductu lineæ d f in l f,maius eſt quadrato lineæ e f. Eſt ergo in trigono d e l,angulus l e d,maior recto p 30.primi huius, qa ſi eſſet rectus, tunc cum linea e f,ſit perpendicularis ſuper lineam d l,eſſet per 8.& per 16.ſexti,idem q̃d fit ex ductu lineæ d f in f l,æquale quadrato lineæ e f. Reſtat ergo ut linea perpẽdicularis ſuper lineam contingentẽ ſectionẽ a e b c,quæ eſt linea q l,ducta à puncto e,cadat ſub linea e d,non perueniens in punctum d,ſit ergo illa ppendicularis linea e b,& qa angulꝰ e d b,eſt acutus,& angulus d e u,acutus,qm̃ angulus u e q eſt rectus, ergo per 14. primi huius,lineæ e u & b d,productæ concurrent in puncto aliquo ſub axe h k,& ſub concurſu lineæ e d, cum linea b d,quod eſt euidens,patet ergo propoſitum.

XLV.

Perpendicularem ductam à puncto reflexionis ſectionis pyramidalis ſuper ſuperficiem ſpeculi pyramidalis conuexi cum katheto incidentiæ puncto remotiori à uertice ſpeculi q̃ ſit punctus reflexionis incidentiæ ſub axe ſpeculi concurrere eſt neceſſe, dum tantum linea à puncto incidentiæ katheti ducta ad perpendicularem ſuper axem angulum contineat acutum.

Hæc quoq; ꝓpoſitio patet per 113.primi huius,ut iam facilius pyramidalibus ſpeculis applicetur. Sit ſpeculum pyramidale cõuexum a b g,cuius uertex ſit a, & axis a k,cadatq; in ipſum ſectio oxigonia,à cuius circũferentia formæ punctoꝝ lineæ uiſæ reflectãtur ad uiſum,quæ ſit b f e z punctũ quoq; reflexionis ſit e,& ſit linea e d,exiſtens à pũcto



e,quod eſt punctũ reflexionis ppẽdicularis ſup ſupficiẽ contingentẽ ſpeculũ, q̃ ꝓducta in ſuperficie ſectionis,concurrat quidẽ cũ axe a k,per 14.primi huius,angulus em̃ e a k,eſt acutus,& angulus a e d eſt rectus,concurrat ergo in puncto d,ſitq; kathetus incidentiæ formæ puncti alicuius reflexi à puncto ſpeculi e z,q ſit h z,dico qđ kathetus h z,cõcurret cũ perpendiculari e d, ultra punctũ d,ſub axe ſpeculi ducat̃ em̃ linea t z q,quæ contingat ſectionẽ b e f,in puncto z,cũ ſit punctum z, remotius à puncto a,uertice ſpeculi,q̃ ſit punctum e,ducta quoq; linea z d,angulũ acutum contineat cũ perpendiculari e d,ſuper ipſum axem ſpeculi in quo cadit punctũ d,tranſeat quoq; ſuper punctũ z,ſuperficies æquediſtans baſi ſpeculi,quæ ſecando ſpeculum faciat circulũ r z g,per 100.primi huius,iſte ergo circulus ſecat ſectionẽ b e f in duobus tm̃ locis per 104.primi huius,qm̃ circulus eſt ꝑpendicularis ſuper axẽ a d, & ſectio eſt obliqua ſuper eandem axem, & ducãtur lineæ a z & a e, linea quoq; a e,quæ ex hypotheſi eſt breuior q̃ linea a z,ideo quod punctum z,remotius eſt à uertice pyramidis q̃ punctum e, ꝓtrahatur ultra punctum e, donec concurrat cum circũferentia circuli r z g,& ſit concurſus punctus o,ergo punctus o,eſt remotior à puncto a, uertice ſpeculi q̃ ſit punctus e,eritq; linea a o,æqualis lineæ a z,per 89.primi huius,ideo quia ambæ à uertice pyramidis ducantur ad circuli circũferentiã. Cum ergo exierit à puncto o,perpendicularis ſuꝑ ſuperficiẽ cõtingentẽ ſpeculũ ſecundum lineam a d, concurret illa linea cum axe a k,ultra punctum d, cui prius data eſt incidere perpendicularẽ e d,per 2.primi huius. Sit ergo punctus concurſus k,erit em̃ linea o k,æquediſtans lineæ e d,per 6.undecimi,ducantur ergo lineæ k z & d z,& qa linea k z eſt æqualis lineæ k o,ꝑ 65.primi huius,eſt em̃ k polus circuli,ſed linea a d,eſt æqualis lineæ a z,ꝑ 89.primi huius,cũ ſint lineæ lõgitudinis unius pyramidis,& linea a k,cõis eſt

ambobus

ambobus illi a trigonis, erunt ergo per 8. primi trianguli a o k & a z k æquanguli, ſed an
gulus a o k eſt rectus, ergo & angulus a z k eſt rectus, eſt ergo linea k z perpendicularis
ſuper lineam lõgitudinis ſpeculi a z, quæ eſt in ſuperficie contingente ſpeculum, eſt er-
go linea k z erecta ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum ſecundum lineam a z, er
go per 18. undecimi, & ſuperficies z k o eſt erecta ſuper illam ſuperficiem contingen-
tem, & quia à puncto z ducta eſt linea contingens ſectionem quæ eſt c z q, cum ergo
ut patet linea k z ſit erecta ſuper ſuperficiem ſpeculum contingentẽ ſecundum lineã a z
& cõmunis ſectio ſuperficiei ſectionis, & illius ſuperficiei ſpeculũ contingentis ſit linea
t z q cõtingẽs ſectionẽ, erit linea k z ꝑpendicularis ſuper lineã t z q, erit ergo angulus k
z q rectus per diffinitionẽ lineæ ſuper ſuperficiẽ cõtingentẽ, & quia ut patet ex præmiſ-
ſis angulus k z q eſt rectus, trigonũ quoq; a z k erectũ eſt ſuper ſuperficiẽ ſpeculũ ſecundũ
lineã a z cõtingentẽ, & linea b z eſt ſimiliter perpẽdicularis ſuper hãc ſuperficiẽ contin-
gentẽ. Extrahamus ergo à pũcto z cõmunẽ ſectionẽ ſuperficiei circuli r z g, & ſuꝑficiei
pyramidẽ ſecundũ lineam a z contingẽtis, hoc ãũt per 3. undecimi eſt linea recta, ſit ergo
hæc linea z y, eſt palã per præmiſſa ꝙ linea z y cõtingit circulũ r z g, ſit quoq; cẽtrũ hu-
ius circuli c, & producatur c z angulus c z y, eſt rectus per 17. tertij. & ducatur à pun-
cto c, quod eſt centrum circuli r z g, linea continens cum linea z c angulum rectum per
13. primi, & ſit linea c f, linea ergo c r, eſt æquediſtans lineæ z y per 28. primi, linea uero
c r, eſt perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ a z c per 4. undecimi, ideo quia angulus z c r eſt re
ctus ex præmiſſis, & angulus z c a, eſt rectus, ideo quia axis a c eſt perpendicularis ſuꝑ
ſuperficiẽ circuli r z g, per 89. primi huius, & quia etiam axis eſt perpendicularis ſuꝑ ba
ſem pyramidis, cui circulus æquediſtat, ergo & axis erit erectus ſuper circulum per 23.
primi huius, linea ergo z y æquediſtans lineæ c r, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem
a z c per 8. undecimi, ergo linea a q contingens ſectionem, eſt obliqua ſuper ſuperficiẽ
a z c, ergo & ſuper lineam c z, producatur ergo à puncto z in ſectionis ſuperficie extra
ipſam ſectionis periferiam linea recta continens cum linea t q angulum rectum per un
decimam primi, quæ ſit z b, & quia punctus d per 24. huius eſt in ſuperficie ſectionis in
aliquo puncto axis, palam quod ipſum aliud eſt à puncto k, qui eſt punctus axis inferi-
or puncto d extra ſuperficiem ſectionis, ſed punctus z eſt in ipſius ſuperficie, patet ergo
quoniam linea k z eſt extra ſuperficiem ſectionis, linea ergo k z ſecat lineam, z h, nec
continuatur cum ipſa, quoniam linea z h eſt in ſuperficie ſectionis, & linea k z eſt ex-
tra illam, & quoniam lineæ k z & h z ſecant ſe in puncto z, patet quod ipſæ ſunt in ali-
qua ſuperficie una per 2. undecimi, ſint ergo lineæ z k & z h in alia ſuperficie præter ſuꝑ
ficiem ſectionis, quæ ſecet ſuperficiem ſectionis ſuper lineam p z h in ambabus iſtis ſu-
perficiebus exiſtentem per 19. primi huius, & ſit z p eadem linea cum z h, quæ eſt produ
cta in ſuperficie ſectionis, linea uero d z, quæ eſt in ſuperficie ſectionis, eſt extra ſuperfi
ciem in qua ſunt lineæ k z & z h, ſed linea z k continet cum linea z q, angulum rectum
ideo quia ut prædictum eſt linea k z eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem contingen-
tem pyramidem quæ tranſit lineas a z & z q, & ſuperficies k z h ſecat ſuperficiem d z h,
ſuper lineam illis duabus ſuperficiebus communem, per 19. primi huius, quæ eſt h z, una
linea d z eſt in ſuperficie ſectionis ut ſupra patet, & ſecatur à linea k z in pũcto z, & pũ
cta c & q ſunt à lateribus ſuperficiei k z p h, ergo & ſuperficies h z k, ſecat ſuperficiem d
z q, differẽtia ergo cõmunis ſuꝑficierũ h z k & d z q, & in ſuꝑficie h z k eſt quoq; illa cõis
ſectio linea recta per 3. undecimi, cõtinet ergo illa linea cũ linea z q angulũ rectũ, nã li
nea z q cũ ſit ꝑpẽdicularis ſuꝑ lineã z h, et ſuꝑ lineã z k, patet ꝑ 4. undecimi, quõ ipſa eſt
erecta ſuꝑ ſuꝑficiẽ h z k, ergo & ſuꝑ lineã z p, & quõ ſuperficies h z k, ſecat ſuperficiem
d z q & declinatio ſuperficiei h z k à ſuperficie ſectionis, cuius pars eſt ſuperficies d z q
fit ex parte ſemidiametri z t, erit linea quæ eſt differentia communis his duabus ſuper-
ficiebus media inter duas lineas q z & z d, ergo angulus q z d eſt obtuſus, & h z eſt in ſu
perficie in qua ſunt lineæ d z & z q, quæ eſt ſuperficies ſectionis, & continet cum linea
z q angulum rectum, linea ergo z h producta intra ſectionem ultra punctum z, ſecabit
angulum d z q, & linea h z, concurret cum linea e d ſub puncto d, puncto axis per 14.

primi huius, angulus enim y d e eſt acutus ex hypotheſi, & angulus d z p acutus, kathetus itaq; incidẽtiæ qui eſt h z, cum perpendiculari e d, quæ ducitur à puncto reflexionis ſuper ſuperficiem ſpeculum contingentem, concurret ſub axe & ſub pũcto ipſius axis, qui eſt d, ſit itaq; punctum concurſus p, & hoc eſt propoſitum.

XLVI.

Perpendicularem ductam à puncto reflexionis ſectionis pyramidalis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi pyramidalis cõuexi, cũ katheto incidentiæ puncto ꝓpinquiori à uertice ſpeculi quàm ſit punctus reflexionis incidentiæ ſub axe ſpeculi cõcurrere eſt neceſſe, altioris quoq; puncti kathetus cum eadem perpendiculari concurret remotius ſub axe, dum tamẽ linea à puncto ſuperiori cũ ꝑpẽdiculari ducta à pũcto inferiori ſuper axem angulũ cõtineat acutum.

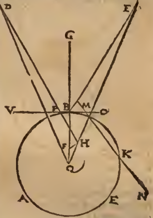
Sit ut in præmiſſa ſpeculum pyramidale conuexum a b g, cuius uertex ſit a, & axis a d, ſitq; in ipſo ſectio pyramidalis, quæ b f e z, punctum quoq; reflexionis ſit e, ſitq; linea e d perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi cõcurrens cum axe a k in puncto d in ſuperficie ſectionis, ſitq; kathetus incidentiæ formæ puncti alicuius reflexi à pũcto e, qui ſit h z, cuius punctum z ſit propinquius uertici ſpeculi quàm pũctum e, ita tamẽ quod linea z d, cum linea e d in puncto d contineat angulum acutum, dico quod uerũ eſt quod ꝑponitur, circũducatur enĩ à puncto z, ipſi ſpeculo circulus per 102. primi huius r g z, & ducantur lineæ a z & a e, linea quoq; a e ex hypotheſi eſt longior quàm linea a z, patet per 100. & 89. primi huius, quoniam abſcinditur per ſuperficiem circuli r z g, ideo quia pũctum z propinquius eſt uertici pyramidis, quæ eſt a, quàm punctũ e ſit ergo ut abſcindatur in pũcto o, eſt ergo punctũ o propinquius uertici ipſius ſpeculi, quàm e pũctum, eritq; linea a o æqualis lineæ a z per 89. primi huius, cum ergo exierit à puncto o, perpendicularis ſuper lineam a o, quæ ſit o k, ſecans axem a d in puncto k, erit per 28. primi huius, linea o k æquediſtans lineæ e d, ducantur ergo lineæ k z & d z, & qa linea k z eſt æqualis lineæ k o per 65. primi huius, eſt enĩ pũctus k polus circuli k z b g, ſed linea a o eſt æqualis lineæ a z ꝑ 89. primi huius, et linea a k, eſt cõmunis ambobus illis trigonis, erũt ergo ꝑ 8. primi trigoni a d k & a z k æquianguli, ſed angulus a o k, eſt rectus per 29. primi, ideo quia angulus a e d eſt rectus, & linea e d & o k æquediſtans, ergo & angulus a z k eſt rectus, eſt ergo linea k z perpendicularis ſuper lineam longitudinis ſpeculi a z, quæ eſt in ſuperficie contingentem ſpeculum, eſt ergo linea k z erecta ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum ſecundum lineã a z, ducta quoq; à puncto z linea cõtingentem ſectionem in puncto z, quæ ſit t z q. Perficiaẽ demonſtratio, ut in proxima præmiſſa, patetq; propoſitum nunc ut prius, cadat enim punctus p, quæ ſit communis ſectio katheti incidentiæ ducti à puncto z cũ perpendiculari e d ſub axe a d & ſub puncto d, & ſi in periferia ipſius ſectionis ſignetur punctus ꝓpinquior uertici quàm ſit punctum z, qui ſit pũctus x, ab eo quoq; ducatur kathetus incidentiæ qui ſit x y, qui eodem modo ſi angulus x d e, fuerit acutus demonſtrabitur cõcurrere cum perpendiculari e d ſub axe a d, ſit concurſus in puncto y, dico quod pũctus y remotior erit ſub axe a d, quàm punctum p, non enim ſecabit linea x y angulũ a z p, neq; lineam z p, quoniam kathetus ductus à puncto altiori ulterius protenditur ſub axem, & kathetus angulum rectum continens cum perpendiculari e d concurret cum illa in puncto axis d, reliqui uero katheti horum medij, à quorum punctis incidentiæ ductæ lineæ ad punctum d, angulos continent acutos, cum perpendicularis e d non ſecabit lineam d p, patet ergo propoſitum.

LXVII.

Kathetum incidentiæ linea reflexionis intra ſectionem oxigoniam ſecante, & à puncto reflexionis ducta contingente, quæ ſecet kathetum, erit totius katheti proportio ad partem ſui reſectam intra ſectionem oxigoniam, ſicut partis extrinſecus reſectæ ad eam quæ utraſq; interiacet ſectiones.

Eſto

Eſto a b c ſectio oxigonia,cuius punctus b ,ſit punctus reflexionis, & ſit e punctus
rei uiſæ,d centrum uiſus,á puncto quoq; reflexionis quod eſt b,ducatur linea perpendi-
cularis ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum in puncto b,qui ſit g b q,ducta intra
ſpeculum propoſitum in punctum q,& ducatur á puncto e,linea e k perpendicularis ſu
per ipſam ſectionem , aut ſuper lineam ſectionem contingentem,ut fuerit poſſibile, du
catur quoq; linea cõtingens ſpeculum in puncto b,quæ ſit t b u,& alia contingens ſecti
onem in puncto k,duæ itaq; perpendiculares,quæ ſunt g b q & o k, concurrent intra ſe
ctionem ſub axe ſpeculi per tres præcedentes,ſit ergo punctus cõcurſus illarum perpen
dicularium pũctum q,ſed hoc in propoſito aliter declarandum.Ducãtur enim lineæ e b
o b,k b,palam per 29.primi huius,& expræmiſſis,quoniam linea k m,cadet intra ſuper
ficiem e k b,& linea b t,cadet intra eandem ſuperficiem , igitur linea b t ,ſecabit lineam
e k,ſit ut ſecet ipſam in puncto t,& linea k m ſecabit lineam b e , & ſit ut ſecet ipſam in
pũcto m . Cũ ergo angulus e k m ſit rectus,ut patet ex præmiſſis,palã quod angulus e k
b maior eſt recto,& ſimiliter quod angulus g b t eſt rectus,erit angulus g b k maior re
cto,palam ergo per 14.primi huius, quoniam duæ p
pendiculares g b & e k cõcurrent in aliquo puncto ſu
perficiei reflexionis;cum ſint in eadem ſuperficie,ſit ut
prius earum cõcurſus in puncto q,ſimiliter ꝙq; angu
lus d b k,eſt maior angulo recto,qui eſt g b t,qui eſt re
ctus,ut patet expræmiſſis,ergo per 14.primi huius li-
neæ d b & e k cõcurrẽt,ſit ipſarũ concurſus punctus h,
igitur per 37.quinti huius,punctus h,eſt locus imagi-
nis formæ puncti e,dico itaq; ꝙd erit proportio lineæ
e q,quæ eſt kathetus incidẽtiæ formæ puncti e,ad lineã
q h , ſicut lineæ e t ad lineã t h, qaem̃ lineæ e k et b e cõ
currunt in puncto e,ducatur á puncto h linea h f æque
diſtans lineæ e b,per 31.primi,& qm̃ angulus e b t, eſt
per 20.quinti huius ,æq̃lis angulo d b u,& per 15.pri-
mi,angulus d b u,eſt æqualis angulo t b h, palã ꝙd an-
gul9 e b t ,erit æqualis angulo c b h. Reſtat ergo ut an-
gul9 e g b,ſit æqualis angulo h b q,ideo qa anguli c b
q & c b g,ſunt recti et æquales,cũ igitur linea c b diui-



dat angulũ e b h p æqualia,erit p 3.texti,proportio lineæ e t,ad c h,ſicut lineæ e b,ad b h,
ſed per 29.primi,angulus e b g,eſt æqualis angulo h f b,angulus ergo h f b , eſt æqualis
angulo h b f,qm̃ ut p̄oſtenſum eſt angulus e b g,eſt æqualis angulo h b f ergo p 6.primi,
lineæ h b,eſt æqualis lineæ h f,ergo per 7.quinti, proportio lineæ e b ad lineam h f,ſicut
ad linea h b,eſt aũt proportio lineæ e b,ad h f, ſicut lineæ e q ad q h,per 4. ſexti , qa p 29.
primi,trigona e q b & h q b,ſunt æquiangula,erit ergo proportio lineæ e b ad h b, ſicut li
neæ e q ad q h,erit ergo per 11.quinti,proportio lineæ e t,ad lineam t h,ſicut lineæ e q ,ad
lineam q h,quod eſt propoſitum.

XLVIII.

In omni ſpeculo columnari uel pyramidali conuexo , communi ſectione
ſuperficie reflexionis & ſpeculi oxigonia exiſtente linea recta interiacens pũ
ctum concurſus duarum præmiſſarum perpendicularium & locũ imaginis
maior eſt linea recta interiacente locum imaginis & punctum reflexionis.

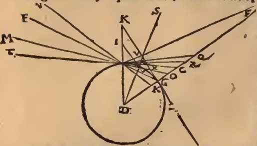
Sit omnimoda diſpoſitio & probatio, ut in præcedente proxima, & quia eſt propor-
tio lineæ e q ad lineam q h, ſicut lineæ e b ad lineam h f,per 4.ſexti ,& proportio lineæ e b
ad h f,eſt ſicut lineæ e b ad lineãm h b,per 6.primi,& 7.quinti , erit proportio lineæ e b .
ad lineã b h, ſicut lineæ e q ad lineã q h,per 11.quinti,ergo pmutatim p 16.qnti, pportio
lineæ e q ad c b,ſicut q h ad h b,ſed linea e q maior eſt ꝙ linea e b,p 19.primi,eo ꝙd angu
l9 e b q maior eſt recto,ut patet exp̃miſſis,qa angul9 t b q,eſt rect9,ergo linea q h eſt ma
ior ꝙ linea h b, ꝙd ẽ ppoſitũ,eſt eñ pũctũ q illud in ꝙ cõcurrũt duæ ppendiculares g b q
&c b

& e b, quæ eſt kathetus incidentiæ & punctus h locus imaginis formæ puncti e, & punctus b eſt punctus reflexionis formæ puncti e ad centrum uiſus exiſtens in puncto d.

XLIX.

Communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris uel pyramidalis conuexi exiſtente oxigonia, formaq́ꝫ rei uiſæ oblique ſpeculo incidente, locus imaginum formarum uiſorum punctorum quandoqꝫ erit in ſuperficie ſpeculi, quandoqꝫ intra ſpeculum, & quandoqꝫ extra ipſum.

Quod hic proponitur locum habet, cum punctus rei uiſæ non fuerit in diametro uiſuali perpendiculari ſuper ſuperficiem ſpeculi, tunc enim unius ſolius forma pũcti ſuper lineam perpẽdicularem accedit ad ſpeculum, & ſecũdum eandem lineam reflectetur ad uiſum, utpote pũctus ipſius ꝑpendicularis lineæ, quæ eſt in ſuperficie oculi uidentis, pũctus eñ ultra ſuperficiem oculi ſumptus non poteſt reflecti ſuper hanc ꝑpendicularem, quia non poteſt accedere ad ſpeculum ſuper lineam perpendicularem propter rationẽ aſſignatam in 32. quinti huius, & ſimiliter non poteſt reflecti forma illius puncti ad uiſum ab alio puncto ſpeculi, quàm à puncto illo cui incidit linea perpẽdicularis, ſi enim daretur hoc poſſe fieri, tunc accideret duas perpendiculares ductas à ſuperficie ſpeculi cõcurrere in cẽtro eiuſdẽ uiſus, q̃d eſſet contra 6. undecimi, & contra 20. primi huius, & duo anguli trianguli fierent recti, quod eſſet contra 33. primi, & impoſſibile, in tali ergo ſitu perpendicularis reflectitur tantum in ſeipſam, ſit autem nunc ut



forma rei uiſæ incidat ſuperficiei ſpeculi non perpendiculariter, ſed oblique, & eſto ut ſuperficies reflexionis ſecet ſpeculum columnare conuexum, & cõmunis eorũ ſectio ſit oxigonia ſectio, quæ a b g, à cuius punctum a ſumatur linea cõtingens ſectionem, quæ ſit c a t, & ducatur perpẽdicularis à puncto a per 11. primi, ſuper lineam, et intra ſectionem quæ ſit a d, cadatq́ꝫ punctus d intra ſectionem, palam ergo per 115. primi huius, quod linea d a diuidit ſectionem in duas partes, in quarum utraqꝫ eſt punctus unicus in quo pũcto linea ſectionem cõtingens erit æquediſtans lineæ d a, ſit ergo citra unum illorum punctorum alius, qui ſit pũctus g, cuius puncti contingẽs concurrat cũ linea d a in puncto h extra ſectionem, & ducatur linea perpendicularis ſuper hanc lineam cõtingentem, quæ eſt g h per undecimam primi, perpendicularis ſit g q, ſecans lineam aliam contingentẽ quæ eſt e a t, in puncto t, erit ergo punctum t, finis cõtingentiæ per diffinitionem, & hæc quidem perpendicularis, quæ g q, neceſſario concurret cum linea h d per 14. primi huius, ideo quod angulus q g h eſt rectus, & angulus g h d acutus, ſit ergo in puncto d ipſarum concurſus, & ducatur linea g a, quæ producatur extra ſectionem uſqꝫ ad punctum p, & ducatur linea q a, igitur angulus q a h, aut eſt æqualis angulo h a p, aut maior aut minor, ſi ſit æqualis, incidit ergo forma pũcti q ſpeculo in pũcto a, & reflectetur ad centrum uiſus exiſtens in puncto p per 20. quinti huius, & locus imaginis punctus g, qui eſt punctus ſectionis oxigoniæ & ſuperficiei columnæ ſpeculi per 37. quinti huius, quoniam in illo puncto cõcurrit kathetus incidentiæ ductus à puncto rei uiſæ, quæ eſt q, ſuper lineam contingentem ſectionem in puncto g, cũ linea reflexionis, quæ eſt p a, & quia punctus g eſt in ſuperficie ſpeculi, patet quod tunc uidebitur imago formæ puncti q in ſuperficie ſpeculi, ſi uero in linea g q ſupra punctum a, ſumatur alius punctus ut f, & ducatur linea f a, erit quidem angulus f a h minor angulo h a p. Eſt enim angulus f a h minor angulo q a h, qui eſt æqualis angulo h a p, fiat ergo angulus f a h ſuper a terminum b e h a æqualis angulo qui ſit h a n, per 23. primi, & producatur linea n a

intra

intra ſectionem, concurretq́ cum katheto f q g d, & ſit punctus concurſus k, palam ergo per 20. quinti huius, quod forma puncti f, reflectitur à puncto ſpeculi, quod eſt a, ad uiſum exiſtentem in puncto n, et locus imaginis formæ puncti f, erit in puncto k, & imagines omnium punctorum lineæ, q f, quæ ſunt ultra pũctum q, erunt intra columnã ſpeculi, ut patet per 34. quinti huius, & ex præmiſſis, ſi non inter punctum q & punctum t, qui eſt finis contingentiæ, ponatur punctum aliquod, ut r, & angulus r a h maior angulo q a h, ergo & angulo h a p, fiat ergo ei æqualis angulus, qui ſit h a m, palam quod linea m a producta cadet ſuper lineam g q extra ſectionem, ideo enim quia linea p a cõtinens cum linea a h, angulum p a h æqualem angulo q a h, cadit in ipſum ſectionem in punctum g, patet quia linea m a, ſecabit lineam g q, extra ſectionem, ſitq́ ut cadat in punctum o, erit ergo per 37. quinti huius, imago formæ puncti k, in puncto o, & omnium punctorum lineæ r q, excepto puncto q, imagines erunt extra ſpeculum intra puncta o & g, ſi autem angulus q a h, fuerit minor angulo h a p, ſecetur ex angulo h a p, angulus h a n, æqualis angulo q a h, per 27. primi huius, palam ergo ut prius quod formæ pũcti q, imago erit in puncto k, & omnium ſuperficierum punctorum lineæ q f, imagines erunt intra ſectionem, ſi uero punctus r, ſumatur inferior puncto q, ita ut angulus r a h ſit æqualis angulo h a p, tunc erit imago formæ puncti r in ſectionis puncti g, quod eſt in ſuperficie ſpeculi & omnium punctorum inter r & q, imagines erunt intra ſpeculum & omnium punctorum inter puncta k & d, imagines erunt extra ſpeculi ſuperficiem, ſi uero angulus q a h fuerit maior angulo h a p, fiat angulus h a m æqualis angulo q a h, palam quod linea m a producta ſecabit ſectionem, linea enim e a t, eſt contingens ſectionem in puncto a, propter quod linea m a producta neceſſario ſectionem ſecabit, ſecet ergo in puncto b, & ducatur linea contingens ſectionem in puncto b, qui concurrat cum linea d h in puncto l, concurret autem per 14. primi huius, angulus enim d b l eſt rectus, & angulus l d b acutus, ducta linea d b, eritq́ angulus d l b acutus per 32. primi, cum angulus d b l ſit rectus, eſt ergo per 13. primi, angulus h l b obtuſus, linea ergo l b concurret cum linea h g, ut patet per 69. primi huius, ex parte punctorum b & g, quia quãtum ad hoc eadem ratio eſt in circulis & in ſectionibus, facietq́ cum ipſa angulum acutum, ducatur ergo perpendicularis ſuper lineam l b à pũcto b, & per 11. primi, quæ ſit g s, hæc ergo coniuncta cũ linea d b, fiat linea una per 14 primi, quoniam utraq́ ipſarum cum linea l b, in eodem puncto qui eſt b, continet angulum rectum, & linea b s, ſecabit lineam h g, ſit ut ſecet ipſam in puncto x, & quoniam linea l b protracta concurrit cum linea h g, & angulus s b l, eſt rectus, patet quod linea b s cum linea h g ex parte puncti h, continet angulum acutum per 14. primi huius, erit quoque angulus s x h acutus, ergo & angulus g y b illi contrapoſitus ſimiliter eſt acutus per 15. primi, qa uero linea h g, ſecat lineam q a, ſit punctus ſectionis u, & quoniam angulus h g d, eſt rectus, & linea q a concurrit cum linea f d g in puncto q, quoniam omnes hæ lineæ ſunt in una ſuperficie, palam per 14. primi huius, quod linea h g cum linea, q a, continet angulum acutum ſuper punctum u, qui eſt angulus h u a, quia ergo angulus s x h eſt acutus, & angulus q u g, contrapoſitus angulo h u a, per 15. primi, eſt acutus, patet per 14. primi huius, quod lineæ s b & q u concurrunt, ſit ergo concurſus ipſarum in puncto z, forma itaq́ puncti z, mouebitur ad ſpeculum per lineam z a, & reflectetur per lineam a m, ad uiſum exiſtentem in puncto m, & locus imaginis erit punctus b, & loca omnium imaginum punctorum lineæ z s, ultra punctum z, erunt intra ſectionem & omnium punctorum lineæ z b, quæ ſunt circa z, loca imaginum erunt extra ſectionem, quod eſt propoſitum.

L.

Lineæ rectæ æquediſtantis axi ſpeculi columnaris conuexi, centroq́ uiſus exiſtente in eadem ſuperficie, reflexionem poſſibile eſt fieri à tota linea longitudinis ſpeculi ad uiſum, imagoq́ eius uidebitur recta æqualis rei uiſæ.

Eſto ſpeculum columnare,ut in 30.huius,cuius axi z h,æquediſtat linea recta quæ ſit t h,erit ergo per 30.primi huius,& per 92.primi huius,linea t h æquediſtans lineæ longitudinis ſpeculi columnaris,quæ exiſtens in eadem ſuperficie t h z k, ſit linea a g,dico quod ſi uiſus, cuius centrum ſit e, fuerit in eadẽ ſuperficie t h z k cũ linea t h,& cum axe z k,poſſibile eſt,ut oĩa puncta lineæ t h reflectantur ad uiſum e,quoniam per 30. huius, poſſibile eſt,ut puncta reflexionis omnium punctorum lineæ t h, ſint in linea longitudinis columnæ, quæ eſt g a, quia illa linea ſuperficiei reflexionis in qua ſunt uiſus e, & axis z k & linea t h, & ſuperficiei columnæ eſt communis, ut patet per 93. primi huius, uidebitur ergo imago formæ lineæ t h recta, ideo quia quælibet perpendicularis ducta à puncto lineæ t h, erit in eadem ſuperficie cum uiſu & axe, & probabitur loca imaginum punctorum lineæ t h eſſe ſecundum lineam rectam diſpoſita, ſicut in ſpeculis planis per 52.quinti huius, exiſtit probatum de lineis rectis uiſi, patet ergo propoſitum.

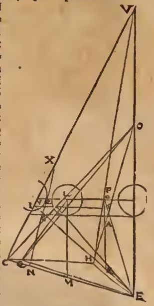
LI.

Lineæ rectæ æquediſtantes axi ſpeculi columnaris conuexi, uiſu non exiſtente in eadem ſuperficie, imago curua uidetur modicæ curuitatis, & minor re uiſa.

Sit diſpoſitio quæ prius in 30.huius,reflectaturq́; forma lineæ t h,à linea lõgitudinis ſpeculi,quæ ſit a g,dico quod imago lineæ t h,uidebitur aliquã curua, forma enim pũcti eius quod eſt q,ut ſupra patuit reflectitur ad uiſum e,à puncto ſpeculi b,qui eſt punctus circuli b f,linea ergo à puncto q,ducta ad centrũ circuli b f,quod eſt l,quæ erit q l,& ipſa eſt kathetus incidentiæ formæ puncti q,quoniam ut patet per 17.tertij,linea q l,eſt ꝑpendicularis ſuper lineã contingentem circulũ b f,cuius periferia eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi,hic quoq; kathetus q l,ut patet,concurret cum perpendiculari producta à puncto b,quod eſt punctũ reflexionis ſuper ipſam ſuperficiem ſpeculi ſuper axẽ z k,& erit cõcurſus in pũcto axis l,ſcilicet in cẽtro circuli b f,ꝑ 96.primi huius. cõcurrat ergo linea q l cũ linea m l, in puncto axis l,producatur quoq; linea reflexionis,quæ eſt e b,quouſq; cõcurrat cũ katheto q l,& ſit punctus concurſus c,uidebitur ergo per 37. quinti huius,imago formæ puncti q in puncto c,& eſt punctus c,per 1.undecimi, in ſuperficie in qua ſunt linea q h,& axis z k,eſt linea longitudinis a g. Item forma puncti t, lineæ t h, reflectitur à puncto ſpeculi g, q per 10.huius, eſt punctus ſectionis oxigoniæ cũ punctus c ſit altior centro uiſus,quod eſt e,nec ipſa ſunt in eadem ſuperficie.Eſt aũt à puncto t,unã tm̃ ducere ꝑpendicularẽ ſuꝑ ipſam oxigoniã ſectionẽ, quæ eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi,uel ſuper lineã cõtingentẽ ſpeculũ in pũcto aliquo oxigoniæ ſectionis per 12.primi,ſit ducta,hæc ergo per 114.primi huius,uel per 44.huius, cõcurret cũ perpendiculari ducta à puncto eiuſdem ſectionis quod eſt g, ſuper axẽ z k,quæ eſt linea n g z,eritq́; cõcurſus ſub axe,hoc eſt ſub puncto z,qui eſt concurſus ꝑpendicularis,n z,& axi z k,quoniam ducta linea t z,erit angulus t z n acutus,ideo quod angulus n z y eſt rectus,axe k z producta ultra punctum z ad punctum y, producatur itaq; linea n z ultra punctum z ad puncto x,& ducatur à puncto g,linea cõcurrẽs cum linea n z,producta ultra punctum z in puncto x,concurret autem per 14. primi huius, ideo q a angulus x n t,eſt rectus,uel acutus,& angulus x t n acutus,ſecetq́; linea t x axẽ k z in puncto y,& producatur linea e g,ultra punctum g, donec concurrat cum linea t x,cõcurrent autem per 29.primi huius,linea enim e g producta ſecat angulum t g x, ergo & baſem t x, quoniam illæ lineæ ſunt in eadem ſuperficie ut patet, ſit ipſarum ſectio in puncto i, erit ergo punctus i, locus imaginis formæ puncti t, per 37.quinti huius, ſimiliter ducta à puncto h,lineæ t h, quæ ſit orthogonalis ſuper lineam contingentem ſpeculum in aliquo puncto ſectionis oxigoniæ, à qua reflectitur forma puncti h ad uiſum e, per decimam huius, illa concurret cum perpendiculari d a r, ſub puncto d, qui eſt punctus axis per 114.primi huius,uel per 44.huius,concurrat ergo in puncto p, & ducatur linea e a, ultra punctum a, donec concurrat cum linea h p

& ſit

& ſit ſecundum præmiſſos modos punctus concurſus s, erit quoq; ut prius pũctus s ima go puncti h, ducatur quoq; linea s r, palam ergo cum linea c i concurrat in pũcto x cum perpendiculari, n z, quæ eſt æquediſtans lineæ e o, quod eadem concurrat cum linea e o, per ſecundam primi huius, concurrat ergo in puncto u, ſimiliter linea h s, cum concur rat cum perpendiculari d r, quæ eſt æquediſtans lineæ e o, concurrat cum linea e o per eandem ſecundam primi huius, ſed quoniam ſitus puncti t lineæ t h, reſpectu puncti e, quod eſt centrum uiſus, idem eſt cum ſitu puncti h, & eadem di ſtantia à uiſu, qm̃ linea t h, æquediſtat axi z k, & ſimiliter pun cta t & h, æqualiter diſtant à puncto q, & ut patet ex præmiſſa in 30. huius, ſitus puncti t & puncti h, ad punctum o, eſt idem, et punctorum i & s reſpectu puncti o, eſt etiam idem ſitus, ut pa tet ex præmiſſis in præſenti demonſtratione, ergo per primam undecimi, erit linearum c i & h s reſpectu lineæ e o, idem ſitus, li neæ ergo c i & h s concurrent ſuper idem punctum lineæ e o, cõ current ergo in puncto u, erit ergo c u h triangulus, & in ſuper ficie huius trianguli erit linea i s, axis autem ſpeculi, qui eſt z k, non eſt in hac ſuperficie, uerum linea c h, eſt in eadem ſup ficie cum axe, ut patet ex hypotheſi & per ſecundam primi hu ius, ergo ſuperficies illa ſecat ſuperficiem trianguli c b h ſuper lineã cõmunem, quæ eſt c h, non ſuper aliam, cum ergo punctus c ſit in ſuperficie lineæ t h, & ſimiliter axis z k, ſit in eadem ſuper ficie, & punctus c non ſit in linea t h, ergo non eſt in ſuperficie trianguli t u h, & duo puncta i & s, ſunt in ſuperficie illius trian guli, linea ergo i t s erit curua per primam undecimi, & quia ip ſa eſt imago lineæ t h, palam quod imago lineæ rectæ, quæ eſt t h, eſt curua, quod eſt primum propoſitum, ſed eius curuitas mo dica eſt, quia perpendicularis ducta à puncto c ad lineam i s ad punctũ. f. ſectionis lineæ i s, & ſuperficiei circuli eſt ualde parua ſed quanto maior fuerit linea uiſa, quæ eſt t h æquediſtans lineæ longitudinis ſpeculi, tanto imago eius erit minus curua, & quã to minor fuerit linea t h, tanto curuitas erit maior, & quoniam linea i t minor eſt quàm linea t q, & linea s c, minor quàm linea h q, quoniam linea i s, à quo modicum declinat linea i t s, cadit inter lineas t u & h u, concurrentes in puncto u, & eſt quaſi æquediſtans lineæ t h, ſicut & axi k z, patet ergo quod linea imaginis quæ eſt i t s, minor eſt reuiſa, in qua eſt linea t h, & hoc eſt ſecundum propoſitum, patet ergo to tum quod proponebatur.

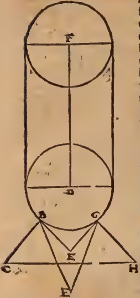


LII.

Superficie lineæ rectæ uiſæ, ſuperficiem in qua eſt axis ſpeculi columna ris conuexi orthogonaliter ſecante, centroq; uiſus exiſtente in utraq; ſuperfi cie à circumferentia circuli, quæ eſt communis ſectio ductarum ſuperficierũ & ſpeculi fiet reflexio, lineæq; rectæ uiſæ imago erit curua.

Eſto linea t h in ſuperficie plana orthogonaliter ſecante ſuperficiem in qua ſunt cen trum uiſus e, & axis dati ſpeculi columnaris, qui ſit d f, ſitq; punctum e in ſuperficie cum linea t h, erit ergo punctum e in linea, in qua illæ duæ ſuperficies ſe interſecant, quod ne ceſſe eſt eſſe per 19. primi huius, & per primam undecimi, dico quod formæ totius li neæ t h à circumferentia circuli, quæ eſt communis ſectio ſuperficiei, t h e, & ſuperficiei columnæ ipſius ſpeculi qui ſit g b, fiet reflexio ad uiſum, aut enim centrum uiſus, quod eſt e, erit retro lineã t h, & tunc cum illa linea ſit corporalis eſt diafona, eius denſitas oc cultabit uiſui ſpeculum, & non fiet reflexio, niſi forte ſolæ formæ capitum lineæ quæ ſunt t & h, appareant & reflectantur ad uiſum à circulo ſpeculi, qui eſt b g, & erit for marum horum capitum imago tendens ad curuitatem, ſicut per 65. ſexti huius, patuit

de ſpeculis ſphæricis cõuexis. Si uero fuerit linea t h, diafona groſſæ diafonitatis, ut cri-
ſtallus, de hoc ſermo alter erit in decimo libro huius ſcientiæ, ſed
ſi linea t h ſiue exiſtente diafona ſiue non, fuerit uiſus ſub illa in-
tra ipſam. ſ. & ſpeculum, tunc occultabitur pars lineæ t h ꝓpter
interpoſitionem capitis in quo eſt uiſus, pars autem illa lineæ t
h, quæ uideri poteſt non obſtante capitis impedimẽto, reflecte
tur à circulo b g, ad uiſum, eodem penitus modo quem de ſpecu
lis ſphæricis cõuexis oſtẽdimus ſuo loco, eſt ergo imago lineæ
rectæ t h, taliter uiſæ ſemper curua, quod ſi centrum uiſus e, fue
rit extra terminos lineæ t h in eadem ſuperficie ut prius, & fiat re
flexio ad formæ lineæ t h ad uiſum, uidebitur imago linea t h
tota curua, ut patet ſecundum præmiſſa, & hoc eſt propoſitum.



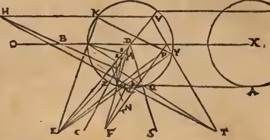
LIII.

Lineæ rectæ uiſæ ſuperficie orthogonaliter axem
ſpeculi columnaris conuexi ſecante, centroq́ uiſus nõ
exiſtente in eadem ſuperficie, factaq́ reflexione ad ui-
ſum æqualiter diſtantem ab extremis illius lineæ, eius
imago uidetur maximæ curuitatis.

Sit ſupficies plana in qua eſt linea t h orthogonaliter ſecãs
ſuperficiem, in qua ſunt centrum uiſus e, & axis ſpeculi colum
naris conuexi, quod ſit b k g. Sitq́ centrum uiſus e, non in eadẽ
ſuperficie cum linea t h, cuius extrema t & h, ſicut ꝓponitur æ-
qualiter diſtent à centro uiſus e, palamq́ per 10. huius, quo-
niam communes ſectiones omnium in ſuperficierum reflexiõis
& ſpeculi, erunt oxigoniæ, & quoniam ex hypotheſi forma pũ
cti h, reflectitur ad uiſum e, ab aliquo puncto ſpeculi propoſiti, ſit ergo ut hoc fiat à pun-
cto b per 29. huius, & quia punctus t, eiuſdem eſt diſtantiæ à puncto e quod eſt centrum
uiſus, cuius eſt punctum h, patet quod forma puncti t, reflectitur ad uiſum e, ab aliquo
puncto ſpeculi, ſit illud punctum g, & cum extrema puncta lineæ h t, ſint eiuſdem ſitus
& longitudinis à centro uiſus e, erunt etiã puncta reflexionum formarum illarũ puncto
rum quæ ſunt b & g eiuſdẽ diſtantiæ & ſitus à puncto e centro uiſus, igitur duo puncta b
& g, erunt in circulo æquediſtante baſibus ſpeculi, quæ cadet ſemper inter lineam h t &
inter ſuperficiem trãſeuntem centrum uiſus e, & ſecantem ſpeculum æquediſtanter ba
ſibus ipſius ſpeculi, quod ideo accidit, quia puncta reflexionũ quæ ſunt b & g, plus decli
nant ad centrum uiſus ad quod fit reflexio, quàm ipſa puncta h & c, quorum formæ re
flectuntur, ſit ergo ille circulus b z g, cuius centrum ſit d, ducantur itaq́ lineæ incidẽtiæ
quæ ſunt h b & t g, & lineæ reflexionũ quæ ſunt b e & g e, & à cẽtro d ducãtur perpẽdicu-
lares ſuper lineas circulum b z g, cõtingentes in pũctis b & g, quæ ſint d g & d b o, palã
quia per 21. huius, qm̃ illarũ perpendiculariũ partes, quæ ſunt g d & d b ſunt ſemidiame
tri circuli b z g, & ducatur linea à pũcto d, centro circuli ad centrũ uiſus quæ ſit e d, & pro
ducãtur lineæ incidẽtiæ quæ ſunt h b & t g, donec cõcurrant cũ linea e d, cũ aũt pũcta h
& t, ſint eiuſdẽ ſitus & diſtãtiæ reſpectu puncti e, & reſpectu centro d, palã quod lineæ h
b & t g, habebũt eundẽ ſitũ reſpectu lineæ e d, concurrent ergo in idẽ punctũ illius lineæ
d, eſto ꝙd cõcurrẽt in pũctũ b, ducaturq́ linea lõgitudinis columnæ ſpeculi in qua ſit pũ
ctus z, & ſit hæc linea in ſuperficie plana, in qua eſt cẽtrũ uiſus & axis ſpeculi, ſitq́ linea
a z & ducantur lineæ l z n & d z c, & quoniã ſuperficies in qua ſunt centrũ uiſus & axis
ſpeculi interſecat ſuperficiem in qua eſt linea t h, ſit punctus lineæ t h, in quo hæc ſectio
punctus q, & à puncto q, ducatur linea æquediſtans lineæ d z c, cadat quidem hæc, linea
per 2. primi huius, ſuper axem ſpeculi ex una parte & ſuper lineam l z n ex alia cadat er
go in pũctum n lineæ l z n, palã autẽ per 20. quinti huius, qm̃ angulus h b o, ꝗ eſt angu
lus incidẽtiæ formæ pũcti h, eſt æq̃lis angulo o b e, ꝗ eſt angulus reflexionis, ſed angulus

h b o per

h b o,per 15.primi huius,eſt æqualis angulo l b d,q̃m eſt ei contrapoſitus, & angulus o
b e,æqualis eſt duobus angulis b e d,& b d e,per 32.primi,cum in triangulo e b d,ipſe ſit
extrinſecus angulus ergo l b d,æqualis eſt eiſdẽ duobus angulis.ſ.b e d, & b d e, ſecetur
itaq; ex angulo l b d,angulus qui ſit m b d,æqualis angulo b d e,per 27.primi huius . Re
manet ergo angulus m b i,æqualis angulo b e d,quia ergo in triangulo e b m , angulus
b e m , eſt æqualis triangulo m b l , & angulus b m e,cõmunis uterq; illorũ trigonorũ erit
per 32.primi,angulus m b e,trigoni maioris æqualis angulo m b l, trigoni minoris, eſt
ergo per 46 . proportio lineæ e m ad b m,ſicut lineæ b m ad m l ergo per 16. ſexti,illud
quod fit ex ductu lineæ e m in m l,æquale eſt quadrato lineæ b m,ducatur quoq; linea m
z,& q̃m angulus b d m,maior eſt angulo z d m,quia eñ angulus s d e,eſt æqualis angu
lo o d e.ꝑpter identitatem ſitus punctorũ reflexionũ, quæ ſunt b & g ,à centro uiſus e,
quæ cauſatur ut præoſten-
ſum eſt ex identitate ſitus
punctorũ uiſorum, qui ſunt
h & t,reſpectu uiſus e , angu-
lus uero s d e, maior angulo
z d m , nec totum ſua parte
ergo & angulus b d m, eſt
maior angulo z d m . Sed &
duo latera z d & d m,ſunt æ
qualia duobus lateribus b d
& d m,q̃m d b & z d , ſunt ex
centro ad circũferentiã, & la
tus d m eſt commune, erit er



go ꝑ 24.primi,latus m b,maius latere m z,illud ergo quod fit ex ductu lineæ e m in l m,
maius eſt quadrato lineæ z m ,ſit ergo ductus lineæ e m , in lineam m i,minor q̃ ſit lineæ
m l,æqualis quadrato lineæ m z,& ducantur lineæ l b,i z, e z,& quia trianguli e z m,&
z i m,quorũ cõmunis angulus eſt z m i, per 6.ſexti,ſunt æquianguli,ꝑpter laterum ſuorũ
proportionalitatem ex 16.ſexti,quæ continent illum communem angulum,erit ergo an
gulus m z i,æqualis angulo z e i,eſt ergo angulus m z l,qui eſt maior angulo m z i , ma
ior angulo z e d.Sed q̃m angulus m b d,conſtitutus eſt æqualis angulo b d m , erit linea
m d , æqualis lineæ m b,per 6.primi.Sed linea m b eſt maior q̃ linea m z,ut patet ex p̃-
miſſis,ergo linea m d,eſt maior q̃ linea m z,ergo per 18.primi,erit angulus m d z , ma-
ior angulo m z d,igitur angulus d z l,maior eſt duobus angulis e d z,& z e d,angulus e-
nim d z l,continet angulũ m z l,maiorẽ angulo z d e,q̃m angulus m z i,qui eſt pars an-
guli m z l,æqualis eſt angulo z e d,ut ſupra patuit.Item præter angulum m z l , cõtinet
angulum d z l,& angulũ d z m,maiorẽ angulo m d z,angulus uero n z e,eſt æqualis an-
gulo d z l,per 15.primi,& angulus e z c,per 32.primi,æqualis eſt duobus angulis z d e
& z e d, eſt ergo angulꝰ n z o,maior angulo e z c,ſecet̃ ergo ex angulo n z c,ꝑ 27.primi
huius,angulus æqualis angulo e z c,qui ſit z c f,ducta linea z f, quæ quidem concurret
cum linea n q,per 2.primi huius,q̃m concurrit in puncto z,cum linea c d. æquediſtante
lineæ n q,concurret ergo ſuper punctum f,cũ ergo angulus f z c,ſit æqualis angulo e z
e,palam per 20.quinti huius,q̃m reflectetur forma puncti f,ad uiſum e,à puncto ſpeculi
e,ſed forma puncti q,reflectitur ad uiſum ab aliquo puncto lineæ longitudinis ſpeculi
tranſeuntis per punctum z,reflectitur ergo à pũcto quod eſt ultra punctũ z,ga ſi detur
ut reflectatur à pũcto quod ſit circa punctũ z,ꝓpinquius puncto e,q̃ ſit punctũ z, tunc
linea ducta à puncto q,ad illum punctum reflexionis ſecabit lineam f z, ille ergo pun-
ctus ſectionis reflectet̃ ad uiſum e ,à duobus punctis lineæ longitudinis ſpeculi , qui eſt
z a.ſ.à puncto z,& ab alio puncto dato,quod eſt impoſſibile,per 26.huius. Sumatur er-
go punctus reflexionis formæ puncti q,ultra punctũ z , & ſit punctus k,à quo reflectat̃
forma pũcti q,ad uiſum e,& ducatur linea incidentiæ quæ ſit l k,& linea reflexionis quæ
e k,& producatur linea e k,donec concurrat cum linea n q,concurret autẽ linea e k,cum

lĩnea n q,per 2.primi huius,quia concurret cum linea d c,æquedistante lineæ n q, hæc
em̄ in eadem ſuperficie eſt inter puncta e & k,cõcurrunt itaq; lineæ e k & n q,& ſit pun
ctus concurſus p,erit ergo per 37.quinti huius,punctus p,locus imaginis formæ puncti
q,ſed pũctus h,reflectit̃ ad uiſum e,à puncto ſectionis oxigoniæ,cũ non ſit in eadem ſu
perficie cũ uiſu e,ſi ergo à puncto h,ducatur kathetus incidentiæ formæ puncti b, qui e-
rit linea perpendicularis ſuper lineam rectam contingentẽ ſectionem oxigoniam in ali
quo puncto ipſius ſectionis,palam quia kathetus ille concurret cũ perpendiculari o b d,
ſub axe per 44.huius,concurrant ergo in puncto aliquo,ſimiliter à puncto t,eſt ducere
unum kathetum incidentiæ,lineam.ſ.perpendicularẽ ſuper ſectionem oxigoniam, à cu
ius ſectionis puncto reflectitur forma puncti t, ad uiſum e,quæ ſicut prius concurret cũ
perpendiculari s g d , ſub axe,& qm̄ ſemidiameter b d & g d,non poſſunt eſſe linea una,
ut patet per 78.quarti huius,palam per 112.primi huius,qm̄ reflexio formaꝝ punctorũ
h & t,fit ex hypotheſi,& per 23.huius,à duobus punctis duarum ſectionũ columnarum
ſcilicet lineã z d,ꝑductam tranſſpeculum ſe interſecantium per 24.huius,& per 1.unde
cimi,& 19.primi huius,& qm̄ puncta h & t,lineæ h t,ſunt eiuſdẽ ſitus reſpectu lineæ e d
ideo em̄ qu . illa puncta h & t,ſunt eiuſdẽ ſitus reſpectu uiſus e,ex hypotheſi, linea ue-
ro e d,quia diameter uiſualis eſt in eadem ſuperficie cũ axe ſpeculi & centro uiſus,habẽt
ergo puncta h z t,eundẽ ſitũ reſpectu lineæ e d,& puncta ſectionis ſimiliter ꝑ quæ tran
ſeunt katheti incidentiæ ducti à punctis h & t , & hæc omnia accidunt propter identita-
tem ſitus punctoꝝ h & t,reſpectu uiſus e,& reſpectu lineæ e d , palam ergo quod illi duo
katheti à puncto h & t,ducti ſuꝑ illas ſectiones,quoꝝ ut patet ex p̃miſſis quilibet concur
rit cũ linea e d,ambo cõcurrent in eodẽ puncto lineæ e d,concurrant ergo in puncto u,
quia linea e b,ꝑducta cõcurret cũ linea h u,ſit punctus cõcurſus r,concurratq; linea e g ,
cum linea t u,in puncto y,& ducat̃ linea r y,palã ergo per 37.quinti huius, quia punctũ
r eſt imago formæ puncti h , & punctum y,eſt imago formæ puncti t , habemus quoq;
triangulũ e r y,& extra ſuperficiẽ huius trianguli eſt punctum z,ſuperficies ergo huius
trianguli altior eſt q̃ linea e p , ſi centrum uiſus fuerit altius q̃ linea h t,& eſt baſſior ſi
centrum uiſus fuerit baſſius q̃ linea h t,eſt ergo punctus p,ſemper extra illam ſuperficiẽ
linea ergo r p y,eſt ſemper curua per 1.undecimi,ſed ipſa imago lineæ t h ut patet ꝑ 37.
quinti,eſt ergo imago lineæ h t,modo propoſito ſituatæ reſpectu centri uiſus & ſpeculi
columnaris conuexi ſemper curua curuitate non modica,quod eſt propoſitum.

LIIII.

Lineæ rectæ uiſæ non æquediſtantis axi ſpeculi columnaris conuexi, cu
ius ſuperficies oblique ſecat axem , imago uidetur curua diuerſæ curuitatis
ſecundum diuerſitatem ſui ſitus.

Quia em̄ per 51.huius,patet quod linea recta æquediſtans axi ſpeculi columnaris
conuexi imaginẽ habet non rectam ſed curuã,licet modicæ curuitatis, lineæ uero cuius
ſuperficies orthogonaliter ſecat axem ſpeculi uiſu non exiſtente in eadem ſuperficie cũ
linea uiſa,imago ſemper uidetur curua per proximã p̃miſſam ,palam per eandem,qm̄ li
neæ inter has duas ſitæ,quæ magis accedũt ad uiſum lineæ æquediſtantis lineæ longitu
dinis columnæ,habebuntur imagines plus accedentes rectitudini, lineæ uero quæ plus
appropinquant lineis,quarum ſuperficies orthogonaliter ſecant axem plus accedunt in
ſuis imaginibus ad curuitatem,& augmentatur uel minuitur curuitas imaginum ſecun
dum acceſſum uel receſſum linearum ad alterum iſtorum ſituum,& hoc eſt propoſitũ.

LV.

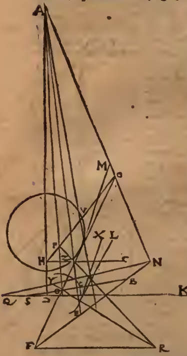
Forma omnis lineæ rectæ incidentis uertici ſpeculi pyramidalis conuexi
oblique ſuper axem reflectitur ad centrum uiſus intra illam & ſuperficiem
ſpeculi conſtitutum à linea longitudinis ſpeculi,imagoq; ipſius uidetur cur-
ua modicæ curuitatis cuius conuexitas eſt ad uiſum.

Sit ſpeculum pyramidale conuexũ a b g,cuius uertex ſit a,& cuius axis ſit a d,ſigne-
turq;

turq́ꝫ in ſupficie conica eius linea longitudinis utcũqꝫ contingit, quæ ſit a z, per 101. primi huius, ducaturq́ꝫ punctum z, ſuperficies æquediſtans baſi pyramidis, hæc ergo per 100. primi huius, ſecabit pyramidẽ ſpeculi ſecundũ circulũ qui ſit z u, & ducat̃ per 11. primi, à puncto z, perpendicularis ſuper lineam longitudinis z a, quæ ꝓducta ad axem ſpeculi, quæ eſt a d, cadat in punctum h, concurret autem cũ axe per 96. primi huius, uel per 14. primi huius, ideo quia angulus d a z, eſt acutus, & à puncto e ducatur linea contingens circulũ z u, per 16. tertij, quæ ſit z m, & ducat̃ à puncto a, linea continens cũ utraqꝫ linearũ a z & a h, angulum acutũ, quæ ſit extra ſuperficiẽ cõtingentẽ pyramidẽ ſuper lineam a z, hoc eñ eſt poſſibile, cũ angulus h a z, ſit acutus. Sit ergo illa linea a n, & in ſupficie in qua ſunt lineæ a n & a h, ducatur à puncto h, linea continens cum linea a h, angulum æqualem angulo z h a, per 23. primi huius, hæc ergo linea concurret cum linea a n, per 14. primi huius, ideo quod ut patet ex præmiſſis, duo anguli n a h, & a h z, ſunt acuti. Sit ergo punctus concurſus o, linea itaqꝫ h o, ſecabit circumferentiam circuli z u, ideo eñ quod angulus a h o, eſt æqualis angulo a h z, oportet quod lineæ z h & o h, ſint in eadem ſuperficie, ſecet ergo linea h o, periferiã circuli in puncto μ, & ꝓducatur linea lõgitudinis ſpeculi quæ a u, & extrahatur linea perpendicularis h z, extra ſpeculum ad punctum c, & ducatur linea o z, & ꝓducatur in continuũ & directum, & ſit o z f, & producatur linea a z, ad punctũ e, angulus ergo f z h, eſt acutus, per 15. primi, quia linea o z, cũ linea t z, continet angulum acutũ. Eſt eñ angulus a z c, rectus, & quia linea o z, ſecat ſuperficiẽ contingentẽ ſpeculũ ſuper lineã a z, ſuper quã erecta eſt linea h z, ut patet ex ꝑmiſſis, angulus, itaqꝫ a z h, exiſtente recto, angulus o z a, eſt acutus, ergo per 15. primi, relinquitur ut angulus e z f, ſit acutus, à puncto ergo f, ducatur perpendicularis ſuper lineam a e, per 12. primi, & ꝓducatur in continuũ & directũ donec concurrat cũ linea a o, in puncto n, cõcurret autẽ linea f e, cũ linea a o, per 14. primi huius, ideo quia angulus e a o eſt acutus, & angulus a e n, rectus, & ducat̃ à pũcto e, linea e d, æquediſtans lineæ z h, erit ergo per 8. undecimi, linea e d, perpendicularis ſuper ſuperficiẽ contingentẽ pyramidẽ ſecundum lineã a e, cum linea z h, ſit perpendicularis ſuper eandẽ ſuperficiem, & ducatur à puncto e, linea e l æquediſtans lineæ z m, & imaginetur ſuperficies, in qua ſint lineæ e l et e d, ſecare pyramidẽ, erit quoqꝫ cõmunis ſectio huius ſupficiei & ſupficici conicæ ipſius ſpeculi ſectio oxigonia p 103. primi huius, qm̃ illa ſuperficies l e d, eſt obliqua ſuper axem a d. Sit ergo illa ſectio d e c, linea uero m z, quæ eſt contingens circulũ z u, eſt perpendicularis ſuper lineam a e, per 22. primi huius. Ideo quia axis a h, erectus eſt ſuper ſuperficiem illius circuli per 89. primi huius, & linea z m, eſt perpendicularis ſuper illius circuli diametrũ per 17. tertij, eſt ergo linea z m, erecta ſup ſuperficiẽ a z h, ut patuit in 41. huius, qm̃ ſuperficies circuli, & ſuperficies a z h, ſunt adinuicẽ erectæ, ergo linea l e, æquediſtans lineæ z m, per 8. undecimi, eſt perpẽdicularis ſup ſuperficiẽ a d e, ergo angulus a e l, eſt rectus, q̃d tamẽ facilius patet per 29. primi, quia eñ angulus a z m, eſt rectus, erit & angulus a e l, rectus. Sed angulus a e n eſt rectus, & ſimiliter angulus a c d, ẽſt rectus per 29. primi. Ideo quia angulus a z h, eſt rectus, & linea e d, æquediſtat lineæ z h, ergo per 5. undecimi, lineæ n c, l e, d e, ſunt in eadẽ ſuperficie ſectionis, & linea a e, eſt erecta ſuper ſuperficiẽ illius ſectionis, cũ omnes illæ lineæ cũ linea a e, concurrant ad angulos æquales & rectos, ergo linea f n, eſt in ſuperficie ſectionis, ꝓtrahatur itaqꝫ linea d e, in continuũ & directũ uſqꝫ ad punctum k, & extrahat̃ à puncto f, linea æquediſtans lineæ d e k, quæ ſit f r, hæc ergo linea æquediſtabit lineæ h z, per 30. primi, & producatur à puncto z, in ſuperficie q z h, linea recta continens cũ linea z c, angulũ æqualem angulo o z c, qui eſt acutus per 13. primi, quia ut ſupra patuit, angulus o z h, eſt obtuſus



ſuſus,hæc ergo linea cõcurret cum linea f r,per 2.primi huius,quia ſecabit lineam 3 h, æ
quediſtantẽ lineæ f r,& eſt in ſuperficie eius,quia linea 3 f,eſt in ſuperficie eius . Oẽs aũt
lineæ æquediſtantes ſunt in eadem ſuperficie per 1.primi huius, concurrat ergo in pun
cto r, & ſit angulus r 3 c,æqualis angulo o 3 c,& quia angulus o 3 c,eſt æqualis angulo
3 f r,per 29.primi,quia eſt extrinſecus illi,& angulus c 3 r,æqualis eſt angulo ſibi coal-
terno,qui eſt angulus 3 r f,palã quod angulus 3 f r, eſt æqualis angulo 3 r f,ergo per 6.
primi,lineæ 3 f & 3 r,ſunt æquales.Et quia linea f e n,eſt in ſuperficie ſectionis, & linea
f r,eſt æquediſtans lineæ e d, quæ eſt in ſuperficie ſectionis.Eſt ergo per 2. primi huius,
& per 7.undecimi,linea f r,in ſuperficie illius ſectionis,ꝑducatur quoq; linea r e, erit er-
go linea r e,ſimiliter in ſuperficie ſectionis per 7.undecimi,& qm̃ ſuperius declaratũ eſt,
quod linea longitudinis ſpeculi,quæ eſt e a,eſt ꝑpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſectionis,
uterq; ergo angulus a e r,eſt rectus per diffinitionẽ lineæ ſup ſuperficiẽ erectæ, quadra-
tum ergo lineæ f 3,ualet duo quadrata lineaꝝ 3 e & f e,ꝑ 46.primi. Similiter quadratum
lineæ 3 r, ualet duo quadrata lineaꝝ 3 e & e r.Sed quadratũ lineæ 3 f,eſt æquale quadra-
to lineæ 3 r,quia & linea lineæ eſt æqualis ex p̃miſſis.Eſt autẽ amboꝝ cõmune quadra-
tum lineæ 3 e.Relinquit̃ ergo quadratũ lineæ f e,æquale quadrato lineæ e r,erit ergo li-
nea f e,æqualis lineæ r e,ergo ꝑ 5.primi,duo anguli e r f,& e f r,ſunt æquales.Sed angu-
lus n e r,eſt æqualis angulo e f r,per 29.primi,quia eſt
ei extrinſecus,& angulus k e r, eſt æqualis angulo e r
f,quia eſt ei coalternus.Sũt ergo anguli n e k,& k e r
æquales,ergo per 20.quinti huius,forma puncti n, re
flectitur ad uiſum exiſtentẽ in puncto r, à puncto ſpe
culi e,& forma puncti o,reflectit̃ ad uiſum exiſtentẽ
in puncto r,à puncto ſpeculi 3,& omnis linea ꝑducta
à puncto f, ad aliquod punctum lineæ o n, ſecabit line
am 3 e,patet quoq; ſecundũ præmiſſa quod illa linea e
rit æqualis lineæ ꝑductæ à puncto r,ad idẽ punctum,
quia linea a e eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ, in
qua ſunt lineæ r e & f e,quæ eſt ſuperficies ſectionis,
& duæ lineæ f e & r e,ſunt æquales,omnes ergo lineæ
extractæ à punctis f & r,ad aliquod unum punctum
lineæ 3 e,ſunt æquales iterandu modũ ꝓbandi quo u-
ſi ſumus prius,patet ergo qđ forma omnis puncti, q
eſt in linea o n,cõuertetur ad uiſum exiſtentem in pũ-
cto r, ex illo puncto ſpeculi quod ſecatur in linea 3 e
omnis quoq; linea extracta ex uertice pyramidis,qui
eſt a,cadensq; obliq; ſuper axẽ pyramidis ſpeculi, q
eſt a d,ita ut angulos acutos contineat cũ axe a d, &
cũ linea lõgitudinis quæ eſt a 3,uel alia quocũq; p̃miſ
ſo modo demonſtrari poteſt,quia aliqua pars ipſius
reflectit̃ ad uiſum tunc diſpoſitũ reſpectu illius uiſibi
lis ut nunc eſt diſpoſitũ punctum r, reſpectu lineæ o
n.Similiterq; patet,ꝙ in hac diſpoſitione formæ pũ-
ctorum totius lineæ a o n,reflectent̃ ad uiſum in pun
cto r exiſtentẽ,& ſi punctus r,ulterius ꝑducat̃ in ma-
iori diſtantia à puncto 3,& augmentabit̃ quantitas li
neæ a o n,ſecundũ illud,& huius quidẽ ſimile demonſtratũ eſt per 41. huius,nunc uero
hoc p̃miſimus in hoc propoſito theoremate,ut ſtudioſus indagare ea quæ ſequuntur fa
cilius poſſit.Omnibus itaq; ex his ſuo modo diſpoſitis cõtinet̃ linea n d, ſecabit ergo li
nea n d, circumferẽtiã ſectionis,nam duo puncta d & n,ſunt in eadem ſuperficie ſectio
nis, & punctũ n,eſt extra circũferentiã ſectionis,d uero eſt intra illam,ſecet ergo linea n
d,circũferentiã ſectionis in puncto e, & quia triangulus a h o,eſt totus in eadem ſupꝑficie



per

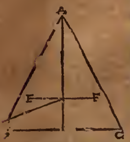
per 21.undecimi,palam quoniam linea n d.erit in ſuperficie trianguli a o h,per 1.undecimi,puncta enim d & m,ſunt in lineis a o & a h,ergo & linea n d, eſt in ſuperficie eadē cum illis,erit ergo punctus c, in ſuperficie trianguli a o h. Similiter etiam duo puncta a & u,ſunt in ſuperficie huius trianguli a o h,ut patet ex præmiſsis,quoniam linea h o,ſecabat periferiam circuli 3 u, in puncto u,ſic enim notauimus punctum illud, tria ergo puncta quæ ſunt a & u & c,ſunt in ſuperficie huius trianguli a o h, ſed puncta a b c,ſunt omnia in ſuperficie ſpeculi,ergo tria puncta a u c,ſunt in linea communi,quæ eſt linea recta per 90.primi huius. Fiat enim ſectio ſecundum axem ſpeculi, ergo puncta a u c, ſunt in linea recta,protrahatur ergo linea a u,recta ad punctum c,& producatur linea r 3,ulrra punctum 3,quæ ſecabit lineam o h, per 29.primi huius, ideo quia lineæ r 3 & h o, ſunt in eadem ſuperficie,& linea r 3,quæ ſecat angulum f 3 c,ſecat angulum eius contra poſitum, qui eſt h 3 o, ergo & baſem illi ſubtenſam quæ eſt h d,neceſſario ſecabit,ſecet ergo ipſam in puncto p. Eſt ergo punctus p,in ſuperficie trianguli a o h, producatur quoqꝫ linea a p,& protrahatur ultra p.ſecabit ergo lineam d n,per 29.primi huius,ſecat angulum d a n,ſecet quoqꝫ ipſum in puncto g,& quia punctus f,non eſt in ſuperficie contingente pyramidem ſpeculi tranſeuntem per lineam a 3 e,ſed oblique incidit eidem,ut patet ex præmiſsis. Eſt autem in ſuperficie ſectionis,& quoniam ſuperficies ſectionis nō eſt erecta ſuper ſuperficiem a d e,per 103.primi huius,patet per 4.undecimi,quia neceſſario erit angulus a e d acutus,quoniam angulus a e f eſt rectus,angulus ergo d e n,per 13.primi,eſt obtuſus,ergo angulus e d n,eſt acutus,per 32.primi,cadit ergo in triangulo ampligonio, qui eſt d e n, & ſit linea e x i,contingens ſectionem in puncto c, per ea ergo quæ præmiſſa ſunt in demonſtratione 4.quinti huius, & etiam ex eo quoniam angulus d e x eſt obtuſus,palam quod perpendicularis extracta ex puncto c,ſuper lineam c x,cōtingentem ſectionem ſecat angulum d c x, & quod concurret cū linea e d ſub puncto d, hæc ergo perpendiculariter ſecet lineam e d,producta ultra punctū d,in puncto r,perpēdicularis ergo extracta ex puncto n,ſuper lineam contingentem ſectionem ſecabit lineam e d,ultra punctum ſ,remotius à puncto d,ꝙ ſit punctum ſ, ſiue iſta perpendicularis cum linea e d, concurrant ultra circumferentiam ſectionis uel intra illam: perpendicularis enim extracta à puncto n,ſuper lineam contingentem ſectionem non ſecabit angulū d e x,ſicut linea perpēdicularis ducta à puncto c,ſecat angulum illum, ut enim patet per 46.huius,& per 113.primi,erit illa perpendicularis remotior à linea n e,ꝙ ſit linea n d e, hæc ergo perpendiculariter ſecat axem ſpeculi,qui eſt a d,in puncto altiori ꝙ ſit punctū d,ſit ergo perpendicularis extracta à puncto n,ſuper lineam contingentem ſectionem in puncto ſuæ incidentiæ linea n q,& linea r e,ſecat lineam n e,in puncto e,qui eſt punctus circumferentiæ ſectionis,& eſt in ipſius ſuperficie,& ſimiliter linea n q,eſt in ſuperficie ſectionis. Si ergo linea t e,quæ eſt linea reflexionis extrahatur motiuum & eirectum, palam quod ipſa ſecabit lineam n q,per 29.primi huius,quoniam ipſa protracta ſecat angulum q e n, ſecabit ergo baſem q n in trigono n e q, ſic ergo n t,ſecet ipſum in puncto x. Item quia punctum e,quod eſt in ſuperficie ſectionis eſt extra ſuperficiem trigoni a n d, quod trigonum ſecabit ſuperficiem ſectionis,quia ſuperficies a n d,non eſt ſuperficies ſectionis,cum ſicut patet ex præmiſsis,punctum a,ſit extra ſuperficiem ſectionis,& linea a e ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem ſectionis,& punctus e,eſt in circumferentia ipſius ſectionis, eſt autem linea n c d,communis ambabus illis ſuperficiebus trigoni,ſcilicet a n d,& ſectionis,ergo per 19.primi huius,linea n c d,eſt communis ſectio illarum ſuperficierum,ſcilicet trigoni a n d,& ſectionis linea n q,concurrit cum ipſa ſectione ultra punctū c,ut ſupra declaratum eſt,ergo linea n q,eſt ultra ſuperficiem trigoni a n d,ſed linea a p g eſt in ipſa ſuperficie trigoni a n d,punctus ergo y,qui ꝑ 37.huius,eſt locus imaginis formæ puncti n,cum ipſe ſit communis ſectio lineæ reflexionis,quæ eſt t e,& katheti incidētiæ formæ puncti t,quæ eſt linea n q,erit ultra lineam a p g,uiſui itaqꝫ exiſtente in puncto r,& forma alicuius rei uiſæ reflexa ad centrum uiſus in puncto r, à linea longitudinis ſpeculi, quæ eſt 3 e, ut nunc in præcedentibus oſtenſum eſt, quod forma puncti o, reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto r,à puncto ſpeculi 3,& forma puncti n,à pūcto

ſpeculi e,tunc punctus p,erit locus imaginis formæ pũcti o,per 37.quinti huius, quoniã ipſum punctũ p,eſt cõmunis ſectio lineæ reflexionis 3 r,& katheti incidẽtiæ forma pũcti o,qui eſt linea o h,& punctus y,eſt locus imaginis formæ pũcti n,forma uero pũcti a, uidebitur in ſuo loco ꝓprio,qa eſt in uertice pyramidis,& erit imago lineæ a o n, linea trãſiens per pũcta a p y,ſed hæc linea eſt cõuexa,qa punctũ y,eſt ultra lineã a p g, ſit ergo illa linea imaginis curua,quæ eſt linea a p y,iam aũt patuit ꝙd formæ omniũ pũctorũ lineæ a n,reflectãtur ad uiſum exiſtentẽ in pũcto r,à linea lõgitudinis ſpeculi,q̃ eſt a c, lineæ ergo reflexionũ ꝑ quas reflectũtur illæ formę ſunt oẽs in ſupficie trianguli r a e,oẽs ergo imagines pũctorũ lineæ a n,ſunt in hac ſupficie,ergo linea a p y,q̃ eſt cõuexa,eſt in hac ſuperficie,& pũctus p,q eſt locus imaginis formæ pũcti o,& ꝓpior cẽtro uiſus qui eſt punctus r,q̃ ſit pũctus y,q eſt locus imaginis formæ pũcti r, ꝓpter ꝙd erit conuexitas huius imaginis reſpiciẽs centrũ uiſus,eritq́ cõuexitas parua,& diameter huius imaginis,q̃ diameter eſt linea a y,erit maior q̃ ſit linea a n,cuius imaginis eſt ipſa diameter, erit aũt illius diuerſitatis exceſſus in modica quãtitate,imagines ergo linearũ q̃ extrahũtur ex uerticibus pyramidaliũ ſpeculorũ cõuexorũ oblique ſup axẽ ſpeculi,cõprehendũtur à uiſu,à talibus ſpeculis ſecũdũ lineã lõgitudinis ſuæ reflexæ,& apparẽt cõuexæ,& hoc eſt ꝓpoſitũ.

LVI.

Omnis forma lineæ rectæ æquediſtantis latitudini ſpeculi pyramidalis conuexi uiſu exiſtente extra eius ſuperficiem ſpeculum æquediſtanter baſi ſecantem reflectitur ad uiſum ſecundum oxigonias ſectiones,imagoq́ ipſius uidetur curua maximæ curuitatis,cuius conuexitas eſt ad uiſum.

Eſto ſpeculum pyramidale cõuexũ,cuius uertex ſit a,diameter baſis b c, eſt ergo ipſius latitudo trigonũ a b c,ſitq́ centrũ uiſus d,& linea recta uiſa ſit e f, æquediſtans ſuperficiei trigoni a b c,ſitq́ centrũ uiſus d,extra ſuperficiem,in qua linea e f,exiſtẽte per ipſam ſecaretur ſpeculũ æquediſtanter ſuæ baſi,dico ꝙd forma lineæ e f, reflectitur ad uiſum d, ſecundum oxigonias ſectiones ſpeculi ſuperficiẽ ſecantis,nõ enim poteſt reflecti ſecundum lineam longitudinis ſpeculi,quoniam tũc oportet ut cõcurret cũ axe ſpeculi uerſus uerticem per 41.huius,& quod oblique incidet eidem,cuius oppoſitum dicit hypotheſis,à ſuperficie uero iſtorũ ſpeculorũ ſecundum circulum non fit reflexio per 12.huius,oportet ergo de neceſsitate ut harũ linearũ reflexio cum ſit ad uiſum fiat ſecũdũ oxigonias ſectiones,& quoniã katheti incidentiæ qui ſunt perpendiculares ſuper illas oxigonias ſectiones, qui ſunt perpendiculares ſup lineas illas ſectiones cõtingentes cũ lineis reflexionum,concurrunt enim in eadẽ linea æquediſtãte lineæ uiſæ,ſed in lineis diuerſis,ideo imagines talium linearũ ſic diſpoſitarũ reſpectu ſuperficierum iſtorũ ſpeculorũ uidentur curuæ, ſicut de ſpeculis columnaribus oſtendimus in 53.huius. Sunt aũt imagines harũ linearũ multum curuæ, ita ut ipſarũ curuitas ſit manifeſta ſenſui, ſitq́ cẽtrum illarum imaginum extra ſuperficies,in quibus eſt conuexitas formarum harũ linearum,fiantq́ diametri imaginum harum linearum multo minores ipſis lineis, quod accidit propter augmentum ſuæ curuitatis,patet ergo propoſitum.



LVII.

Linearum rectarum ſuperficiebus ſpeculorum pyramidalium conuexorum non ſecundum concurſum cum uertice axis neq́ æquediſtanter latitudini ſpeculi,ſed inter hæc oblique incidẽtium imagines ſunt curuæ diuerſæ curuitatis ſecundum modum quo plus participant ſitibus extremis.

Quod hic ꝓponitur ſatis euidentẽ habet cauſam,lineæ eñ rectæ applicatæ his ſpeculis neq́ ſecundũ lineam longitudinis ut in 41.& 55.huius, neq́ æquediſtanter latitudini ſpeculi,ut in præmiſſa medio modo ſecũdum quod plus approximant uni ſitui uel alteri

partici

participant modos curuitatis,unde illæ quæ plus approximant in ſuo ſitu lineis exiſtentibus in longitudine ſpeculi,habent formas minus coūexas,quæ uero plus approximāt lineis in æquediſtantibus latitudini ſpeculoꝝ,habent formas magis manifeſte cōuexas, ſed tortuoſe tamē,quia quæ appropinquāt plus uertici ſpeculorum, habent formas ſtrictiores & cōuexiores,quæ uero appropinquant plus baſi ſpeculi,habent formas ampliores,uerunt omniū illorum imaginū cōuexitas erit manifeſta,patet ergo propoſitum.

LVIII.

Omnis forma rei uiſæ in ſpeculis pyramidalibus conuexis uidetur pyramidalis ſimilis ſpeculi pyramidalitati.

Quod hic proponitur patet p 40.ſexti huius,qm̄ ibidem monſtratum eſt in ſpeculis ſphæricis conuexis,quod quanto minus fuit illud ſpeculū,tanto minores erunt circuli cadentes in ſuperficie ipſius,& ſic imagines erunt propinquiores centro,& ideo erūt minores,ſimiliter quoqꝫ ſectiones cadentes in aliquo ſpeculo pyramidali,illæ quæ ſunt propinquiores uertici ſunt minores & ſtrictiores,& ſic locus imaginis erit propinquior pūcto in quo cum axe ſpeculi concurrunt perpendiculares ductæ ſuper ſuperficies contingentes ipſa ſpecula in punctis reflexionum oxigoniarum ſectionū,à quarum punctis fit reflexio ad uiſum,erunt ergo illæ imagines minores,ſectiones uero oxigoniæ q̄ ſunt ꝓpinquiores baſi habent contrariā diſpoſitionem alijs ſuperficiebus,qm̄ ipſæ ſunt ampliores,ut patet per 116.primi huius,unde loca imaginū fiunt remotiora à puncto in quo concurrunt p̄dictæ perpendiculares ductæ ſup ſuperficies contingentes ipſa ſpecula in punctis reflexionum,fiunt ergo imagines maiores, & ꝓpter hoc accidit,quód imagines formaꝝ uiſarū in ſpeculis pyramidalibus cōuexis fiūt pyramidales ſimiles pyramidalitati ſpeculorum,quod enim ex formis fuerit propinquius uertici ſpeculi, erit ſtrictius & quod fuerit propinquius baſi erit latius,omnino enim forma rei uiſæ quæ comprehēditur per reflectionem ab aliquo ſpeculorum facta aſſimilabitur ſuperficiei ſpeculi à qua reflectitur illa forma,ut patet per 38.quinti huius,reliquæ uero oēs fallaciæ quæ accidunt uiſui ex ſpeculis columnaribus conuexis,accidunt etiam iſtis,unde nón eſt iterum talibus immorandum,econuerſo etiam quæcunqꝫ fallaciæ accidunt in ſeculis his pyramidalibus,accidunt etiā in ipſis columnaribus,excepta pyramidatione imaginum, qm̄ oxigoniæ ſectiones columnariū ſpeculoꝝ, quæ ſunt eiuſdē decliuitatis ſuper axem columnæ,omnes ſunt æquales, & pars omnis talis ſectionis cacumen ſpeculi reſpicientis eſt ſimilis parti ſibi æquali in eodē ſitu reſpicienti baſem ſpeculi,quod non eſt in ſectionibus oxigonijs pyramidū,quæ ut oſtenſum eſt per 116. primi huius, omnes ad partem baſis pyramidum dilatantur, ſecundū quod circuli ipſas æquediſtanter baſibus ſecantes ſunt maiores,qui circuli omnes in columnis ſunt æquales,patet itaqꝫ propoſitum.

LIX.

In ſpeculis columnaribus uel pyramidalibus conuexis maioribus maiora uidentur idola,reiqꝫ uiſæ propinquioris imago uidetur maior.

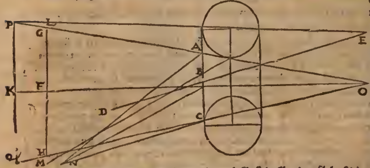
Propoſitæ paſſiones aliæqꝫ ꝙ plures cōmunes ſunt his ſpeculis columnaribus uel pyramidalibus & ſpeculis ſphæricis cōuexis,unde iſtarū paſſionum ſicut & aliaꝝ communium idem hinc demōſtrandi eſt modus,uerum ſi in propoſitis his ſpeculis fiat communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſectio oxigonia,quæ nō accidit in ſpeculis ſphæricis,cū in illis ſolum ſint circuli,tūc in his quæ in hoc noſtro libro præmiſimus, hic erit in ipſis ſectionibus ut illic in circulis demonſtrandum,patebitqꝫ propoſitum ingenio diligenti.

LX.

Poſſibile eſt ſpeculum columnare uel pyramidale conuexum taliter ſiſti, ut intuens uideat in aere extra ſpeculum imaginem rei alterius non uiſæ.

Sit ſpeculum columnare conuexū,cuius linea longitudinis ſit a b c,quod erigatur ſuper baſem ſuam in loco aliquo domus cōuenienter amplæ,ita ut linea a c,cuius medius punctus ſit b,erecta ſuper pauimentū domus,ducaturqꝫ linea contingens ſpeculum in puncto b,perpendiculariter ſuper lineam a b,quæ ſit d b e,quæ ſecundum puncta d & e

tangat parietes domus, & illa puncta ſignentur in ipſis domus parietibus. Superficies itaq; in qua eſt linea d b e, quæ eſt orthogonalis ſuper axem ſpeculi, palam q̄m ſecat ſpeculum ſecundū circulū per 100. primi huius, ſup punctū itaq; d, parietis domus ſignato puncto f, ut ꝓpinquius, cōuenienter poſſit fieri, ducat̃ à puncto f, linea æquediſtans lineæ ſpeculi, quæ eſt a b c, cuiuſcunq; quantitatis placuerit, quæ ſit g f h, & eius medius pūctus ſit f, copuleturq́; linea f b, quæ producatur ultra punctum f, trans murum in puncto k, & perforetur paries ſecundū lineā g f h, itaq; ergo ex alia parte ſupficiei muri maior fiat excisſio rimæ parietis q̄ uerſus ſpeculum, ſicut conſueuit fieri in feneſtris domorum, fiatq́; totalis illa excisſio rimæ ſecundum extenſionem lineæ b f k, ſitq́; illa rima f k l, & à puncto ſpeculi, quod eſt b, ducatur linea erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi, quæ erit perpēdicularis ſuper lineam d b e, quæ educta extra ſpeculū ſit b m, angulo quoq; k b m, fiat ſuper punctum b, terminum lineæ m b, angulus æqualis, qui ſit m b n, ducta linea b n, à punctis quoq; g & h, quæ ſunt extrema puncta lineæ g f h, ducātur lineæ ad ſpeculum quæ ſint g a & h c, quæ ꝓductæ cōcurrant in puncto o ſuperficiei circuli ſecantis ſpeculū in puncto b, ducaturq́; linea b o, facta quoq; tali reſectione lineæ b n, per 3. primi, ut ipſa fiat æqualis lineæ b o, dico quod ſi in puncto n, ponatur centrum uiſus, quòd ad ipſum reflectetur forma lineæ g f h, à linea longitudinis ſpeculi, quæ a b c, hoc autem patet per 30. huius, forma quoq; totius lineæ g f h, uidebitur extra ſpeculū. ſ. intra ſpeculū & inter lineam g f h. ſ. citra punctum d, lineæ d e, cōtingens ſpeculū in puncto b, ut patet per 49. huius. Si itaq; lineæ o g & o h, ꝓducantur trans murū in puncta, & copulet̃ linea una quæ ſit p k q, in q̄ tabula aliqua depicta ordinetur ultra murū, ita ut media linea formæ in illa tabula depictæ ſituetur ſuper lineam p k q, taliterq́; diſponat̃ quod per uiſum exiſtentē in pūcto n, uel citra illud uideri nō poſſit forma depicta in tabula, uidebit̃ tn̄ uiſu ſic diſpoſito imago illius formæ in aere reflexa à ſpeculi ſuperficie columnaris. Simili quoq; modo diligens inuitor poteſt ſiſtere ſpeculū pyramidale cōuexū in centrū uiſus per 41. & ꝑ 49. huius: à ſpeculis uero ſphæricis conuexis adeo regularis reflexio nō fiet ut à ꝓpoſitis ſpeculis, patet ergo ꝓpoſitum. Secundū hunc itaq; modū ſtudioſus percuntator inuigilet, quoniā hoc quod hic præmiſſmus in præſenti theoremate exempli cauſa fecimus, ut ex huius libri ſeptimi diffuſiore uia perquiſitionis diuerſi artifici pateat animæ diligenti.



LIBER OCTAVVS

PERSPECTIVAE VITELLIONIS.

NOtificatis aliqualiter paſſionibus ſpeculoꝝ planoꝝ & conuexoꝝ regulariū ut ſphæricoꝝ columnariū & pyramidaliū, ſupereſt nunc ut de ſpeculorum cōcauoꝝ proprietatibus aliqua cōſcribamus, ſicut de illis in quibus plus reſultat reflexionum diuerſitas & mirabilis diffuſio naturaliū formarum uiſuumq́; aſpicientium deceptio multiformis. Specula uero concaua regularia prout in quinto huius ſciētiæ libro propoſitiōe octaua declarauimus, ſunt tantū tria, ſcilice-

ſcilicet ſphæricum, columnare & pyramidale, inter quæ primo de ſphæricis concauis in præſenti libro tractabimus, utpote de illis quorum paſſiones ueluti ſimpliciores alijs in reliqua concaua ſpecula deſcendũt. Et quoniam principia communia his ſpeculis ſphæricis concauis & ſphæricis conuexis, in principio ſexti libri ſcientiæ huius præmiſimus, ideo ipſa, ut ex præmiſſis ſuppoſita, hic non reiteramus, ea tamen quæ propria ſunt his ſpeculis duximus explicanda.

Imaginem conuerſam dicimus, quæ totalem ſitum rei uiſæ uariat, ut ſi caput intuentis, quod eſt ſurſum, uideatur deorſum, & ſecundum hoc totus ſitus partium imaginis reſpectu ſitus partium rei uiſæ uarietur.

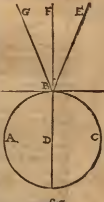
THEOREMA I.

Oppoſito uiſui ſpeculo ſphærico concauo, communis ſectio baſis pyramidis uiſionis & ſuperficiei concauæ ſpeculi, erit circulus ſphæræ quandoq; magnus quandoq; minor illo.

Quandoq; enim tota ſphæræ concauæ ſuperficies uidetur, quandoq; pars eius maior, quandoq; minor, ut patet per 72. quarti huius, ſecundum hoc ergo illa communis ſectio baſis pyramidis uiſionis & ſuperficiei ſpeculi uariatur, cum autem ſuperficies baſis pyramidis ſit ſuperficies plana, & ſuperficies concauorum ſpeculorum ſit ſphærica, patet per 110. primi huius, quod ipſorum communis ſectio ſemper eſt circulus, hoc ergo quandoq; eſt circulus magnus, ut quando tranſit centrum ſpeculi, quandoq; minor circulo magno, ut cum non tranſit centrum ſpeculi, ſed cadit extra illud, patet ergo propoſitum.

II.

Communem ſectionem ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſphærici concaui neceſſe eſt circulum magnum uel arcum circuli magni ſuæ ſphæræ eſſe, ex quo patet, quod omnis ſuperficies reflexionis ſecat ſphæram ſpeculi concaui per æqualia.



Huius propoſiti theorematis nõ eſt alia demonſtratio, quàm quæ facta eſt ſupra in primo theoremate ſexti libri huius, ubi idem proponitur de ſphæricis ſpeculis conuexis, & quia ſphæræ concauitas ſic reſpicit centrum, ſicut & ipſius conuexitas & ſuperficies reflexionis, eſt ſuperficies plana erecta ſuper ſuperficiem ſpeculi, per 25. quinti huius, patet propoſitum, quoniam idem erit modus demonſtrandi hic qui ſupra. Eſto enim ſpeculum ſphæricum concauum a b c, cuius centrum d, & ſit centrum uiſus g, reflectaturq; forma puncti e ad uiſum g, à puncto ſpeculi b, dico quod ſuperficiei reflexionis, quæ eſt e b g & ſuperficiei ſpeculi communis ſectio eſt circulus a b c. Sit enim ſuperficies plana contingens ſphæram in puncto b, à quo puncto erigatur linea f b ſuper ſuperficiem ſpeculum in illo puncto b contingentem per 12. undecimi huius, hæc ergo cadet neceſſario in ipſa ſuperficie reflexionis per 26. quinti huius, & eadem linea f b producta ultra punctum b neceſſario tranſibit centrum ſphæræ per 72. primi, quæ eſt d, producta quoq; fit diameter ſphæræ, ergo & circuli magni illius ſphæræ, & quoniam hæc diameter communis eſt ſuperficiei reflexionis & ipſi ſphæræ, palã ergo propoſitũ.

III.

In omni ſuperficie reflexionis, à ſpeculis ſphæricis concauis centrum uiſus centrum ſpeculi, punctum reflexionis, punctum uiſum, terminumq; diametri uiſualis à centro uiſus per centrum ſphæræ ducti, ad ſphæræ ſuperficiem conſiſtere eſt neceſſe.

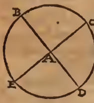
Cum ſuperficies reflexionis contingat lineam incidentiæ & reflexionis, palã quoniam continet punctum rei uiſæ, cuius forma reflectitur in punctum reflexionis à quo reflectitur, & centrum uiſus ad quod reflectitur, & quoniam cõmunis ſectio ſuperficiei reflexi-

reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſphærici concaui, eſt circulus magnus per æqualia diui dens ſphæram per præmiſſam, palam, quia in qualibet ſuperficie reflexionis eſt centrũ ſpeculi, quia quælibet ipſarum tranſit centrum ſphæræ ipſius ſpeculi, cum quælibet illa rum ſuperficierum ſit erecta ſuper ſuperficiem planam ſpeculum in puncto reflexionis contingentem per 25. quinti huius, & per 1. undecimi, producta diametro uiſuali per centrum uiſus & centrum ſphæræ, terminus illius diametri neceſſario erit in eadem ſu perficie, cum alijs duobus ſuis punctis, prædicta ergo 5. puncta neceſſario ſunt in omni ſuperficie reflexionis, quæ fit à propoſitis ſpeculis, & hoc eſt propoſitum.

IIII.

Centro uiſus uel puncto rei uiſæ in centro ſpeculi ſphærici concaui exiſtẽ te, à quolibet puncto fiet reflexio in ſe ipſum, ex quo patet, quod in hoc ſitu uiſus non comprehendet, niſi ſe tantum, & quod punctus rei uiſæ exiſtens in centro ſpeculi non reflectitur aliqualiter ad uiſum.

Eſto ſpeculum ſphæricum concauum, cuius centrum ſit a, & ſignetur in ipſo aliq̃s ſuorum magnorum circulorum, qui b c d e, & centrum uiſus in centro ſpeculi, quod eſt punctum a, dico quod à quocunq; puncto fiet reflexio ad uiſum, ſemper oportet ut refle ctatur radius in ſe ipſum: dato enim quòd à puncto b, fiat reflexio ad centrum ſpeculi a, in quo eſt centrum uiſus, palam ergo per 72. primi huius, quoniam linea u a, quæ eſt li nea reflexionis, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum in pun cto b, ſed omnis perpendicularis in ſe ipſam ſemper reflectitur per 21. quinti huius, ſi ergo linea b a eſt perpendicularis ſuper ſuperfi ciem ſpeculi, palam quia linea incidens fuit perpendicularis, & ea dem cum linea b a, dato enim oppoſito, ſequitur angulum incidẽ tiæ inæqualem eſſe angulo reflexionis quod eſt contra 20. quinti huius, & impoſſibile, linea itaq; a b, reflectit̃ in ſeipſam, ut ipſa eſt facta linea b a, & quoniam in hoc ſitu uiſus, omnes lineæ incidentes ſuperficiei ſpeculi, ſed ſemidiametri ipſius, palam quoniam omnes anguli incidẽtiæ ſunt inter ſe æquales, per 43. primi huius, q̃a ſunt anguli ſemicirculorum, reflectũtur ergo neceſſario in ſeipſos, uide biturq; in tota ſuperficie ſpeculi forma aſpiciẽtis oculi una forma, & apud ſuperficiẽ ſpe culi apparebit, & nulla alia forma, tunc uidebitur reflecti ad uiſum, & ex hoc patet, cum uiſus fuerit in centro a, quod ipſe uidebit ſe a quolibet puncto ſpeculi dati perpendicula riter, & quod nihil aliud uidebit per reflexionẽ à ſuperficie ſpeculi, quoniã ab uno pun cto ſpeculi ad centrum plures perpendiculares duci non eſt poſſibile, ut patet per 20. primi huius, ſimiliter neq; punctus rei uiſæ exiſtens in centro uiſus reflectitur ad uiſum ſed ſolum in ſcipſum, quoniam omnes lineæ incidentiæ ſunt perpendiculares ſuper ſu perficiem ſpeculi, unde non reflectentur niſi in ſeipſas, & hoc eſt propoſitum, & hæc qui dem dicta ſunt non præſtante impedimentum uiſui capitis denſitate. Si ergo centrum uiſus hominis uidentis conſtitutũ, fuerit in diametro ſphæræ ſpeculi concaui, & in cen tro eius, cum quælibet linea à uiſu ad ſuperficiem ſpeculi ducta ſit perpendicularis ſup̃ ipſam, tunc ut prius demonſtratum eſt, comprehendet uiſus ſe ipſum, & non comprehen detur forma alicuius puncti ſpeculi, niſi puncti portioni circuli interiacentis lineas lon gitudinis pyramidis uiſualis, quæ à centro ſpeculi intelligitur protendi, quoniam forma cuiuslibet alterius puncti cadet in ſpeculis ſuper lineam à uiſu declinatam, & neceſſario reflectetur ſuper illam lineam declinatam, quare linea reflexionis non tranſibit per cen trum ſpeculi, & ita non pertingat ad centrum uiſus, patet ergo propoſitum.



V.

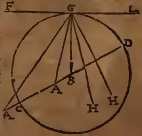
Centro uiſus exiſtẽte in aliqua ſemidiametro ſpeculi ſphærici concaui ex tra centrum ſpeculi, impoſſibile eſt ad uiſum reflecti formam alicuius pun ctorum illius ſemidiametri oblique ſpeculo incidentem, reliqua uero ſemidi ameter eſt poſſibile.

Hoc quod hic proponitur euidenter declaratur, ſi enim centrum uiſus fuerit in ſemidiametro aliqua propoſiti ſpeculi, ſed non in centro, non comprehendet uiſus formam alicuius puncti ſemidiametri, in qua eſt oblique ſpeculo incidentem, quoniam angulus quem efficient duæ lineæ, quarum una ducatur à puncto ſumpto in illa ſemidiametro, & alia à centro uiſus in idem ſpeculi punctum, non poterit diuidi per lineam perpendicularem ab illo puncto ſpeculi ductam, cum illa perpendicularis tendatur ad centrum ſpeculi, ſecundum formam alicuius puncti alterius ſemidiametri coniunctæ ſemidiametro, in qua eſt centrum uiſus, ad complendam diametrum ſpeculi, in qua conſtitutus eſt uiſus oblique ſpeculo incidentem, percipere poteſt uiſus, utpote formam illius puncti, à quo ducta linea incidentiæ ad aliquod punctum ſpeculi, ab eodem puncto ſpeculi ducta linea reflexionis ad uiſum, angulus ab illis lineis contentus diuiditur per æqualia, per lineam ab illo puncto reflexionis ad centrum ſpeculi productam, hæc enim eſt proprietas reflexionis in omnibus ſpeculis, ut angulum à linea incidentiæ & linea reflexionis contentam diuidat perdendicularis à puncto reflexionis ducta per æqualia per 26. quinti huius, ille ergo punctus poterit in ſpeculo uideri, & non eſt niſi unicus talis punctus in quibuſcunque diametri ſpeculi conſiſtens, qui ab uno circulo ſpeculi ad uiſum reflecti poſsit, quoniam centro ſpeculi ad quod terminatur perpendicularis ducta à puncto reflexionis & centro oculi exiſtentibus fixis, erit punctus ab uno circulo ſpeculi reflexus ſemper unus, à diuerſis uero circulus ſpeculi diuerſa puncta diametri poſsibile eſt reflecti, patet ergo propoſitum.

VI.

Poſito uiſu extra centrum ſpeculi ſphærici concaui à quolibet puncto ſpeculi poteſt fieri formæ alterius reflexio ad uiſum, niſi ſolum ab illo puncto cui incidit diameter uiſualis.

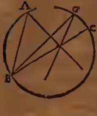
Eſto per ſecundam huius, communis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei ſpeculi ſphærici concaui circulus magnus, qui ſit g d c, cuius centrum ſit b, & centrum uiſus ſit a, & ducatur a b à centro uiſus per b centrum ſpeculi diameter uiſualis, quæ ſit a b d incidens ſuperficiei ſpeculi in puncto d, dico quod à quolibet puncto ſpeculi dati poteſt fieri reflexio formæ puncti alterius rei uiſibilis ad uiſum a, niſi à ſolo puncto d, ſit enim datus alius punctus qui ſit g, ducatur ad ipſum ſemidiameter b g, & continuetur linea reflexionis quæ ſit g a, & ducatur linea f g l, contingens circulum magnum ſpeculi tranſeuntem puncta g d c, palam per 15. tertij, quia angulus b g f & b g l ſunt recti per 42. primi huius quoniam angulus b g a, erit acutus, cadit enim linea a g inter diametrum, & lineam contingentem f g l, quæ eſt extra ſpeculum, ubicunque ponatur eſſe centrum uiſus ſiue intra, ſiue extra circulum g c d, conſtituatur quoque per 23. primi, in eiuſdem circuli ſuperficie ſuper lineam l g ad punctum g, angulus æqualis angulo f g a, quæ ſit h g l, erit ergo angulus h g b, æqualis angulo b g a, & quoniam angulus contingentiæ eſt minimus angulorum per 15. tertij, palam quod ab angulo b g l, recto abſciſo quocunque angulo acuto rectilineo, ſemper linea illũ acutum angulum continens cadet intra circulũ g c d, quoniam ſolus angulus contingentiæ cadet extra circulum: poſito itaque quocunque puncto uiſibili in linea h g, ſemper fiet reflexio formæ alicuius ſui puncti ad uiſum a, & eodẽ modo de quolibet alio ſpeculi puncto extra punctum d, dato demonſtrandum, ſed & à puncto d fit reflexio, cum enim linea a d ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculũ in puncto d, quia linea a d reflectitur in ſeipſam per 21. quinti huius. Si ergo aliquod interponatur non diafonum inter centrum uiſus, quod eſt a, & punctũ ſpeculi d, nulla fiet reflexio ad uiſum impediente medio. Si uero nullum tale interponatur, ſolius puncti ſuperficiei oculi forma uidebitur ab eodem oculo, nihilque aliud, & hoc eſt propoſitum,



VII.

In ſpeculis ſphæricis concauis ſi ſupra periferiam uel extra ponatur centrum uiſus, oculus non uidetur, niſi per diametrum ſpeculi reflectatur.

Sit ſpeculi concaui ſphærici circulus magnus a b g, ſitq́ centrum uiſus in puncto b, ſuper ſpeculi periferiam, & ducantur lineæ b a & b g, non per centrum, & quoniam angulus maioris portionis, ut patet per 43. primi huius, eſt maior, angulus uero reflexionis ſemper debet eſſe æqualis angulo incidentiæ, ut patet per 20. quinti huius, palam quia nõ fiet reflexio ſecundum lineam a b, ſed fiet ad partẽ maioris anguli, & ſimiliter eſt de puncto g, quoniam non fiet reflexio ſecundum lineam b g, ſed ad partem anguli maioris per 23. quinti huius, ſi enim forma puncti b, à punctis a & g, reflectetur in ſe ipſum, tunc anguli portionum ad punctum a, & ad punctum g, eſſent æquales, quod eſt impoſsibile, & contra 43. primi huius, per diametrũ tamen cuiuſcunq; circuli magni totius ſpeculi ſphærici concaui poteſt uiſus incidens reflecti in ſe ipſum, quoniam omnium ſemicirculorum eiuſdem circuli, anguli ſunt æquales per eandem 43. primi huius, ſed tunc non fiet reflexio in unius puncti ſuperficiei ſpeculi diametraliter incidentis, ut ſecundum lineam b c, quæ non percipitur, quia indiuiſibilis eſt, & omne quod uidetur diuiſibile eſt, quia ſub angulo uidetur per 18. tertij huius, alij uero puncti incidentes oblique reflectuntur ad partem anguli maioris, & nõ perueniunt ad uiſum niſi illi quorum reflexiones lineæ incidunt ſuperficiei uiſus, & figurantur in illo puncto rei uiſæ ſitubus permutatis, quod autem non reflectitur, non uidetur, in his itaq; ſpeculis ſphæricis concauis, ſi ſuper periferiam ſpeculi, uel extra ponatur centrum uiſus, non uidetur oculus niſi per diametrum ſpeculi reflectatur, idem enim accidit ſi extra periferiam ſpeculi propoſiti oculus ponatur, & eodem modo demonſtrandum, quoniam linearum inæqualitas naturam reflexionis non immutat, patet ergo propoſitum.



VIII.

Ab altera parte productæ diametri extra circulum ſpeculi ſphærici concaui uiſu poſito ſiue in tranſuerſali diametro, ſiue extra illã, ſiue citra illam, nihil rerum in illa parte diſpoſitarum poſsibile eſt uideri.

Eſto communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici concaui circulus a g d, cuius centrum ſit z, & producatur ſemidiameter z g, extra ſpeculum ad punctum h, ducaturq́; à centro z, per undecimam primi, alia diameter perpendiculariter ſuper lineã h g, quæ a z d, & ſit centrum uiſus in puncto b ab altera parte diametri h g, & à puncto b, ducatur linea æquediſtans lineæ h g per 31. primi, quæ ſit linea b e, incidens ſuperficiei ſpeculi in puncto e, dico quod nulla rerum uiſibilium poſitorum ab illa parte diametri h g, & linea b e, in qua ſcilicet eſt uiſus, poteſt uideri, detur enim ſi ſit poſsibile, ut punctus q, ab illa parte poſitus ad uiſum exiſtentem in puncto b, reflexus ualeat uideri. Incidatq́; forma puncti q ad punctum ſpeculi, quod eſt e, producta linea incidentiæ, quæ ſit q e, & à puncto e contingens circulum per 16. tertij, quæ ſint p e o, & ducatur linea e z, ſi ergo forma puncti q, à puncto ſpeculi e, reflectatur ad uiſum exiſtentem in puncto e, eſt palam per 20. quinti huius, quoniam angulus q e o, erit æqualis angulo b e p, ſed angulus b e p eſt maior angulo recto, quia per 17. tertij, eſt angulus z e p, rectus, ergo & angulus q e o, eſt maior recto, quod eſt contra 13 primi, palam ergo quod forma puncti q, non reflectitur à puncto e ad uiſum b, ſed neq; ab aliquo alio puncto, arcus e d, quoniam idem accidit impoſsibile, ſed ſuper terminum lineæ z e per 23. primi, conſtituto angulo æquali angulo b e z, poſsibile erit punctorum lineæ productæ, quæ ſit r e, formas à puncto e, reflecti ad uiſum exiſtentem in puncto b, idem quoq; patet uiſu poſito in puncto t, citra diametrum a d, producta linea c k, uel poſito ipſo in



ſo in puncto m diametri a d, ducta linea m n, copulatis quoq; lineis z k, z n, & facta deductione ut prius, patet ergo propoſitum.

IX.

In concauis ſpeculis ſphæricis ſi inter centrum ſpeculi & periferiam fuerit punctum rei uiſæ, poſsibile eſt ut quandoq; in centro unius uiſus à diuerſis punctis ſpeculi lineæ reflexionis concurrant.

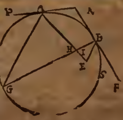
Sit ſpeculum ſphæricum concauum, cuius maior circulus ſit a g, centrum quoq; ſit punctus d, & ſit punctum rei uiſæ b conſtitutum inter centrum d & periferiam circuli a g, fiatq; reflexio formæ puncti b, à puncto ſpeculi quod ſit a, & à puncto ſpeculi quod eſt g, dico quod lineæ incidentiæ quæ ſunt b a & b g, poſſunt reflecti ad centrum unius uiſus in puncto uno exiſtentis, ſit enim primo ut linea b g reflectatur ad uiſum exiſtentem in puncto p, producantur quoq; lineæ incidentiæ à punctis a & g, ad aliam partem periferiæ, quæ ſint lineæ a t & g h, hæ ergo lineæ aut ſunt æquales, aut inæquales, ſint primo æquales, erit ergo arcus a g c per 27. tertij, æqualis arcui g c h, erit ergo per 43. primi huius angulus proportionis qui eſt t a g, æqualis angulo portionis qui eſt b g t, ſed & angulus h g t eſt æqualis angulo p g a, per hypotheſim, & per 20. quinti huius, quoniam angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis, & angulus t a g ſit æqualis angulo l d i, relinquitur ergo æqualibus angulis hinc & inde ablatis, ut angulus h g p ſit æqualis angulo c a l. Sit autem punctus in quo linea p g ſecat lineam c a punctus r, angulus ergo p r c, per 16. primi, maior eſt angulo p g h, ergo & angulo l a c. quia ergo angulus p r a, cum angulo p r t eſt æqualis duobus rectis per 13. primi, patet quod angulus p r a cum angulo r n l minor eſt duobus rectis, ergo per 14. primi huius, lineæ g p & a l concurrent, ſit concurſus punctus p. Si itaq; in puncto p, ponatur centrum uiſus, palam quod ipſe uidebit formam puncti b reflexum à duobus punctis ſpeculi quæ ſunt a & g, eſt ſimiliterq; demonſtrandum ſi lineæ a c & g h fuerint inæquales, uel ſi linea a c ſit maior quàm linea g h, tunc enim per 43. primi huius, angulus portionis qui eſt c a g, erit maior angulo portionis qui eſt h g c, remanetq; per modum quo



præceſsimus prius angulus h g p maior angulo c a l, fietq; angulus p r b maior angulo h g p & maior angulo l a r, ergo ut prius lineæ g p & a l concurrent, ſitq; cōcurſus punctus p, & eſt idem quod prius, quod ſi linea a c fuerit minor quàm linea g h, tunc per modum quo uſi ſumus prius, erit angulus l a c minor angulo p g h, ſed & angulus p a b, maior eſt angulo p g h. Si itaq; angulus l a c, ſit maior angulo p r b, concurſus fiet ut prius linearū a b & p g ad punctum p, per 14. primi huius, Si uero angulus l a c ſit maior angulo p a b fiet idem per 14. primi huius, concurſus illarum linearum ultra arcum a g, qui impeditur per corpulentiam ſpeculi, unde tunc non fiet reflexio ad uiſum. Similiter quoq; ſi angulus l a c fuerit æqualis angulo p r b, tunc per 28. primi, lineæ a l & p g æquediſtabunt. In nullo ergo pūcto concurrent, nunquam ergo fiet formæ unius puncti, quæ eſt u, reflexio ad unum centrū uiſus à duobus punctis ſpeculi ſphærici concaui, patet ergo propoſitum

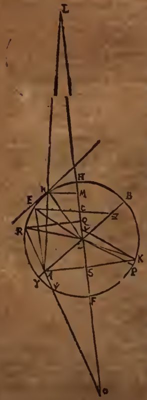
X.

Lineæ reflexionis à ſpeculis ſphæricis concauis puncto rei uiſæ exiſtente in periferia ſpeculi uel extra illam, nonnunquam in uno centro uiſus à diuerſis punctis ſpeculi concurrunt.



Sit ſpeculum ſphæricum concauum g a b ſ, ſitq; punctum rei uiſæ g, quod ſit conſtitutum in aliquo circumferentiæ puncto, quod eſt punctum g, ſitq; u t g punctum rei uiſæ, reflectatur à duobus punctis arcus g a b, quæ ſint puncta a & b, fiatq; reflexio formæ puncti g, à puncto ſpeculi b ad punctum e, & à

puncto a ad punctum l, dico quod lineas reflexionum quæ ſunt b e & a l, poſsibile eſt cō currere, ducantur itaq; lineæ contingētes ſpeculum in punctis a & b, contingatq; ipſum linea k a p in puncto a, & linea k b f in puncto b, & ducantur lineæ e b & b g & l a & a g. Sit quoq; ut lineæ a l & g b, ſecent ſe in puncto h, quia itaq; omnes anguli conſtituti ſuper punctum b ſunt æquales omnibus angulis conſtitutis ſuper punctum a, per 13. primi, & per 20. quinti huius, angulus e b f, eſt æqualis angulo k b g, & angulus l a k, æqualis eſt angulo p a g, & anguli contingentiæ omnes ſunt æquales per 15. tertij, angulus uero g a b maioris portionis circuli, maior eſt angulo g b f minoris portionis per 43. primi huius, ergo angulus k b h, maior eſt angulo p a g, ergo angulus e b f maior eſt angulo k a h, propter æqualitatem angulorum hinc inde per 20. quinti huius, palam ergo quia angulus e b g minor eſt angulo l a g. Sed angulus l a g eſt minor angulo g h l, per 16. primi, angulus ergo g h l eſt maior angulo g b e, ſed angulus l h g cū angulo b h l, ualet duos rectos per 13. primi, ergo anguli g b e & b h l ſunt minores duobus rectis, ergo per 14. primi huius, lineæ a l & b e concurrent, ſit concurſus punctus e. Si itaq; centrum uiſus fuerit in puncto e, patet quod à duobus punctis ſpeculi fiet ad ipſum formæ puncti reflexio g, quod ſi extra periferiam ponatur punctus g, accidit hoc idem, & eadem eſt demonſtratio, non eſt tamen hoc uniuerſale, quia poſsibile eſt non concurrere, ut ſi anguli g b e & g h l ſint æquales uel maiores duobus rectis, tunc enim lineæ b e & a l non concurrent, uel ſi concurrant hoc erit retro ſpeculum, ubi uiſus conſtitutus retro ſpeculum formas reflexas non poterit uidere, patet ergo propoſitum.



XI.

Locus imaginum formarum à ſpeculis ſphæricis concauis reflexarum, quandoq; eſt in puncto reflexionis, quādoq; eſt ultra ſpeculum, quandoq; inter uiſum & ſpeculum, quandoq; in ſuperficie ipſius uiſus, quandoq; retro uiſum.

Quando enim forma puncti rei uiſæ uidetur ſecundum kathetum ſuæ incidentiæ, tūc enim neceſſario imago uidetur in ipſa ſuperficie ſpeculi in puncto ſcilicet ſuę reflexionis, quando uero formæ obliquæ incidunt ſuperficiebus propoſitorum ſpeculorum, tunc diuerſificantur loca imaginum ut proponitur. Ad quod declarandum ſit a centrum uiſus, & punctus d centrum ſpeculi ſphærici concaui, & ducatur ſuperficies plana per hæc duo puncta, quæ erit ſuperficies reflexionis, quoniam ipſa eſt orthogonalis ſuper quamlibet ſuperficiem contingentem ſpeculum ſecundum punctum illum ſuperficiei ſpeculi, cui incidit diameter uiſualis. Secabit ergo ſuperficiem ſpeculi dati, & erit communis ſectio illarum ſuperficierū circulus magnus per ſecundam huius. Sit ergo ille circulus h b f g, & ducatur linea à centro uiſus ad centrum ſpeculi, quæ ſit a d, & à puncto a ducatur ad circuli periferiam linea maior quàm linea a d, quæ ſit a e & à puncto d, ducatur ad circulum linea æquediſtans lineæ a e, quæ ſit d h & producatur linea a d ex utraq; parte ſui ad circumferentiam in puncto l & b, taliter ut compleatur diameter i a d b, & ducatur linea d e, quia itaq; linea a e, eſt maior, quàm linea a d, palam per 18. primi, quoniam angulus

lus e a d,eſt minor angulo a d e,eſt ergo per 32.primi,angulus a e d, minor angulo recto,ſiue angulus a d c fuerit rectus uel obtuſus,uel acutus,ſed per 29.primi, angulus e d h,eſt æqualis angulo a e d,quia ſunt coalterni. Eſt ergo angulus e d h minor recto,ſuper punctum quoq; e lineæ d e,fiat per 23.primi,angulus æqualis angulo a e d, qui ſit d e t, palam itaq; quoniam linea e t cadit intra circulum,quoniam ſi caderet extra circulum fieret ille angulus aut rectus,ſi linea producta circulum contingeret,aut obtuſus, ſi ſecaret: quod totum patet ducta linea contingente circulum in puncto e, patet per 16.tertij, & quia hoc eſt poſsibile,ut patet ex præmiſsis,palam quia linea t e,cadet intra circulum, ſecabitq; lineam d h,ſitq; punctus ſectionis t,& erit linea e t æqualis lineæ d t per 6. primi,ſunt enim anguli e d t & e d e æquales,& quoniam angulus a d e,maior eſt angulo a e d per 16.primi,palam quia angulus a e d maior eſt angulo d e t,ergo per 14. primi huius,linea e t non æquediſtat lineæ a b,concurrant ergo,ſitq; punctus concurſus z,deinde à puncto a ducatur ad arcum e h,linea a n,quæ concurrat cum linea a c in puncto a, & inter ipſam lineam d h,ſibi æquediſtantem producatur,palam per ſecundam primi huius, quia concurret cum linea d h,ſit ergo punctus concurſus l,& ducatur linea d n ,& ſuper punctum n lineæ d n fiat angulus æqualis angulo d n a,per lineam m y,quæ ſit m n d , & quia angulus d n a,eſt acutus per quadrageſimam ſecundam primi huius, erit etiam angulus d n m acutus. Ideo enim,quia angulus in ſemicirculo eſt rectus per 30.tertij,omnis angulus contentus à quacunq; linea & termino diametri,palam quod eſt acutus, concurret ergo linea n m cum linea d h,ſit concurſus in puncto m,ducatur etiam à puncto a,linea ad arcum e i f,quæ ſit a g,& ducatur linea d g,fiatq; angulus q g d,æqualis angulo d g a,& quoniã ut prius angulus d g a,eſt acutus per 42.primi huius,erit etiam angulus q g d acutus,cõcurret ergo linea g q, cũ linea d h ſit concurſus in puncto q, palam quoq; cum linea g a,concurrat cum linea a c,quoniam per ſecundam primi huius , concurret cum linea d h illius æquediſtante,ſit concurſus punctus ex parte puncti f, angulus enim g a d eſt maior angulo e a d,ergo per decimamquartam primi huius,ad partem maiorem angulorum fiet concurſus ,ſecetq; linea g o periferiam circuli in puncto y. Sitq; arcus g y maior arcu g h,quod autem linea g q , cadit inter puncta d & h, palam ſatis eſt ex præmiſsis,ſed & idem patere poteſt ex hoc,quia cum arcus quem ſecat linea, g o ex circulo h b,f g,qui eſt arcus g y ſit maior arcu g h,producatur linea g d ad periferiam circuli in pũctum p,eritq; arcus h p maior arcu y p,ergo per 32.ſexti,erit angulus h g d maior angulo a g d,ſed angulus q g d eſt æqualis angulo a g d,ut patet ex præmiſsis , ergo angulus h g p,eſt maior angulo a g d,linea ergo g q,diuidit angulum h g d,ergo per 29 primi huius,diuidit & baſem d h,cadet ergo punctum q,inter puncta d & h , tunc à puncto a ducatur ad arcum f b,linea a k ſecans lineam d f in puncto ſ,ita ut ſit linea k ſ maior quàm pars diametri, quæ eſt ſ d,hoc autem facile per ſeptimam tertij,ut ſi linea d f diuidatur per æqualia in puncto aliquo,& linea a k ducatur per illum punctum , aut per punctum alium uerſus punctũ d,hæc itaq; linea a k,ſic ducta,ducatur linea d k,palã ergo per quadrageſimamſecundam primi huius,quod angulus d k a eſt acutus,fiat ergo ſuper punctum k terminum lineæ d k,angulus d k a,angulus æqualis qui ſit d k u,ut itaq; per decimamoctauam primi,angulus k d ſ,ſit maior angulo d k ſ,ideo quia linea ſ k eſt maior quàm linea d ſ,erit ergo angulus k d ſ maior angulo d k u,palam ergo per decimamquartam primi huius,quia linea u k concurret cum linea d h,ſit ergo concurſus in puncto u,palam itaq; per uiceſimam quinti huius,& ſecundum prædicta , quod forma puncti t,à puncto ſpeculi e,reflectitur ad uiſum,qui eſt in puncto a,kathetus quoq; incidentiæ formæ puncti t,eſt linea t d,quæ per 72.primi huius,eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum,cum ſit tranſiens per eius centrum,& ipſa eſt æquediſtãs lineæ reflexionis,quæ eſt a e,nunquam ergo concurret cum illa, apparebit ergo imago formæ puncti t in ipſo puncto reflexionis quod eſt e,forma uero puncti z, reflectitur ſimiliter à puncto e,ad uiſum exiſtentem in puncto a, kathetus quoq; ſuæ incidentiæ qui eſt b z d,ductus à puncto z,per centrum ſpeculi concurrit cum linea reflexionis,quæ eſt a e in puncto a,locus itaq; imaginis formæ puncti z,per 37.quinti huius,erit centrum ui-

ſus quod eſt a, forma uero puncti m à pũcto ſpeculi, quod eſt n, reflectitur ad uiſum a, & perpendicularis ducta à puncto m, quæ eſt kathetus incidentiæ, qui m d, concurrit cum a n, linea reflexionis in puncto l, quod eſt ultra ſpeculum, & forma puncti m, habet locũ imaginis in puncto l ſub ſpeculo, forma uero puncti q, peruenit ad punctũ ſpeculi quod eſt g, & ex puncto g reflectitur ad uiſum a, & locus imaginis ſuæ eſt in puncto o, quod eſt ultra uiſum, & forma puncti u peruenit ad punctũ ſpeculi quod eſt k, & reflectitur ad uiſum in puncto a, & kathetus ſuæ incidentiæ quæ eſt perpendicularis, ab eo ducta trans centrum ſpeculi d, eſt linea u d, concurrens cum linea a k, linea reflexionis in puncto ſ, locus itaq; imaginis ſuæ eſt punctum ſ, quod eſt inter uiſum & ſpeculũ, palam itaq; ex prædictis cum imaginum à ſpeculis ſphæricis concauis reflexarum quædam uidentur in ſuperficie ipſius ſpeculi, ut in ipſo puncto reflexionis, quædam uidentur ultra ſpeculũ, quædam inter uiſum & ſpeculum, quædam in ſuperficie ipſius uiſus, quædam citra uiſum, quod eſt propoſitum, & ſi centrum uiſus ſit extra circulum ſpeculi, uel in circumferentia ipſius, idem accidit, & eodem modo eſt demonſtrandum, quoniam ſemper linea a e fit maior quàm linea a d, & accidunt omnia, ut prius, patet ergo quod proponebatur.

XII.

Imaginum reflexarum à ſpeculis ſphæricis concauis diuerſa fit à uiſu comprehenſio ſecundum ſuorum locorum propriam diuerſitatem.



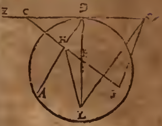
Remaneat diſpoſitio præcedentis in tota forma figurationis, cum itaq; locus imaginis fuerit ultra ſpeculum, ut in puncto l, aut inter uiſum & ſpeculũ ut in puncto ſ, tunc quia formas ſibi oppoſitas ſemper perfectius acquirit uiſus, cõprehenditur ueritas illius imaginis. Cum uero locus imaginis fuerit in puncto reflexionis, ut cum perpendicularis ducta à puncto rei uiſæ æquediſtat lineæ reflexonis, tunc enim locus imaginis eſt in puncto e, quia cũ pũctus e, per 3. ſecundi huius, ſit punctus naturalis diuiſibilis ſenſibilis, utpote capax imaginis formæ rei ſenſibilis, quæ eſt diuiſibilis, cũ ſit naturalis ſumpto uiſui medio puncto intellectuali, erit imago cuiuſcunq; illius puncti ſenſibilis, pars quæ fuerit ultra mediũ punctum ſumptũ apparens ultra ſpeculum, & imago partis alterius quæ fuerit citra punctum mediũ apparebit inter uiſum & ſpeculum, & cũ totalis forma ſecundũ partes ulteriores ſui ſphæræ ſpeculi, & citeriores uerſus uiſum ſemper uideatur una & cõtinua, neceſſario forma illius puncti ſenſibilis proximi puncto intellectuali uidebitur in ipſi[?]s ſuperficie ſpeculi in puncto ſ reflexionis, aliæ quoq; partes formæ ſenſibilis circumiacẽtis il[?]d punctum uidebũtur ab illo puncto declinare modo dicto, quædam ad uiſum & intra ſpeculum, quædam ultra ſpeculum, uerum in imaginibus, quarum locus eſt punctus a, quod eſt centrum uiſus, ueritas ipſarum non comprehenditur, unde ſæpius accidit error uiſui in formis ſic uiſis. Ad huius autem maiorem euidentiam, ut non ſolum demonſtratio, ſed etiam experientia doceat quod præmiſimus, erigatur ſuper ſuperficiem ſpeculi ſphæ[?]cæ concaui, ſtipes ligneus uel ferreus perpendiculariter, qui ſit maior medietate ſemidiametri ſpeculi, & circa caput huius ſtipitis ponatur centrum uiſus, & dirigatur uiſualis radius ad punctum ſpeculi, cuius diſtantia à ſtipite ſit maior quàm diſtantia centri uiſus à diametro per ſtipitem tranſeuntem, apparebit quoq; imago illius ſtipitis ultra uiſum, nec erit certa apprehenſio formæ ipſius, imò apparebit, quaſi curua, cum tamen ſtipes ſi[?] formæ lineæ

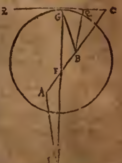
lineæ rectæ, ex quo patet quod in his ſpeculis nō comprehenditur ueritas imaginis, niſi cuius locus fuerit ultra ſpeculum aut inter uiſum & ſpeculum, ut hæc patere poſſunt per experientiam ſitum ſtipitis & uiſus uarie diuerſificanti. & accidit eidem quod cum centrum uiſus fuerit in perpendiculari per lignum tranſeunte, non plene comprehendet formam illius ligni, patet ergo propoſitum.

XIII.

In ſpeculo ſphærico concauo eſt proportio katheti incidentiæ ad rectam à centro ſpeculi ad locum imaginis productam, ſicut lineæ à puncto rei uiſæ ad finem contingentiæ ductæ ad lineam à fine cōtingentiæ ad locum imaginis productam.

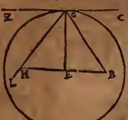
Eſto ſpeculum ſphæricum concauum, cuius centrum ſit e, & ſit b punctus rei uiſæ, & ſit a centrum uiſus, & ſit g punctus reflexionis, & contingat linea z g, circulum qui eſt cō munis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſpeculi in puncto g, ducaturq́ linea e g, à puncto reflexionis ad centrum ſpeculi, & linea incidentiæ, quæ b g, & kathetus incidentiæ, qui ſit linea e b, qui productus concurrat cum linea z g, in puncto t, concurrent autē per 14. primi huius, cum ſint in eadem ſuperficie reflexionis per 3. huius, & per 1. undecimi, & cū per 17. tertij, angulus e g z, ſit rectus & angulus uero g e b ſit acutus, ſit ergo punctus t, finis contingentiæ, ut patet ex principio ſexti libri huius, educatur quoque extra circulum linea reflexionis, quæ ſit a g, kathetus itaq; e b, concurret cum a g, linea reflexionis extra punctum g, quæ eſt punctus reflexionis, & hæc ideo, quia lineæ e d & a g, ſunt duæ lineæ rectæ, quarum a g ſecat lineam z g, in puncto g, & ſit angulus a g t obtuſus, quoniam angulus e g t eſt rectus, linea uero e b, ſecat lineam z g, in puncto t, & ſit angulus e t g acutus, per 32. primi, non ergo concurrunt lineæ e b & a g, in puncto g, aut igitur lineæ a g & e b, cum nō ſunt æquediſtantes, ut patet ex hypotheſi, concurrent ultra punctum g, aut intra puncta g & a, ſit ergo ut concurrant ultra punctum g, & ſit concurſus in puncto h, qui erit locus imaginis per 37. quinti huius, dico quod eſt eadem proportio katheti e b, ad lineam e h, interiacentem centrum ſpeculum, & punctum concurſus lineæ reflexionis & katheti incidentiæ, qui eſt locus imaginis, quæ eſt proportio lineæ b t, interiacentis punctum rei uiſæ, & finem contingētiæ ad lineam t h, quæ interiacet finem contingentiæ, & punctus concurſus lineæ reflexionis cum incidentiæ katheto incidentiæ qui eſt locus imaginis formæ puncti b, qui eſt punctus rei uiſæ, producatur enim perpendicularis quæ e g, ultra ſpeculum, & à puncto h, qui eſt locus imaginis formæ puncti b, ducatur linea æquediſtans lineæ incidentiæ, quæ b g, per 31. primi, quæ neceſſario per 2. primi huius, concurret cum producta linea e g, cum ſua æquediſtans, quæ b g, concurrat cum eadem, ſit punctus concurſus l, & à puncto b, ducatur linea æquediſtans lineæ g h, quæ ut prius neceſſario concurret cum linea z t, per ſecundam primi huius, cum linea g h, concurrat cum eadem, ſit concurſus punctus q, & quoniam angulus b g e, eſt æqualis angulo a g e, per uigeſimam quinti huius, ſed angulus b g e, eſt æqualis angulo g l h, per uigeſimamnonā primi, & angulus a g e, æqualis eſt angulo l g h, per 15 primi, erit ergo angulus g l h, æqualis angulo h g l, ergo per 6. primi, erit linea l h, æqualis lineæ g h. Similiter quoque angulus b g q, æqualis eſt angulo a g z, quia cū anguli e g z & e





g q,ſint æquales,quia recti,& anguli b g e & e g a,ſint æquales. Remanent anguli reſidui æquales,ſed & angulus a g z,æqualis eſt angulo b q g,per 20.primi,angulus ergo b g q, æqualis eſt angulo b q g,ergo per 6.primi,linea b g,eſt æqualis lineæ b q,proportio itaq; lineæ b g,ad h l,eſt ſicut lineæ b q,ad lineam h g,per 7.tertij,ſunt enim antecedētia & cōſequentia æqualia inter ſe,quia uero angulus g h t,æqualis eſt angulo t b q, per 29. primi. Sunt enim illi anguli coalterni inter lineas æquediſtantes, & angulus q t b,æqualis eſt angulo h t g,per 15.primi,ſed & angulus h g t,æqualis eſt angulo t b q,per 29.primi,ergo trianguli t q b & g t h ſunt æquianguli,ergo per 4.ſexti,eſt proportio lineæ q b, ad lineam h g,ſicut lineæ b t,ad lineam t h,ſed linea b q, æqualis eſt lineæ b g,ergo per 7.quinti,eſt proportio lineæ b g,ad lineam h g, ſicut lineæ b t,ad lineam t h,ergo per 11.quinti,eſt proportio lineę b t,ad lineam t h,ſicut lineæ b g,ad lineam h l,quia uero per 29.primi,trianguli h e l,& b e g.ſunt æquianguli,erit per 4.ſexti, proportio lineæ e b,ad lineam e h,ſicut lineæ b g,ad lineam l h,ergo ut prius erit proportio lineæ e b,ad lineam e h,ſicut lineæ b t, ad lineam t h,quod eſt propoſitum,eadem quoq; eſt demōſtratio,ſi locus imaginis fuerit inter a centrum uiſus,& g punctum reflexionis, aut ſi fuerit in pūcto a,aut ultra illā. Si uero linea in pūcto reflexiōis ſpeculū cōtingens,quæ eſt z g,non concurrat cum katheto incidētiæ, qui eſt b e h,ſed ſit ei æquediſtans,ducatur à puncto contingentiæ,quod eſt g, linea perpendicularis quæ ſit g e,ſuper lineam b g h, per 12.primi, eritq; per 29. primi,linea e g, perpendicularis ſuper lineam z g,quia itaq; angulus b e g,eſt æqualis angulo h e g, quia uterq; eſt rectus,& angulus b e g,æqualis eſt angulo b g e p 20.quinti huius,palam per 32.primi huius,quoniam triangulus b g e, æquiangulus eſt triangulo h g e,ergo per 4.ſexti,eſt proportio lineæ b e, ad lineam e h,ſicut lineæ b g,ad lineam g h, quod eſt propoſitum, ut prius,non enim tali facta diſpoſitione eſt alius punctus finis contingentiæ quàm punctum g,quod eſt punctus contingentiæ,ſimiliterq; demonſtrandum ſi locus imaginis fuerit in ipſo centro uiſus, tunc enim punctum b,qui eſt concurſus lineæ reflexionis & katheti incidentiæ,eſt locus imaginis,fit idem cum puncto a,qui eſt centrum uiſus. nec oportet in illius demonſtratione aliud adijci,niſi quia per 3.ſexti eſt proportio katheti b c,ad lineam c a,ductam à centro ſpeculi ad locum imaginis,ſicu lineæ b g,ad lineam g a,quoniam linea g e,diuidit angulum a g b per æqualia,per 20.quinti huius. Erit ergo ut prius proportio lineæ b t,ad lineam t h, ſicut lineæ b e,ad lineam e a, quod eſt propoſitum,& hoc eſt uniuerſale ad omnes modos imaginum ubicunq; uiſui occurrentium,patet ergo propoſitum.



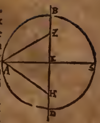


XIIII.

In ſpeculis ſphæricis concauis poſsibile eſt quandoq; reflexionem fieri ſecundum totam periferiam unius circuli.

Sit circulus magnus ſpeculi ſphærici concaui, qui a b g d, cuius diameter eſt b e d,& centrū e,ſignenturq; ſup diametrū b e d.duo puncta ex utraq; pte cētri e, quæ ſint h & z, æqualiter diſtātia à cētro e,erūt ergo lineæ h e & z e æquales,ducatur quoq; à cētro p 11 primi,diameter g e a,perpendiculariter ſuper diametrū b d,& copulētur lineæ h a & z a, quia itaq; in trigonis h e a & z e a,duo latera h e & z e ſunt æqualia ex hypotheſi,& linea e a,cōmunis eſt utriuſq; trigonorū anguli h e a & z e a ſunt ęquales,quia recti palam per 4.primi,q̄niā angulus h a e.eſt æqualis angulo z a e, ergo per 20. quinti huius, puncta h & z,ad ſeinuicē mutuo reflectūtur à puncto ſpeculi quod eſt a,idē quoq; patet ductis … h g & z g q̄niā iſtorū punctorum mutua reflexio fiet à puncto g,ſi itaq; fixa diam…o b d ima-

b d. imaginemur reuolui trigonum a h z, circa diametrũ b d, linea trigoni, quæ eſt h z manente fixa tunc punctũ a, motũ perueniet in pũctum g, & ex inde reuertetur ad locũ ſuum primũ, motuq; ſuo deſcribet in concauitate ſpeculi circulũ, à quo totali fiet formarũ punctorũ h & z, ad ſeinuicẽ mutua reflexio, ꝗniã ad quemcũq; punctũ illius circuli ducãtur lineæ à pũctis h & z, ſemper ducta ſemidiametro à centro ad illud punctũ anguli ad punctum illius circuli erunt æquales, & ita ab illo puncto fiet reflexio per 20. quinti huius. Si ergo centrum uiſus fuerit in puncto h, reflectetur ad ipſum forma puncti z, à tota periferia illius circuli. Si tamẽ pũcta h & z, inæqualiter, diſtent à centro e, non fiet reflexio à circulo illo, ſed forte fiet ab alio circulo quem deſcribit motu ſuo punctus reflexionis, patet ergo propoſitum.



XV.

Duobus punctis in una diametrorum ſpeculi ſphærici concaui ſe orthogonaliter ſecantium exiſtentibus ſub inæquali diſtantia à centro impoſsibile eſt ab aliquo punctorum periferiæ ſemicirculi, in quo eſt punctus à centro remotior illorum punctorum adinuicem fieri reflexionem, à reliqui uero ſemicirculi duobus punctis eſt poſsibile.

Sit ſpeculi ſphærici concaui circulus magnus, qui a b g d, cuius cẽtrum e, ſecentq; ſe in ipſo duæ diametri orthogonaliter, quæ ſint a g & b d, in quarum una quæ k d, ſunt duo puncta h & z, inæqualiter diſtantia à cẽtro e, ſitq; h propinquius centro e, & z remotius, ſitq; punctus h, in ſemicirculo a b g, & punctus z, in ſemicirculo a d g, dico quod ab aliquo punctorum ſemicirculi a d g, non poteſt fieri iſtorũ punctorũ adinuicẽ reflexio, fit etenim, ſi poſsibile eſt, ut fiat à puncto a, & ducatur linea a h, abſcindaturq; à linea e z, linea æqualis lineæ h e, per 3. primi, quæ ſit e t, & ducatur linea t a, palam ergo per 4. primi quia angulus h a e, eſt æqualis angulo t a e, ſed angulus e a t, per 29. primi huius, eſt minor angulo e a z, angulus ergo h a e, eſt minor angulo z a e, non ergo fiet punctorũ h & z, mutua reflexio à puncto ſpeculi a, per 20. quinti huius, ſed neq; ab aliquo alio puncto arcus a d g. Sit enim, ſi poſsibile eſt, ut fiat iſtorũ punctorũ reflexio à puncto k, periferiæ ſemicirculi qui a d g, & ducantur lineæ h k, e k, & z k. Erunt itaq; per 30. quinti huius, anguli h k e, & z k e, æquales, linea ergo k e, diuidit angulũ h k e, per æqualia, ergo per 3. ſexti huius, erit proportio lineæ h k, ad k z, ſicut h e ad lineam e z, ſed linea e h eſt minor ꝙ e z, ut patet ex hypotheſi, ergo linea h k, eſt minor ꝙ h z, eſt aũt linea h k maior ꝙ k z, ꝗniam eſt maior ꝙ linea e k, per 19. primi, ut enim patet angulus h e k, eſt obtuſus maior angulo h e a recto, ſed linea e k, eſt æqualis lineæ e a, quæ eſt maior ꝙ linea k z, ut patet Eſt ergo linea h k maior ꝙ linea z k, & ſequitur ex datis ipſam eſſe minorẽ, quod eſt impoſsibile, non ergo fiet reflexio formæ puncti h, ad punctũ z, uel econuerſo ab aliquo pũctorũ arcus a k g, ab aliquibus uero pũctis periferiæ ſemicirculi a p g, mutuã reflexionẽ iſtorũ punctorũ fieri eſt poſsibile, quoniã eſt poſsibile eſſe aliquod punctũ arcus a b, utpote p, ad quod ductis lineis h p, e p, z p, fiat proportio lineæ z p, ad lineam h p, ſicut lineæ z e, ad lineam e h, ergo per 3. ſexti, angulus h p z diuidetur per æqualia per lineam e p, & ſimiliter poſſunt fieri in arcu b g, patet itaq; quod proponebatur, quoniam ab aliquo puncto arcus b g, ut à puncto q, ſimiliter poteſt fieri reflexio ductis lineis h q, e q, z q.

XVI.

Duobus punctis in una diametro ſpeculi ſphærici ſuperficiei cõcaui exiſtentibus ſub inæquali diſtantia à centro ſpeculi, ſi exceſſus diſtantiarum ad minorem diſtantiam proportionem habeat, quam pars diametri interiacentis ambo puncta ad partem interiacentem punctum centro propinquius & ſpeculum impoſsibile eſt à circulo illius diametri illorum punctorum fieri mutuam reflexionem.

Sit

Sit ſpeculi ſphærici concaui imaginis circulus a b g d, cuius centrum e, & diameter b d, ſintq́; duo puncta ȝ & h, conſtituta ſuper illam diametrum b d, quorum remotior à cẽtro e, ſit punctus ȝ, & propinquior punctus h, erit ergo linea ȝ e maior quàm linea h e. Sitq́; ipſarum exceſſus linea ȝ t, dico quod ſi proportio lineæ ȝ t, ad lineam t e, uel ad h e, fuerit ſicut lineæ ȝ h, ad lineam h b, quod impoſsibile eſt reflexionem fieri ab aliquo punctorum circuli a b d g, patet enim per præmiſſam quod non poteſt fieri reflexio ab aliquo punctorum ſemicirculi a d g, ſed neq; ab aliquo punctorum ſemicirculi a b g. detur enim ſi ſit poſsibile à puncto l, arcus a b, & ducatur linea l b, & ipſi æquediſtans d[...] à centro ſpeculi per 13. primi, quæ ſit linea m e n, & ducatur lineæ l ȝ, l e, & l h, ſecabit itaq; per 2. primi huius, linea l ȝ, lineam n m, ſit punctus ſectionis m, perducatur quoq; linea l h, ultra punctum h, quæ ſimiliter per 2. primi huius, ſecabit lineam m n, ſit punctus ſe[cti]onis n, quia itaq; ex hypotheſi eſt proportio lineæ ȝ t, ad lineam t e, ſicut lineæ ȝ h, ad lineam b h, erit ergo per 18 quinti, coniunctim proportio lineæ ȝ e ad t e, uel per 7. quinti, ad lineam h e, ſicut lineæ ȝ b, ad lineam b h, ergo per 16 quinti huius, erit permutatim proportio lineæ ȝ e, ad lineam ȝ b, ſicut lineæ h e, ad lineam b h, quia uero lineæ b l & n e, æquediſtant, ut patet per 15. & 29. primi, quia trigona b l h & n h e, ſunt æquiangula, ergo per 4. ſexti, eſt proportio lineæ e n, ad lineam b l, ſicut lineæ e h, ad lineam b h, ſimiliter quoq; trigona b l ȝ, & e m ȝ, ſunt æquiangula per 29. primi, quia lineæ b l & e a, æquediſtant. Erit ergo proportio lineæ e m, ad lineam b l, ſicut lineæ ȝ e, ad lineam ȝ b, ſed eadem eſt proportio lineæ e h, ad lineam h b, quæ lineæ ȝ e, ad lineam ȝ b, eadem ergo proportio lineæ e n, ad lineam b l, quæ lineæ e m, ad eandem lineam b l. quia ergo linearum n e & m e, ad lineam b l, eadem proportio lineæ, ergo per 9. quinti, lineæ n e & m e ſunt æquales, quia itaq; angulus n m l, diuiditur per æqualia per lineam l e, ut patet per 20. quinti huius, fit enim reflexio punctorum h & ȝ, à puncto l, erit per 3. ſexti, proportio lineæ l n, ad lineam l m, ſicut lineæ n e, ad lineam e m, eſt ergo linea l n, æqualis lineæ l m, linea uero l e, eſt communis ambobus trigonis l e n, & l e m, ergo per 8. primi huius, anguli l e m & l e n, ſunt æquales, ſunt ergo recti per diffinitionem angulorum rectorũ, ergo per 29. primi, angulus b l e. erit r[ectu]s, linea ergo b l, contingit circulum, & cadit extra circulum per 15 tertij, quod eſt im[poſsi]bile, eſt enim ducta ſecans circulum per 2. tertij. non ergo fiet reflexio à puncto l, ſequitur autem magis impoſsibile ſi ſit proportio lineæ ȝ t, ad lineam t e, ſicut lineæ ȝ h, ad aliquam lineam minorem linea h b, patet ergo propoſitum, quoniam de quolibet dato puncto eſt penitus eodem modo decernendum.



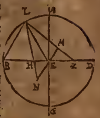
XVII.

Centro uiſus & puncto rei uiſæ exiſtentibus in una diametro ſpeculi ſphærici concaui & inæqualiter diſtantibus à centro, ſi exceſſus diſtan[tia]rũ ad minorem diſtantiam proportionem habeat quam pars diametri interiacentis puncta data ad lineam maiorem parte diametri interiacente punctum centro propinquius & periferiam fiet reflexio, poſsibileq; eſt punctum reflexionis inueniri.

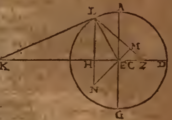
Sit ſpeculi ſphærici concaui maior circulus a b g d, cuius centrũ e & diameter [...] b d, in qua ſit centrum uiſus quod ſit ȝ, & punctus rei uiſæ quod ſit h, diſtetq́; centrum u[iſus] plus à centro ſpeculi quod eſt e, quàm punctus rei uiſæ qui eſt h, ſitq́; proportio exceſſus diſtantiæ maioris quod eſt ȝ e, ad minorẽ quæ eſt h e ſicut partis diametri inter pũcta data cadentis, quæ eſt ȝ h, ad lineam maiorẽ parte diametri quæ eſt inter punctũ h & periferiam, quæ eſt h b, dico q̃d in hoc ſitu fiet reflexio, & quod eſt impo[ſsibi]le, puncti [...]

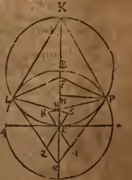
xio

flexionis inueniri,ducatur enim diameter a g,orthogonaliter ſuper diametrũ b d, & ga. linea 3 e,eſt maior ꝙ linea h e,ſit linea e t,æqualis lineæ h e,patet ꝑ 3.primi,erit linea 3 t exceſſus lineæ 3 e,ſuper lineam h e,quæ ergo eſt proportio lineæ 3 t, ad lineã h e, eadem ſit per 3.primi huius,proportio lineæ 3 h,ad aliam lineam quæ ſit h k, eritq́ ex hypotheſi linea h k,maior ꝙ linea h b,cadet ergo punctũ h extra periferiam circuli,à pũcto itaq́ k,ducatur linea contingens circulũ a b g d,per 16 tertij,quæ ſit k l,cõtingens circulũ in puncto l,& copulentur lineæ l 3 & l h, & l e,& à puncto e,per 31.primi,ducatur linea æquediſtans lineæ k l,quæ ſit n,ſecans lineam in pũcto m,& linea l h,producatur:hæc ergo ꝑ 2. primi huius,cõcurret cũ linea m e n,quia cõcurrit cũ eius æquediſtante, quæ eſt linea l k,ſit punctus cõcurſus n,quia itaq́ eſt proportio lineæ 3 h,ad lineã h k ſicut lineæ 3 t,ad lineã e h,uel ad eius æqualẽ lineam,ſcilicet r e per 7.quinti. erit per 18.quinti,coniunctim proportio lineæ 3 k,ad lineam h k,ſicut lineç 3 e,ad lineam t e,eritq́ permutatim per 16.quinti,proportio lineæ 3 k,ad lineam 3 e, ſicut lineæ h k ad lineam t e,uel ad eius æqualem lineam h e. Eſt autem proportio lineæ k h,ad lineam e h,ſicut linea k l,ad lineã e n,per 4.ſexti,quoniã trigona h l k,& h n e, ſunt æquiangula per 29. primi. Ideo quia lineæ k l & n e,ſunt



æquediſtantes,proportio uero lineæ k 3.ad lineam e 3, eſt ſicut proportio lineæ k l ad lineã e m,per 4.ſexti,quoniam trigona k l 3 & e l 3 ſunt æquiangula per 29.primi, quia linea e m æquediſtat lineæ k l,lineæ itaq́ n e & m e, ad lineã k l,eandẽ habẽt proportionẽ,quoniam ex hypotheſi eſt ꝓportio lineæ k 3,ad lineã 3 e,ſicut lineæ k h,ad lineã h e, ergo per 9.quinti,lineæ e n & e m,ſunt æquales,linea uero l e eſt cõmunis duobus trigonis l e n,& l e m,& anguli l e n et l e m, ſunt æquales,qui ſunt recti per 29.primi, angulus enim k l e, eſt rectus per 17,tertij,ergo per 4. primi,duo anguli 3 l e, & e l h, ſunt æquales, ergo per 20. quinti huius, forma puncti h,reflectitur ad punctum 3,uel econuerſo, à puncto ſpeculi quod eſt l,patet ergo propoſitum. Oſtenſum eſt enim,quia ſit reflexio mutua datorũ punctorũ in hoc ſitu,& inuentus eſt pũctus reflexionis quod proponebatur. Ex his itaq́ manifeſtũ eſt,quod ſi linea e 3,fuerit maior ꝙ linea e h,& ſit proportio lineæ k 3,ad lineam 3 e, ſicut lineæ k h, ad lineam e h, quod in omnibus ſpeculis ſphæricis concauis conſtitutis ſuper centrum e,quorum ſemidiameter fuerit maior ꝙ linea e h,& minor ꝙ linea e k,fiet mutua reflexio punctorum h & 3.adinuicem à duobus punctis communis ſectionis circuli ſpeculi & circuli cuius diameter eſt linea e k. Sit enim in linea k h punctus, qui ſit b,& ſuper centrum e,deſcribatur circulus ad quantitatem unius ſemidiametri e b,qui ſit a b g d. Sitq́ in ſpeculo ſphærico concauo, & diuidatur linea e k,per æqualia in puncto f,per 10.primi,fiatq́ ſuper centrum f circulus,cuius diameter ſit e k,hæc ergo ſecabit circulus a b g d,in duobus punctis per 10.tertij, quæ ſint puncta l & p,dico quod punctorum h & 3,mutua reflexio fiet à punctis l & p, ducantur enim lineæ k l,k p,e b,e p,erit ergo angulus k l e rectus, per 30.tertij,ergo per 15 tertij,linea k l contingit circulum a b g d cum ſit perpendicularis ſuper diametrum ipſius quæ eſt e l. ducta itaq́ à puncto e,linea n e o y,æquediſtanter lineæ k l demonſtrabitur ut prius,quoniam puncta h & 3,mutuo reflectentur adinuicẽ, à puncto k & l. Similiter quoq́ ductis lineis 3 p & h p,& linea q e f, æquediſtante lineæ k p,nam eadẽ eſt demonſtratio hinc inde. Semper enim anguli incidẽtiæ & reflexionis ad puncta l & p,fiunt æquales,patet ex præmiſſis quod ſi linea incidentiæ & reflexionis quæ eſt h l,ſit perpendicularis ſuper lineam e k



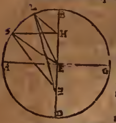


quonīā linea ʒ l, neceſſario circulū cōtingit, cuius diameter eſt linea e k, efficiturq́ tunc angulus ʒ l h, maximus illorū angulorū, ſecūdū quos in hoc ſitu poteſt fieri reflexio, ducatur eñi à puncto f. q̄d eſt centrū circuli k l e p, linea f b, erit p 5. primi, angulus f l e, æqualis angulo f e b. Sed angulus f e l, eſt æqualis duobus angulis e ʒ l, & e l ʒ, p 32. primi, cū ſit illis extrinſecus in trigono ʒ e l, angulus q̄q f e l, eſt æqualis duobus angulis e ʒ l, & e l ʒ. Sed angulus e l ʒ, eſt æqualis angulo e l h, remanet ergo angulus f l h, æqualis angulo e ʒ l. Sit quoq; angulus h l ʒ, cōmuniter additus utrobiq;, erit ergo angulus f l ʒ, æqualis duobus angulis e ʒ l & h l ʒ, ex hypotheſi eſt rectus, patet per 32. primi, q̄d illi duo anguli qui ſunt h l ʒ, & h ʒ l, ſunt æquales uni recto. Angulus ergo f l ʒ eſt rectus, linea ergo l ʒ cōtingit circulū k l e m, p 15. tertij. Sequitur ergo idē q̄d prius, & hoc eſt notandū, quod in hac diſpoſitiōe centrū uiſus & ipſorū uiſibiliū ſemper locus imaginis eſt in cētro uiſus patet p 37. quinti huius, quoniā ut patet ibi, cōcurrit kathetus incidētiæ cū linea reflexionis, patetq́ ex p̄miſsis, quomodo in hac diſpoſitione de facili inuenitur punctus reflexionis, imò puncta duo quæ ſunt inter ſectiones duorū circulorū, patet ergo propoſitum.

XVIII.

Duorum punctorum in eadem diametro ſpeculi ſphærici concaui exiſtentium formis ex aliquo puncto ſpeculi adinuicem reflexis eaſdem ab aliquo puncto alio eiuſdem quartæ illius circuli impoſsibile eſt reflecti.

Sit diſpoſitio quæ in figuris proximis, reflectaturq́ forma pūcti h, ad punctū z, à puncto ſpeculi l, dico quod impoſsibile eſt, ut formarum illorum punctorum reflexio fiat ad inuicem ab aliquo alio pūcto illius eiuſdē quartæ circuli, quæ eſt b a, q̄ à puncto l. Sit enim ſi poſsibile eſt, ut fiat à pūcto ſ, eiuſdē quartæ, & ducantur lineæ z l, h l, z ſ, e l, e ſ, quia itaq; angulus z l h, diuiſus eſt per æqualia per lineam e l, patet per 3. ſexti, quia eſt proportio lineæ z l, ad lineā l h. Sicut lineæ z e ad lineā e h, ſimiliter quia angulus z ſ h, diuiſus eſt per æqualia per lineam e ſ. Erit per 3 ſexti, proportio lineæ z ſ, ad lineam l h, ſicut lineæ z e, ad lineam e h, ergo per 11. quinti, erit proportio lineæ z ſ, ad lineam ſ h, ſicut lineæ z l ad lineam l h, ergo per 16. quinti, erit permutatim proportio lineæ z ſ ad lineam z l. Sicut lineæ ſ h, ad lineam l h, ſed linea z ſ eſt minor quàm linea z l, per 7. tertij, ergo linea ſ h eſt minor quàm linea h l, quod eſt contra eandem 7. tertij, quoniam eſt linea ſ h, propinquior centro ſpeculi quod eſt e, quàm linea h l. & quoniam de quolibet pūcto arcus a b, poteſt eadem fieri deductio, patet ergo quod nō poteſt fieri reflexio ab aliq̄ puncto quartæ circuli a b alio q̄ à puncto l. Similiter quoq; demonſtrandū eſt in quarta circuli, quæ eſt b g, ſi ab illius aliquo puncto fiat reflexio, patet ergo propoſitum.



XIX.

Centro ſpeculi ſphærici concaui exiſtente extra lineam connectentem centrum uiſus, & punctum rei uiſæ in diametris diuerſis exiſtentia, & æqualiter diſtantia à centro ſpeculi, ab uno tantum puncto ſemicirculi, in cuius ſemidiametris illa puncta non conſiſtunt, fit reflexio ad uiſum.



Sit ſpeculi concaui circulus a b g, cuius centrū ſit d, diameter a g, & ſemidiamerer d b, orthogonaliter erigatur ſuper diametrum a g, ſitq́ centrum uiſus punctum z, & punctus rei uiſæ ſit h, & ducatur linea z h, ſecans productam ſemidiametrū d b, in puncto e, ita q̄d centrū ſpeculi d, ſit inter lineam z h, & ſuperficiem ſpeculi à qua fit reflexio, diſtentq́ puncta z & h, æqualiter à puncto d, quod eſt centrum ſpeculi, propter quod erit linea b d e, perpendicularis ſuper lineam z h, dico q̄d forma puncti h, reflectitur ad uiſum z, ab uno tantum pūcto ſemicirculi a b g, quod eſt b, ducantur enim lineæ d z, d h, z b, & b h, & [illegible] a per tertiam tertij, linea d e b, diuidit lineam h z, per æqualia, p[illegible]ict quod duo latera b e & e h, ſunt æqualia duobus lateribus b e & z e, & anguli b e h &

b e z

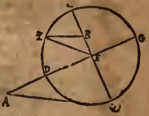
b e z,ſunt æquales,quia recti, ergo per 4.primi,patet quoniā anguli z b e,& h b e,ſunt æquales,fit ergo ꝑ 20.huius reflexio formæ puncti h, à pūcto ſpeculi b,ad centrū uiſus q̄d eſt z,dico itaqꝫ q̄d nō poteſt ab aliquo alio pūcto ſpeculi fieri hæc reflexio. Si enim detur quod fiat à puncto t,ducantur lineæ z t & t h,& à centro d,ducatur ad punctum reflexiōis t,linea d t,quæ producta ad lineam z h,ſecet ipſam in pūcto k, qā itaqꝫ per 20.quinti huius,linea k t,diuidit angulū z t h,ꝑ æqualia, patet per 3.ſexti,quoniā eſt proportio lineæ z t,ad lineam t h. Sicut lineæ z k,ad lineā k h,ſed linea z k,eſt minor ꝗ linea z e,ergo & ꝗ linea k h. Erit ergo linea z t,minor ꝗ linea t h, ſed ꝑ 7. tertij linea z t,eſt maior ꝗ linea z h,& linea h b maior ꝗ linea h t,erit ergo linea z b,minor ꝗ linea h b,q̄d eſt cōtra p̄miſſa,& cōtra 4.primi. Nō ergo reflectetur forma pūcti h,ad cētrū uiſus exiſtēs in pūcto z,à pūcto ſpeculi t. Similiter quoqꝫ demōſtrandū eſt de q̄libet pūcto ſemicirculi a b g,patet ergo propoſitum.



XX.

Centro uiſus & puncto rei uiſæ exiſtentibus in diametris diuerſis circuli magni ſphærici ſpeculi concaui, poſsibile eſt reflexionem fieri ab aliquo puncto arcuum interiacentium diametros circuli tranſeuntis per illa puncta, non autem ab aliquo puncto arcuum aliorum.

Circulus qui eſt cōmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici concaui, ſit d g t q,& ſit a centrū uiſus intra ſpeculū ſphæricū concauū,& ſit e centrū ſpeculi, & ſit b punctus rei uiſæ, & ducatur diameter d a g,per centrū uiſus a,& ducatur diameter t q, ut contingit,dico quod ſi fuerit b,punctus rei uiſæ in ſemidiametro e t, poteſt fieri reflexio formæ eius ad uiſum a,ab aliquo puncto ſemicirculi d t g & ab aliquo pūcto ſemicirculi ſibi oppoſiti,qui eſt d q g,ducatur enim à pūcto b,rei uiſæ ad aliquod punctū ſemicirculi g t d arcus quartæ t d,quod ſit pūctus m,linea incidentiæ quæ ſit b m, & ducantur lineæ b a & m a,& ducatur diameter e m quæ quia diuidit baſem a b,trigoni a m b, diuidit ergo angulū b m a,ꝑ 20.primi huius,producatur ergo ſemidiameter m e,ad partē circumferentiæ,quæ opponitur puncto m,in punctū,qui ſit punctus h,arcus g q,& ducantur lineæ b h & a h.ſecabit quoqꝫ linea a h, diametrū t q. Sit ut ſecet ipſum in pūcto t,& linea h b,ſecabit eandē diametrū t q,in puncto b. Sunt quoqꝫ puncta b & c.ex diuerſis partibus centri e, linea ergo e h,diuidet angulum a h b,per 29.primi huius. quoniam diuideret ei baſem ſubtēſam,quę eſt b c,dico itaqꝫ quod forma puncti b,poteſt reflecti ad uiſum a,uel ab aliquo puncto arcus interiacentis ſemidiametros e t & e d,in quibus ſunt pūcta a & b,qui eſt arcus t d, & ſimiliter ab aliquo puncto arcus illi arcui oppoſiti interiacentis alias ſemidiametros illi conterminales,qui ſunt e g & e q, utpote ab aliquo puncto arcus,qui eſt a g,& quod non poteſt reflecti ab abliquo puncto arcus g t. Si enim hoc dicatur eſſe poſsibile, ſumatur tunc aliquis punctus arcus g t,qui ſit k,propinquius puncto t,& ducantur lineæ a k & k b,producatur linea k b,donec cadat ſuper diametrū d g,in punctū o,cadet autē per 14.primi huius, ideo quia angulus b e d eſt rectus,& angulus k b t eſt acutus,& omnes illæ lineæ ſunt in eadem ſuperficie,quoniā ergo puncta o & a,ſunt in eadē parte centri circuli, quod eſt e, patet q̄d perpendicularis ducta à puncto k,ad centrū e, non diuidit angulum o k a, & ita forma puncti b,non poteſt reflecti ad uiſum a à puncto ſpeculi quod eſt k. Similiter ſumpto alio puncto quod ſit f,ita ut linea b f,ſit æquediſtans diametro d g,uel quod angulus f b t,fiat obtuſus. Semper enim tunc patebit,quoniā perpendicularis e f,nō diuidit angulū b f a, ꝑ 29.primi huius,quoniā cadet extra a b,baſem trigoni a b f,nō ergo poteſt reflecti forma puncti b,ad uiſum a,à puncto ſpeculi f,ergo neqꝫ ab aliquo puncto arcus oppoſiti arcui



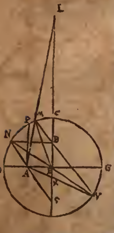
 g t,qui

g t,qui eſt arcus d q,eodē quoq; modo demōſtrandū ſi b punctus rei uiſæ fuerit in ſuperfi
cie ſpeculi,aut extra ſpeculū,dū tamē punctū a,quod eſt centrū uiſus,ſit intra ſpeculū , &
idem erit modus probandi. Similiter quoq; ſi punctus a , centrū uiſus fuerit in ſuperficie
ſpeculi , & pūctus b,fuerit interius uel exterius,idē eſt probandi modus. Si etiā centrū ui
ſus a,fuerit extra ſpeculū.& pūctus b,rei uiſæ fuerit intra ſpeculū,patet idē quod propoſi
tū eſt. Ducantur enim à pūcto a,cētro uiſus lineæ cōtingente circulū g t d , per 16. tertij,
quæ ſint lineæ a h & a 3,& ducantur duæ diametri una uiſualis quæ ſit a e g , & alia quæ
ſit t e q,& ſit b pūctus rei uiſæ in diametro t e q,palam itaq; ex præmiſsis,quia reflectitur
forma pūcti b,ad uiſum a,ab aliquo puncto arcus t d. Igitur ab aliquo pūcto arcus t 3,quia
impoſsibile eſt ut reflectatur ab aliquo pūcto arcus 3 d,quoniā ille arcus cadit ſub pūcto
cōtingentiæ,& etiā ꝓpter inæqualitatē angulorū,quoniā per 15. tertij,angulus e 3 a eſt
rectus,& angulus b 3 e per 42. primi huius,erit minor recto,cui fiūt inæquales oēs angu
li cōſtituti ſuper lineā 3 a. Similiter q̄q; ab aliquo pūcto arcus q g,q̄ eſt oppoſitus arcui t
d,poteſt fieri reflexio formæ pūcti b ad uiſum exiſtentē in puncto,ſed ab arcu t g,uel d q
nulla fiet reflexio propter ſupradicta,ſimiliter'q; permutato puncto b,in aliam diametrū
quæ ſit idem diameter t q,idem accidet quod prius,patet ergo propoſitum.

XXI.

Centro uiſus & puncto rei uiſæ exiſtentibus in diuerſis diametris circuli
magni ſpeculi ſphærici concaui,ſi à centro uiſus ducatur linea æquediſtans di
ametro in qua eſt punctum rei uiſæ ſecans circulum,erunt omnia loca imagi-
num punctorum reflexorum ab arcu ſpeculi interiacente terminum diametri
rei uiſæ,& illam æquediſtantem extra ſpeculum & loca imaginum reflexarū
à reliquo arcus interiacente diametros erunt ultra uiſum,oppoſiti uero arcus
loca imaginum erunt inter centrum uiſus & ſpeculum.

Sit diſpoſitio quæ prius,& ducatur à pūcto a,linea æquediſtans ſemidiametro t e,quæ
ſit a p,dico quod loca imaginū reflexarum à punctis arcus r p, erunt extra ſpeculum,loca



uero imadinū arcus p d,erunt ulrra centrū uiſus,qđ eſt a, loca uero
imaginū arcus q g,erūt inter centrū uiſus & ſpeculi ſuperficiē , dato
enim qđ forma pūcti b,exiſtens in ſemidiametro t e , reflectatur ad
uiſum exiſtentē in ſemidiametro t e, ab aliquo pūcto arcus p t , qui
ſit m & b,palā per 14. primi huius,qđ lineæ a m & b e, cōcurrent ul
tra pūcta m & b,extra ſpeculū. Sit quoq; punctus concurſus l, qui p
37. quinti huius,erit locus imaginis formæ puncti b,quod ſi à pun-
cto n,arcus d p,fiat reflexio,patet per eandē 14. primi huius , quoni
am linea a n & b e,concurrent ultra puncta a & e , ſit concurſus in
puncto ſ,erit'q; punctum ſ,locus imaginis formæ puncti b,retro ui-
ſum. Si uero forma puncti b,reflectatur ad uiſum a,ab aliquo pun-
cto arcus q g,quoniā in præmiſſa oſtēſum eſt hoc eſſe poſsibile . Sit
ut illa reflexio fiat à puncto arcus q g,quod ſit u,palā itaq; quoniā li-
nea b e,producta diuidit angulū a e u,ergo per 29. primi huius , pa-
tet qđ ipſa ſecat baſem a u,ſit ut ſecet ipſam in puncto x, linea itaq;
a u,quæ eſt linea reflexionis,& kathetus incidētiæ formæ puncti b,
qui eſt b e,ſecat ſe in puncto x,eſt ergo per 37. quinti huius, punctū
x,locus imaginis formæ puncti b,& ipſe eſt inter uiſum & ſpeculum
ſecundū hoc itaq; loca imaginū diuerſantur,ut etiam declaratū eſt
in 10. huius,nunq̄ aūt eſt poſsibile locū imaginis eſſe in cētro uiſus,niſi cū punctus rei ui
ſæ & cētrū uiſus in eadē ſunt diametro. Tūc emim facta reflexione,utcunq; ſit poſsibile,
ſemper patet qđ linea reflexionis & kathetus incidentiæ cōcurrunt in centro uiſus, quo
niam ſolus ille punctus ambabus illis lineis eſt cōmunis,patet itaq; quod proponebatur.
Semper enim eodē modo eſt demonſtrandū propoſitum,ſiue punctū a,centrū uiſus ſit in
tra ſpeculū,ſiue in ſuperficie ſpeculi,ſiue extra ſpeculū , dū tamen linea à puncto a , ducta

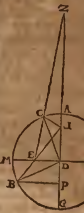
æque

æquediſtanter diametro in qua eſt punctum rei uiſæ ſecet circulum ſpeculi, & non contingat ipſum, forma uero reflexa à puncto p ſecundum lineam p a, ſi punctus cuius forma reflectitur fuerit in ſemidiametro t e, cui æquediſtat linea a p, poteſt uideri in ipſa ſpeculi ſuperficie, ut oſtendimus in undecima & duodecima libri huius.

XXII.

Quilibet punctus diametri circuli magni ſpeculi ſphærici concaui poteſt eſſe locus imaginum quantumcunq; producatur.

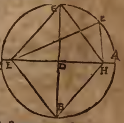
Sit a d diameter circuli ſpeculi ſphærici concaui, qui ſit a p m g, cuius circuli centrum ſit d, producaturq́; extra circulum, & ſignetur in ipſa punctum z, ſitq́; punctus e cẽtrum uiſus intra circulum in ſemidiametro m p, dico quod punctus z, poteſt eſſe locus imaginis, ducantur enim linea e t z, per t pũctum circumferentiæ circuli, & ducatur linea d c, erit angulus e c d acutus, per 43. primi huius, fiat itaq; angulus d c l ſuper terminum lineæ d c, æqualis angulo e c d, per 23. primi, ſecetq́; linea c l diametrum d a in puncto l, palam itaq; per 20. quinti huius, quoniam forma puncti l, reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto e, à pũcto ſpeculi qđ eſt c, & eius imaginis locus eſt in pũcto z, per 37. quinti huius, quoniam in illo puncto concurrit kathetus incidentiæ, qui eſt d l z, cũ linea reflexionis quæ eſt c e, & aſſumatur punctus diametri a g intra circulum, qui debet oſtendi poſſe eſſe locus imaginis, ut ſi ille pũctus ſit l, palam quia & ipſe erit locus imaginis alicuius formæ, ducatur enim linea e l, & producatur uſq; ad punctum circumferentiæ quod ſit b, & ducatur linea d q, eritq́; angulus d b e acutus, per 42. primi huius, fiat ergo æqualis ſibi, qui ſit d b p, palam itaq; per 20. quinti huius, quoniam reflectitur forma puncti p ad uiſum e, à puncto ſpeculi b, & locus imaginis formæ puncti p eſt punctus l, per 37 quinti huius, ſumpto quoq; quolibet puncto alio eadem eſt probatio, patet ergo propoſitum.



XXIII.

Centro uiſus & puncto rei uiſæ in eadem circuli magni diametro exiſtentibus punctorum reflexorum à ſpeculis ſphæricis concauis quilibet eſt locus imaginis centrum uiſus, poſsibile eſt ut ab uno tantum ſemicirculi puncto fiat reflexio ad uiſum, uel tantum à quolibet unius alterius circuli determinati puncto.

Eſto circulus ſpeculi ſphærici concaui g z b a, cuius centrum ſit d, & interſecent ſe in ipſo duæ diametri z a & g b orthogonaliter, & ſit in diametro z a punctus e, qui ſit centrum uiſus z h, qui ſit punctus rei uiſæ, ſit in eadem diametro z a, quoniam ubicunque fuerint centrum uiſus, & punctus rei uiſæ in una illius circuli diametro, ſemper poſſunt dictæ diametri taliter produci, ut ſe orthogonaliter interſecent, diametro z a, per puncta e & h tranſeunte, aut ergo linea e d interiacẽs centra uiſus & ſpeculi eſt æqualis lineæ d h aut non. Si ſit æqualis, ita quod illa puncta æqualiter diſtent à centro ſpeculi, ducantur lineæ h g, h b, e g, e b, palam itaq; per 4. primi, quoniam triangulus h g d eſt æqualis triangulo g d e, & æqualis triangulo h d b & triangulo e d b, & ipſorum anguli reſpicientes æqualia latera ſunt æquales, & quoniam angulus h g d eſt æqualis angulo d g e, palam quia angulus h g e, diuiditur per æqualia per lineam g d, poteſt ergo per 20 quinti huius, forma puncti h à puncto ſpeculi g, reflecti ad uiſum in punctum e, & erit per 37. quinti huius, locus imaginis punctus e, quod eſt centrum uiſus Similiterq́; poteſt forma puncti h à puncto ſpeculi b reflecti ad uiſum in punctum e, & erit iterum locus imaginis punctum e, per eandem quæ prius. Si itaq; diametro z a ma-



nente immobili, ſemicirculus z g a, imaginetur moueri per ſphæram ſpeculi, aut etiam ſolus triangulus h g e, moueatur fixa manente latere e h, palam quia punctus g, motu ſuo deſcribit circulum, & à quolibet puncto illius circuli reflecti poteſt forma puncti h ad uiſum e, & locus imaginis erit ſemper punctus e quod eſt centrum uiſus, quod autem ab alio puncto ſpeculi quàm ab aliquo puncto illius circuli non poſsit forma puncti h, reflecti ad uiſum e, meniſeſtum eſt. Si enim reflecteretur ab alio circulo quàm ab illo quem motu ſuo cauſat punctum g uel punctum b, tunc reflecteretur ab alio puncto illius ſemicirculi a g z. Sit ergo ut reflectatur à puncto illius quod ſit c, & hoc erit extra illum circulum imaginatum in ſuperficie ſpeculi, ducãtur quoq; lineæ h c & e c, eritq; linea e c maior quàm linea c g, per 7. tertij, & erit linea h c minor quàm h g per eandem 7. tertij, non ergo erit proportio lineæ e c ad lineam h c, ſicut lineæ e d ad lineam b d, quæ ſunt æquales, ergo per 3. ſexti, angulus e c h non diuiditur in duo æqualia per lineam d c, non ergo reflectitur forma puncti h ad uiſum e, à puncto ſpeculi c, & eadem eſt deductio ſi ſumatur punctus c inter puncta g & z, in arcu z g, palam itaq; quoniam centro uiſus quod eſt e, à puncto rei uiſæ, quod eſt h, exiſtentibus in eadem diametro, & æqualiter diſtantibus à centro ſpeculi, ſemper fit reflexio formæ puncti uiſi ad uiſum modo propoſito, quod ſi puncta ducta in eadem diametro exiſtentia inæqualiter diſtent à cẽtro ſpeculi puncto d, utpote ſi linea e d fuerit maior quàm linea d h, addatur lineæ d h linea h q, p 126. primi huius, taliter ut illud quod fit ex ductu lineæ e q, q h ſit æquale quadrato lineæ d q, erit ergo per 16. ſexti, proportio lineæ e q ad lineam d q, ſicut lineæ d q ad lineam h q, fiat ergo circulus ad



quantitatem ſemidiametri d q, cuius centrum ſit q, & quoniam ille circulus interſecat circulum g z b a in duobus locis, per decimam tertij, ſunt illa loca ſectionis puncta g & b, ducantur lineæ e g, e b, q g, q b, d g, d b, h g. h b. & quia linea q g, eſt æqualis lineæ q d, per diffinitionem circuli, palam per 7. quinti, quoniam eadem eſt proportio lineæ e q ad lineam q g & ad lineam q d, eſt ergo proportio lineæ e q ad lineam q g, ſicut lineæ g q ad lineam q h, angulus uero g q h communis eſt utriq; triangulorum qui ſunt e q g, & h q g, ergo per 6. ſexti, illi duo trianguli ſunt æquianguli Erunt quoq; eorum latera proportionalia per 4. ſexti, erit ergo proportio lineæ e q ad lineam q g, ſicut lineæ e g ad lineam g h, erit quoq; per 19. quinti, proportio lineæ e d ad lineam d h, ſicut lineæ e q ad lineam d q, ergo per 11. quinti, erit proportio lineæ e d ad lineam d h, ſicut lineæ e g ad lineam g h, ergo per 3. ſexti, linea d g diuidit angulum h g e per æqualia. Igitur per 20. quinti huius, forma puncti h à puncto ſpeculi g, reflectitur ad punctum e, qui eſt centrum uiſus, & eſt punctum e locus imaginis ſuæ, & ſimiliter forma puncti h, à puncto ſpeculi g reflectitur ad punctum e, qui eſt centrum uiſus, & eſt punctum e, locus imaginis ſuæ. Si ergo imaginetur moueri triangulus e g h trans ſphæram ſpeculi linea h e remanente immota, tunc punctus g, deſcribet circulum in ſuperficie concaua ſpeculi, à cuius quolibet puncto reflectetur forma puncti h ad uiſum exiſtentem in puncto e, & ſemper erit locus imaginis punctus e, quod uero ab alio puncto quàm illius circuli, non poſsit forma puncti h reflecti ad uiſum e, patet ut prius. Si enim ſumatur punctus c inter puncta g & a, erit per ſe primã tertij, linea e c maior quàm linea e g, & linea h c minor quàm linea b g, non erit igitur proportio lineæ e c ad c h, ſicut e d ad d h, per 8. quinti, ergo per 3. ſexti, linea c d non diuidit angulum e c h per æqualia. non ergo reflectetur forma puncti h ad uiſum e, à puncto ſpeculi c. Similiter quoq; ſit punctus c, à quo debeat fieri reflexio cadat in arcum g z, idem ſequitur impoſsibile, patet ergo propoſitum. Sicut autem hic de punctis & circulis mathematicis demonſtrata ſunt, ſic de punctis medijs naturalium imaginum reflexarũ intelligenda ſunt, forma enim puncti h, continua uidetur formis aliorum punctorum & eſt media intelligenda in tota imagine naturali reflexa, & punctus medius totius illius formæ erit in puncto e, quod eſt centrum uiſus, & reflectetur tota forma à loco circulari

ſpeculi

ſpeculi habente ſenſibilem latitudinem,cuius medium mathematicum eſt circulus prædi ctus,& ſunt puncta e & h poli illius circuli. Cum autem linea e d fuerit maior quàm linea d h,in tantum poterit eſſe maior in quantum non reflectetur forma puncti h ad uiſum e à puncto ſpeculi g prout oſtendimus per 17.huius,ubi enim fuerit proportio,exceſſus lineæ e d ſuper lineam d h,ad lineam h d maior ꝙ lineæ e h ad lineam a h,non poterit forma puncti h reflecti ad uiſum e,per 16.huius,eritq; proportio lineæ e a ad lineam a h maior quàm lineæ e d ad lineam d h.aliàs enim non poterit reflecti forma puncti h ad uiſum in punctum e,quia ſi detur quod poſsit reflecti,ſit ut reflectatur à pũcto g, dico itaq; quod neceſſario ſequitur,ut maior ſit proportio lineæ e a ad lineam h a, quàm lineæ e d ad lineam d h,erit enim ex 42.primi huius,angulus h d g acutus, erit quoq; per eandem 42.primi huius,angulus d g h minor recto,ducatur itaq; à puncto g,linea cõtingens circulum a g z b,quæ ſit g f,hoc ergo neceſſario concurret cum linea e h, per 14. primi huius,cum angulus h d g ſit acutus,& angulus d g f rectus,per 17.tertij, ſit concurſus punctus f,erit ergo per 13.huius,kathetus incidentiæ qui eſt h d ad lineam d e,ductam à centro ſpeculi ad locum imaginis,ſicut lineæ h f ductæ à puncto rei uiſæ ad finem contingentiæ ad lineam f e,ductam à fine contingentiæ ad locum imaginis,ergo per 5.primi huius erit econuerſo proportio lineæ e f ad f h,ſicut lineæ e d ad lineam d h. Sed maior eſt proportio lineæ e a ad lineam a h,quàm ſit lineæ e f ad lineam f h,per 4.primi huius,quoniam æquali linea quæ eſt f a,addita utrobiq; minuitur proportio,igitur maior eſt proportio lineæ e a ad lineam h a,quàm ſit lineæ e d ad lineam d h. Si itaq; forma puncti h reflectitur ad uiſum e,neceſſarium eſt ut proportio lineæ e a ad lineam h a,ſit maior quàm lineę a d ad lineam d h,hoc itaq; cum fuerit erit ex hac diſpoſitione centri uiſus & puncti rei uiſæ ſicut prius demonſtratum , palam ergo ſunt omnia quæ propoſita ſunt,cum centrum uiſus & punctus rei uiſæ fuerint in eadem diametro circuli propoſiti ſpeculi, patet ergo propoſitum.

XXIIII.

Puncto rei uiſæ & centro uiſus exiſtentibus extra ſpeculum ſphæricum concauum non in eadem diametro circuli qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi non poſsibile ut fiat ad uiſum reflexio niſi ab uno tantũ puncto,& unicus tantum imaginis erit locus.

Eſto c punctus rei uiſæ,& h centrum uiſus,& ſit d centrum ſpeculi, & ducantur lineæ h d,c d, h c, ſuperficies itaq; reflexionis,quæ per 3.huius,eſt ſuperficies h d c,ſecat ſuperficiem ſpeculi per ſecũdam huius, ſuper circulum qui ſit e b q g,palam itaq; quod forma puncti c non reflectitur ad uiſum h,niſi ab aliquo pũcto huius circuli, nõ enim fit aliqua reflexio extra ſuperficiem reflexionis,producatur itaq; linea h d ,ultra centrum d,donec ſecet circumferentiam circuli , & ſit punctus ſectionis a,& producatur linea ç d ultra punctum d,ſecans circulum in pũcto q,incidatq; linea h d circulo in puncto g,& linea c d in puncto b. palam ergo per 20.huius,cum ſolum ſit poſsibilis reflexio ab arcubus interiacentibus diametros,in quibus ſunt centrum uiſus, & punctus rei uiſæ,quod forma puncti c ad uiſum exiſtentem in puncto h,non reflectitur ab aliquo puncto arcus q g uel arcus b a, reflectitur itaq; aut ab aliquo pũcto arcus g b,aut ab aliq̃ pũcto arcus q a, diuidatur itaq; angulus c d h per æqualia per 9.primi,diuidatq; ipſum linea d e l.ſecans circuli periferiam in puncto e,& lineam h c in puncto l, & à puncto e,ducatur linea contingens circulum per 16.tertij, quæ ſit k e f. Si itaq; puncta c & h fuerint ſuper aliam lineam contingentem,ubicunq; conſiſtant,palam quod non eſt poſsibile reflecti formam puncti c ad uiſum h, ab aliquo puncto h g. Si enim à puncto c ducatur linea ad aliquem interiorem punctum huius arcus,linea à puncto h, ad idem punctum ducta cadet ſuper eundem arcum ex terius



terius & non interius, cum punctum ſit extra ſpeculum, & ita non erit reflexio à parte interiori cõcauitatis, ſcilicet ſpeculi, ipſo corpore ſpeculi impediente, ab arcu uero a q poſſibile eſt, ut fiat reflexio, quoniam lineas ductas à puncto c, & à puncto h, concauitati illius arcus poſsibile eſt incidere, producatur itaq; linea l d, donec ſecet arcũ a q, & pũctus ſectionis z, dico quod à puncto z reflectetur forma puncti c ad h centrum uiſus, ducantur enim lineæ c z, h z, ſecetq; linea h z kathetum incidentię, qui eſt c d q, in puncto p, cũ itaq; angulus c d h ſit diuiſus per æqualia, patet q̄d angulus c d z eſt æqualis angulo h d z, per 13. primi, lineæ itaq; c d & h d, aut ſunt æquales aut non, ſi ſunt æquales, & linea d z eſt cõmunis, erit per 4. primi, triangulus c z d æqualis triangulo h z d, & angulus c z h. eſt diuiſus per æqualia per lineam d z, ergo per 20. quinti huius, forma puncti c reflectetur ad uiſum in punctũ h, à puncto ſpeculi z, ſed neq; eſt poſsibile à puncto alio arcus reflecti formam puncti c ad h. Sic enim ſi eſt poſsibile quod reflectatur à puncto o & ducãtur lineæ c o & h o, linea quoq; o d m ducta per centrum ſpeculi, diuidat angulum c o h per æqualia, ſecetq; lineam h c in puncto m, palam ergo per 8. tertij, quoniã linea c z eſt minor quàm c o, & linea h o eſt minor ꝙ linea h z, eſt autem per 3 ſexti, cum angulus c z h ſit diuiſus per æqualia, proportio lineæ c z ad lineam h z, ſicut lineæ c l ad lineam h l, proportio uero lineæ c o ad lineam h o, per eandẽ 3. ſexti, eſt ſicut lineæ c m ad lineam m h, ſed per 9. primi huius, maior eſt proportio lineæ h z ad lineam c z, ꝙ lineæ h o ad lineã c o, ergo per 11. quinti, maior eſt proportio lineæ h l ad lineam l c, ꝙ lineæ h m maioris, ꝙ ſit linea h l ad lineam m c minorem, ꝙ ſit linea l c, quod eſt impoſsibile, ſemper enim eſt minor proportio quantitatis minoris ad maiorem ꝙ maioris ad minorem, quod faciliter patet per 9. primi huius, non ergo fiet reflexio formæ puncti c ad uiſum h, à puncto ſpeculi o. Similiter etiam demonſtrandum, quod à nullo alio niſi à ſolo puncto z, quod eſt propoſitum, quod ſi lineæ c d & h d ſint inæquales, fiat reſectio maioris ad æqualitatẽ minoris, per 3. primi, & ordinetur demonſtratio ut prius, & quoniam forma puncti cuiuſcunq; rei uiſæ in eadem linea exiſtentis ſemper reflectitur ab eodem puncto cuiuſcunque ſpeculi ad uiſum in quocunq; puncto eiuſdem lineæ exiſtentis, quoniam linearum inæqualitas naturam reflexionis nõ immutat, ut patet per 20. quinti huius, ſemper enim angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis, patet quod quæcunq; iſtarum linearũ fuerit maior ꝙ alia quod non impedietur propter hæc reflexio, & quod tantum ab uno puncto ſpeculi fiet reflexio, & hoc per diligentiam perquirentis ſecundum modum præmiſſum poterit declarari, & quia in tali diſpoſitione cẽtri uiſus, & puncti rei uiſæ ab uno tantum puncto ſpeculi fit reflexio ad uiſum, patet quod unica eſt linea reflexionis quæ h z, unicus eſt ergo locus imaginis, ſcilicet punctus p, in quo eſt linea reflexionis quæ eſt h z ſecat kathetum incidentiæ quæ eſt c d q, patet ergo propoſitum.

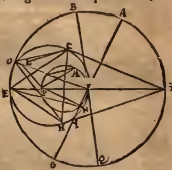
XXV.

Si angulum à duobus diametris circuli magni ſpeculi ſphærici concaui contentum diuidat tertia diameter per æqualia, & à puncto ſectionis circumferentiæ & diametri medij ducantur perpendiculares ſuper alias duas diametros, puncta diametrorum, in quæ cadunt perpendiculares ad ſe inuicem reflectuntur tantum ab illo puncto circumferentiæ, & à puncto ſibi oppoſito, & quodlibet punctum diametri interiacens illa puncta, & centrum ſpeculi reflectitur ad punctum alterius diametri æqualiter ei condiſtanti à centro ab eiſdem duobus punctis, & loca imaginum erunt tantum duo.

Sint circuli qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici concaui, cuius centrum d, duæ diametri a g & b q, & diameter e d z diuidat angulum b d g per æqualia per 9. primi, & à puncto ſpeculi cui incidit diameter z p e, ducantur duæ perpendiculares ſuper duas ſemidiametros b d & d g, per 12. primi, quæ ſint e c & e h, palam ergo per 26. primi, quod trianguli e c d & e h d ſunt æquales & ęquianguli, quoniam enim angulus b d g diuiſus eſt per æqualia per lineam d e, & anguli e c d & e b d ſunt recti, & linea e d eſt ambobus illis trigonis cõmunis, patet ergo quod angulus c e d eſt æqualis

angulo

angulo d e h, ergo per 20. quinti huius, forma puncti c reflectitur ad uiſum exiſtentem
in puncto h à puncto ſpeculi quod eſt e, & eodem modo forma puncti h reflectitur ad ui-
ſum exiſtentem in puncto c à puncto ſpeculi e. Similiterq; fiet reflexio à puncto z du-
ctis lineis c z & h z, cum enim ex præmiſſis lineæ c d & h d ſint æquales, & per 13. primi,
anguli h d z & c d z ſint æquales, erunt per 4. primi anguli c z d & d z h æquales, fiet er-
go mutua reflexio punctorum c & h, ad inuicem à puncto ſpeculi quod eſt z, patet autē
per 20. huius, qđ nō reflectetur forma pūcti c ad punctū exiſtentē in pūcto h, ab aliq̄ pun-
cto arcus a b, uel ab aliq̄ pūcto arcus g q, nec ab aliq̄ pūcto arcus a q, nec à pūcto z, p 19.
huius, & q̄m idem accidit impoſſibile contra 9. primi huius, qđ in proxima præmiſſa du-
cta prius linea c h: quod uero ab aliquo puncto arcus b g alio quàm puncto e, non poſ-
ſit fieri reflexio formæ puncti c ad uiſum h ſic patebit, detur enim quod illa reflexio poſ-
ſit fieri à puncto o, & ducantur lineæ c o & h o, d o, fiatq; circulus ſecundū quantitatem
diametri d e, palam ergo per 30. tertij, cum anguli e c d & e h d ſiunt recti, quoniā ille cir-
culus tranſibit per quatuor puncta quæ ſunt c d h e, cum itaq; punctus e, ſit communis
utriq; illorum circulorum, & ſit ſuper eandem diametrum e d, cōtingat circulus maior
minorem tantum in puncto e, p 12. tertij, & nō in alio, circulus itaq; minor qui eſt e c d h
ſecabit lineam d o productam in minori circulo, quoniam ſi non ſecaret, tunc continge-
ret in puncto o circulum maiorem, & ſic ipſum contingeret in duobus punctis quod eſt
impoſſibile. Sit ut ſecet ipſum in puncto l, & ducantur lineæ c l & h l, quia uero ut patet
ex præmiſſis, linea c d eſt æqualis lineæ d h, erit arcus d h circuli minoris æqualis arcui
d c, per 27. tertij, ergo per 26. tertij, angulus c l d eſt æqualis angulo d l h, ergo per 13. pri-
mi, angulus c l o eſt æqualis angulo h l o, ſed angulus l o c eſt æqualis angulo l o h, p 20.
quinti huius, & ex hypotheſi, & latus o l eſt cōmune ambobus trigonis c o l & h o l, ergo
per 26. primi, illi trigoni ſunt æquales & æquianguli, erit ergo linea c o æq̄lis lineæ h o,
quod eſt impoſſibile, quoniam per 7. tertij, linea
h o eſt maior quàm linea h e, & linea c o eſt mi-
nor quàm linea c e, per eandem 7. tertij, linea ue-
ro c e ut præmiſſum eſt, æqualis eſt lineæ h e, eſt
ergo linea h o maior quàm linea c o, non ergo re-
flectetur forma puncti c ad uiſum exiſtentem in
puncto h à puncto ſpeculi o, ſed neq; ab aliquo
alio pūcto arcus e b. Similiterq; eſt deducendū,
ſi punctus o, à quo ſupponitur fieri reflexionem ca-
dat in aliquod punctum arcus e g inter puncta
e & g. Reſtat ergo ut forma puncti c non refle-
ctatur ad uiſum h, ab aliquo puncto arcus b g,
niſi à ſolo puncto e, nec ab aliquo puncto arcus
a q niſi à ſolo puncto z. Item à puncto e ducatur



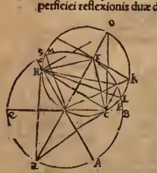
ut contingit linea e m ſuper partem diametri b q, quæ eſt e d & ſecetur linea h d pars æ-
qualis lineæ d m, per 3. primi, quæ ſit d n, & ducatur linea e n, palam per 16. primi, quod
angulus e m d eſt obtuſus, cum angulus e c d ſit rectus, ab angulo itaq; e m d, p 27. pri-
mi huius, reſecetur angulus rectus qui ſit d m p, & ducatur linea m p, hæc ergo erit æque
diſtans lineæ e c, per 28. primi, concurret ergo linea m p, per ſecundam primi huius, cū
linea e d, cum qua concurrit ſua æquediſtans, quæ eſt e c. Sit concurſus punctus p, & du-
catur linea n p, & fiat circulus ſecundum quantitatem diametri d p, eritq; per 30. tertij,
ille circulus tranſiens per quatuor puncta m d n p, quia cum angulus p m d ſit rectus,
& angulus m d p æqualis angulo p d n, & latus p d commune, erit per 4. primi, angulus
p n d rectus, cum itaq; arcus d n ſit æqualis arcui d m, per 27. tertij, erit angulus d p n æ-
qualis angulo d p m p 26. tertij, eruntq; trianguli d m p & d n p æquianguli per 32. pri-
mi, & quia linea n d eſt æqualis lineæ d m, erit per 4. ſexti, linea m p æqualis lineæ n p, &
quia angulus m p d eſt æqualis angulo n p d, erit ergo per 13. primi, angulus m p e æq̄-
lis angulo n p e, ergo per 4. primi, linea e p exiſtente communi triangulo n e p, & trian-

gulus m e p, erit angulus n e p æqualis angulo m e p, palam ergo quod forma punctim, reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto n, à puncto ſpeculi quod eſt e, & eorum ad inuicem fiet mutua reflexio, ſimiliter à puncto z, & nõ ab aliquo alio puncto arcus b a, uel arcus g q per 20. huius, neq; ab alio pũcto arcus b g quàm à pũcto e, nec ab alio puncto arcus q a quàm à puncto z. In his enim eſt eadem deductio quæ prius. Palam itaq; ſecundum modum prædictum, quia ſumpto puncto lineæ m d, & ductis lineis ad punctum illud à punctis c d h, & ſumpto pũcto ultimo in quo circulus minor ſecabit diametrum, & à puncto ſectionis ductis lineis ad puncta c & h, ſemper formæ illius puncti erit reflexio ad punctum ſibi ſimile lineæ d n, tantundem diſtans à centro ſpeculi quod eſt d, fietq; illa reflexio à puncto ſpeculi e, & à puncto illi oppoſito diametraliter quod eſt punctum z, eruntq; loca imaginum tantum duo, in quibus duæ lineæ reflexionis quæ ſunt e h & z h, cõcurrant cum katheto incidentiæ qui c d, patet ergo propoſitum. Hoc tamen eſt magis euidens ſi diametri b q & a g, ſecent ſe ad angulos non rectos, quoniam tũc loca imaginum cadunt aut retro uiſum, aut inter uiſum & ſpeculum. Si uero illæ diametri ſecuerint ſe ad angulos rectos, tunc ad huc loca imaginum erunt tantum duo, quoniam tũc ut patet per 28. primi, linea reflexionis quæ e h, eſt æquediſtans katheto incidentiæ quæ eſt c d, & uidebitur una imago formæ puncti c, in puncto reflexionis quod eſt e, per 11. huius, reliqua uero uidebitur in puncto z, quod ſit communis ſectio lineæ reflexiõis quæ eſt z k, & kathetus incidentiæ qui eſt c d, & ſic loca imaginis diuerſantur ſecundum quantitates angulorum à diametris contentorum, patet ergo propoſitum.

XXVI.

Si angulum à duabus diametris magni circuli ſpeculi ſphærici concaui contentum diuidat tertia diameter per æqualia, & à puncto ſectionis circunferentiæ & diametri medij ducantur perpendiculares ſuper alias duas diametros, quodlibet punctum unius diametrorum ſectarum interiacens perpendiculares & circunferentiam, reflectitur ad punctum alterius diametri æqualiter ei condiſtans à centro, à quatuor tantum circunferentiæ punctis, & ſecundum hæc loca imaginum numerantur.

Sint ut in proxima, circuli qui eſt communis ſectio ſpeculi ſphærici concaui, & ſuperficiei reflexionis duæ diametri b q & a g ſecantes ſe ſuper punctum d, centrum ſpeculi ſphærici concaui, & diameter e z diuidat angulum b d g, ab eis in centro contentum per æqualia. & ſumatur in ſemidiametro b d punctus c ſupra punctum, in quē cadit perpendicularis ducta à puncto e ſuper ſemidiametrum b d, & in linea d g, ſumatur eius pars quæ ſit d h æqualis lineæ d c, per 3. primi, & ducantur lineæ c e & h e, dico quod forma puncti c reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto h, à puncto ſpeculi quod eſt e, & à puncto z, ſibi diametraliter oppoſito, non autem reflectitur ab aliquo puncto arcus b a, uel arcus g q, eſt autem neceſſarium formam puncti c, reflecti ad uiſum exiſtentem in puncto h, ab aliquo puncto arcus e g, & ab aliquo puncto arcus e b, extrahatur enim à puncto c, perpendicularis ſuper lineam c d, per 11. primi, quæ ſit c o, &



quia linea c o eſt æquediſtans perpendiculari ductæ à puncto e, ſuper ſemidiametrum d h, per 28. primi, palam quia linea c o, producta cadet extra circulũ ſpeculi non ſecans punctum e, producatur ergo linea d e ultra punctum e, & quia angulus b d e eſt acutus, ideo quia ſemidiameter d e diuidit angulum b d g per æqualia, propter quod uterq; ipſorum eſt minor recto, palam quod linea c o, per 14. primi huius, concurret cũ linea d e, concurrant ergo in puncto o, & ducatur linea h o, palam itaq; per 14. primi, cum angulus d c o ſit rectus, quod etiam d h o eſt rectus, fiat itaq; per 5. quarti, circulus tranſiens per tria puncta c d h, qui per 30. tertij, neceſſario tranſibit per pũctum o, & erit linea

d o dia-

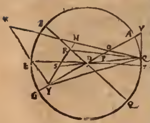
d o diameter eius, & ducatur per 16. tertij, linea contingens circulum b a z g in puncto e, quæ ſint k e, & quoniã circulus c d h o ſecat circulum b a z g, neceſſe eſt ipſum ſecari in duobus punctis per decimam tertij, ſint illa duo puncta l & m, & ducantur lineæ c l, h l, d l, c m, h m, d m, cũ itaq; linea recta quæ eſt c d, ſit æqualis lineæ h d, ut patet ex præmiſſis, erit arcus c d æqualis arcui d h, per 27. tertij, erit ergo per 26. tertij angulus c l d æqualis angulo d l h, & ita forma puncti c reflectitur ad uiſum h à puncto l, & ſimiliter angulus c d m eſt æqualis angulo d m h, per 26. tertij, ergo forma puncti c, reflectitur ad uiſum h à puncto m, palam igitur quod forma puncti c reflectitur ad uiſum h, & à punctis e z, l m, & quoniam lineæ reflexiõis ſunt quatuor, ſcilicet h e, h l, h m, h z, patet quod in communi ſectione unius cuiuſcunq; ipſarum & katheti incidentiæ, qui eſt c d, fit locus imaginis, & ſi aliqua illarum linearũ fuerit æquediſtans katheto c d, erit locus imaginis in puncto reflexionis per 11. & 13. huius, loca ergo imaginum ſunt quatuor uicinorum locorum reflexionis, non poteſt autem forma puncti c reflecti ad uiſum h, ab alio puncto præter hoc, detur enim ſi poſſibile eſt ut fiat reflexio formæ puncti ad uiſum h, à puncto alio ſpeculi præter hæc quatuor, quod ſit pũctum f, & ducantur lineæ c f, h f, d f, & producatur d f quouſq; concurrat cum linea contingente circulum b a z q in puncto e, & ſit exempli cauſa, punctus concurſus k, qui ſit communis ſectio lineæ e k, & periferiæ circuli d c, h e, concurrent autem lineæ d f & e k, per 14. primi huius, & ducantur lineæ c k & h k, erit itaq; ex hypotheſi, & per 20. quinti huius, angulus c f d æqualis angulo d f h, ergo per 13. primi, erit angulus c f h æqualis angulo h f k, ſed angulus c h k eſt æqualis angulo f k h, per 26. tertij, arcus enim in quos ad periferiam cadunt illi anguli, ſcilicet arcus circuli c d h o, qui ſunt d h & d c, ſunt æquales, & linea f k eſt communis, erunt ergo per 26. primi, trianguli c k f & h k f æquales, ergo per 4. ſexti, linea c k æqualis lineæ h k, quod eſt impoſſibile, quoniam ut patet per 8. tertij, linea h k eſt maior quàm linea h o, & linea c k minor eſt quàm linea c o, linea uero c o eſt æqualis lineæ h o, per præmiſſa, & eodem modo deducendũ ſi in arcu m g ſit datus punctus f, q̃m idem ſequitur poſſibile dato puncto f, in arcu g b, ubicunq; extra tria puncta m e l, quia ſi punctus k, qui eſt punctus lineæ contingentis cadat extra periferiam circuli m d c o, copulatis lineis à punctis ſectionis lineæ e k, ad periferiam circuli minoris præmiſſo modo erit deducendum, palam ergo quod non reflectatur forma puncti c ad uiſum h, ab aliquo alio puncto quàm ab his quatuor punctis. Si enim circulus fiat habens centrum in linea d z ad modum circuli c d, h o, habentis centrum in linea c o, palam per modũ 24. huius, ducta linea c h, quoniam lineæ à punctis c & h ad punctum z, terminum diametri, d z ductæ, ſi ad partem aliam ultra puncta c & h fuerint productæ, arcus interiacentes earũ alteram & diametrum e d z æquales, qui ſunt p e & s e, reſecant ergo æquales angulos cum diametro in pũcto z cõſtitutum, & eſt poſſibile reflexio quæ fit à puncto z, ad alia uero puncta arcuum uicinorum productæ à punctis c & h, lineæ ſemper arcus inæquales reſecant, & ab hoc in æquales angulos cõſtituunt ſuper circunferentiam circuli maioris, & per modum quo uſi ſumus in 24. huius, ſequitur impoſſibile contra nonam primi huius, ut manifeſtatum eſt per ea quæ præmiſſa ſunt, patet ergo propoſitum, quoniã tantum à quatuor punctis fit reflexio tali exiſtente diſpoſitione, et tantum ſunt quatuor loca imaginum, quod eſt propoſitum.

XXVII.

Puncto rei uiſæ & centro uiſus in eadem ſuperficie circuli magni ſpeculi ſphærici concaui, diuerſis tamen diametris, & ſub inæquali diſtantia à centro ſpeculi exiſtentibus in arcu illius circuli interiacente reliquas ſemidiametros in quibus illa puncta non conſiſtunt, punctum reflexionis inuenire, ex quo patet, quod ab uno tantum puncto illius arcus fit reflexio in hoc ſitu.

Sit ut prius circulus, qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei ſpeculi ſphærici concaui a b g q, cuius centrũ d, & ducantur duæ diametri a d g & b d q,

& diameter e d z diuidat angulum a, ab alijs duabus diametris contentũ per æqualia, ſitq; c punctus rei uiſæ poſitus in ſemidiametro b d propinquior centro ſpeculi d, quàm ſit punctus h, qui ſit centrum uiſus poſitus in ſemidiametro g d, dico quod in hac diſpoſitione punctorum c & h poſſibile eſt in arcu a q punctum reflexionis inueniri, & quod in illo arcu unicus huius reflexionis eſt pũctus. Sumatur enim extra circulum linea l y, & diuidatur per 119. primi huius, in puncto m, taliter ut ſit proportio lineæ y m ad lineam m l, ſicut lineæ h d ad lineam d c, & diuidatur item linea y l per æqualia in puncto n, per decimã primi, & à puncto n perpendicularis n k ſuper lineam y m, per undecimã primi, & ſuper punctum l, terminum lineæ y l, per 23. primi, angulus æqualis medietati anguli a d c per lineã f l, erit itaq; angulus f l y, acutus ſiue angulus a d c fuerit acutus ſiue rectus, uel etiam obtuſus, ſed angulus f n l eſt rectus, ergo per 14. primi huius, linea f l concurret cum linea n k, concurrunt ergo in puncto f. & per 134. primi huius, à puncto m, ducatur linea ad baſem f l concurrens cum latere n k in



puncto k, ſecetq; lineam l f in puncto c, taliter ut ſit proportio lineæ k c ad lineam c l, ſicut lineæ h d ad lineam b d, deinde ſuper punctum d, terminum lineæ a d fiat angulus æqualis angulo l c m qui ſit i d a, ſitq; pũctus circũferentiæ qui eſt a, ſupra punctum z, uel infra illum, & ſuper punctum i, terminũ lineæ d i, fiat angulus æqualis angulo c l m q ſit m d, ducta linea o i ſecante lineam d a in puncto o, quæ producatur ultra punctũ o, & ſuper lineam m, ducatur perpendicularis à puncto h, per duodecimam primi, quæ ſit h f, & producatur linea r x, quouſq; ipſa æqualis ſit lineæ r i, & ducãtur lineæ h x & h i, palam autem per 120. primi huius, quoniam à puncto m, impoſſibile eſt duci aliam ſuper lineã f l diuidentem eam ſecundũ proportionem qua diuiſit ipſam linea m c k, cum itaq; angulus o d i ſit æqualis angulo l c m, & angulus o i d æqualis angulo c l m, erit per 32. primi, angulus i o d æqualis angulo l m c, erit ergo per 13. primi, angulus r o h æqualis angulo k m n, & angulus h r o eſt æqualis angulo k n m, quia uterque eſt extremus, ergo p 32. primi, angulus n k m eſt æqualis angulo r h o, trigona itaq; n k m & r h o ſunt æquiangula, ergo per 4. ſexti, latera ipſorum æquos angulos reſpicientia ſunt proportionalia, producatur itaq; linea i d ultra punctum d, donec concurrat cum linea h f, concurret autem per 14. primi huius, angulus enim h r i eſt rectus, & angulus r i d eſt acutus, concurſus autem punctum ſit s, eritq; angulus s d h æqualis angulo k c f, per 15. primi, erunt ergo trigona f c k & s d h æquiangula per 31. primi, ergo per 4. ſexti, erit proportio lineæ s d ad lineam d h, ſicut lineæ f c ad lineam k c, ſed lineæ h d ad lineam d i, per 7. quinti, eſt proportio ſicut lineæ h d ad lineam d b, quoniam per diffinitionem circuli lineæ d i & d b ſunt æquales, eſt ergo proportio lineæ h d ad lineam d i, ſicut lineæ k c ad lineam c l, ex præmiſſis enim eſt proportio lineæ k c ad c l, ſicut lineæ h d ad lineam b d, eſt ergo per 22. quinti, per æquam ſcilicet proportionem proportio lineæ s d ad lineam d i, ſicut lineæ f c ad lineã c l, ergo per 18. quinti, erit coniunctim proportio lineæ s i ad lineam d i, ſicut lineæ f l ad lineam l c, ſed cum triangulus d i o ſit æquiangulus triangulo c l m, ut ſupra patet, palam per 4. ſexti, quoniam & proportio lineæ d i ad lineam i o, ſicut lineæ c l ad lineam l m, eſt igitur per 22. quinti, proportio lineæ s z ad lineam i o, ſicut lineæ f l ad lineam l m, ergo per 5. primi huius, erit cõtrario proportio lineæ i o ad lineam s i, ſicut lineæ l m ad lineam f l, ſed eſt proportio lineæ s i ad lineam i r, ſicut lineæ f l ad lineam l n, per 4. ſexti, qm̃ triangulus r i s, eſt ſimilis triangulo f l n, per 22. primi, cũ em̃ anguli s r i & f n l, ſint æquales, quia recti, & anguli r i s & n l f, ſunt æquales ex præmiſſis, erit angulus r s i, æqualis angulo n f l, igitur per 22. quinti, erit ꝓportio lineæ i o, ad lineam i r, ſicut linea l m, ad lineam l n, erit ergo econtrario per 5. primi huius, ꝓportio lineæ i r, ad lineã i o, ſicut lineæ l n, ad lineam l m, & quoniã linea x i, eſt dupla lineæ i r, & linea y b, eſt dupla lineæ l n, erit per 15. quinti, eadem proportio lineæ x i, ad lineam i o, ſicut lineæ x l, ad lineam l m, ergo per 17. quinti, erit diuiſim ꝓportio lineæ x m ad lineam m l, ſicut lineæ x o ad lineam i o, ducatur itaq;

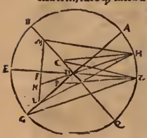
à puncto

i puncto i, linea æquediſtans lineis h x, per 31. primi, quæ ſit i u, producatur quoq; linea d a, donec cõcurrat cũ linea i u, concurret autẽ per 2. primi huius, quæ cõcurrit cũ eius æquediſtante quæ eſt h x, ſitq; concurſus punctus u, eritq; triangulus o u i, per 15. & 29. primi, æquiangulus triãgulo, h o x, ergo per 4. ſexti, eſt proportio lineæ h o ad lineam o u, ſicut lineæ x o ad lineam o i, eſt autẽ ut patuit ex pmiſſis proportio lineæ x o ad lineam o i, ſicut lineæ y m ad lineã m l, ergo per 11. quinti, erit pportio lineæ h o ad lineã o u, ſicut lineæ z m ad lineam l m, eſt ergo per eandẽ 11. quinti, proportio lineæ h o ad lineam o u, ſicut lineæ h d ad lineam d c, ſed quoniã triangulus h r i, æqualis eſt triangulo h r x, per 1. ſexti, quoniã ex hypotheſi linea x r eſt æqualis lineæ r i, & linea h r, eſt perpendicularis ſuper lineã x i, palam quia angulus h x r, eſt æqualis angulo r i h, ergo angulus r i h eſt æqualis angulo u i o, quia per 29. primi, anguli h x i & u i o ſunt æquales, cum ſint coalterni inter lineas x h & u i æquediſtantes, ergo per 3. ſexti, erit proportio lineæ h o ad lineam o u, ſicut lineæ h i ad lineam i u, eſt ergo pportio lineæ h i ad lineam i u, per 11. quinti, ſicut lineæ h d ad lineam d c, uerũ angulus u i d, ut patet per præmiſſa maior eſt angulo d i h, ſecetur ergo ab angulo u i d, angulus æqualis d i h, per 27. primi huius, & ſit angulus p i d, ſitq; punctus p. in diametro d a, & ducatur linea p t, palam itaq; per 13. primi huius, q' proportio lineæ h i ad lineam i u, conſtat ex proportione lineæ h i ad lineam pi, & ex proportione lineæ p i ad lineam i u, ſed per 3. ſexti, proportio eſt lineæ h i ad lineam i x, ſicut lineæ h d ad lineam d p, quoniã angulus p i h diuiſus eſt per æqualia per lineam d i, igitur proportio lineæ h i ad lineam i u, quæ eſt proportio lineæ h d ad d c, conſtat ex proportione lineæ h d ad d p, &, lineæ p i ad i u, & proportio lineæ h d ad d t, conſtat ex proportione lineæ h d ad lineã d p, & ex proportione lineæ d p ad lineam d t, eſt igitur per 13. primi huius, proportio lineæ d p, ad lineam d c, ſicut lineæ p i ad lineam u i, uerũ ut ſupra patuit, angulus r i u, eſt medietas anguli u i h, qm̃ angulus u i r eſt æqualis angulo h x i, per 29. primi, & angulus h x i eſt æqualis r i h, per 4. primi, eſt ergo angulus r i h, medietas anguli u i h, & angulus d i h, eſt medietas anguli p i h. Reſtat ergo ut angulus d i o, ſit medietas anguli p i u, ſed angulus d i o, cũ ſit æqualis angulo f l y, eſt medietas anguli p d t, igitur angulus p i u, eſt æqualis angulo p d t, eſt autẽ ut patet per pmiſſa proportio lineæ d p ad lineam d t, ſicut lineæ p i, ad lineam i u, igitur per 6. ſexti, trianguli p i u & d p t ſunt æquianguli, igitur per 4. ſexti illi trigoni ſunt ſimiles, & angulus u p i, æqualis eſt angulo d p t, ergo per 14. primi, linea t p i, eſt linea una recta cum angulo o p t uterq; tñ illorũ angulorũ æqualiũ, qui ſunt u p i & t p d, ualet duos angulos rectos p 13. primi, qm̃ ergo linea t p i, eſt linea una recta, erit ipſa linea incidentiæ formæ puncti t, & anguli t i d & d i h ſunt æquales, ut patet ex pmiſſis, palam ergo per 20. quinti huius, quod forma puncti t, reflectitur ad uiſum exiſtentẽ in puncto h, à puncto ſpeculi, quod eſt i, ſempq; eadem eſt probatio, ſiue punctus rei uiſæ qui eſt t, ſit extra circulũ ſpeculi ſiue intra, ſimiliter ſiue punctũ h, quod eſt centrum uiſus ſit extra circulum ſpeculi ſiue intra, dum tñ diſtent inæqualiter à centro ſpeculi, patet ergo ppoſitum, ſit eñ reflexio ab uno tantũ puncto arcus a q, interiacente illos diametros, in quibus puncta h & t, non conſiſtunt, & qm̃ à puncto m, impoſſibile eſt duci aliã lineã ſup lineã f l, diuidentẽ ipſam ſecundum proportionem qua diuiſit ipſam lineam m c k, ut per 120. primi huius manifeſtum eſt, quia non eſt poſſibile in propoſito arcu inueniri aliud pũctum præmiſſæ reflexionis, patet ergo quod pponebatur.

XXVIII.

Si angulum à duabus diametris circuli magni ſpeculi ſphærici concaui contentum diuidat alia diameter per æqualia ab omni puncto arcus interiacentis ſemidiametros primas, in quibus puncta reflexa non conſiſtunt præter punctum cui incidit diameter angulum diuidens infinita punctorum paria inæqualiter à centro circuli diſtantium reflectuntur.

Sit diſpoſitio figuræ præcedentis, ſecentq́; circulum, qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſphærarũ ſpeculi ſphærici concaui duæ diametri, quæ ſunt b q & a g, ſuper centrum d, diuidatq́; diameter e d 3, angulũ b d g per æqualia, dico quod quicunq; punctus ſumaт in arcu a q, præter punctũ 3, ab illo poſſunt reflecti infinita paria pũctorum inæqualiter à centro diſtantiũ. Sumatur eñ in arcu a q, punctus h, & ſumatur in ſemidiametro d g, pũctus l, & à ſemidiametro b d, ſecetur linea m d, æqualis lineæ l d, & ducãtur lineæ l m, l h, m h, d h, ſecabitq́; diameter e 3, lineam m l, per 29. primi huius, qui ſecat angulum b d g. cui ſubtenditur linea l m, ſit ergo punctus ſectionis f, eritq́; per 4. primi, & ex hypotheſi linea m f, æqualis lineæ f l, producatur quoq; h d, quouſq; cadat ſuper lineam m l, per 29. primi huius, ſitq́; punctus ſectionis n, eritq́; linea l n, minor ꝙ linea n m, ideoq́; linea d n, ſecat angulum f d l, quia angulus h d 3, qui per 15. primi, eſt æqualis angulo n d f, minor eſt angulo a d 3, eſt æqualis angulo f d l, uerũ cum angulus f d m, ſit æqualis angulo f d l, ex hypotheſi, & angulo q d 3. per 11. primi, & angulus m d a, ſit æqualis angulo l d q, & angulus a d h, æqualis angulo n d l, angulus uero m d n, eſt maior angulo n d l, & angulus h d q, eſt maior angulo a d h, ergo totus angulus l d h, eſt maior toto angulo m d h, igitur per 24. primi, linea l h, eſt maior ꝙ linea h m, cũ linea m d, ſit æqualis lineæ d l, & linea d h, communis ambobus trigonis m d h & l d h, erit ergo angulus d h l, minor angulo d h m, qm̃ ſi detur quod ſit æqualis, tunc erit proportio lineæ l h, ad lineam m h, ſicut lineæ l n, ad lineam n m, per 3. ſexti, quod eſt impoſſibile per 8. quinti, ſi uero detur quod angulus d h l, ſit maior angulo d h m, ergo per 27. primi huius, ſecet ex angulo d h l, angulus æqualis angulo d h m, & ſequeт impoſſibile ut prius, ꝓducta alia linea ſecãte ad lineã l n, ꝑ 29. primi huius, eſt igiт angulus d h l, minor angulo d h m, ſeceт igitur ab angulo m d h, angulus æqualis angulo d h l, qui ſit angulus t h d, ergo forma puncti t, ꝑ 20. quinti huius, reflectetur ad uiſum exiſtentẽ in puncto l, à puncto ſpeculi quod eſt h, & linea t d eſt minor ꝙ linea l d, qm̃ eſt minor ꝙ linea d m, ſimiliter ſi ſumãtur in ſemidiametris b g & g d, alia puncta ꝙ l & m, æqualiter diſtantia à punctis l & t. Similiter ꝓbabiт ꝙ à puncto h, fit reflexio pũctorũ inæqualiter diſtantiũ à centro adinuicem, & de infinitis punctis in his diametris ſumptis ſemꝑ ſimilis erit proportio, & à quocũq; puncto arcus a q, præter quod à puncto 3, eadẽ eſt demonſtratio, à puncto uero 3, non eſt poſſibilis reflexio propter angulorũ t 3 d & d 3 l, inæqualitatem, quæ patet ꝑ 4. primi, reſecta per 3. primi, linea l d, in puncto p, ad æqualitatem lineæ d t, & copulata linea p 3. patet ergo propoſitum.



XXIX.

Puncto rei uiſæ & centro uiſus intra ſpeculum in diuerſis diametris circuli magni ſphærici concaui exiſtentibus, inæqualiterq́; diſtantibus à centro, ſi ab aliquo puncto ſpeculi arcus ſcilicet interiacentis ſemidiametros, in quibus illa puncta non conſiſtunt fiat reflexio formarum eiuſdem puncti ad eundem uiſum, ab alio puncto eiuſdem arcus eſt impoſſibile reflecti.

Remaneat omnimoda diſpoſitio theorematis præcedentis, & ſit ut punctus rei uiſæ, q eſt t, in ſemidiametro circuli d b, à puncto arcus a q, quod ſit h, reflectaт ad uiſum exiſtentem in puncto l, ſemidiametro d g, plus diſtantem à centro ſpeculi quod eſt d, ꝙ punctus rei uiſæ qđ eſt t, ſintq́; puncta t & l, ambo intra ſpeculũ, dico quod forma puncti t, ad uiſum l, poſſibile eſt reflecti ab alio puncto arcus a q, ꝙ à puncto h. Si enim fit ipſum poſſibile ab alio puncto reflecti ad uiſum l, ſit illud punctũ k, & ducantur lineæ t k, l k, d k, l t, t h, l h, & linea n d h, & producatur linea k d, quouſq; cadat in lineam l t, in punctum p, cadat autẽ ꝑ 29. primi huius, ut in p̃miſſa oſtendimus, quia itaq; ut patet ex hypotheſi, forma puncti t, reflectitur ad uiſum exiſtentẽ in puncto l, à puncto ſpeculi h, palam per 20. quinti huius, qm̃ angulus t h l, diuiditur per æqualia per lineam n d b, ergo

go per 3. ſexti patet, qm̃ eſt proportio lineæ l h ad ad lineã t h, ſicut lineæ l n ad lineam n t, & ſimiliter cũ angulus t k p, ſit æqualis angulo l k p, ex hypotheſi, erit per eandem 3. ſexti, proportio lineæ l k ad lineam t k, ſicut lineæ l p ad p t, ſed linea l h, eſt maior ꝙ linea l k, per 7. tertij, & linea t h, eſt minor ꝙ linea t k, igit̃ per 9. primi huius, maior eſt ꝓportio lineæ l h ad lineam t h, ꝙ lineæ l k ad lineam t k, maior ergo erit ꝓportio lineæ l n ad lineam n t, ꝙ lineæ l p ad lineam p t, qđ eſt impoſſibile, & contra eandẽ 9. primi huius, quocũq; uero alio puncto ducti arcus h q dato, idem accidit impoſſibile, palam ergo qm̃ ab alio puncto arcus a q, ꝙ à puncto h, eſt impoſſibile formam puncti t ad l centrũ uiſus reflecti, ergo nec aliquẽ punctoꝝ æqualiter diſtantiũ à puncto t, & à puncto l, poſſibile eſt ab alio puncto arcus a q, ꝙ à puncto h q, reflecti, & hoc eſt propoſitum. Ex his itaq; duobus theorematibus patet uniuerſalis paſſio, quæ accidit uiſibilibus, & uiſui ſic diſpoſito reſpectu centri ſpeculi ab omnibus punctis arcus a q, qm̃ à nullo puncto alioꝝ arcuũ eſt poſſibilis reflexio punctoꝝ taliter diſpoſitoꝝ, ut etiã hoc patet ꝑ 27. huius.

XXX.

Centro uiſus intra circulũ qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflectiõis & ſpeculi ſphærici concaui in eius diametro exiſtente, à quolibet puncto illius ſemicirculi reflectuntur ad uiſum formæ punctorum æqualis uel inæqualis diſtantiæ à centro ſpeculi cum ipſo centro uiſus.

Sit a centrum uiſus, centrum uero ſpeculi ſphærici concaui ſit b, & ſit a intra ſpeculum, ducaturq́; una diametros quæ ſit d a b g, & imaginet̃ ſuperficies plana, in qua ſunt puncta a & b, quocũq; modo extenſa, hæc ergo per 69. primi huius, ſecabit ſphærã ſpeculi ſecundum circulũ qui ſit d l g, dico quod à quolibet puncto alterius iſtoꝝ ſemicirculorum reflectunt̃ ad uiſum a, formæ punctoꝝ inæqualiter diſtantium à centro ſpeculi cũ ipſo puncto a. Sumatur enĩ in alicuius ſemicirculoꝝ illoꝝ periferia punctus e, & ducantur lineæ e a & e b, palam itaq; quoniam angulus a e b, erit acutus per 42. primi huius, & quia cadit in minorem arcum ſemicirculi, ſuꝑ punctum itaq; e, tm̃ lineæ b e, fiat ꝑ 23. primi, angulus æqualis angulo a e b, q ſit p e b, & producatur linea p e quantũ placet, palam itaq; per 20. quinti huius, qm̃ quodlibet punctũ illius lineæ reflectitur ad uiſum a, à puncto ſpeculi qđ eſt e, ducta q; à centro ſpeculi quod eſt b, ad lineã p e, perpendiculari per 12. primi, aut illa perpendicularis erit æqualis lineæ b a, ſecundũ quã diſtat centrum uiſus à centro ſpeculi, aut maior aut minor, ſi fuerit æqualis, tunc cũ omnes lineæ ductæ à centro b ad lineam p e, ꝑter illam perpendicularẽ, ſint maiores illa perpendiculari per 18. primi, qm̃ opponunt̃ angulo recto in illo triangulo, palã qđ omes lineæ erũt maiores ꝙ linea b a, & ita quodlibet punctum lineæ p e, excepto puncto unico, in quod cadit perpendicularis ducta à centro b, ſuper lineam p e, inæqualiter diſtabit à centro b cum puncto a, centro uiſus, ſi uero perpendicularis fuerit maior ꝙ linea b a, tunc patet ſecundũ præmiſſa qđ omnia puncta lineæ p e, plus diſtabunt à centro b, ꝙ punctus a. Si autẽ illa perpendicularis fuerit minor ꝙ linea b a, tunc poſſibile eſt duci à puncto b, duas lineas ex diuerſis partibus perpendicularis æqualis lineæ b a, quod fiet ſubtenſis illis angulis rectis, ex utraq; parte lineis æqualibus lineæ a b, ꝑ 16. primi huius, & omnes lineæ aliæ ductæ à cẽtro b, ad lineã p e, aut ſunt minores aut maiores, ꝙ linea b a, palam itaq; ꝑ 28. huius, qm̃ à puncto e, reflectũtur omnia puncta lineæ p e ad a centrum uiſus, quoꝝ diſtantia à centro ſpeculi inæqualis eſt diſtantiæ centri uiſus, quod eſt a, ab eodẽ centro ſpeculi. Sed ut patet ex ꝑmiſſis, inter hæc ſunt puncta æqualiter diſtãtia à centro ſpeculi cũ puncto a, ſumpto quoq; quocũq; puncto in toto ſemicirculo illo, in quo ſumptum eſt punctum e, ſemper eſt eodem modo demõſtrandum, eodem quoq; modo poteſt in alio ſemicirculo circuli d l g, demonſtratio formari, patet ergo propoſitum.



XXXI.

Centro uiſus extra circulum qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis

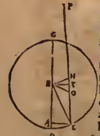
nis & ſpeculi ſphærici concaui exiſtente, ſi à uiſu ducantur duæ lineæ circulũ contingentes, & diameter circuli à quolibet puncto arcus interiacentis terminum ultimum diametri & punctum contingentiæ præter ꝙ ab illis punctis poteſt fieri reflexio ad uiſum punctorum inæqualiter diſtantium à centro circuli cum centro uiſus.

Huius demonſtratio euidens eſt per pmiſſa, ſit em̃ centrũ uiſus h, extra circulũ d l g, cuius centrũ eſt b, ducatur diameter h d b g, patetq́ per 6. huius, quod à puncto g. nõ fit aliqua reflexio ad uiſum, ducanturq́ à puncto h, quod eſt centrũ uiſus duæ lineæ contingentes circulum d l g, per 16. tertij, quæ ſint, h t & h q, palamq́ eſt per ea quæ dicta ſunt in 24. huius, quoniã ab arcu q d t, nulla ſit reflexio ad uiſum exiſtentẽ in puncto h, ſed nec ab aliquo punctorum contingentiæ quæ ſunt q & t, poteſt fieri reflexio ad uiſum exiſtentẽ in puncto b, qm̃ angulus contingentiæ eſt indiuiſibilis, & lineæ q h & t h, ſint circulũ contingentes, & ut patet per 42. primi huius, omnis angulus contentus ſub termino cordæ & diametri eſt acutus, angulus uero b q h eſt rectus, nõ ergo fiet ab illis punctis reflexio alicuius formæ ad uiſum in punctum b, à reliquis uero punctis arcus q g t, excepto puncto g, poteſt fieri reflexio, demonſtratione 6. & 24. huius repetita, patet ergo propoſitum, ſeruata hypotheſi præmiſſa.

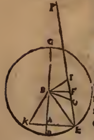


XXXII.

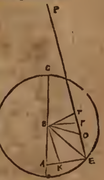
Centro uiſus intra circulum qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici concaui exiſtente, factaq́ reflexione ab aliquo pũcto circumferentiæ formæ alicuius punctorum inæqualiter diſtantium à centro ſpeculi cum centro uiſus diameter circuli in qua eſt punctus reflexus, cum diametro in qua eſt centrum uiſus facit angulum extrinſecum angulo reflexionis quandoq; maiorem, quandoq; minorem angulo conſtanti ex angulis incidentiæ & reflexionis.



Stante priori diſpoſitione 30. huius, ducatur à centro ſpeculi quod eſt b linea b f, perpendicularis ſuper lineam e p, aut ergo linea b a eſt perpendicularis ſuper lineam e a, aut non, ſit primo ꝑpendicularis, & erunt duo anguli f b a & f e a, æquales duobus rectis per 3 . primi, ideo quod in quadrilatero f b a e, alij duo anguli ſunt recti ex hypotheſi, ducatur itaq; linea o, ſuper lineam e f, & erunt duo anguli o b a & o e a, minores duobus rectis, ideo quod angulus b o e eſt obtuſus, & angulus b a e rectus, erit ergo angulus o b g, qui per 13. primi, cũ angulo o b a, ualet duos rectos, maior angulo o e a, qui eſt angulus conſtans ex angulo reflexionis & incidentiæ, cum triangulus e b f, ſit æqualis triangulo e b a, qa cũ angulus b f e ſit æqualis angulo b a e, qm̃ uterq; rectus, & angulus b e f, eſt æqualis angulo b e a, per 20. quinti huius, erit per 26. primi, angulus e a b, æqualis angulo e b f, eſt em̃ b e latus utriq; illorũ trigonorum cõmune, eritq́ p 4. ſexti, latus f b, æquale lateri b a, qm̃ ipſa reſpiciunt angulos æquales, ſed latus o b, per 18. primi, eſt maius latere b f, ergo & ipſum eſt maius latere b a, ducta uero linea b n, ſuper aliquod punctũ lineæ f p, erunt per pmiſſa duo anguli n b a & n e a, maiores duobus rectis, ſed per 13. primi, duo anguli n b a & n b g, ualent duos rectos, ergo angulus n b g, minor eſt angulo n e a, & linea n b erit per 18. primi, maior ꝙ linea b f, erit ipſa maior ꝙ linea b a. Itaq; forma puncti n, reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto a, à puncto ſpeculi quod eſt e, & inæqualiter diſtat à centro ſpeculi quod eſt b, cum centro uiſus quod eſt a, & diameter b n, in qua eſt punctus rei uiſæ quod eſt n, cum diametro a b g, in qua



qua eſt centrum uiſus quod eſt a, facit angulum n b g, minorem angulo n e a, qui eſt angulus cōſtans ex angulis incidētiæ & reflexionis, diameter uero o b, cū diametro a b g, continet angulum o b g, maiorē angulo o e a, patet ergo propoſitum. Si uero linea b g, non fuit perpendicularis ſuper lineam e a, tunc per 12. primi, à puncto b ſuper ꝓductā lineam e a, ducatur perpēdicularis quæ ſit b k, quæ quidem ſiue cadat ultra lineā a b, uel citrauerſus punctū e, ſemper eadē ꝓbatio. Sit enim linea b f, perpendicularis ſuper lineam c p, & ſit linea f t, æqualis lineæ a k, & ducatur linea t b, palā itaq; quoniā in trigono f e b, angulus e k b, eſt rectus æqualis angulo f e b trigoni f e b, & angulus k e b, per 20. quinti huius, eſt æqualis angulo f e b, linea uero e b, eſt latus cōmune, ergo per 26. primi illa trigona f b e & k b e, ſunt æqualia, & erit linea b f, æqualis lineæ k b, ſed linea a k, æqualis eſt lineæ f t, ex hypotheſi, ergo ꝑ 4. primi, in trigonis b t f & b k a, erit linea b t, æqualis lineæ b a, & angulus a b k, æqualis angulo f b t, addito ergo utrobiq; cōmuni angulo f b a, erit angulus k b f, æqualis angulo a b t, ſed duo anguli k b f, & f e a, ualent duos rectos per 32. primi, quia in quadrilatero k b f e, alij duo anguli qui ſunt b f e & b k e ſunt recti, ergo duo anguli t b a & t e a, ualent duos rectos, ſed per 13. primi, angulus t b g, cum angulo t b a, ualet duos rectos, ergo angulus t b g, æqualis eſt angulo t e a, qui eſt angulus conſtans ex angulo incidentiæ & reflexionis, ſi igitur à centro ſpeculi quod eſt b, ad lineam t e, ducatur linea ultra pūctum t, faciet angulum cum diametro b g, ex parte puncti g, minorem angulo t e a, quoniam faciet minorem angulum t b g, qui eſt æqualis angulo t e a, & erit illa linea maior quàm linea a b, quia erit ꝑ 18. primi, maior quàm linea b t, quæ eſt æqualis lineæ a b, quælibet uero linea ducta ab aliquo puncto lineæ t e, ad centrum ſpeculi quod eſt b, faciet angulum cū diametro b g, maiorē angulo t b g, ergo & maiorem angulo t e b, et erit quælibet illarū linearū minor ꝙ linea b t, ergo erit minor ꝙ linea b a, patet ergo propoſitum.



XXXIII.

Centro uiſus & puncto rei uiſæ in diuerſis diametris circuli, qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici concaui exiſtentibus, & inæqualiter diſtantibus à centro ſpeculi, ſi ab aliquo puncto circumferentiæ circuli fiat reflexio, impoſsibile eſt diametrum in qua eſt punctus rei uiſæ cum diametro in qua eſt centrum uiſus angulum extrinſecum angulo reflexionis æqualem conſtituere angulo conſtanti ex angulis incidentiæ & reflexionis.

Sit b centrum uiſus, & centrū ſpeculi ſphærici concaui ſit g, & ducatur diameter per puncta b & g, quæ ſit z d, ſitq; a punctus rei uiſæ, & eſto ut aliqua ſuperficies plana ſecet ſphæram ſpeculi ſuper circulum z e d, per 69. primi huius, dico ſi forma puncti a, exiſtentis in diametro h g e, reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto b, ab aliquo puncto circuli z e d, & ſi inæqualis eſt diſtantia punctorum a & b, à centro ſpeculi quod eſt g, quod diameter a g, cum diametro b g, ex parte puncti d, faciet angulum a g d, quem impoſſibile eſt eſſe æqualem angulo conſtanti ex angulis incidentiæ & reflexionis, ſi uero hoc ſit poſsibile ponatur ineſſe, & ſit punctus reflexionis t, ſitq; linea d g, inæqualis lineæ b g, & ducantur lineæ t a, t b, t g, b a, & fiat circulus tranſiens per tria puncta a g b, trigoni a b g, per 5. quarti, tranſibit ergo ille circulus neceſſario per punctum t, ſi enim tranſeat extra punctum t, tunc ductis lineis à punctis a & b, ad aliquod punctum unum illius circuli extra punctum t, & ducta linea b a, erit angulus contentus per lineas ductas ad illud punctum circumferentiæ minoris circuli per 21. primi, minor angulo a t b,



ſed accidit ipſum eſſe æqualem angulo a t b, palã enim per 21. tertij, quoniam ille angulus cum angulo a g b, ualet duos rectos, quoniam oẽs duo anguli quadrilateri inſcripti circulo ex aduerſo collocati, ualent duos rectos, ſed angulus a b g, cũ angulo a g d, per 13. primi, ualet duos rectos, angulus uero a g d, æqualis eſt angulo a t b ex hypotheſi, ergo angulus a g b, cum angulo a t b, ualet duos rectos, erit ergo ille angulus conſtitutus ſuper arcum minoris circuli æqualis angulo a t b, quod eſt contra 21. primi, ſimiliter quoque accidit idem impoſsibile, ſi circulus ille tranſiens puncta illa tria quæ ſunt a g b, non ceciderit in punctum t, ſed citra illud, & erit eadem deductio, quæ prius, reſtat ergo, ut circulus tranſiens per puncta a g b, tranſiet etiam per punctum t, cum itaq; angulus a t g, ſit per 20. quinti huius, æqualis angulo b t g, erit arcus a g, æqualis arcu g a, per 25. tertij, ergo per 28. tertij, erit linea b g, æqualis lineæ g a, propoſita autem eſt eſſe inæqualis. hoc ergo eſt impoſsibile, patet itaq; propoſitum, quoniam angulus a t b, conſtans ex angulis incidentiæ & reflexionis, formæ puncti a, ad centrum uiſus exiſtens in puncto b, ſemper eſt inæqualis angulo contento à diametris, in quibus ſit punctus rei uiſæ, & centrum uiſus extrinſeco illi angulo incidentiæ & reflexionis, quod eſt propoſitum.

XXXIIII.

Centro uiſus & puncto rei uiſæ in diuerſis diametris circuli qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici concaui exiſtentibus & inæqualiter diſtantibus à centro ſpeculi, ſi à duobus punctis arcus interiacentis diametrum in qua eſt centrum uiſus , & aliam in qua eſt punctus rei uiſæ fiet reflexio, non erit uterq; angulus conſtans ex angulo incidentiæ & reflexionis minor angulo extrinſeco angulo cadenti in eundem arcum à ductis diametris contento.

Sit, ut in præmiſſa proxima centrum uiſus b, & punctus rei uiſæ a, centrum ſpeculi ſphærici cõcaui ſit g, & ducatur diameter per centra b & g, quæ ſit 3 d, ſecetq; ſuperficies plana ſpeculum ſecundum diametrum 3 d, eritq; per 69. primi huius, ſectio communis circulus qui ſit e d h 3, ducaturq; diameter e h, in qua ſit punctus rei uiſæ, qui eſt a, ſitq; linea b g, quæ eſt diſtantia centri uiſus, à centro ſpeculi maior q̃ linea a g, dico quod ſi forma puncti a, reflectitur ad uiſum dxiſtentem in puncto b, à duobus punctis arcus e 3, nõ erit uterq; angulus conſtans ex angulis incidentiæ & reflexionis minor angulo a g d. Sint enim duo puncta à quibus fit reflexio formæ puncti a, ad uiſum exiſtentem in puncto b, quæ ſunt puncta t & q, & ducantur lineæ b t, g t, a t, b q, g q, a q, ſit itaq; angulus b t a, conſtans ex angulo incidentiæ, qui eſt a t g, & ex angulo reflexionis qui eſt g t b, ſit minor angulo a g d, qui eſt angulus extrinſecus angulo cadente in arcum e 3, & eſt ipſe angulus a g d, cadens in arcum e d; dico quod angulus a q b qui eſt conſtans ex angulo incidentiæ a q g, & angulus reflexionis g q b, non erit minor angulo a g d, dato tamen quod ſit minor, ducatur linea g n, diuidens angulum e g 3, per æqualia per nonam primi, & ducatur linea a b, continuans punctum rei uiſæ, quod eſt a, cum centro uiſus, quod eſt b, palam itaq; per 29. primi huius, cum linea b n, ſecet angulum b g a, cui ſubtenditur linea a b, quod linea b n, etiam ſecabit lineam a b, ſit punctus ſectionis f, erit ergo per tertiam ſexti, proportio lineæ b g, ad lineam g a, ſicut lineæ b f ad lineam f a, ſed linea b g, ex hypotheſi, eſt minor quàm linea g a, eſt ergo linea b f, maior quàm linea f a, diuidatur itaq; linea a b, per æqualia in puncto k, per 10. primi, & fiat per quintam quarti, circulus tranſiens per tria puncta quæ ſunt a b t, quia circulus non tranſibit per punctum g, ſed citra illud uiſus puncto a & b, dato enim quod circulus ille tranſeat centrum g, ſequeretur per 22. tertij, angulum a g b, cum angulo a t b, æqualem eſſe duobus rectis, quoniam illi duo anguli erunt ex aduerſo collocati in quadrilatero inſcripto



ſcripto illi minori circulo. Sunt autem illi duo anguli minores duobus rectis, quod patet ex hypotheſi, cum angulus b t a, ſit minor angulo a g d, qui per 13. primi, cum angulo a g b, ualet duos rectos, igitur ille minor circulus non tranſibit per centrum maioris circuli quod eſt g, ſimiliter quoq; dico quod non tranſibit ille circulus minor punctum reflexionis ſecundum quod eſt q, dato enim quod tranſeat punctum q, cum non tranſeat centrum g, ſit punctus in quo linea g ſecat periferiam illius circuli punctus m, quia itaq; anguli a q m & m q b, ſunt æquales per 20. quinti huius, quoniam angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis, & ſunt conſtituti ſuper illius circuli circumferentiam, palam per 25. tertij, quoniam arcus a m, æqualis erit arcui m b, quod eſt impoſsibile. Sit enim punctus in quo linea g t, ſecat circulum punctus o, eritq; palam per eaſdem 20. quinti huius, & 25. tertij, quoniam arcus a o, eſt æqualis arcui o b, eſt autem arcus a o maior arcu a m, fiet ergo arcus o b, maior arcu m b, pars ſuo toto, quod eſt impoſsibile, non ergo tranſibit ille circulus per pũctum q, reſtat ergo ut ille circulus tranſeat ultra punctum q ſi enim citra punctum q tranſeat, eadem penitus erit improbatio quæ prius. Ducatur item linea à puncto o ad punctum k, quæ ſit o k, hæc ergo diuidit chordam b a, per æqualia, & ſimiliter arcum b a, ut patet ex præmiſſa, ductis ergo chordis b o, & a o, quæ erunt æquales per 28. tertij, patet per 8. primi, quod linea o k perpendicularis erit ſuper lineam b a, ſed per 19. primi, angulus b a g, maior eſt angulo a b g, eſt enim linea b g, maior quàm linea g a, ex hypotheſi, & per 32. primi, angulus b f g, ualet duos angulos f a g & f g a, & per eandem 32. primi, angulus a f g, ualet duos angulos f b g & f g b, ſed ex præmiſsis angulus a g f, eſt æqualis angulo f g b & angulus f a g, maior eſt angulo f b g, ergo angulus a f g, minor eſt angulo g f b, eſt ergo angulus g f a, acutus, & angulus g f b obtuſus, per 13. primi, ergo angulus n f k eſt acutus per eandem 13. primi, ſed angulus o k b eſt rectus, ut patet ex præmiſsis, ergo per 14. primi huius, linea o k, producta cõcurret cum linea g n, ultra lineam b f, non autem ſub illa, ideoq; ſi concurret cum linea g f, in pũcto k, fierent per primam ſexti, trigona a g k & b g k, æqualia, cum ipſa ſint eiuſdem altitudinis, & eorum baſes, quæ ſunt b k & a k, ſint æquales, ſed & eorum anguli, qui ſunt b g k & a g k ſunt æquales, angulus enim a g b, diuiſus eſt per æqualia per lineam g f in qua cadit punctum k, ergo per 14. ſexti, ſequitur latus b g, fieri æquale lateri a g, quod eſt contra hypotheſim, uel ſequitur per tertiam ſexti, lineam b k, fieri maiorem quàm fuit linea a k, quia rectæ, & contra præmiſſa. Idem quoq; accidit impoſsibile ſi punctus f, cadat inter puncta b & k, fiet enim linea b k, maior quàm linea b f, eſt autem linea b f, per tertiam ſexti, maior quàm linea f a, & ita eſt linea b f, maior quàm linea k a, quod totum eſt impoſsibile, cadet ergo punctus f, inter puncta k & a, fiet ergo linearum o k & g n, concurſus ultra lineam b f. Facto item circulo tranſeunte per tria puncta, quæ ſunt a q b, tranſibit ille circulus citra punctum q, quoniam ut prius oſtenſum eſt ſi tranſierit per punctum g, fieret per 21. tertij, angulus a q b, æqualis angulo a g d, per 13. primi, quod eſt contra præmiſſam proximam, tranſibit ergo ille circulus citrà punctum g, & per 24. quinti huius, & per 25. tertij, linea g q, diuidet arcum illius circuli, qui eſt a b, per æqualia in pũcto qui ſit o, quoniam ipſa diuidit angulum b q a, per æqualia, ducatur quoq; linea k o, quæ ut patet ex præmiſsis diuidit chordam b a, per æqualia, ergo linea k o, concurret cum linea g u, intra lineam f b, & ultra punctum o, quia enim, ut ſupra oſtenſum eſt, linea o k, eſt perpendicularis ſuper lineam b a, punctumq; o, cadit in periferiam circuli minoris, qui eſt a q b, à punctis ergo a & b, copuletur ut prius chordæ b o & a o, pateq; per 4. primi, quoniam chordæ b o & a o ſunt æquales, ergo per 27. tertij, arcus a o, eſt æqualis arcui b o, arcus enim b a, diuiſus, per æqualia in puncto o, per lineam g q, lineæ ergo o k & g n, concurrunt in puncto aliquo circa lineam b f, & ultra punctum o, quoniam linea g n, diuidens per æqualia angulum a g b, cadit inter puncta k & o, ut ſupra patuit, linea ergo k o, concurrens cum linea b a, de neceſsitate prius concurret cum linea g a,



ſub linea b f, cuius contrarium iam patuit in præmiſsis, oſtenſum enim fuit, quia concurrebat cum linea g a, ultra lineam b f, & ita ſequeretur duas rectas lineas includere ſuperficiem quod eſt manifeſtum impoſsibile. Reſtat ergo ut angulus a q b, non ſit minor angulo a g d, aut quod forma puncti a, non reflectatur ad uiſum in punctum b, à puncto q̄, quod eſt contra hypotheſim & impoſsibile, eſt ergo angulus a q b, non minor angulo a g d, ex quo ſequitur propoſitum quod in hac diſpoſitione non erit uterq; angulorum conſtantium ex angulis incidentiæ & reflexionis minor angulo extrinſeco angulo cadenti in arcum contentum à duabus diametris circuli, in quarum una eſt centrum uiſus, & in altera punctus rei uiſæ, patet ergo propoſitum, quoniam ſemper ſimilis erit improbatio ſumpto quocunq; alio puncto arcus e n, ſed neq; ab aliquo puncto arcus 3 n, poſsibile eſt fieri reflexionem formæ pūcti a, rei uiſæ ad uiſum exiſtentem in puncto b, ita ut angulus conſtans ex angulis incidentiæ & reflexionis factæ à puncto c, & ab illo alio puncto arcus n 3, ſit uterq; minor angulo a g d, remanente enim diſpoſitione figuræ prioris, quæ eſt anguli a t b, ſit ut à puncto arcus n 3, fiat reflexio formæ puncti a, ad uiſum b. Sit itaq; quod angulus conſtans ex angulo incidentiæ & reflexionis qui ſit f r, punctum p, ſit minor angulo a g d, ſicut & angulus conſtās ex angulo incidentiæ & reflexionis, qui eſt ſupra punctum t, minor eſt eodem angulo a g d, ducantur itaq; lineæ a p, b p, g p, ſecabit ergo linea g p, lineam k o, quoniam ut præmiſſum eſt linea g t, diuidit arcum a b, minoris circuli per æqualia in puncto o, per 25. tertij, eſt enim per 20. quinti huius, angulus a t g, æqualis angulo g t b, & eundem arcum diuidit linea k o, per æqualia, & quoniam ut præoſtenſum eſt, patet quod linea k o, concurrit cum linea g n, linea g p, ſecat angulum n g c, cui ſubtenditur linea k o, concurrens cum linea n g, ultra lineam b f, ergo per 26. primi huius, linea g p, ſecabit lineam k o. Sit itaq; punctus ſectionis linearum g p & k o, punctus b, & ducatur linea t p, cum itaq; duæ lineæ g t & g p ſint æquales, quia ſunt ſemidiametri eiuſdem circuli, & per 5. primi, angulus g t p, æqualis angulo g p t, & uterq; acutus per 32. primi, ducta ergo linea perpendiculari à puncto t, ſuper lineam g t, erit illa perpendicularis per 15. tertij, contingens ſpeculi circulum, qui eſt e d h 3, & producta cadet ſuper terminum diametri minoris circuli per 20. tertij, cum angulus quem efficit illa perpēdicularis cum linea t g, reſpiciat ſemicirculum minoris, linea enim t o, cadit ſuper lineam k o, ſitq; angulus t o k, minor recto per 42. primi, linea enim o k, eſt pars ſemidiametri circuli minoris propter hoc quod angulus o k b eſt rectus, & linea k o, producta ſecat circulum minorem tranſiens per eius centrum per 1. tertij, ideo quod ipſa ſecans lineam b a, orthogonaliter & per æqualia ſecat ipſam neceſſario, ergo illa perpendicularis producta concurret cum linea k o, per 14. primi huius, eritq; punctus concurſus in puncto termini diametri circuli minoris per 20. tertij, cum ille angulus in ſemicirculo ſit rectus qui fit ſuper punctum t, tantum lineæ g t, ſed linea t p, eſt inferior illa perpendiculari ex parte puncti n, igitur quæcunq; linea ducatur à puncto g, centro ſpeculi ad lineam t p, ſecans diametrum o k, illa cadet neceſſario in aliquod punctum lineæ t p, citra perpendicularem, cum igitur linea g p, cadat in punctum p, & ſecet lineam o k, erit punctus p, citra illam perpendicularem, & infra arcum minoris circuli, cui ſubtenditur illa perpendicularis, facto igitur circulo tranſeunte per tria puncta, quæ ſunt a b p, tranſibit quidem ille circulus per punctum l, quoniam linea p l. ſecabit illum circulum ſicuti priorem circulum a b t, ſecabit linea t o, circulus itaq; a b p, ſecabit circulum a b t, in duobus pūctis a & b, & cum exeat à puncto b, & iterum redeat in punctum p, inferiorem puncto t, cum ſit citra illum circulum uerſus punctum t, neceſſario ſecabit illum circulum in tertio puncto quod eſt contra 10. tertij, & impoſsibile. Reſtat igitur ut forma pūcti rei uiſæ, qui eſt a, non reflectatur ad uiſum exiſtentem in puncto b, à duobus pūctis arcus 3 n, ita ut quilibet angulorum illorum ſit minor angulo a g d, palam ergo quod impoſsibile eſt ut forma puncti a, reflectatur ad uiſum b, à duobus punctis arcus interiacentis eorum diametros qui eſt e 3, ita ut uterq; angulorum conſtantium ex angulis incidentiæ & reflexionis ſit minor angulo a g d, quod eſt propoſitum.

XXXV.

In ſpeculis ſphæricis concauis duo puncta qui diuerſis diametris, & inæqualis diſtantiæ à centro ſpeculi exiſtentia à duobus punctis ſpeculi arcus ſcilicet interiacentis ſemidiametros in quibus illa puncta conſiſtunt ad ſe mutuo reflectantur, poſsibile eſt inueniri.

Sit circulus, qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei ſpeculi ſphærici concaui, cuius centrum d, & ſumatur in ipſo duæ diametri, quæ ſint g a & b h, ſecantes ſe in centro d, dico quod poſsibile eſt fieri quod proponitur, diuidatur enim angulus g d b per æqualia, per ſemidiametrum d e, & in ſemidiametro b d ſumatur punctus m ultra punctũ, in quem cadit perpendicularis ducta à puncto e, ſuper diametrũ b d, & ſumatur linea n d, in diametro d g, æqualis lineę m d, & fiat per 5 quarti, circulus tranſiens per tria puncta m d n, hoc ergo neceſſario tranſibit ultra punctũ e, ſi enim detur, quod ille circulus tranſeat punctũ e, ducantur lineæ m e & n e, fietq; quadrangulũ d m e n, intra circulum, ergo per 21. tertij, duo anguli iſtius quadranguli ex aduerſo collocati, ut quæ ſunt à puncta m & n, ſunt æquales duobus rectis, quod eſt impoſsibile, dum duo anguli e m d, & e n d, ambo ſunt acuti minoris duobus rectis, ideo quod lineæ e m & e n, cadunt ultra perpendiculares ductas à puncto e, ſuper ſemidiametros b d & g d, ſimilis quoq; fiet deductio, ſi circulus tranſeat citra punctum e, tunc enim anguli illius quadranguli cadentes ſuper punctum m & n, erunt iterum minores rectis, tranſit igitur circulus d m n extra punctum e, ſecabit ergo circulum proportio ipſius ſpeculi in duobus punctis per 10. tertij, ſint illa duo puncta c & l, & ducantur lineæ n c, m c, n l, d l, m l, & ducatur linea m n ſecans lineam e d in puncto f, & lineam c d in pũcto p, cum itaq; ut patet ex præmiſsis linea m d ſit æqualis lineæ n d, & linea p d, communis ambobus trigonis p d m & p d n, & angulus p d m æqualis angulo p d n, palam per 4. primi, quoniã triangulus p m d, æqualis eſt triangulo p n d, erit quoq; angulus f p d æqualis angulo n p d, & uterq; rectus, angulus itaq; p f d eſt acutus per 32. primi, ducatur ergo à puncto f, linea perpendicularis ſuper lineam d c, per 11. primi, quæ producta ad circumferentiã minoris circuli ſit linea f k, hæc itaq; ſecabit lineam l n, uel non ſecabit, ſi non ſecet, erit quælibet punctus lineæ l n propinquior puncto n quàm punctus k, ſi ſecet palam itaq; quoniam aliquis punctus lineæ l n, erit inferior puncto k, plus approximans ad punctum n quàm punctum k ſit ille punctus z, & ducatur linea c z, quæ producatur uſq; ad circumferentiam circuli minoris cadatq; in punctum o, arcus itaq; n o, aut eſt minor arcu c l, aut non. Si non fuerit minor abſcidatur ex eo arcus minor arcu l c, & ducatur ad terminum illius arcus linea à puncto c, & erit idem ſicuti ſi arcus n o ſit minor arcui l c, ſit ergo arcus n o minor q̃ ſit arcus c l, ergo per ultimam ſexti angulus c n l eſt maior angulo o c n. Secetur ergo ex angulo c n l angulus æqualis angulo o c n, qui ſit i n z, cadatq; punctum i in lineam c z, per 29. primi huius, & ſuper punctũ c, lineæ m c per 23. primi, fiat angulus æqualis angulo o c n, qui ſit angulus q c m, cũ itaq; angulus c m l ſit maior angulo m c q, quia arcus c l eſt maior arcu n o, ut patet ex præmiſsis, arcus uero n o, determinat quantitatem anguli m c q qui eſt æqualis angulo o c n, palam ergo per 14. primi huius, quoniam concurret lineæ c q, cum linea l m, ſit itaq; cõcurſus in puncto q, cum igitur angulus l m c ſit æqualis duobus angulis m q c & m c q, per 32. primi, & angulus l n c ſit æqualis angulo l m c, per 26. tertij, ſunt enim conſtituti ſuper eundem arcum qui eſt l c, & cum angulus i n z ex præmiſsis ſit æqualis angulo m c q, erit angulus i n c æqualis angulo m q c, eſt ergo per 32. primi, angulus m c q æquiangulus triangulo i n c, cum angulus o c n ſit æqualis angulo m c q, & ſimiliter triangulus i n z, eſt per 32. primi, æquiangulus triangulo c n z, cum angulus c z n, ambobus illis triangulis ſit communis, & angulus i n c ſit æqualis angulo o c n, eſt ergo per 4. ſexti, proportio lineæ n c ad lineam c q, ſicut lineæ n i ad lineam m q, & ſimiliter eſt proportio lineæ c n ad lineam c z, ſicut lineæ n i ad lineam n z, ſed linea c z, eſt maior quàm linea c q, quod patet per hoc, ſit enim r, pũctus in quo linea c z ſecat lineam k f, angulus itaq; c f r eſt rectus, cum lineæ f k ſit perpendicularis ſuper lineam c d,

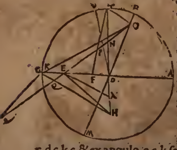
ergo p 32.primi,angulus f c r eſt acutus,qa uero linea d m,ut patet ex præmiſsis eſt æqualis lineæ d n,erit per 27.tertij,arcus d m æqualis arcui d n,ergo p 26.tertij, angulus m c d eſt æqualis angulo d c n,ſed angulus q c m eſt æqualis angulo o c n,ex præmiſsis,ſit ergo angulus q c f æqualis angulo f c r,quia ex æqualibus angulis conſtat, angulus ergo q c f eſt acutus,& linea k f eſt perpendicularis ſuper lineam c d, angulus quoq; c f k eſt rectus,ergo per 14.primi huius,linea k f producta cōcurret cum linea c q, ſit punctū cōcurſus ſ,& linea producta à puncto c,uſq; ad punctum ſ, quod eſt punctum concurſus,cuius pars eſt linea c q, eſt æqualis lineæ c r, quoniam enim illorū trigonorum anguli ad pūctum f, ſiunt recti ad punctum c, ex præmiſsis ſunt æquales per 32. primi,quoniam illi trigoni c f ſ & c f r ſunt æquianguli,& linea c f communis, reliqua ergo latera quæ ſunt c d & c r,ſunt æqualia per 4. ſexti, ſed linea c ſ eſt maior quàm linea c q,& linea c z,eſt maior quàm linea c r,linea ergo c q eſt minor quàm linea c z, eſt ergo per 8.quinti, minor proportio lineæ n c ad lineam c q, quàm lineæ n c ad lineā c z,igitur maior eſt proportio lineæ i n ad m q, quàm lineæ i n ad lineam n z,quare per 10.quinti, linea m q eſt minor quàm linea n z,ſecetur ergo ex linea n z linea æqualis, lineæ m q,quæ ſit n x, & ducatur linea d x,& quoniam per 22.tertij,angulus l n d cum angulo l m d,ualet duos rectos,& angulus l n d æqualis angulo q m d,ergo per 4.primi,triangulus x n d eſt æqualis triangulo d m q,& linea d x æqualis lineæ d q,& angulus x d n eſt æqualis angulo q d m,& angulus d x n æqualis angulo q d m,ſed angulus d x z eſt maior recto,cum ſit maior angulo d n x,per 16.primi,& angulus d n x eſt maior recto per 30.tertij,quoniam cadit in proportionem minorem ſemicirculo qui eſt d n l,& etiam patet hoc per 21.tertij, quoniam enim angulus l m d eſt acutus,patet quod angulus d n l eſt obtuſus,ergo per 19 primi,linea d z eſt maior quàm linea d x,ergo linea z d eſt maior quàm linea q d, forma ergo puncti q poteſt reflecti ad punctum z, à duobus punctis ſpeculi quæ ſunt c & l, & puncta q & z,ſunt inæqualis diſtantiæ à centro & in diuerſis diametris, quod patet ideo quod angulus x n d eſt æqualis angulo q d m,addito ergo communi angulo q d x,ſed angulus n d m eſt minor duobus rectis,ergo & angulo q d x,ergo magis angulus q d z eſt minor duobus rectis,ergo duo puncta q & z,non ſunt in eadem diametro,ſed in diuerſis & hoc eſt propoſitum.



XXXVI.

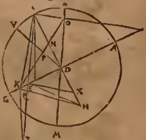
A ſpeculis ſphæricis concauis duobus punctis inæqualiter diſtantibus à centro,& in diuerſis diametris exiſtentibus ad ſe inuicem reflexis à duobus punctis arcus interiacentis illas ſemidiametros in quibus illa puncta conſiſtunt impoſsibile eſt ipſa à puncto alio illius arcus ad ſe inuicem reflecti.

Sit circulus ſpeculi ſphærici concaui a g h,cuius centrū ſit d,& ſint duo puncta k & o, ad ſe inuicem reflexa à duobus punctis arcus h g,ſitq; punctum k,remotius à centro ſpeculi quod eſt d quàm punctus o,& ſint lineæ g d a & b d m, duæ diametri, in quibus ſunt puncta illa k & o,ſitq; punctum k,in ſemidiametro g d, & punctus o, in ſemidiametro b d,reflectanturq; formæ iſtorum punctorum adinuicem à duobus punctis arcus g b,ut oſtenditur per præcedentem,& ſit angulus o d k maior angulo o d a, & ſit cunus punctus arcus b g,à quo ſit reflexio,palam ergo ex 34.huius,quod uterq; duorum angulorum conſtantium ex angulis incidentiæ & reflexionis,non erit minor angulo o d a, neq; eſt aliquis illorum angulorum æqualis angulo o d a,ut patet per ea quæ declarata ſunt in 33.huius, alter ergo illorum erit maior angulo o d a, & ducantur lineæ o c,d c,k c,& ex angulo o c k,ſecetur per 27.primi huius, angulus æqualis angulo o d a,



q

qui ſit c o f, ducta linea c f ſuper diametrũ g d, & diuidatur angulus f c k per æqualia, per 9. primi, ducta linea c e ſuper lineam k f, & à puncto k, ducatur linea æquediſtans lineæ c f, per 31. primi, quæ ſit k z, & quoniam linea c f æquediſtans lineæ k z, concurrit cum linea c e in puncto c, patet quod linea k z concurret cum linea c e, producta per ſecũdam primi huius, ſit ergo linea k z concurrẽs cũ linea c e in puncto z, & ducatur linea o k, & per 9. primi, diuidatur angulus o d k per æqualia per lineã k o, in puncto p, cũ ergo ſit linea k d maior ꝙ linea o d, ut patet ex hypotheſi, & quia per 3. ſexti, eſt proportio lineæ k d ad lineam d o, ſicut lineæ k p ad lineam p o, erit linea k p maior ꝙ linea p o. Item ſit ut linea d c ſecet lineam k o in puncto n, palam quod linea d p u cadet inter duo puncta k & n, nõ autẽ inter duo puncta n & o, quia enim angulus k p d ualet duos angulos p o d & p d o. & angulus o p d ualet duos angulos p d k & p k d, ſed angulus p d o eſt æqualis angulo p d k, & angulus k o d maior eſt angulo o k d, per 19. primi, ergo angulus k p d maior eſt angulo o p d, eſt ergo angulus k p d maior recto per 13. primi, & angulus o p d, eſt acutus, ſed angulus k n d eſt acutus, quod patet ſi fiat circulus tranſiens per tria puncta o c k, per 5. quarti, hic enim tranſibit infra punctũ d, quod eſt centrũ circuli maioris, quoniam cũ angulus o d k ſit maior angulo o d a ex hypotheſi, erunt duo anguli o d k & o c k, maiores duobus rectis, quod eſſet impoſsibile per 21. tertij, ſed ſi circulus ille tranſiret punctũ d, uel ſupra punctum d, quoniam cadẽ eſt demonſtratio, linea uero n d diuidet k c o, arcum illius circuli per æqualia, per 25. tertij quoniam diuidit angulũ o c k per æqualia ex hypotheſi, fiet aũt illa diuiſio arcus k o infra punctum d. Si uero ab illo puncto diuiſionis arcus o k, ducatur linea ad mediũ punctum lineæ o k, quæ eſt chorda illius arcus o k, erit linea illa perpendicularis ſuper lineam o k, per 8. primi, & cadet illa perpẽdicularis inter puncta p & k, cũ linea k p ſit maior ꝙ linea p o, & angulus ſuper punctũ n. ex parte illius perpendicularis erit acutus, ergo & ex parte p erit acutus, & angulus ſuper punctum p ex parte o, erit acutus, hoc enim oſtenſum eſt ſuperius. Si ergo detur, ꝙd punctus p cadat inter duo puncta n & o, impoſsibile erit perpendicularem illam cadere inter puncta n & p, quia tunc ſecaret lineam d p, & fieret triangulus cuius unus angulus eſſet rectus, & alius obtuſus. quod cum ſit impoſsibile, neceſſe eſt angulum k n d eſſe acutũ, ergo per 13. primi, angulus o n d eſt obtuſus. punctũ ergo p nõ cadet inter pũcta n & o, quoniam cum angulus o n d ſit obtuſus, & ut patet ex p̃miſsis angulo d p k eſt obtuſus, ſequeretur ergo in trigono d n p, duos eſſe angulos obtuſos, quod cũ ſit impoſsibile per 32. primi, palam quia pũctus p, non cadet inter pũcta n & o, non cadit etiam in punctũ n, ut eſt euidens. cadet ergo inter puncta k & n, quia ergo ut patet ex præmiſsis angulus k e d eſt medietas anguli k c o, ſed & angulus k c e eſt medietas anguli k c f, angulus uero k c o maior eſt angulo f c o, in angulo k c f, reſtat ergo ut angulus e c d ſit medietas anguli f c o, ſed angulus f c o eſt æqualis angulo o d a, igitur angulus e c d eſt medietas anguli o d a, cũ angulus o d f ualet duos rectos per 13. primi, & tres anguli trianguli e c p, ualẽt duos rectos per 32. primi, tres ergo anguli trigoni e c d ſunt æquales duobus angulis o d a & o d f, ablato ergo angulo c d c, hinc inde illis angulis cõmuni, & ablato angulo e c d, qui eſt medietas anguli o d a, reſtat ut angulus c e d æqualis ſit medietati anguli o d a, & toti angulo o d n, ſed angulus o d p qui eſt medietas anguli o d k cũ medietate anguli o d a eſt rectus, eſt autẽ angulus o d p maior angulo o d n, quod patet per 29. primi huius, cũ ſicut patet ex præmiſsis pũctum n, lineę d n cadat inter pũcta p & o, eſt ergo angulus o d p cũ medietate anguli o d a maior angulo c o d, cũ medietate anguli o d a, patet ergo cũ angulus o d k cũ medietate anguli o d a ſit rectus, quoniam angulus c e d eſt acutus, quare per 15 primi, ei contra poſitus, qui eſt angulus k e z, eſt acutus, igitur ſi per 12. primi, à puncto k ducatur perpendicularis ſuper lineam c z, illa cadet inter puncta e & z, quia ut patet ex præmiſsis linea k e, non eſt perpendicularis ſuper lineam c e z. Si uero dicatur quod illa perpendicularis ca-



ris cadat ultra punctum e,ſuper lineam c e,tunc cum angulus c e k,per 13.ſit obtuſus,accidit triangulum habere duos angulos,unum rectum & alium obtuſum,quod eſt impoſſibile,per 32.primi,cadet itaq; perpendicularis illa inter puncta e & z, quæ ſit linea k q, hoc autem ſeruato nunc quidem neceſſarium interponimus,ſcilicet quod linea k c,ſe habet ad lineam c f,ſicut linea k d ad lineam d o, eſt enim linea c o, aut æquediſtans lineæ k o,aut concurrens cum illa. Sit primum æquediſtans,erit ergo per 29.primi,angulus o d a,æqualis angulo c o d,eſt ergo angulus c o d æqualis angulo o c f, quoniam ut patet ex præmiſsis,angulo o c f & o d a ſunt æquales. Similiter quoq; lineæ o d & c f,aut æquediſtabunt,aut concurrent. Si æquediſtent,cū illi cadent inter lineas k d & c o æquediſtantes,palam per 34.primi,quoniam ipſæ erunt æquales. Si uero lineæ o d & c f,cōcurrunt facient triangulum,cuius duo latera erūt æqualia,per 6.primi,quoniam duo æquianguli qui ſunt f c o & d o c ſunt æquales,linea uero f d ſecat illa duo latera æqualia æquediſtāter baſi d o,erit ergo per 2.ſexti,& 18.quinti,proportio unius illorum laterum ad lineam d o,ſicut alterius ad lineam f c,eſt ergo linea c f æqualis lineæ o d,per 9.quinti, fit autem hæc deductio cum lineæ illæ concurrunt ſub linea k d,quaſi concurrant ſub linea c o,erit eadem probatio,quia fiet triangulus cuius unū latus eſt linea c o,& alia duo latera æqualia per 6.primi,ut prius,quia linea c o eſt æquediſtans lineæ d f,erit per 2.ſexti, proportio unius illorum duorum laterum ad lineam d o,ſicut alterius ad lineam c f, eruntq; ut prius per 19.quinti,lineæ c f & d o æquales. Item patet quod angulus c d f, eſt æqualis angulo d c o.per 29.primi,ideo quod linea c o data eſt æquediſtans eſſe lineæ k d, ergo angulus c d f eſt æqualis angulo d c k,cum anguli d c o & d c k ſint æquales ex hypotheſi & per 25.quinti huius,ergo per 6.primi,lineæ d k & c k ſunt æquales ,eſt ergo p 7.quinti proportio lineæ c k ad lineam c f,ſicut lineæ k d ad lineam d o,ideo quod antecedentia & conſequentia ſunt hinc & inde æqualia. Si uero linea c o non æquediſtat , ſed concurrit cum linea k d,aut hoc eſt ad partem puncti g,diametri a g,ſi fiat concurſus ex parte a,ſit hoc in puncto l,



manifeſtum ergo per 13.primi huius,quoniam proportio lineæ c k ad lineam c f,cōponitur ex proportione lineæ c k ad lineam c l,& ex proportione lineæ c l ad lineam c f,ſed proportio lineæ k c ad lineam c l,eſt ſicut proportio lineæ k d ad lineam d l,per 3.ſexti, linea enim d c diuidit angulum k c o per æqualia ex hypotheſi,quia uero angulus o d l per præmiſſa eſt æqualis angulo l c f,& angulus ad pūctum l,communis eſt ambobus trigonis c l f & o d l,patet per 32.primi,quod tertius angulus eſt tertio æqualis,erit ergo per 4.ſexti,proportio lineæ c l ad lineam c f,ſicut lineæ d l ad lineam d o,proportio itaq; lineæ c k ad lineam c f,conſtat ex proportione lineæ k d ad lineam d l,& lineæ d l ad lineam d o, ſed proportio lineæ k d ad lineam d o,conſtat ex eiſdem proportionibus poſita linea d l media per 13.primi huius,ergo proportio lineæ k c ad lineam c f, eſt ſicut proportio lineæ k d ad lineam d o. Si autem linea c o concurrat,cum linea k d ex parte g, ſit concurſus in puncto ſ,& à puncto d,ducatur linea æquediſtans,lineæ k c, quæ ſit d r cōcurrens cum linea c o producta ultra punctum o,in puncto r,igitur angulus k c d æqualis eſt angulo c d r,per 29.primi,ſed & angulus k c d ex hypotheſi æqualis eſt d c o,ergo anguli d c r & d r c ſunt æquales,ergo per ſextam primi,linea d r eſt æqualis lineæ c r , ſed quoniam triangulus ſ c k æquiangulus eſt triangulo ſ r d,per 29. primi , & propter angulū a ſ d cōmunē erit per 4.ſexti,proportio lineæ d r ad lineam ſ r, ſicut lineæ k c ad lineam c ſ, ſed linea d r eſt æqualis lineæ r c,eſt ergo per 7.quinti,proportio lineæ r c ad lineam r ſ,ſicut lineæ k c ad lineam c ſ,ſed proportio lineæ r c ad lineam r ſ,eſt ſicut proportio lineæ d k ad lineam d ſ,per ſecundam ſexti,& per 18.quinti,igitur per 11. quinti,eſt proportio lineæ k c ad lineam c ſ, ſicut lineæ k d ad d ſ,ſed quoniam angulus f c o æqualis eſt angulo o d a, erit angulus o d ſ æqualis angulo f c ſ,per 13.primi,& angulus ad punctum ſ eſt cōmunis,erit ergo triangulus o d ſ æquiangulus triangulo f c ſ, per 32. primi,

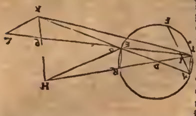
ergo

ergo ꝑ 4.ſexti,eſt ꝓportio lineæ c s ad c f,ſicut lineæ d s ad d o, eſt aūt ꝓportio lineæ k c
ad lineā c s,ſicut lineæ k d ad lineam d s,& eſt ꝓportio lineæ c s ad lineam c f,ſicut lineæ
d s ad lineam d o,ergo per 22.quinti,erit ꝓportio lineæ k c ad lineam c f,ſicut lineæ k d
ad lineā d o.Quia uero linea k z æquediſtat lineæ c f,ut patet ex præmiſſis,erit ꝑ 29.pri
mi,angulus k z e æqualis angulo e c f,ſed angulus k e z eſt æqualis angulo c e f,per 15.
primi,ergo trigoni k z e & e c f,ſunt æquianguli per 32.primi,ergo per 4.ſexti,erit pro
portio lineæ k e ad lineam e f,ſicut lineæ k z ad lineam c f,ſed proportio lineæ k e ad li-
neam e f,eſt ſicut lineæ k c ad lineam c f, ꝑ 3.ſexti,quia angulus k e f,diuiſus per lineam
c e,lineæ ergo k z & k c,ad eandem lineam c f,eandem habēt proportionem,ergo per 9.
quinti,linea k z eſt æqualis lineæ k c,ſed ex præmiſſis patet,quod eſt proportio lineæ z
k ad lineam c f,ſicut lineæ z e ad lineam e c,eſt ergo per 11.quinti,ꝓportio lineæ z e ad
lineam e c,ſicut lineæ k d ad lineam d o,ſed linea k d ex hypotheſi eſt maior quàm linea
d o,linea ergo z e eſt maior quàm linea e c,hoc quidem pro alijs reſeruares,nūc ad ꝓpo-
ſitum redeamus,quia uero ut ſupra patuit linea k q,eſt perpendicularis ſuper lineā e z,
erunt omnes anguli circa punctum q recti,ſed angulus e c d eſt acutus,quoniā eſt medie
tas anguli f c o,ut ſuperius oſtenſum eſt,ergo per 14.primi huius,linea k q cōcurret cū
linea c d ſit punctus concurſus h,& ducatur linea e h,& à puncto e,ducatur linea æquedi
ſtans lineæ k h,producta uſq; ad lineam d h quæ ſit e x,ſecans lineam d h in puncto x,fi-
atq; per 5.quarti,circulus tranſiens per tria puncta quæ ſunt e c x, & immutatur figura
ſi placet ꝓpter diuerſam intricationē linearū,quia itaq; angulus c q h eſt rectus, ut pa-
tet ex præmiſſis,erit ꝑ 29.primi,angulus c e x rectus,ergo per 30.tertij,linea x c erit dia-
meter illius circuli qui eſt e c x,& ꝓducatur linea k e, per triangulū orthogonium c e x,
& trans circulum cadens in punctum m,circunferentiæ circuli c e x, & ducatꝰ linea m c,
& erit angulus c m e æqualis angulo c x e,per 26.tertij,cadunt enim ambo illi anguli in
eundem arcum qui eſt e c,ſed angulus c x e æqualis eſt angulo c h k,per 29.primi,quo-
niam lineæ e x & k h,ductæ ſunt æquediſtātes,erit ergo angulus c m e æqualis angulo c
h k,ſed angulus c h k maior eſt angulo d h e,quod patet per 29.primi huius,ſecat em̄ li-
nea h e baſem k d, ergo angulus c m e maior eſt eodem angulo d h e, reſecetur ergo ab
angulo c m e angulus æqualis angulo b h e, per 27.primi huius,qui ſit angulus f m d du-
cta linea f m,& punctus in quo linea f m ſecat lineam c x,ſit i,palā ergo cū ex præmiſſis
angulus i m d ſit æqualis angulo d h e,& per 15.primi,angulus i d m ſit æqualis angulo
e d h,quoniam per 32.primi,triangulus i m d eſt æquiangulus triangulo g h e,ergo per
4.ſexti,eſt ꝓportio lineæ h d ad lineam d m,ſicut lineæ e h ad lineā i m,& ſimiliter trian
gulus c m d ſit ſimilis triangulo k h d,cū ſicut patet ex præmiſſis angulus d h k ſit æqua-
lis angulo c m d,& per 15.primi,angulus c d m ſit æqualis angulo k d h,& tertius tertio
per 32.primi,erit ergo proportio lineæ k d ad lineā d c,ſicut lineæ h d ad lineam d m,eſt
autem proportio lineæ h d ad lineā d m,ſicut lineæ e h ad lineā i m,eſt ergo per 11.quin-
ti,ꝓportio lineæ k d ad lineam d c,ſicut lineæ e h ad lineā l m,ſed proportio lineæ k d ad
lineam d c eſt nota, qm̄ ſemper una & eadem permanet,quicunq; punctus reflexionis
ſit c,in arcu b g,quia ſemper linea d c,quæ eſt ſemidiameter eſt una,& linea k d,ſimiliter
eſt ſemper una,quoniā ipſa eſt diſtantia alterius punctorū reflexorum à centro ſpeculi,
linea etiā e h,una permanet in quacunq; reflexione, & non mutatur eius quātitas,quo-
niam non mutatur quantitas anguli e c h,qui eſt medietas anguli o d a,qui nō mutatur,
quare linea i m,ſemper erit una & æqualis,erit ergo punctus circunferentiæ in quem ca
dit linea i m producta ultra punctum i, qui eſt punctus f,ſemper eſt notus & determi-
natus. Si ergo à tribus punctis arcus b g,poſſit fieri reflexio,contingat ducere à puncto
f,ad circulum c x e tres lineas,quarum cuiuslibet pars interiacens diametrū c x,& perife
riam circuli ſit æqualis lineæ i m, per 9.quinti, quia ſemper erit proportio lineæ k d ad
lineā d c,ſicut lineæ e h ad quamlibet illarum linearū,patet autē hoc eſſe impoſſibile,per
133.primi huius, qđ ab eodem puncto dato in circunferentiā circuli extra diametrū ꝑ
ipſam diametrū ad circūferentiā,ita ut pars lineæ interiacentis diametrū ad reliquā par
tem circunferentiæ ſit æqualis datæ lineæ,non niſi duæ lineæ æquales duci poſſunt,qua-
re à duobus tantum punctis illius propoſiti arcus fiet reflexio,quod eſt propoſitum.

XXXVII.

Secundum modum datæ lineæ à dato puncto ſpeculi ſphærici concaui ductæ poſſibile eſt duo puncta reperiri, quæ in diuerſis diametris inæqualiter à centro ſpeculi diſtantia ab eodem dato puncto ſpeculi, & uno tantum alio eiuſdem arcus interiacentis ſemidiametros in quibus illa puncta conſiſtunt ad ſe mutuo reflectantur.

Remaneat diſpoſitio proximæ, ſitq; datus quicunq; punctus ſpeculi, qui ſit c, proponitur nobis ut inueniantur duo puncta, quæ in diuerſis diametris ſpeculi exiſtētia ab illo dato puncto ſuperficiei ſpeculi, & uno tantū alio propoſiti arcus puncto ad ſe mutuo reflectantur, ſit enim ut quantacunq; placuerit ſumatur linea z t, quæ per 119. primi huius, diuidatur taliter in puncto e, ut ſit proportio lineæ z e ad lineã e c, ſicut in præcedenti propoſitiōe prima ſcilicet eius figuratione, eſt proportio lineæ k ad lineam d o, & quoniã ex hypotheſi illius linea k d eſt maior quàm linea d o, erit linea z e maior q̃ linea e t, diuidaturq; linea z t per æqualia in puncto q, per 10. primi, & à puncto q, ducatur perpendicularis ſuper lineã z t, per 11. primi, & fiat angulus e c d æqualis medietati anguli o d a per 23. primi, erit quidem ille angulus e c d acutus, ergo p 24. primi huius, linea t d, concurret cū perpendiculari ducto à puncto q, ſuper lineã z t, ſit concurſus in



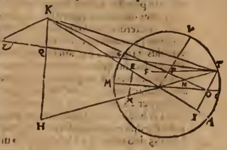
puncto h, completum eſt ergo trigonū orthogoniū, quod eſt t q h, in cuius altero laterū rectum angulū t q h continentiū quod eſt t q, datus eſt punctus e, poſſibile eſt ergo à puncto e per 137. primi, duci lineam ad baſem trigoni t q h quæ eſt t h, ex alia ſui parte concurrentem cū altero laterū rectum angulū continentium, quod eſt q h, producto ultra punctū q, ita ut tota producta linea ſe habeat ad partē abſciſam baſis, ſicut linea data ad lineã datam, ſic à puncto e, taliter ꝑducta linea d e k, ita ut ſit ꝓportio totius lineæ k d ad lineã d t, ſicut lineæ k d ad ſemidiametrum ſphæræ ſpeculi, ergo per 9. quinti, linea d t æqualis ſemidiametro, punctū ergo d, eſt centrum ſpeculi, & angulo k t d, fiat per 23. primi, ſuper punctū t, terminū lineæ d t æqualis angulo qui ſit o t d, dico q̄m punctus ſpeculi qui eſt t, eſt punctus reflexionis formæ puncti o, ad uiſum exiſtentem in puncto k, uel econuerſo formæ puncti k, ad punctū o. & quod ab illo dato puncto t, & ab uno tantū alio ꝓpoſiti arcus puncto, fit illorū punctorū mutua reflexio, & hæc omnia faciliter patent repetita priori demonſtratione theorematis p̄cedentis ꝑut huic ꝓpoſito eſt neceſſe, patet ergo ꝓpoſitū.

XXXVIII.

Duobus punctis in diuerſis diametris circuli ſpeculi ſphærici concaui exiſtentibus ambobus extra circulū, uel uno intra circulum, & alio extra illum & inæqualiter diſtantibus à centro reſpicientibus arcum ſpeculi à quo fit reflexio, ſi reflectantur ab aliquo puncto arcus oppoſiti illis diametris non eſt ea poſſibile reflecti ab alio puncto eiuſdem arcus.

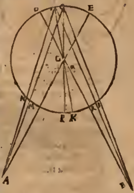
Sint duo puncta a & b, in diuerſis diametris extra circulū qui eſt cōmunis ſectio ſuꝑficiei reflexionis, & ſpeculi ſphærici concaui, cuius centrū ſit g, ſintq; illæ diametri a e & b d, & ſit pūctus reflexionis t, & ducant̄ lineæ b t, a t, g t, illa itaq; b t ſecabit arcū circuli, ſit pūctus ſectionis q. ſed & linea a t, ſecabit periferiã eiuſdem circuli, ſit pūctus ſectionis m, & q̄m angulus b t g æqualis eſt angulo a t g, palam p 25. tertij, q̄m cadunt arcus æquales, ꝑducātur ergo diametri t g, ad aliam partē periferiæ in punctū p, & erit arcus q p, arcui m p æqualis, ſi igitur forma pūcti b, reflectitur ad uiſum exiſtentē à puncto a, ab aliquo alio puncto ſpeculi arcus eiuſdem, ſit illud aliud punctū h, & ducantur lineæ a h, b h, g h, & ſecet linea b h circulum in puncto l, & linea a h, in pūcto n, producaturq; ſemidia-

ſemidiameter b g, in punctũ circunferentiæ qui ſit k, ſecundum prædicta ſitaq; erit arcus l k æqualis arcui n k, ſed habitũ eſt prius, quod arcus q p eſt æqualis p m, ſed arcus q p maior eſt arcu l k, & arcus k n maior arcu m p, accidit igitur impoſſibile, ſcilicet minus eſſe maiori æquale, quocunq; uero alio puncto illius arcus d t e dato, idem accidit impoſſibile. Reſtat ergo ut forma puncti b, non reflectatur ad uiſum, à puncto h, uel ab alio puncto arcus d t e, oppoſitis diametris in qbus ſunt pũcta a & b, præter quàm à pũcto t. Idem quoq; accidit impoſſibile, & eodem modo deducendum ſi unũ datorum punctorum ſit in circulo, reliquum uero extra circulum, patet ergo propoſitum.



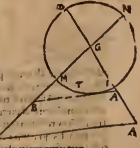
XXXIX.

Duobus pũctis in diuerſis diametris circuli ſpeculi ſphærici cõcaui exiſtẽtibus ambobus extra circulũ, ſi linea continuans illa puncta contingat illum circulum, aut tota ſit extra circulum, non eſt poſſibile unum illorum punctorum ad alterum reflecti niſi ab uno tantum illius ſpeculi puncto.



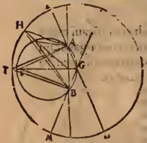
Sint ut in præcedenti theoremate, duo puncta a & b, in diuerſis diametris extra circulũ, qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſpeculi ſphærici concaui, cuius centrum ſit g, ſintq; illi diametri l d & n m, ſitq; punctus a in ſemidiametro l g, & pũctus b in ſemidiametro m g, & ducatur linea continuans puncta a & b, quæ ſit a b, & hæc cotingat circulũ illũ, à quo per ſecundam huius, poteſt fieri reflexio, ſitq; ille cõtactus in arcu circuli q ſit arcus l m, aut ſi linea illa ſit tota extra ſpeculũ, dico qđ à nullo puncto arcus l m, interiacentis diametros, in quibus ſunt illa puncta fit reflexio formæ unius punctorum a & b, ad punctum reliquum ſumpto enim q̃cũq; puncto in arcu l m, ut pũcto c, ductiſq; lineis a c & b c, ſi linea a c cadat intra ſpeculũ, linea b c, neceſſario cadet extra ſpeculũ, quoniam hoc requirit talis ſitus ſpeculi, & econuerſo, ſi linea b c cadat in ſpeculo, linea a c cadat extra, ſemper eñ altera linearum ab illis duobus pũctis a & b, ad aliud punctũ ſpeculi ductarum tota erit extra ſpeculũ, & ſic idem neuter illorum punctorum ad alterum reflectetur ab aliquo puncto illius arcus l m, ſimiliter quoq; patet idem, ſi linea tota ſit extra ſpeculum nõ contingens ipſum, reſpiciat tamen arcum l m, quia neq; tunc ambæ lineæ a c & b c, cadẽt intra ſpeculum, ſed ſi una erit intra ſpeculũ, reliqua erit tota extra ſpeculũ, unde non fiet reflexio ſecundum illã, ab aliquo tñ puncto arcus d n, poteſt fieri reflexio p 27. huius, & ab uno tantũ puncto illius arcus, ut patet per præcedentem, & ita formarum illorum punctorũ reflexio ad inuicem nõ fiet niſi ab uno ſolo puncto ſpeculi, quod eſt propoſitum.

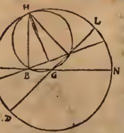
XL.



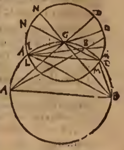
Exiſtentibus duobus punctis in diuerſis diametris circuli ſpeculi ſphærici cõcaui inæqualiter diſtantibus à centro, ſi linea continuans illa puncta producta ſecet circulum unum illorum punctorum ad alterum ab uno tantum puncto ſpeculi uel à duobus, aut tribus, aut à quatuor poſſibile eſt reflecti, & ſecundũ hoc loca imaginum numerantur.

Sint ut ſupra duo puncta a & b, in diuerſis diametris circuli ſpeculi ſphærici concaui, ita ut punctus a, ſit in diametro l d, & punctus b in diametro m n, ſintq; illa pũcta inæqualiter diſtantia à centro ſpeculi quod eſt g, & linea a b, ducta ab uno illorum pũctorum ad alterum producta ſecet circulũ, dico quod uerum eſt quod proponitur, fiat enim circulus pertranſiens per centrum ſpeculi quod eſt g, & per illa duo puncta a & b, p 54. circulus itaq; ille a b g, aut totus erit intra circulũ ſpeculi, aut cõtingat ipſum intrinſecus, aut ſecabit ipſum. Si totus circulus a b g, fuerit intra ſpeculi circulũ, palam p 6. huius, quod unũ illorum punctorum reflectetur ad alterũ ab aliquo puncto ſpeculi, & propoſiti circuli, ut patet p ſecundã huius, & p 27. quinti huius, ſic ergo pũctus reflexionis t, palamq; per 10. huius, quod pũctus t, eſt in arcu interiacẽte diametros in quibus ſunt puncta a & b, q ſit arcus l m, & ducant lineæ a t, b t, g t, extra quoq; angulus a t b minor angulo b g d, ſit enim ut ſemidiameter g t ſecet circulũ a b g in pũcto f, & ducant lineæ a f & b f, fientq; duo trigona a t b & a f b, ſup unã baſem, q̃ eſt a b, palã ergo p 21. primi, quoniam angulus a f b eſt maior angulo a t b, ſed per 21. tertij, angulus a f b cũ angulo a g b, ualet duos rectos, ergo p 13. primi, angulus a f b eſt æqualis angulo b g d, angulus ergo a t b eſt minor angulo b g d, quilibet quoq; angulus ſic factus ſup arcũ l m, ut ſuper punctũ h, erit minor angulo b g d, ab arcu itaq; ſpeculi qui eſt l m, non fiet reflexio niſi ab uno tantũ puncto ſpeculi, quoniam iam oſtenſum eſt p 34. huius, quia non eſt in huius pũctorum reflexorum diſpoſitiõe poſſibile reflexionẽ fieri à duobus pũctis ſpeculi, ita ut uterq; angulorum conſtans ex angulo incidentiæ & reflexionis ſit minor angulo b g d. In hac ergo diſpoſitiõe ab uno tantum puncto ſpeculi fiet reflexio quod eſt unum propoſitorum. Si uero circulus a b g, ſit intrinſecus contingens circulũ ſpeculi, ſit punctũ cõtactus h, & ducant lineę a h, b h, g h, q a itaq; angulus a h b, p 21. tertij, cũ angulo a g b ualet duos rectos, patet p 13. primi, quod angulus a h b eſt æq̃lis angulo b g d, quare ab illo pũcto cõtactus nõ fiet reflexio p 33. huius, angulus quoq; factus ſup quocũq; aliud punctũ arcus circuli ſpeculi erit minor illo angulo, p modũ quo iam ſuperius p̃oſtenſum eſt, quare à duobus punctis illius arcus nõ fiet reflexio p 34. huius, ſed ſolũ ab uno pũcto, ſi uero circulus a b g, ſecet circulũ ſpeculi, patet q tantum in duobus pũctis ſecare neceſſe eſt p 10. tertij & illa duo pũcta a & b, aut ambo erũt extra ſpeculũ circuli, aut ambo intra, aut unũ extra circulũ, aut aliud intra illũ, aut unũ illorum punctorum in circũferentia circuli & aliud extra illũ uel intra illũ. Si fuerint ambo extra circulũ ſpeculi, tũc patet quod linea a b, nõ ſecabit circulũ ſpeculi, fietq; reflexio ab uno tantum ſpeculi pũcto, ut patet p p̃cedentẽ, tunc enim manifeſte patet, quod circulus a b g, nõ ſecabit circulũ ſpeculi ſecũdũ arcũ l m, quoniam ille arcus interiacet lineas a g & b g, & arcus b g a cadit extra illas lineas in alia pũcta periferiæ circuli ipſius ſpeculi, cũ ambo puncta a & b ſunt extra circulũ ſpeculi, ſi uero pũctus b, ſit in periferia circuli ſpeculi uel intra, pũcto a cõſtituto extra, patet tunc quod arcus l m, in duobus pũctis nõ ſecabitur, ſed arcus b g, trãſibit punctũ aliquod arcus l m, quod ſit t, ergo angulus factus ſuper arcũ l m, erit maior angulo b g d, quoniam ductis lineis l t, b t & a t, patet ſecundũ p̃miſſa p 21. tertij, quoniam angulus l t b eſt æqualis angulo b g d, angulus uero a t h eſt maior illo, patet ergo p 24. huius, quoniam in hac diſpoſitione ab unico pũcto, uel à duobus pũctis arcus l m, fiet formarum illorum punctorum ad inuicẽ reflexio. Si uero duo pũcta a & b, fuerint extra circulũ ſpeculi, & circulus a b g, ſecet circulũ ſpeculi, tunc patet quod circulus a b g, ſecabit arcũ l m in duobus punctis, quoniam duo ſemidiametri circuli maioris q ſunt g l & g m, ſecãt circulũ a u g, in pũctis a & b, & tranſeũtes reſecant ex circulo ſpeculi arcũ l m, ſecat ergo circulus a b g, arcũ l m, in duobus punctis quæ ſint t & h, & reſtabunt ex ipſo arcu l m, duo arcus in diuerſis partibus ipſius qui ſunt arcus l t & h m, omnisq; angulus cõſtitutus ſup arcum circuli ſpeculi qui eſt t h,

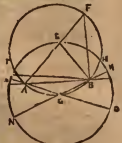




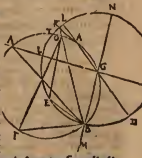
eſt t h, erit maior angulo b g d, quod patet ſi ſuper periferiam ſpeculi fiat angulus a e b, ille em̃ eſt maior angulo b g d, ꝑducta em̃ linea a e, ad periferiam circuli a b g, in pũctũ f, ſi copuletur linea b f, erit per 31. tertij, & per 13. primi, angulus a f b, æqualis angulo b g d, ſed per 21. uel per 16. primi, angulus a e b, eſt maior angulo a f b, ergo & angulo b g d, & ſimiliter erit de quolibet alio puncto arcus t e h demonſtrandũ, ab hoc itaq; arcu t e h, ut patet ꝑ 34. huius, poterit fieri reflexio, forſan ab uno tantum puncto, & forſan à duobus, quod ſi fiat reflexio à duobus arcubus l t & h m, qui reſtant ſuper arcum t e, ex arcu l m, & ex diuerſis ꝑtibus ipſius circuli a b g, tũc ſecũdũ præmiſſa om̃es anguli ſuper illos arcus conſiſtentes cõtenti ſub lineis à punctis a & b, ꝑductis, erunt minores angulo b g d, fiat em̃ angulus b k a, ſuper punctũ arcus b t, & qm̃ arcus a t, circuli a b g, eſt intra circulũ ſpeculi ſub arcu l t, ſecet linea b k, arcum a t, in puncto o, & ducatur linea a o, patet ergo ꝑ 21. tertij, & per 13. primi, qđ angulus a o b, eſt æqualis angulo b g d, ſed angulus a o b, eſt maior angulo a k b per 16. primi, patet ergo angulus a k b, eſt minor angulo b g d, & ſimiliter de quolibet puncto arcuũ l t & h m, eſt demonſtrandũ, ergo ꝑ 34. huius, ab uno tantũ illorũ arcuum puncto fiet reflexio, in



hac itaq; ſitu fiet reflexio à duobus punctis arcus l m, interiacentis diametros, aut forſan à tribus, palã uero per 27. & 29. huius, qđ ab uno tantũ puncto arcus n d, fiet reflexio, & ita in hoc ſitu aliqñ à tribus pũctis ſpeculi, aliquãdo uero à quatuor punctis fiet reflexio. Si uero unus punctorũ a uel b, fuerit in periferia circuli, aliud uero intra circulũ, & circulus a b g, ſecet circulum ſpeculi, tunc ſecabit arcum l m in uno tm̃ puncto, qui ſit t, qm̃ in loco alterius punctorũ l uel m, erit punctum a uel b, exiſtens em̃ in altera diametrorũ n m uel l d, & in puncto circuli periferia erit in puncto qđ eſt cõmunis ſectio illarũ, & ſit ĩ puncto b, exiſtente in puncto m & puncto a, intra ſpeculũ, reſtabit unicus tantũ arcus totius arcus l m, qui ſit l t, patet itaq; ſecundũ ꝓmiſſa ductis, ut prius, lineis a f & b f, ſuper arcum circuli a b g, & lineis a e & b e, ſuper aliquod punctũ arcus l m, qđ ſit e, qm̃ per 21. primi, omnes anguli conſiſtentes ſuꝑ arcũ t b, ſunt maiores angulo b g d, ergo per 34. huius, poteſt fieri reflexio à duobus punctis illius arcus uel ab



uno, omnes uero anguli arcus l t, erunt minores angulo b g d, ut præoſtenſum eſt prius, & ita cũ per 34. huius, ab uno tantũ puncto arcus l t, fiet reflexio, ſed & per 29. huius, ab uno tantũ pũcto arcus n d, fiet reflexio, fiet itaq; in hoc ſitu reflexio quandoq; à tribus punctis, quandoq; à quatuor, & non à pluribus, quod ſi puncto b, exiſtente in periferia circuli ſpeculi, punctus a ſit extra illũ circulũ, tunc patet quod circulus a b g, nunq; ſecabit circulũ ſpeculi ſecundũ arcũ l m, qm̃ ſemidiameter g m, & periferiæ circuli cõmunis ſectio eſt punctus m, in quo eſt punctus b, ſemidiameter uero g l, procedens ad punctum a, extra circulũ ſecat arcum t b, nec ſecatur ab illo, om̃es itaq; anguli arcus l m, ſunt maiores angulo b g d, ut patet ex præmiſſis, ergo per 34. huius, ab uno tantũ puncto uel forſan à duobus punctis arcus l m, poteſt fieri reflexio pũctorum a & b, ſimiliter ad inuicem ab uno puncto arcus n d, fiet itaq; in hoc ſitu reflexio à duobus aut à tribus punctis ſpeculi

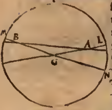


& non à pluribus, palam ergo quod puncta inæqualiter diſtantia à centro ſpeculi aliquando ab uno tm̃ puncto, aliqñ à duobus, aliqñ à tribus, aliqñ à quatuor, nunq; à pluribus reflectant, ſecũdũ hæc quoq; loca imaginũ numerant, quẽadmodũ patuit iam pluries in præmiſſis, & hoc eſt quod proponebatur declarandum,

XLI.

Exiſtentibus duobus pūctis in diuerſis diametris circuli ſpeculi ſphærici cōcaui & æqualiter diſtantibus à centro ſi linea cōtinuans illa pūcta ſecet circulum, poſſibile eſt unum illorum punctorū ad alterum reflecti ab uno tantum puncto ſpeculi, uel à duobus aut à quatuor, ſed impoſſibile eſt à tribus, & ſecundum hoc loca imaginum numerantur.

Sint ut in præmiſſa duo pūcta a & b, in diuerſis diametris circuli ſpeculi ſphærici cōcaui quæ ſint l d & m n, ita ut punctus a ſit in diametro l d, & punctus b, in diametro m n, ſintq́ puncta a & b, æqualiter diſtantia à centro ſpeculi, & linea a b, ducta ab uno illorū punctorū ad alterū ſecundum circulū, qui eſt cōmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, cuius centrū ſit g; dico quod uerū eſt qđ proponit, quod em̄ ab uno tantum puncto ſpeculi qñq; fiat illorū punctorū adinuicem mutua reflexio, patet per 19. huius, & etiam idem oſtendi poteſt p modū 24. huius, linearū em̄ inæqualitas in illo ſitu naturam reflexionis nō immutat, ut declaratū eſt in 20. quinti huius, quandoq; uero fit mutua reflexio iſtorū punctorū a & b, à duobus tantū pūctis ſpeculi, ut patet per 25. huius, quandoq; uero fit reflexio mutua propoſitorū punctorū quæ ſunt a & b, à quatuor punctis circūferentiæ ipſius ſpeculi, ut patet per 26. huius, à tribus uero tantū punctis iſtorū ſpeculorū formas punctorū æqualiter diſtantiū à centro ſpeculi ad ſe mutuo reflecti eſt impoſſibile. Si em̄ ab aliquibus duobus punctis unius arcus fiat iſta mutua reflexio diuiſo arcu interiacente illa puncta per æqualia, & ductis ad illud punctū lineis, patet p 26. tertij, & per 4. primi, ꝓpter æqualitatē laterum g a & g b, qm̄ anguli conſtituti ſuper illud punctū fiunt æquales, ab illo ergo puncto fiet reflexio per 20. quinti huius, ſed & fiet ab aliquo puncto arcus oppoſiti illi arcui, palam ergo quod à quatuor punctis ſpeculi fiet reflexio & non à tribus, & qm̄, ut patet p præmiſſam & ex pluribus ꝓpoſitionibus huius libri, nunq; fit à tribus punctis ſpeculi reflexio aliquorū duorū pūctorū adinuicē niſi fiat à duobus pūctis unius arcus, & ab aliquo puncto arcus oppoſiti interiacente illos diametros, patet ergo quod in hac diſpoſitiōe reflexio fiet ſemp à quatuor punctis ſpeculi oppoſiti, & nunq; à tribus, & hoc proponebatur, & quoniam hæc duo præmiſſa theoremata diſpoſuimus ſecūdum modum epilogi plurimorum præmiſſorum theorematum, æſtimamus ipſa memoriæ cōmendanda.



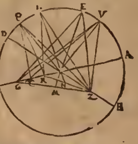
XLII.

Si ab uno puncto arcus circuli ſpeculi ſphærici concaui formæ unius termini lineæ totaliter uiſæ, ab alio quoq; puncto eiuſdem arcus formæ alterius termini eiuſdem lineæ fiat reflexio, neceſſe eſt omnia puncta media lineæ uiſæ ab illius arcus punctis medijs reflecti, ex quo patet quod loca imaginum punctorum mediorum cadūt inter imagines punctorū extremorū.

Quod hic proponebatur ſpecialiter, quantū ad primā ſui partem uniuerſaliter eſt præmiſſum in 24 quinti huius, eſto ergo arcus ſpeculi ſphærici concaui a f h, cuius centrum e, & ſit z centrū uiſus, ſitq́ g r linea uiſa, cuius unus terminus qui g reflectat̃ à puncto ſpeculi quod ſit f, & illud ſit aliud punctus arcus dati, qui eſt a f h, & alter terminus lineæ qui eſt r, reflectat̃ à puncto h, arcus a f h, dico quod omnia puncta media lineæ g, r, reflectentur à punctis medijs arcus h f. coaptetur em̄ linea g t, exempli cauſa diametro ſpeculi quæ ſit o a, cadetq́ intra ſemidiametrū o e, ſitq́ punctus z, quod eſt centrum uiſus in alia diametro eiuſdem circuli quæ ſit d b, cadens in diametro e b, ducant̃ lineæ g f, e f, z f, r h, e h, h e, & copuletur linea g z, producaturq́ linea f e, ultra punctū e, ad lineam g z, in punctū m, & ſignetur in linea g r, punctus c, dico quod forma puncti c, reflectetur ab aliquo puncto arcus f h, qđ em̄ reflectat̃ forma puncti t, ad uiſum exiſtentē in puncto z, palam, cū extremæ lineæ quæ ſunt g & r, reflectant̃ ad uiſum exiſtentē in puncto z, fiet ergo reflexio ab aliquo puncto arcus a d, & non ab alio, oſtenſum em̄ eſt

per

per 20.huius,qđ in hoc ſitu à duobus arcubus a b & d o, non poteſt fieri reflexio formæ puncti c, ad uiſum exiſtentē in puncto z, oportet ergo q̄d fiat reflexio ab aliquo pūcto arcus a d,q̄m patet ſolum offerri uiſui arcū ſpeculi b a d o,per 72. quarti huius, ideo qđ centrū uiſus eſt in pūcto z, diametri d b, oſtenſum etiā eſt per eandē 20. huius, qđ forma cuiuſcūq; puncti ſemidiametri e o,reflectit̄ ab aliquo puncto arcus a d,ſit autē p 27. huius,formæ cuiuſlibet puncti lineæ g r,reflexio ad uiſum ab uno tm̄ puncto arcus a d cadente inter ſemidiametros, in quibus non conſiſtunt puncta reflexa & ipſum centrū uiſus,forma ergo puncti c,reflectit̄ ab uno tm̄ puncto arcus a d, ad uiſum exiſtētem in puncto z, ſi ergo illud punctū ſit in arcu f h, habemus ꝓpoſitū. Si uero non,eſto primo qđ ipſum ſit in aliquo puncto arcus a f, ſitq; punctū u, & ducant̄ lineæ z n, t n, e u,g u, eſt ergo per 7.tertij,linea g u,maior q̄ linea g f,ſed per eandē 7. tertij, linea z u, eſt minor q̄ linea z f,ergo p 9. primi huius,lineæ ꝓportio g u, ad lineam z u, eſt maior proportione lineæ g f,ad lineam f z,ſed per 3.ſexti,& ex hypotheſi ꝓportio lineæ g f, ad lineam f z,eſt ſicut proportio lineæ g m,ad lineam m z,ꝓportio ergo lineæ g u,ad lineam z u,eſt maior q̄ ꝓportio g m ad lineam m z,linea ergo quæ diuidit angulum g u z, per æqualia,ſecat lineā z m,ſecat ergo lineam z e,p 22.primi huius, angulus ergo g b u, eſt minor angulo e u 3, ſed angulus t u e, eſt minor angulo e u 3, non ergo fiet reflexio formæ puncti t,ad uiſum 3.in pūcto ſpeculi u,ut patet per 20.huius,ſimiliter q̄q; poteſt fieri deductio de quolibet puncto arcus a f,forma ergo puncti c,non reflectitur ad uiſum exiſtentē in puncto 3,ab aliquo puncto arcus a f, ſed neq; ab aliquo pūcto arcus h d. Sit em̄ ſi poſſibile eſt ut reflectatur ab aliquo puncto arcus h d, ut reflectat̄ à puncto eius quod ſit q,& ducant̄ lineæ 3 q,e q,c q,r q,i r,& ꝓducatur linea e h, ultra punctū e, ad lineam r 3, incidatq; in punctū n, ergo per 7.tertij,linea 3 q,eſt maior q̄ linea 3 h,& linea q r, eſt minor q̄ linea r h, eſt ergo p 9. primi huius, proportio lineæ r q, ad lineā q r, maior ꝓportione lineæ 3 h,ad lineam h r,ſed p 3.



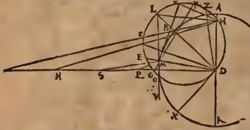
ſexti,quæ eſt ꝓportio lineæ 3 h ad lineam h 3, eadem eſt lineæ 3 n,ad lineam n r, eſt ergo proportio lineæ 3 q,ad lineam q r,maior ꝓportione lineæ 3 n ad lineam n r,linea ergo diuidens angulum 3 q r,per æqualia ſecat lineam n r,ergo p 23.primi huius,ſecat lineam r e,angulus ergo r q e,eſt maior angulo e r q, angulus ergo t q e, eſt multo maior angulo e q 3,nō ergo fiet reflexio formæ puncti c,ad uiſum in punctum 3, à puncto ſpeculi quod eſt q,arcus h d:eodemq; modo deducendū quocūq; pūcto arcus h d,dato,forma ergo puncti c,non reflectit̄ ad uiſum exiſtentē in puncto 3, ex arcu h d, ſed neq; ex arcu a f,neq; ab aliquo punctoꝝ h uel f,ut per 29.quinti huius,omnia ergo pūcta media lineæ g r, reflectuntur à punctis medijs arcus h f, nec poſſunt à punctis alijs reflecti, niſi forte ab alio arcu reflectant̄ puncta g & r, & ex hoc patet, quia tam lineæ reflexionum punctoꝝ medioꝝ q̄ katheti ſuaꝝ incidentiarum concurrunt inter loca imaginum punctorum extremorum, & quia illarum linearū cōmunis ſectio eſt locus imaginis per 27. quinti huius, patet ergo quod loca imaginū punctorū mediorū cadunt inter loca imaginum punctorū extremorum,& hoc eſt ꝓpoſitum. Idem em̄ accidit, ſi res uiſa uel centrum uiſus extra illos ſpeculi diametros collocentur,quoniam ſemper trans illa puncta diametri aliæ duci poſſunt,patet ergo propoſitum.

XLIII.

Si duorum punctorum in ſpeculo ſphærico concauo à duobus punctis ad unum uiſum fiat reflexio, ſic quod loca imaginum ſint in eadem ſpeculo diametro,maior erit proportio lineæ interiacentis centrum ſpeculi & locum imaginis remotiorem ad lineam interiacentem idem centrum & punctum reflexum à centro ſpeculi remotiorem q̄ lineæ interiacentis idem centrum & locum

& locum imaginis propinquiorem ad lineam ductam à centro ad punctum reflexum centro ſpeculi propinquiorem.

Sit ſpeculum ſphæricum concauũ, per eius centrũ tranſeat ſuperficies plana, ſecabit ergo illa ſupficiem ſpeculi ſecundũ circulum magnũ illius ſphæræ per 69. primi huius, qui a b g, & eius centrũ ſit d, & extrahať à centro d, linea quocũq; modo placuerit q̃ ſit d g, & tranſeat à centro ad circũferentiam in punctũ g, & ducať à centro d, in ſuperficie illius circuli linea perpendicularis ſup lineam d g, quæ ſit d a, & abſcindať ab angulo a d g, recto parua particula quocũq; modo contingat, & ſit angulus g d e, ita qđ inter angulum rectum, qui eſt a d g, & inter angulũ a d e, ſit ꝓportio multiplicitatis relatæ ad angulũ e d g, hoc autẽ poteſt fieri, ſi angulus rectus qui eſt a d g, diuidať per æqualia, & item eius medietas per æqualia, & ſic deinceps quouſq; fiet angulus a d e, multiplex anguli e d g, ut ſi angulus a d e, ſit ſeptuplus angulo e d g, erit rectus a d g ſequi ſeptuplus angulo a d e, & diuidať angulus a d e, in duo æqualia per lineam d b, per 9. primi, à puncto quoq; d centro ſpeculi extrahať linea continens cum linea b d, angulũ rectum, per 23. primi, q ſit angulus b d x, & extrahatur linea a d, ultra punctum d, ad periferiam, ut compleat diametrũ, & ſit linea d k, & à puncto d, ducať linea d ʒ. continens cũ linea a d, angulum æqualem angulo e d g, qui ſit angulus a d ʒ, & à puncto ʒ, ducatur ſuper lineam d ʒ, conſtituens angulũ æqualem angulo k d x, qui ſit h ʒ d, ducta linea h ʒ, ad diametrũ h d k, hoc autẽ eſt poſſibile, quia eñ anguli k d x & a d z, ſunt minores duobus rectis, cõcurrent illæ lineæ quæ ſunt a d & ʒ h, per 14. primi huius, ſit concurſus punctus h, angulus ergo d ʒ h, eſt æqualis angulo k d x, & quia anguli trianguli ualent duos rectos per 32. primi, & angulus a d ʒ & ʒ d x, & x d k, ualent duos rectos per 13. primi, angulus uero h ʒ d, eſt æqualis angulo x d k, & angulus a d ʒ cõmunis, relinquiť angulus ʒ h d, æqualis angulo ʒ d x, & extrahať à puncto ʒ, linea ʒ l, per 23. primi, continentes cũ linea ʒ h, angulũ æqualem angulo h d k obtuſo, qui ſit angulus h ʒ l, duo ergo anguli l ʒ d & b d ʒ, ſunt minores duobus rectis, deficiunt eñ à duobus rectis in angulo ʒ d a, linea ergo ʒ l, per 14. primi huius, cõcurret cum linea d b, ſit concurſus punctus l, & ducatur linea l h, & triangulo h l d, circũſcribať per 5. quarti, qui ſit circulus d, h l, tranſibit ergo ille circulus per punctum ʒ, per 31. tertij, quia duo anguli l r h & l d h, ſunt æquales duobus rectis, ſunt aũt illi anguli in quadrilatero d h, ʒ b, eſt ergo illud quadrilateꝝ in circulo, anguli ergo l h ʒ & l d ʒ, ſunt æquales ꝑ 26. tertij, cadunt eñ in arcũ eundẽ circuli d h l, q eſt arcus ʒ l, ſed ut ſupra oſtendimus angulus ʒ h d, eſt æqualis angulo ʒ d h, æqualibus ergo angulis qui ſunt l h ʒ & l d ʒ, hinc inde ablatis, remanet angulus l h d, æqualis angulo l d x, ſed angulus l d x, eſt rectus, angulus ergo l h d, eſt rectus, abſcindatur quoq; ex linea d e, linea d m, æqualis lineæ d h, & ducať linea l m, angulus l m d eſt rectus, quia eñ angulus b d e, eſt æqualis angulo b d h, q̃m angulus a d e, diuiſus fuit per æqualia per lineam d b, linea quoq; d m, eſt æqualis lineæ d h, ſed latus h d, eſt cõmune ambobus trigonis l h d & l m d, ergo per 4. primi, linea h l, eſt æqualis lineæ l m, & angulus l m d, eſt æqualis angulo l h d, ſed angulus l b d, oſtenſus eſt rectus eſſe, ergo angulus l m d eſt rectus, ergo per 21. tertij, circulus l h d, tranſit per punctũ m, & ſecat arcũ b e, circuli a b g in puncto compari puncto ʒ, qui ſit punctus f, eritq; linea l d, diameter circuli l h d, per 20. tertij, & ducať linea d f, quia itaq; circuli l h d, arcus d m, eſt æqualis arcui d h, per 27. tertij, q̃m lineæ d m & d h ſunt æquales, ſed & arcus d f, eſt æqualis arcui d ʒ, per 64. primi, relinquiť ergo arcus m f, æqualis arcui h ʒ, & arcus l ʒ, æqualis arcui l f, ergo per 26. tertij, angulus l d f, erit æqualis angulo l d ʒ, ducanť ergo lineæ h b, h f, ʒ f, m f, b m, b f, &



quia

quia angulus l h d eſt rectus,patet quòd angulus b h d eſt acutus,& angulus g d h eſt rectus ergo per 14.primi huius,linea h b cõcurret cũ linea d g,extra circulũ a b g,cõcurrãt er go in pũcto q,ſimiliter q; per eadẽ 10.primi huius linea h f,cõcurret cũ linea d g,extra circulũ,ſit cõcurſus punctus n,& producatur linea f b,ultra punctũ b,quouſq; ſecet arcũ l 3,ſecet ergo ipſum in pũcto r,& ducatur linea r m,angulus ergo f r m,qui eſt in circũferentia reſpicit arcũ f m,& angulus f b m,eſt maior angulo f r m,per 16.primi, eſt enim extrinſecus in triangulo r b m,& angulus f b m eſt in circumferentia circuli a b g ergo ſi linea b m,protrahatur ex parte pũcti m,abſcindet de circulo a b g,arcum maiorem quo dam arcu ſimili arcui f m,circuli l h d,per ultimam ſexti,ſed arcus f m,in ſuo circulo l h d eſt ſimilis duplo arcus f e,in circulo a b g,quoniam duplũ arcus f e correſpõdet duplo anguli f d e,ſuper periferiam ſui circuli conſtituti per ultimã ſexti, & per 29. tertij,eſt autẽ arcus f e æqualis arcui e g,per 25.tertij,ideo quod angulus e d g,eſt æqualis angulo f d e, cũ uterq; ipſorũ ſit æqualis angulo a d 3,ut patet ex præmiſsis, arcus ergo g f eſt duplus arcui f e,eſt ergo arcus f g in circulo a b g, ſimilis arcui f m,in circulo l h d,ſi ergo linea b m,extrahatur recte in partem m,abſcidet de circulo a b g,arcum ultra pũctum g, maiorem arcu f g,ſi enim caderet in punctum g, fieret angulus f b g, æqualis angulo f r g,extrinſecus intrinſeco,quod eſt impoſsibile,linea ergo b m nõ cadet in punctũ g, ſed ſecabit lineam d g,inter duo puncta g & d,ſecet ergo in pũcto o,producatur quoq; linea f m ultra punctũ m,hæc ergo quia ſecat angulũ d m o,patet per 29.primi huius,quia ſecabit lineam d o,ſecet illam in puncto u,& producatur à linea e n b,ultra punctum b,ſecabitq; arcum l r,ſecet ipſum in puncto c,& ducatur linea c d,à puncto c,ad centrum ſpeculi,qa ergo angulus b f eſt in circunferentia circuli a b g,erit angulus b f 3, medietas anguli b d 3,p 19.tertij,ſed angulus b d 3 eſt multiplus anguli 3 d a,ergo angulus b f 3,multiplus, ergo per ultimã ſexti,arcus r 3,eſt multiplus arcui 3 h,arcus uero c 3 eſt maior arcui r 3 ut totum ſua parte,ergo arcus c 3 eſt multiplus arcus 3 h, uel maior multiplo, ducatur itaq; linea c h,angulus ergo c h d,& angulus c m d ſunt æquales duobus rectis per 21.tertij,ſed angulus b m d cum angulo b m e,ualet duos rectos per 13.primi, relinquitur ergo ut angulus t h d,ſit æqualis angulo b m e,ſed angulus 3 h d,addit ſuper angulum c h d angulus c h 3,qui eſt per 26.tertij,æqualis angulo c d 3,& angulus c d 3, eſt multiplus anguli 3 d a,per ultimam ſexti,quoniam ut ſupra patet arcus c 3,eſt multiplus arcui 3 h,ergo angulus c h 3,eſt multiplus anguli e d g,angulus ergo d h 3,excedit angulũ c h d in multiplo anguli e d g.& quia arcus f m d eſt æqualis arcui 3 h d,per 64.primi huius,remanet arcus f 3 d,æqualis arcui 3 f d,ergo erit per 26.tertij,angulus f m d æqualis angulo 3 h d,ſed angulus c h d,eſt æqualis h m e,ergo angulus f m d,excedit angulum b m e, in multiplo anguli e g d,ſed angulus o m d,eſt æqualis angulo b m e per 15. primi, ergo angulus f m d, excedit angulũ o m d,in multiplo anguli e d g,& quia angulus g o m ualet tantũ angulũ o m d,& angulus o d m per 32.primi,palam quia angulus f m d, excedit angulũ o m g,in multiplo anguli e d g,ſed angulus f m d per 32.primi,excedit angulum m u d,in ſolo angulo e d m,eſt ergo angulus m u d maior angulo m o g,ergo angulus m o u eſt maior angulo m u o, per 13. primi.bis ſumptum,ergo per 18.primi,linea m u eſt maior quàm linea m o,& quia arcus h d,eſt æqualis arcui m d,per præmiſſa erũt duo anguli h f d & m f o æquales,per 26.tertij,formæ ergo punctorũ duarum linearũ h f & f u,ad ſeinuicem reflectantur,& ſimiliter formæ punctorũ linearũ h b & b o,ad ſe inuicem reflectuntur,quoniam per præmiſſa angulus d b h eſt æqualis angulo d b m, per 4. primi,& per hypotheſes præmiſſas,duo ergo puncta quæ ſunt o & u,ad uiſum exiſtentẽ in puncto h,reflectuntur à duobus punctis ſpeculi quæ ſunt b & f,eſt ergo per 37.quinti huius,punctus q imago puncti o,& punctus n imago puncti u, ducatur ergo ex puncto m,linea æquediſtans lineæ h q,per 3.primi,quæ ſit linea m f,& linea æquediſtans lineæ h n,quæ ſit m p,quia ergo angulus h n d eſt maior angulo h q d,per 16.primi, erit angulus m p o,qui per 29.primi,eſt æqualis angulo h n d,maior angulo m f o,qui per 29. primi,eſt æqualis h q d,erit ergo punctũ p,inter duo pũcta f & u,per conuerſam per 21. primi,& quia angulus h d n eſt rectus,erit per 32.primi,angulus h n d acutus,ergo angulus

m p d eſt acutus, angulus ergo m p ſ eſt obtuſus, per 13. primi, ergo linea m ſ eſt maior ꝗ linea m p, per 18. primi, ſed ex præmiſsis linea m u eſt maior ꝗ linea m o, ergo per 9. primi huius, maior eſt proportio lineæ m ſ, ad lineam m o ꝗ lineæ p m ad lineam m u, ſed proportio lineæ ſ m ad lineam m o, eſt ſicut proportio lineæ q b ad b o, per 4. ſexti, trigoni enim q b o & ſ m o, ſunt æquianguli, per 29. primi, cum linea m ſ ſit æquedistans lineæ q b, & angulus q o b ſit cõmunis illis ambobus trigonis, & ſimiliter proportio lineæ p m ad lineam m b, eſt ſicut proportio lineæ n f ad lineam f u, per eandem ergo quæ prius erit proportio lineæ q b ad lineam b o, maior proportione lineæ n f ad lineam f u, per 11. quinti, ſed proportio lineæ q b ad lineam b o, ſicut lineæ q d ad lineam d o, & proportio lineæ n f ad f u, eſt ſicut lineæ n d ad d n, per ea quæ ſunt oſtenſa in 13. huius, quorum declarationem cum manifeſta ſit hæc obmittimus propter figurationis multitudinem, palam ergo, quod proportio lineæ q d ad lineam d o eſt maior proportione lineæ n d ad lineam d o, & hoc eſt propoſitum.

XLIIII.

In ſpeculis ſphæricis concauis imagine retro ſpeculum occurrente, maior erit diſtantia imaginis à ſpeculo quàm rei uiſæ.

Eſto ſpeculi ſphærici concaui circulus qui a b g d, cuius centrum ſit e, ſitq́ centrum uiſus z, & punctus rei uiſæ h, fiatq́ reflexio formæ puncti h, ad uiſum z, à puncto ſpeculi b, appareatq́ imago retro ſpeculũ, dico maior erit diſtantia imaginis à ſpeculi ſuperficie ꝗ ipſius rei uiſæ, ducãtur enim lineæ h b incidentiæ, & z b reflexionis, & ducatur kathetus incidentiæ qui ſit e h g t, producatur quoq́ linea reflexionis, quæ z b, donec lineæ e h, & z h, cõcurrũt in puncto t, erit ergo per 37. quinti huius, punctũ t locus imaginis, dico quod linea t b, quæ eſt diſtantia imaginis à ſpeculo, eſt maior ꝗ linea b h, quæ eſt diſtantia rei uiſæ à pũcto reflexionis. Et ſimiliter linea h g eſt minor ꝗ linea g t, ducatur enim linea e b, & à puncto b, ducatur linea contingens circulum in puncto b, per 16. tertij, quæ ſit l b k, quia itaque anguli contingẽtiæ qui ſunt a b k & g b l ſunt æquales per 15. tertij, & anguli z b a & h b g, æq̃les ꝑ 20. q̃nti huius, ſit ergo angulus k b z æq̃lis angulo l b h, ſed angulus t b l eſt æq̃lis angulo k b z, ꝑ 15. primi, angulus ergo t b l eſt æq̃lis angulo l b h, ſed angulus l b h eſt acutus, q̃m angulus l b e eſt rectus, ergo & angulus t b l eſt acutus, ſed angulus e l b eſt acutus, q̃m in trigono e l b, angulus e b l eſt rectus, ergo ꝑ 13. primi, angulus b l t eſt obtuſus, angulus itaq́ t b l eſt minor angulo b l t, reſecetur ꝗq́ ab angulo b l t, angulus æqualis angulo b l h, ꝑ 27. primi huius, qui ſit b l m, q̃a itaq́ angulus m b l eſt æqualis angulo l b h, & angulus b l m, æq̃lis angulo b l h, erũt ꝑ 32. primi, trigona l b m & l b h æqangula, ergo ꝑ 4. ſexti, latera ipſorũ ſunt ꝓportionalia, ſed latus l b, cũ ſit cõmune ambobus eſt æquale ſibijpſi, ergo latus m b eſt æquale lateri b h, ſed linea m b eſt minor ꝗ linea b t, ergo linea h b eſt minor ꝗ linea b t, & q̃a linea l b diuidit angulũ t b h ꝑ æqualia, patet ꝑ 3. ſexti, q̃m eſt ꝓportio lineæ l h ad lineã l t, ſicut lineæ b h ad lineã b t, ſed linea b h eſt maior ꝗ linea b t, ut patet ex p̃miſsis, ergo & linea h l eſt minor ꝗ linea l t, linea ergo g h, eſt multo maior ꝗ linea g t, patet ergo ꝓpoſitũ, & ex his patet q̃d uerũ quarũ diſtãtia ab eodẽ uiſu maior eſt, uel augetur & diſtãtia imaginũ retro ſpeculũ uiſorũ maior eſt uel augetur. Si enim ꝓtrahatur linea b h ultra punctũ h ad punctũ ſ, & ꝓducatur kathetus e ſ, quouſq́ concurrat cũ linea reflexionis z b, in pũcto n, erit punctũ n locus imaginis formæ pũcti ſ, & erit linea h n, maior ꝗ linea b ſ, ut prius patuit, & erũt lineæ b ſ & b n, maiores ꝗ lineæ b h & b t.

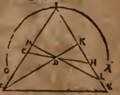


XLV.

In concauis ſpeculis ſphæricis inter uiſum & ſpeculum imagine occurrente, nonnunꝗ minor erit diſtantia imaginis à uiſu quàm ſit ipſius rei uiſæ à ſuperficie

perficie uero ſpeculi quandoq; erit minor, quandoq; maior, quãdoq; æqualis.

Eſto in ſpeculo ſphærico cõcauo circulus magnus a b g, cuius centrum ſit d, & ſit ſemidiameter d b, ſitq; centrũ uiſus in pũcto e, & linea rei uiſæ ſit z t m, quæ reflectatur ad uiſum à puncto ſpeculi b, ſitq; linea incidentiæ z b, & linea reflexionis b e, dico quod uerum eſt, quod proponitur, ducatur enim per centrũ d ad lineam reflexiõis e b, linea quæ ſit t d h, & eſto ut ipſa ſit perpendicularis ſuper ſemidiametrũ d b, ducatur quoq; ſimiliter à puncto rei uiſæ quod eſt z, linea z d, quæ producta ultra punctũ d, ad lineam reflexionis quæ eſt e b, ſecet ipſam in puncto k, & ſimiliter à puncto uiſo quod eſt m, ducatur linea m d, quæ producta ad lineam reflexionis, quæ eſt e b, ſecet ipſam in puncto l, eſt ergo per 27. quinti huius, punctus k locus imaginis formæ puncti z, & punctus h locus imaginis puncti t, & punctus l locus imaginis puncti m, & palam quia puncta k & h cadunt inter puncta a & h, palam quia cum loca imaginum approximent uiſui, qui eſt in puncto e, quia multo minor erit diſtantiã ipſarum imaginũ à uiſu quàm ſit ipſius rei uiſæ, quoniã enim linea d b, ſemper diuidit angulum reflexionis per æqualia, patetq; quod centrum uiſus & punctum rei uiſæ ſemper collocantur ex diuerſis partibus centri, ducanturq; linea e z, eritq; in trigono k e z, angulus e k z, nonnunq; maior angulus k z e, ergo per 19. primi, erit tũc linea e z, quæ eſt diſtãtia rei uiſæ à cẽtro uiſus maior quã linea e k, quæ eſt diſtãtia imaginis k, à cẽtro uiſus, minus autẽ diſtant à uiſu loca imaginũ quę ſunt h & l, quia uero in trigonis b d t & b d h, duo anguli, qui ſunt b d t & b d h ſunt æquales, quia recti ex hypotheſi. & duo anguli h b d & t b d ſunt æquales per 20. quinti huius, cũ ſint anguli incidentiæ & reflexionis, æquales erunt per 32. primi illi trigoni æquianguli, ergo per 4. ſexti, cum linea b d, ſit æqualis ſibi ipſi, erit linea b t æqualis lineæ b h, æqualiter ergo diſtabunt imago & res uiſa à ſuperficie ſpeculi, ſed linea b k eſt minor quàm linea b h, & linea b z eſt maior quàm linea b e, erit ergo linea b z maior quàm linea b k, erit ergo tunc locus imaginis, & imago propinquior ſuperficiei ſpeculi quàm res uiſa cuius illa eſt imago, & quia linea b m eſt minor quàm linea b l eſt autẽ punctus l locus imaginis puncti m, patet quod res uiſa propinquior eſt ſpeculo quàm eius imago, patet itaq; propoſitũ, & ex his patet, quoniã rerũ quæ magis elongatæ ſunt à ſpeculis, & quarũ formæ reflectuntur ad uiſum, ita quod loca imaginũ ſint inter uiſum & ſpeculi ſuperficiẽ, fiũt imagines ipſarũ propinquiores ſuperficiei ſpeculi, & elongatæ plus à centro uiſus. Rerum quoq; quæ ſunt propinquiores ſpeculis, & quarum formæ reflectuntur ad uiſum, & loca imaginum ſunt inter ſpeculũ & uiſum, imagines plus elongantur à ſuperficie ſpeculi, & fiunt propinquiores ad uiſum.



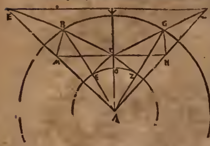
XLVI.

Centro uiſus & re uiſa exiſtentibus intra ſpeculum ſphæricum concauũ in eadem linea recta æqualiter à centro ſpeculi ſecundum ſui extrema diſtante, imago rei uiſæ uidebitur ultra ſpeculum maior re uiſa.

Sit ſpeculum ſphæricũ concauum, cuius centrum ſit a, dico quod ſi centrum uiſus fuerit intra ſpeculũ & ſimiliter linea uiſa ſitq; illorũ diſpoſitio modo quo proponitur, uerum eſſe quod proponitur, ſecetur enim ſpeculũ per ſuperficiẽ planã tranſeuntẽ per centrũ ſpeculi erit ergo per 69. primi huius, cõmunis ſectio illius ſuperficiei planæ, & ſuperficiei ſpeculi circulus qui ſit b g, & ducatur in hoc circulo linea à centro ſpeculi, ad circũferentiã quocunq; modo cõtingat, & ſit linea a u, quæ diuidatur per æqualia in pũcto o, & à centro a ſecundũ quantitatẽ lineæ a o, deſcribatur circulus qui ſit e z. & in linea o u ſignetur punctus t, utcunq; cõtingat, & à puncto t ducãtur lineæ t n & t m, perpendiculariter ſup lineã a u per 11. primi, & ducatur à pũcto t lineæ t e & t z, cõtingentes circulũ e z. per 16. tertij, & ſint pũcta cõtactuũ e & z, ducãtur quoq; à cẽtro ſpeculi pũcto a, ad puncta contactuũ lineæ a e & a z, quæ productæ ſecẽt ſpeculũ in pũctis b & g, copulẽtur quoq; lineæ t h & t g, & à pũcto t, ducatur linea b m. æquediſtans lineæ a u, per 31. primi, & linea g a, ducatur æquediſtans eiſdem lineis a b & b m, & ducantur à centro ſpeculi ad puncta m & n, lineę a m & a n, quæ producãtur ulterius extra circulũ g b, quia itaq; linea a e eſt

 æqualis

æq̃lis lineæ o u, palã ꝑ eandẽ, qm̃ linea a e eſt æq̃lis lineæ e b, & linea a ȝ, æq̃lis lineæ ȝ g, oẽs em̃ diametri circuli e ȝ, ſunt medietates diametrorũ circuli b g, ergo illa q̃ interiacet circulos exiſtẽs à cẽtro a, eſt æqualis ſemidiametro circuli e ȝ, & q̃a linea t e cõtingit circulũ minorẽ qui eſt e ȝ, erit ꝑ 17. tertij, linea t e perpẽdicularis ſuꝑ lineam b a, & ſimiliter erit linea t ȝ perpẽdicularis ſuꝑ lineam g a, ergo per 4. primi, linea t e exiſtente cõmuni ambobus trigonis b e t & t e a, erit linea b t æqualis lineæ t a, & ſimilter erit linea g t, ęqualis lineę t a, ergo per 5. primi, in trigono t b a, erit angulus t a b, æqualis angulo t b a, & in trigono t g a, erit angulus t g a æqualis angulo t a g, & quia linea b m eſt æquediſtans lineæ a t, erit per 29. primi, angulus m b a, æqualis angulo t a b, quoniam ſunt coalterni, angulus ergo m b a æqualis eſt angulo a b t, & ſimiliter angulus n g a, æqualis eſt angulo a g t, cũ ergo uiſus fuerit in puncto t, & in linea m b, fuerit aliquod uiſibile ut punctũ m, tũc forma puncti m, à puncto ſpeculi quod eſt b, reflectetur ad uiſum exiſtentẽ in pũcto t, & forma puncti n, reflectetur à puncto ſpeculi g, ad uiſum exiſtentẽ in puncto t: uiſus itaq; exiſtens in pũcto t, cõprehendet formas punctorũ n & m, reflexas ad ſe à punctis ſpeculi g & b, cõprehendet ergo eadẽ ratione & totũ lineam n m reflexam ad ſe ex toto arcu g b ut patet per 42. huius, & quia linea m t eſt perpẽdicularis ſuper lineam a t, erit angulus m t b acutus, quia enim angulus m t u eſt rectus, ergo per 29. primi, angulus b m t eſt rectus ergo angulus m t b eſt acutus per 32. primi, ergo per 19. primi, erit linea t b, maior q̃ linea b m, ſed ut præmiſſum & linea t b eſt æqualis lineæ a t, ergo linea a t eſt maior q̃ linea b m. ſed linea a t & b m ſunt æquediſtantes, ergo per 16. primi huius, linea t b cõcurret cũ linea a m, cõcurrant ergo in puncto f, eſt itaq; per 37. quinti huius, punctus f locus imaginis formæ puncti m, eodem quoq; modo linea t g concurret cum linea a n in puncto qui ſit q, & erit punctus q, locus imaginis formæ puncti n, quoniam kathetus incidentiæ formæ puncti m, eſt linea a m, & kathetus incidentiæ formæ puncti n, eſt linea a n, lineæ quoq; reflexionis ſunt lineæ t b & t g, continentur itaq; puncta f & q, per lineam f q,



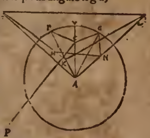
& erit linea t q, diameter imaginis formæ totius lineæ n m, & quia lineæ t e & t ȝ ſunt æquales per 58. primi huius, erunt anguli t a e & t a ȝ æquales, anguli enim t ȝ a & t e a ſunt recti, per 17. tertij, & lineę ȝ a & e a ſunt æquales, quia ſemidiater eiuſdẽ circuli linea q̃q; t a eſt cõmunis ambobus trigonis t ȝ a & t e a, ergo per 8. primi, anguli ȝ t a & e t a ſunt æquales, & ſimiliter anguli t a e & t a ȝ ſunt æquales, ergo & angulus t a b, æqualis angulo t a g, ergo per 4. primi, erũt lineæ t b & t g æquales, & quia angulus e t a eſt æqualis angulo ȝ t a, erit angulus u t b, æqualis angulo u t g, relinqtur ergo angulus b t m, æqualis angulo g t n, quoniam anguli u t m & u t n, ſunt æq̃les, quia recti, ſed & anguli b m t & g n t ſunt recti, ergo trigona g t n & b t m ſunt per 32 primi, æquiangula, ergo per 4. ſexti, cũ linea t g ſit æqualis lineæ t b, erunt lineæ b m & g n æquales, & linea t m æqualis lineæ t n, ergo per 4. primi. cũ anguli n t a & m t a ſunt recti & æquales, erũt lineæ a m & a n æquales, & ſit puncta m & n æqualiter diſtabũt à cẽtro ſpeculi qđ eſt a, eritq; per 2. ſexti, & per 18. quinti, proportio lineæ a f ad lineam f m, ſicut lineæ a t ad lineam b m, & erit ꝓportio lineæ a q ad lineam q n, ſicut lineæ a t ad lineã g n, ſed ꝑ 7. q̃nti, eadẽ eſt ꝓportio lineæ a t ad lineã b m, & ad g n, qm̃ illæ duæ ſunt æquales, & eadẽ ergo eſt ꝓportio lineæ a f ad lineã f m, q̃ eſt lineæ a q ad lineã q n, ergo ꝑ 7. primi huius, erit euerſim eadẽ ꝓportio lineæ a f ad lineam a m, q̃ eſt lineæ a q ad lineã a n, ergo ꝑ 16. q̃nti, erit ꝑmutatim ꝓportio lineæ a q ad lineam a f, ſicut lineæ a m ad lineam a n. ſed linea a m eſt æq̃lis lineæ a n, ergo linea a f eſt æq̃lis lineæ a q, linea itaq; f q, æquediſtat lineæ n m, ꝑ 2. ſexti, ergo linea f q eſt maior q̃ linea n m, ſi itaq; cẽtrũ uiſus fuerit in pũcto t, et in linea n m, fuerit aliq̃d uiſibile, tũc uiſus cõprehẽdet imaginẽ illius uiſibilis maiorẽ q̃ ſit ſecundũ ueritatẽ, & hoc eſt propoſitũ, etſi arcus cuiuſcũq; circuli copulentur ad has chordas n m & q f, patet idem de arcubus quod de lineis rectis,

Centro

XLVII.

Centro uiſus & re uiſa oppoſitis ſpeculo ſphærico concauo taliter ut uiſus ſit altior re uiſa ſecundum ſui extrema æqualiter diſtante à centro ſpeculi, imago lineæ uiſæ uidebitur ultra ſpeculum maior re uiſa.

Sit circulus ſpeculi ſphærici concaui ſicut in præmiſſa qui eſt b g, cuius centrum a, & ducantur lineæ à centro circuli a, ad periferiam quæ ſunt a b, a g, a u, ſitq; linea a u, diuidens per æqualia arcum g b, quæ diuidatur, ut in præcedente ſecundum punctum t, ultra ſui medium uerſus circumferentiam g b, & ducantur lineæ g t & t b, & erigatur à puncto t, linea perpendicularis ſuper ſuperficiem circuli per 12. undecimi, quæ ſit linea t k, & ducantur lineæ a k, b k, & g k, ſuperficies itaq; trigonorum k b a, ſunt ſecantes ſphæram ſpeculi ſuper centrum a, & ſunt erectæ ſuper ſuperficiem circuli b g, per 18. undecimi, & ſuper omnes ſuperficies contingentes ſphæram in punctis b & g, uel quibuſcunq; punctis alijs circulorum qui ſunt communis ſectio illarum ſuperficierum & ſpeculi per ſecũdam huius, quoniam enim communes ſectiones circuli b g, & ſuperficierũ illorum trigonorũ ſunt ſemidiametri a b & a g, qui ſunt erecti ſuper ſuperficiẽ in illis punctis b & g, ſpeculũ contingentes, patet quod illę ſuperficies, per 18. undecimi, ſunt erectæ ſuper ſuperficies in illis punctis contingentes, & ſimiliter patet hoc de alijs ſuperficiebus ſecundum puncta illorum circulorum contingentibus. In illis itaq; ſuperficiebus fit reflexio à punctis circumferentiæ circulorum communi eis & ſpeculo, ducatur itaq; linea b m in ſuperficie b k a æquediſtanter lineæ a k, ſitq; linea b m minor quàm linea a k, fiatq; taliter ut linea b m, tota penetret ſuperficiem circuli b g, ad partem aliam quàm linea t k, ita ut lineæ t k, & b m, ſint in diuerſis partibus ſpeculi reſectos per ſphæram ſpeculi b g, ducatur itaq; linea a m, & extrahantur lineæ b k & a m, donec concurrant in puncto f, concurrent autem per 16. primi huius, cum linea b m, ſit minor quàm ſua æquediſtans linea a k, & in ſuperficie g n k, ducatur linea g a æquediſtans lineæ a k, ſitq; linea g n æqualis lineæ b m, & ad eandem partem ſuperficiei circuli producta, & ducatur linea a n, producanturq; lineæ a n & k g, donec per 16. primi huius, concurrant in puncto q, ducaturq; linea f q, & linea m n, quia ergo ut in præcedente proxima oſtendimus, linea b t eſt æqualis lineæ t a, & linea t k, eſt communis duobus trigonis b k t & a k t, & anguli ad punctum t, ſunt recti per diffinitionem lineæ ſuper ſuperficiem erectam, palam per 4. primi, quia linea b k, eſt æqualis lineæ k a, & per eandẽ erit linea g k, æqualis lineæ a k, ergo per 5. primi, anguli k a b & k b a ſunt ęquales, & ſimiliter ſunt anguli k a g & k g a æquales. Item quia linea g k eſt æqualis lineæ a k, igitur linea g k æqualis eſt lineæ b k, ſed & linea a g eſt æqualis lineæ a b, quia ſunt ſemidiametri eiuſdem circuli, & linea a k eſt communis, trigona itaq; a k b & a k g ſunt æquilatera, ergo per 8. primi, angulus k b a eſt æqualis angulo k g a, & angulus k a b æqualis angulo k a g, & quoniam per 29. primi, angulus a b m eſt æqualis angulo k a b, ergo & angulo k b a, & quia lineæ a k & b m æquediſtant, & iſti anguli ſunt coalterni, & ſimiliter angulus a g n, eſt propter eadem æqualis angulo k a g, quoniam lineæ a k & g n æquediſtant, ergo & angulo k g a, & quoniam anguli k a g & k a b ſunt æquales, ut præoſtenſum eſt, erit ergo angulus a b m æqualis angulo a g n, & linea b m ex hypotheſi eſt æqualis lineæ g n, ergo per 4. primi, linea a m eſt æqualis lineæ a n, ergo ut in præmiſſa linea a f, erit æqualis lineæ a q, ergo per ſecundam ſexti, linea q f æquediſtat lineæ m n, & linea f q eſt maior quàm linea m n, cum itaq; uiſus fuerit in pũcto k, uel ſuper punctum k, in linea c k, & fuerit linea m n, in aliquo uiſibili inferiore puncto uiſu, tunc forma puncti m, incidat ſpeculo ſecundam lineam m b, & reflectetur à puncto ſpeculi b, ad uiſum ſecundum lineam b k, in ſuperficie circuli tranſeuntis per puncta b a k, & forma puncti n, incidet ſpeculo ſecundũ lineam n g, & à puncto ſpeculi g, reflectetur ad uiſum ſecundum lineam g k, in ſuperficie circuli tranſeuntis per pũcta g a k, & erit per 37. quinti huius, imago puncti m, pun-



ctum f & imago puncti n punctum q, & erit linea q f, diameter imaginis lineæ n m, & linea f q erit maior quàm linea m n, imago itaq; rei uiſæ apparebit maior ipſa re uiſa, & ultra ſpeculum, in hoc ergo ſitu uiſus eſt uiſibilis, patet propoſitum. Si itaq; reuoluatur tota figura in circuitu lineæ a u, ipſa linea a u, permanente immobili, tunc punctum k deſcribet motu ſuo quendam circulum, ſuper quem erecta eſt linea a u, tranſiens ad utramq; partem ſuperficiei illius circuli, & omne punctum illius circuli habebit ſitum reſpectu lineæ comparis lineæ m n. Si itaq; uiſus fuerit in aliquo puncto circumferentiæ huius circuli, & linea compar lineæ m n, fuerit in ſuperficie alicuius rei uiſæ reſpicientis centrum uiſus ſecundum illum ſitum, ut res uiſa in qua eſt linea m n, reſpiciebat uiſum exiſtentem in puncto k, tunc uiſus comprehendet formam illius lineæ maiorem ſua propria quantitate, & ſimiliter ſi extrahatur linea c k, in continuum & directum, & ſignetur in ea punctum aliud præter punctum k, ut punctum p, & ducantur lineæ ad illud punctum p, ſicut ad pũctum k, ſunt prius ductæ, erit idem eueniens quod prius accidit in puncto k, pluries itaq; ut patet per præſens theorema, & per proxime præmiſſum in ſpeculis ſphæricis concauis uidetur imago rei uiſæ maior ipſa re uiſa, quod eſt notandum.

XLVIII.

In ſpeculis ſphæricis concauis quandoq; comprehenditur imago æqualis ipſi rei uiſæ, quæ occurrens inter uiſum & ſpeculum conuerſum, retro uiſum uero conformem habet ſitum rei uiſæ.

Sit ſpeculum ſphæricum concauum a b, cuius centrum ſit e, ſecet'q; ipſum ſuperficies plana tranſiens centrum e, cuius communis ſectio & ſuperficiei ſpeculi erit circulus per 69. primi huius, qui ſit a b, & ducatur à centro linea e z, utcũq; contingit, non in ipſa ſuperficie circuli a b, ſed oblique ſuper illam ſicut placet, quæ producatur ultra circuli periferiam ad punctum g. & à puncto g, extrahatur linea perpendicularis ſuper ſuperficiem circuli a b, per 12. undecimi, & in illa perpẽdiculari ſignetur punctum d, & ducatur linea d e, quæ protrahatur ultra centrum e, ad punctum o, & ducatur linea e b, continens cum linea d e, angulũ obtuſum, & ducatur line'e a continens cum linea e d, angulum obtuſum æqualem angulo d e b, per 23. primi, & ducantur lineæ d a, d b, erũt'q; per 4. primi, in trigona d e a & d e b æquiangula. Superficies itaq; duorum trigonorũ d e a, & d e b, ſecant ſe ſuper lineam d e, & duo anguli d b e & d a e ſunt acuti & æquales, per 4. primi, linea enim e b eſt æqualis lineæ e a, & linea d e eſt cõmunis ambobus trigonis d e a & d e b, & anguli d e b & d e a ſunt æquales, à puncto quoq; b in ſuperficie trianguli d e b, ducatur per 23. primi, linea continens cum linea e b, angulum æqualem angulo d b e, quæ ſit linea b o, hæc igitur linea concurret cum linea d e, per 14. primi huius, ideo quod angulus b e d eſt obtuſus, & angulus e b o, qui eſt apud punctum b, eſt acutus, non ualens cum angulo d e b duos rectos, cum angulus o b e ſit æqualis angulo d b e, qui cum angulo b e d & angulo b d e, ualet duos rectos, per 32. primi, ſit itaq; linearũ d e & b o, cõcurſus in pũcto o, & à puncto a, ducatur linea in ſuperficie trianguli d e a continens cum linea a e angulum æqualẽ angulo d a e, concurret ergo illa ut prius cũ linea e o in puncto o, quoniã anguli a e o & b e o, per 13. primi, & ex præmiſsis ſunt æquales, & anguli e b o & e a o, ex præmiſsis inter ſe ſunt æquales, ergo per 32. primi, anguli reliqui qui ſunt e o b & e o a, ſunt æquales, ergo per 4. ſexti, latera ipſorum ſunt proportionalia, ſed linea e a eſt æqualis lineæ e b, ergo linea e o eſt æqualis ſibiipſi, cadunt ergo lineæ b o & a o, in unum punctum lineæ d e productæ, qui eſt o, ducatur etiam linea e c ad lineam b d, ita quòd contineat cum linea e b angulum rectum per 11. primi, & protrahatur linea c e ultra punctum e & linea b o ultra punctum o, cõcurrent'q; lineæ c e & l o, per 14. primi huius, quia cũ angulus b e c ſit rectus. angulus e b o eſt acutus, ſit ergo concurſus pũctus h, erit'q; linea c e, æqualis lineæ e h, & linea c b æqualis lineæ b h, per 4. ſexti, trigona enim c e b & b e h, per 13. primi, & ex præmiſsis ſunt æquiangula, & quibus latus e b eſt cõmune, & ſimiliter producatur linea e k ad lineam a d, ita quod contineat cum linea e a, angulũ rectum per 11. primi, & producatur ultra punctum e, & producatur linea a o, ultra punctũ o, cõcurrent'q; lineę k e, & a o, per 14. primi huius, quia cũ angulus k e a ſit rectus, angulus e a d eſt acu

tus

tus, ſit concurſus punctus l, & erit linea k a æqualis lineæ e l, quia cum angulus k e a ſit rectus, erit angulus e a l rectus, ſed & angulus e a l eſt æqualis angulo k a e, ut patet ex præmiſsis, ergo per 32. primi, trigona k e a & e a l ſunt æquiangula, ergo p 4. ſexti, cũ linea e a ſit ambobus illis trigonis communis, erit linea k a æqualis lineæ a l, & linea k e æqualis lineæ e l, & hoc etiam poteſt concludi per 3. ſexti, & per eundem modũ oſtenſum, ſunt lineæ d e & e h adinuicem, & lineæ c h & b h adinuicem æquales, ducantur ergo lineæ c h & l h, quia itaq; duo latera d e & k e ſunt æqualia duobus lateribus e h & e l, & per 15. primi, angulus c e k eſt æqualis angulo l e h, patet per 4. primi, quoniam lineæ c h & l h, erunt æquales inter ſe. Si ergo uiſus fuerit in puncto d, & linea l h, fuerit in aliquo uiſibili tunc uiſus exiſtens in puncto d, comprehendet formã puncti h, in ſpeculo a b, reflexam à puncto b, & erit forma puncti h, imago punctum c, per 37. quinti huius, quoniam kathetus ſuæ incidentiæ qui eſt linea h e, concurrit cũ linea reflexionis, quæ eſt d b, in puncto c, ſimiliter quia forma puncti l, reflectetur ad uiſum in punctum d, à puncto ſpeculi quod eſt a, & quia kathetus ſuæ incidentiæ qui eſt l e, cõcurrit cum linea reflexionis quæ eſt d a, in pũcto k, erit per 37. quinti huius, punctum k, imago puncti formæ pũcti l, & erit linea c k, diameter imaginis lineæ l h, & erit ei æqualis. Si ergo reuoluatur tota figura ſpeculi, & linearũ productarũ linea h l immobili exiſtente, tunc punctus d, deſcribet circulum, in cuius circumferentiæ puncto aliquo cẽtro uiſus exiſtente poterit comprehendere aliquod uiſibile comparem habens ſitũ ad uiſum, ſicut tunc habet linea l h ad uiſum d, & erit imago illius uiſibilis æqualis ei, & ſimiliter ſi uiſus fuerit intra circulum ſpeculi in puncto o, & res uiſa fuerit diſpoſita ſecundum lineam c k, erit imago lineæ c k, linea l h æqualis rei uiſæ, ſed tamen re uiſa exiſtente in linea l h, & uiſu exiſtẽte in pũcto d, cum imago rei uiſæ fuerit linea c k, erit forma imaginis, conuerſa reſpectu ſitus rei Si enim punctus h fuerit in dextra, erit punctus e in ſiniſtra. & ſi punctus h fuerit ſupra lineam aliquam eleuatus, erit punctus c infra illam lineam depreſſus & inclinatus, & ſimiliter eſt de puncto l, reſpectu puncti k, ſed cum res uiſa fuerit in linea c k, & uiſus fuerit in puncto o, & imago lineæ c k fuerit linea l h, erit forma nõ conuerſa ſed directa, nam imago quæ eſt linea l h, erit retro uiſum, ut oſtenſum eſt in 11. huius, & uiſus comprehẽdet pũctum h, quod eſt imago puncti c, retro ſe in linea h o, & punctum l, quod eſt imago pũcti k, in linea l o retro ſe, & pars formæ uiſibilis quæ reflectitur ad uiſum, erit reſpiciẽs uiſum in ipſa imagine, ſicut & in ipſa ſuperficie rei uiſæ, patet ergo propoſitum.



XLIX.

In ſpeculis ſphæricis concauis imago quandoq; comprehenditur minor re uiſa, quæ occurrens inter uiſum & ſpeculum conuerſum habet ſitum rei uiſæ, quandoq; uero uidetur maior re uiſa, quæ occurrens retro uiſum conformem habet ſitum rei uiſæ.

Sit diſpoſitio totius figuræ omnino eadem quæ in præcedente theoremate, & producatur linea b h, in continuum & directũ, & in ipſa ſignetur punctus r, & ducatur linea r e, ad centrũ ſpeculi, quoniam angulus t e b eſt rectus, patet per 13. primi, quod angulus h e b eſt rectus. palam ergo quia angulus r e b erit obtuſus, producaturq; linea r e ultra pũctũ e, ad lineã b d, incidatq; in punctũ n, cadetq; n inter pũcta t & b, cũ enĩ angulus b e r, ſit obtuſus, patet per 13. primi, quod angulus b e n eſt acutus, linea itaq; e n, diuidit angulum t e b qui eſt rectus, ergo per 29. primi huius, ipſa ſecabit baſem t b, erit ergo linea n b minor quàm linea t b, ſed linea t b, ut patet in præcedenti eſt æqualis lineæ b h, & linea b r eſt maior ꝗ linea b h, erit ergo linea r b maior ꝗ linea b n. & quia ut patet ex præmiſsis in proxima præcedente angulus n b e eſt æqualis angulo e b r, palam quod linea

e b

e b diuidit angulum n b r per æqualia, erunt ergo per 3. ſexti, proportio lineæ b r ad lineam b n, ſicut proportio lineæ r e ad lineam e n, ſed linea r b eſt maior quàm linea b n, ergo linea r e, eſt maior quàm e r, producaturq́ʒ ſimiliter linea a l, in continuum & directũ, donec ſit linea a m æqualis lineæ b r, & ducatur linea m e, quæ producta concurrat cum linea d a in puncto u, concurret autem ut prius demonſtratum eſt per 29. primi huius, & quia duo anguli e a m & e b r ſunt æquales, ut patet in cõmento præmiſſæ propoſitionis,



& duo latera e a & a m, trigoni e a m, ſunt æqualia duobus lateribus trigoni b e r, quæ ſunt b e & b r, erit per 4. primi, linea m e æqualis lineæ r e, & angulus m e a æqualis angulo r e b, ſed angulus r e b maior eſt angulo recto & obtuſus, erit ergo angulus m e a obtuſus, ergo per 3. primi, angulus u e a eſt acutus, quia ergo in trigono a e u, angulus u a e eſt æqualis angulo e a m, trigoni m e a, & angulus u e a eſt minor angulo m e a, erit angulus e u a maior angulo a m e, per 32. primi, ergo in trigono m a u, latus m a eſt maius latere u a, ſed linea a e diuidit angulum u a m per æqualia, ergo per 3. ſexti, linea m e eſt maior quàm linea e u, & ſimiliter eſt linea r e maior quàm linea e n, ducantur itaq́ʒ lineæ n u & m r, & quia per 26. primi, linea n e eſt æqualis lineæ e u, quoniam ex præmiſsis angulus u a e eſt æqualis angulo n b e, & angulus a e n eſt æqualis angulo b e n, cum uterq́ʒ punctorum ſuper angulum æqualem obtuſum ſit complementum duorum rectorũ per 13. primi, & latus a e eſt æquale lateri b e, ſunt igitur per 15. primi, & per 7. quinti, & per 6. ſexti, trigoni m e r & n e u æquianguli, ergo per 4. ſexti, erit proportio lineæ m e ad lineam e u, ſicut lineæ m r ad lineam n u, ſed ut patet ex præmiſsis linea m e eſt maior quàm linea e u, ergo linea m r eſt maior quàm linea n u. Si ergo linea m r fuerit in aliquo uiſibili, & uiſus fuerit in puncto d, erit linea n u diameter imaginis lineæ m r minor quàm linea r m, & ſi uiſus fuerit in puncto o, & linea n u fuerit in aliquo uiſibili, erit linea m r imago lineæ n u, & eſt maior quàm linea n u. Sed cum in linea m r fuerit aliquod uiſibile, & uiſus in puncto d, imago n u, erit inter uiſum & ſpeculum, & uidebitur imago reuerſa habens ſitum alium quàm res uiſa, prout declarauimus in theoremate præcedente, cum uero res uiſa fuerit in linea n u, & uiſus in puncto o, imago m r uidebitur retro uiſum, & erit eius forma conformis ſitui rei uiſæ, ut in præmiſſa patuit, nam imago ſi fuerit ultra uiſum uidebitur anterius ipſius, & omne punctum imaginis uidebitur in linea ſuæ reflexionis, patet ergo manifeſte totum quod proponebatur.

L.

In ſpeculis ſphæricis concauis imago quandoq́ʒ comprehenditur maior re uiſa, & conuerſa ſecundum ſitum formæ rei uiſæ ipſa imagine inter uiſum & ſpeculum occurrente retro uiſum non uidetur minor, ſed habens ſitum conformem rei uiſæ.

Remaneat diſpoſitio quæ prius in 48. huius, & ſignetur in linea o h, punctũ q, & ducatur linea e q, & producta ultra centrũ e, tranſeat ad punctum p, lineæ d b, ſitq́ʒ ut à linea o l, abſcindatur linea o f, æqualis lineæ o q, per 3. primi, & ducatur linea f e, quæ producatur ultra punctum e, ad lineam d a in punctum i, erit itaq́ʒ ſecundũ prædictum in præmiſsis probandi modum duæ lineæ p e & i e, maiores duabus lineis e f & e q, quia enim linea l e eſt maior quam linea f e, per 21. primi, & linea e h eſt maior quàm linea e q, linea uero p e eſt maior quàm linea c e, & linea i e maior quàm linea e k, linea uero l e eſt æqualis lineæ k e, & linea h e eſt æqualis lineæ e t, patet quod duæ lineæ e p & e i, ſunt maiores duabus lineis f e & e q, & quia ex præmiſsis in præcedentibus duobus theorematibus anguli e h q & e l f, ſunt æquales, & lineæ e h & e l æquales, nunc autem lineæ h q & l f, acceptæ ſunt æquales, ergo per 4. primi, lineæ f e & q e ſunt æquales, & angulus f e o æquales

lis angulo q e o, ergo per 15. primi, angulus p e d eſt æqualis angulo d e i. relinquitur ergo angulus p e b æqualis angulo i e a, ergo per 32. primi, trigona p e b & i e a ſunt æquiangula, ergo per 4. ſexti. cũ linea e b ſit æqualis lineæ e a, erit linea p e æqualis lineæ e i, ducantur ergo lineæ p i & p q, erit per 15. primi, & per 7. quinti, & per 6. & 4. ſexti, linea p i, maior quàm linea f q, ſi ergo uiſus fuerit in puncto o, & linea p i ſit in aliquo uiſibili, erit linea f q imago lineæ p i, & eſt linea f q maior quàm linea p i, & imago f q, uidebitur ſuper duas lineas reflexionis quæ ſunt a o & b o, erit ergo forma imaginis retro uiſum minor quàm res uiſa, & erit directa habens ſitum conformem ſitui rei uiſæ. Si uero uiſus fuerit in puncto d, & linea f q in aliquo uiſibili, tunc erit linea p i imago lineæ f q, & erit maioris quantitatis quàm linea f q, & erit forma ante uiſum conuerſum & contrarium habens ſitum reſpectu ſitus formæ uiſæ rei uiſæ, & hoc eſt propoſitum.



L I.

Centro uiſus exiſtente in aliquo puncto inter quod & ſuperficiem ſpeculi ſphærici cõcaui fuerit centrum ſpeculi formæ uiſæ exiſtentis ultra centrum ſpeculi imago conuerſa uidetur, & minor forma rei uiſæ, in hac quoque ſitu uiſus comprehendet propriã imaginẽ minorem & conuerſam.

Sit ſpeculum ſphæricum concauum a b d, cuius centrum g, ſeceteque ipſum ſuperficies plana per centrum g, erit ergo per 69. primi huius, communis ſectio circulus qui ſit a b d & ducatur linea g d, utcunque contingit, & producatur linea g d ultra punctum g, ad punctum e, in quo ſit centrum uiſus in ſuperficie circuli a b d, ſitque punctus c, in eadem linea e d ultra centrum ſpeculi, quod eſt punctum g & ducatur linea c h, per 11. primi, perpendiculariter ſuper lineam e d, & producatur linea h c ultra punctum c, ad punctum z, donec ſit linea z c æqualis lineæ c b, comprehendatque uiſus exiſtens in puncto e, formã puncti h. per reflexionem factam à puncto ſpeculi quod ſit a, erunt itaque duo puncta a & h, à duobus lateribus puncti g, ſitque ita ut ſi linea g h, producatur ad periferiam circuli in punctum p, fietque arcus a p maior quarta circuli, & erit angulus a g p obtuſus, per ultimã ſexti, non eſt autem poſsibile, ut puncta a & h, cõſiſtant in eodẽ latere puncti g, in e: diametros g d & g q, producta ſemidiametro g p, in punctum q, non enim poſſet fieri reflexio, ut patet per 20. huius, niſi linea producta à puncto g, centro ſpeculi ad punctum a, diuideret angulum h e per æqualia, ducantur itaque lineæ e a & a h, & producta linea h g ad lineam a e, incidat ipſum in punctum k, angulus itaque h a g eſt æqualis angulo g a e, per 20. quinti huius, & eſt pũctus k imaginis puncti h per 27. quinti huius, ſit quoque arcus b d æqualis arcui d a, quod fiat per 25. tertij. Si angulus d g b fiat æqualis angulo d g a, & ducantur lineæ e b, z b, g b, & producatur linea z g, ad lineam b c, incidatque in punctum l ſecetque linea z u ſemidiametrum d g, in puncto f, quia ut patet ex præmiſsis duæ lineæ z c & c h ſunt æquales & puncta z & h, æqualem habent diſpoſitionem reſpectu centri, & reſpectu periferiæ circuli, patet quod lineæ h a, & z b interſecabunt ſemidiametrum d g, in eodem puncto f, quia itaque in trigonis c e f & h c f, duo latera h c & c z ſunt æqualia, & latus c f eſt commune, & anguli a d c recti, palam per 4 primi, quoniam linea z f eſt æqualis lineæ h f, ſed & in trigonis a g f & b g f, accidet per eandem 4 primi, angulum f a g æqualem eſſe angulo f b g, & lineam a f æqualem fieri lineæ f b, eſt enim ex præmiſsis angulus a g f æqualis angulo b g f, & lineæ a g & b g ſunt ſemidiametri, communis uero ambobus trigonis a f g & b f g, eſt linea f g, ergo per 4. primi, angulus f a g, inæqualis eſt angulo f b g, ſimiliterque per eandem 4. primi, linea e a æqualis ſit lineæ e b, & angulus g b e æqualis angulo g a e, ſed anguli f a g & g a e ſunt æquales, ergo & anguli f b g & g b e ſunt æquales, ergo angulus z b g æqualis eſt angulo e b g, ergo per 20. quinti huius, forma puncti z reflectetur à puncto ſpeculi quod eſt b, ad uiſum exiſtentem in puncto e, &

erit punctus l, locus imaginis formæ puncti z, ducatur quoq; linea k l, quæ erit diameter imaginis lineæ z h, & quia linea z h eſt perpẽdicularis ſup lineã d e, & linea z c eſt æqualis lineæ c h, ex hypotheſi, & quia ut patet ex præmiſsis duæ lineæ z f & h f ſunt æquales, et duæ lineæ a f & b f ſunt æquales, tota ergo linea z b eſt æqualis toti lineæ h a, ſed & duæ lineæ a e & e b ſunt æquales, ducãtur quoq; lineæ e h & e z, in trigonis itaq; e a h & e z b, duo latera unius quæ ſunt e a & h a ſunt æqualia duobus alternis lateribus, quæ ſunt e b & b z, & angulus h a e eſt æqualis angulo z b e, ergo per 4. primi, baſis z e eſt æqualis baſi h e, ſimiliterq; in trigonis z c g & h c g, duo anguli ad punctũ c, ſunt recti, & latus z c, æquale lateri h c, latus quoq; c g eſt commune, ergo per 4. primi, linea g h eſt æqualis lineæ z g, lineæ uero a g & g b ſunt ſemidiametri circuli a b d & æquales, ergo duæ lineæ a g & g h ſunt æquales duabus lineis b g & g z, & baſis a h eſt æqualis baſi b g, ergo per 8. primi, erit angulus a h k æqualis angulo b z l, & angulus h a k æqualis angulo z b l, erit ergo per 32. primi, angulus h k a æqualis angulo z l h, trigona itaq; h a k & z b l ſunt æquiangula, ergo per 4. ſexti, erit proportio lineæ h k ad lineã r l, ſicut lineæ z b ad lineã h a, ſed linea z b, eſt æqualis lineæ h a, ut patet ex præmiſsis, ergo linea h k eſt æqualis lineę z l, ſed & linea h g eſt æqualis lineæ z g, ut ſupra patuit, erit ergo reliquũ æquale reliquo, ergo linea g k eſt æqualis lineæ g l, quia itaq; duæ lineæ z g & h g, inter ſe ſunt æquales, & duæ lineæ g k & k l, inter ſe ſunt æquales, patet per 7. quinti, q̃niã eſt proportio lineæ z g ad lineã g b, ſicut lineæ h g ad lineã g k. Sed angulus z g h & k g l ſunt æquales, per 15 primi, ergo per 6. ſexti, erunt trigona z g h & k g h æquiangula, angulus ergo z h k eſt æqualis angulo l k h, ergo per 27. primi, lineæ z h & k l ſunt æquediſtantes, q̃d etiã patere poteſt per 14. primi huius. Item angulus h g a, ut patet ex præmiſsis, eſt obtuſus, ergo per 13. primi, angulus a g k eſt acutus, duo uero anguli h a g & g a k ſunt æquales, relinquitur ergo per 32. primi, angulus a k g maior angulo a h g, ergo per 19. primi, in trigono a h k, latus a h eſt maius latere a k, & duo anguli apud a ſunt æq̃les, ergo p 3. ſexti, linea h g eſt maior q̃ linea g k, & ſimiliter linea z g eſt maior q̃ linea g l, ergo linea z h eſt maior q̃ linea k l, p 4. ſexti, ſed linea k l eſt diameter imaginũ lineæ z h, linea ergo z h uidebitur minor q̃ ſit ſecũdũ ueritatẽ. Si ergo reuoluerimus circulũ a b d, linea e d immobili exiſtẽte ex duobus pũctis a & b, deſcribet circulus in ſupficie ſpeculi, & ſicut ſe habet uiſus exiſtẽs in pũcto e, ad rẽ uiſam, in qua eſt linea z h, ſic ſe habebit reſpectu cuiuslibet cõparis lineæ cadẽtis inter illũ circulũ, quẽ ſignant puncta z & h reflexæ ex arcu cõpari arcui a b, ex proportiõe ſpeculi, quẽ diuidit circulus, quẽ ſignãt duo pũcta a & b, & ſimiliter poteſt declarari, ſi linea z h ponatur maior uel minor q̃ nũc eſt poſita, uniuerſaliter eñ in hoc ſitu diametri imaginis uel faciei aſpicientis cõprehenditur in ſpeculo ſphærico cõcauo



minor q̃ ſit, ſed etiam imago uidetur conuerſa, ſi enim uiſus fuerit in puncto e, tunc aſpiciens comprehendet formam ſuã in tali ſpeculo minorem quàm ſit, & quia punctus k eſt imago puncti h, & punctus l eſt imago puncti z, erit imago cõuerſa, q̃niam pars dextra uidebitur ſiniſtra, & ſiniſtra dextra, et ſimiliter ſuperior uidebitur inferior, et inferior ſuperior, et ſimiliter etiam uiſus comprehendet ſuã formã, quia illud quod eſt in dextro cõprehẽdet in ſiniſtro, et econuerſo, et quod deorſum eſt comprehendet ſurſum, & econuerſo, ſimiliter quoq; ſi uiſus fuerit in quolibet puncto inter quod et ſuperficiem ſpeculi fuerit centrum ſpeculi, ſemper cõprehendet ſuam formam conuerſam, & hoc eſt propoſitum. Ex his itaq; præmiſsis quatuor theorematibus patet, quod in ſpeculis ſphæricis concauis imago rei uiſæ cõprehenditur à uiſu quandoq; maior, quandoq; minor, quandoq; æqualis rei uiſæ, et nũc conformẽ habens ſitum ipſi rei uiſæ, & nunc cõuerſum, & quoniã ſicut oſtendimus per 40. huius, quandoq; unius rei una uidetur imago, quãdoq; duæ, quandoq; tres, & quãdoq; quatuor, illud ergo q̃d habet unã imaginem maiorem ſe, forſan habebit alias minores, & quod habet unã, cuius ſitus eſt directus compar rei uiſæ, forſan uidebitur ſub alijs imaginibus habentibus conuerſum

uerſum ſitum in contrarium rei uiſæ, & hæc omnia in diuerſitate ſitus rei uiſæ, & ipſius uiſus reſpectu punctorum reflexionis patere poteſt, patet ergo propoſitum.

LII.

Lineis incidentiæ ſe interſecantibus in ſpeculis ſphæricis concauis, altitudines & profunditates erectæ ſuper ſuperficiem ſpeculi citra punctum ſectionis exiſtentes reuerſæ, quæ uero ſunt in eiſdem lineis ultra ſectionem quemadmodum ſunt ſic apparent.

Eſto ſpeculum ſphæricum concauum a g, cuius centrum q, ſintq́; duæ altitudines d e & h n, erectæ ſuper ſuperficiem ſpeculi, ſitq́; communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi circulus a g, reflectaturq́; forma puncti e ad uiſum, cuius centrum ſit b, à puncto ſpeculi quod ſit a, & forma puncti d, à puncto g, interſecentq́; ſe lineæ incidentiæ d g, & e a in puncto z, citra quem punctum ſectionis ſit altitudo h n, cuius punctum h, ſit in linea c a, & eius punctū n, ſit in linea d g, cum ergo omnia puncta lineæ e a reflectantur a uiſum b, à puncto ſpeculi a, & omnia puncta lineæ d g, à puncto ſpeculi g, palam quod forma puncti h, reflectetur à puncto ſpeculi a, & forma pūcti n, à puncto ſpeculi g, quia uero lineæ h n & d n, ſunt rectæ ſuper ſuperficiem ſpeculi, patet per 72 primi huius, quoniam quælibet ipſarum tranſit punctum q, centrum ſpeculi, producatur ergo à centro ſpeculi quod eſt q, per lineam h n, linea q n h producaturq́; ab eodē centro q, per lineam e d, linea quæ producatur extra ſpeculū, & quia linea q e a, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi, & linea b g obliqua, patet per 14. primi huius, quod lineæ e d & b g cōcurrent ultra ſpeculum, & ſit concurſus punctus i, palam etiam per eandem 14. primi huius, quoniam linea q n h producta concurret cū linea b g i, ſit concurſus punctus p, & linea b a concurret cum linea q h in puncto l, & cum linea q i in puncto c, manifeſtū autē per 37. quinti huius, quoniam locus imaginis formæ puncti h, erit in pūcto l, & locus imaginis formæ puncti n erit in puncto p, erit ergo linea l p imago totius lineæ h n, habet aūt imago l p, ſitum reuerſum reſpectu ſitus, lineæ h n, quoniam punctus h, eſt altior puncto n, & punctum l, q̃d eſt imago puncti h, eſt baſsius pūcto b. quod eſt imago puncti n, punctus uero i, eſt locus imaginis puncti d, & punctus c eſt locus imaginis puncti e, & quia punctus i eſt altior puncto c, ſicut punctus d eſt altior ipſo puncto e, palam quoniam imago lineæ d e eſt linea i t, conformem ſituationem habet ipſi lineæ d e, cuius ipſa eſt imago, quoniam imago ſituata apparet ſicut ſe habet ipſa res uiſa, & hoc eſt propoſitum de altitudinibus ſphæræ, de profunditatibus uero idem patet, ut ſi lineæ h n & d e, quædam profunditates ponantur eſſe, tunc enim eadem eſt demonſtratio, apparet enim profunditas h n reuerſa, & profunditas d s quemadmodum eſt diſpoſita ſic apparet, hoc itaq; eſt propoſitum. Si uero ambæ lineæ d e & h n eſſent ex una quacunq; parte ſectionis linearum incidentiæ, fieret ſuarum imaginum conformis ſituatio, ut patet per præmiſſa.



LIII.

Lineis incidētiæ ſe interſecātibus in ſpeculis ſphæricis cōcauis obliquę lōgitudines citra pūctū ſectionis exiſtētes, quēadmodū ſunt ſic apparēt, earum uero quæ ſunt ultra ſectionem in eiſdem lineis uidentur imagines reuerſæ.

Sit ſpeculum ſphæricum concauum a g, cuius centrum m, & ſic centrum uiſus b, & ſit linea d e, obliqua ſuper ſuperficiem ſpeculi, cuius puncti d. forma reflectatur ad uiſum b, à puncto ſpeculi quod eſt a, formaq; puncti c, à puncto g, & lineæ incidentiæ quæ ſunt d a & e g, interſecēt ſe in puncto i, ſitq́; citra punctū i, linea obliquæ incidens ſuperficiei ſpeculi quæ ſit k c, cuius punctus k, reflectatur à puncto ſpeculi g, & punctus c, à puncto ſpeculi a, ducatur itaq; linea d m, à puncto d ad centrum ſpeculi, quæ propter obliquitatē



lineæ b a, ſuper ſuperficiē ſpeculi eum linea d m ſit perpendicularis ſuper eandem ſpeculi ſuperficiem per 72. primi huius, ideo quia tranſit centrū ſpeculi quod eſt m, concurret cum linea b a, obliquę ſuperficiei ſpeculi incidentiæ, ut patere poteſt per 14. primi huius ſit concurſus in puncto b. Similiter quoq; linea e m concurret cū linea b g, ſit punctum concurſus n, palam ergo per 37. quinti huius, quoniam in puncto l, eſt imago formæ puncti d, & in puncto n, imago formæ puncti e, ducaturq́; linea n l, quæ erit imago totius lineæ d e, habet quoq; imago n l, reuerſæ ſe ad ſitum lineæ d e, q̃niam punctus n eſt altior puncto l, ſicut punctus d eſt altior puncto e, producaturq́; linea m k, donec concurrat cum linea b g, producta concurret autem propter obliquitatem lineæ b g, ſuper ſuperficiem ſpeculi, & propter perpendicularitatem lineæ m k, ſit concurſus pūctus f, & producatur linea m c, donec concurrat cū linea b a producta, & ſit punctus concurſus ſ, copuleturq́; linea f ſ, erit ergo linea f ſ imago lineæ k c, & ſic punctum k, eſt altius pūcto c, ſic erit punctum f altius puncto ſ, eſt itaq; imago f ſ, conformem habens ſitum ipſi rei uiſæ quæ eſt k c, occurrēs ſpeculo citra punctum ſectionis linearū incidentiæ, quod eſt i, patet ergo propoſitū.

LIIII.

In ſpeculis ſphæricis concauis uiſus in quibuſdam ſitibus comprehendit lineæ rectæ uiſæ imaginem plene rectam.

Sit ſpeculū ſphæricū cōcauū a b, cuius centrū e, ſeceturq́; ꝑ ſuperficiē planā ꝑ centrū erit ergo ꝑ 69. primi huius, cōmunis ſectio circulus magnus q̃ ſit a b, & eius centrū e, ducanturq́; duæ diametri huius circuli quæ ſunt a e o, & b e d, & ſpeculum nō excedat arcū b a d o, aſſumaturq; in ſemidiametro b e, quicūq; punctus placuerit, & ſit z, in quo ponatur centrū uiſus, & ſumatur in ſemidiametro a e, punctus k, taliter ut linea a k ſit maior ꝗ linea k e, & ducatꝰ linea z h, et ꝓtrahatur ad circūferentiā incidatq́; in punctū f, & ducatur linea e f, & ſuꝑ ſ tamē linea e f, cōſtituatur angulus æqualis angulo z f e, ꝑ 23. primi, q̃ ſit angulus g f e, ducta linea g f, cuius pūctus g, cadet in ſemidiametrū d e, qa enim linea f k eſt maior ꝗ linea k a, ꝑ 7. tertij, & linea k a eſt maior ꝗ linea k e, ex hypotheſi, erit linea f k maior ꝗ linea k e, ergo ꝑ 18. primi, angulus f e k maior eſt angulo e f k, eſt ergo angulus f e k maior angulo e f g, linea ergo f g, ꝑ 14 primi huius, cōcurret cū linea g e, cōcurrat ergo in pūcto g, duarū ergo linearum z g & f g, pūcta reflectūtur ad ſe inuicē à pūcto ſpeculi q̃d eſt f, ꝓpter angulorū æq̃litatē ꝑ 20. quinti huius, eſt ergo pūctus k imago pūcti g, cētro uiſus exiſtēte in pūcto z, ducatꝰ itaq; linea l h ſecās diametrū o a, in pūcto l, & periferiā circuli in pūcto h, utcūq; cōtingit, ducanturq́; lineæ e h, h g, z g, & ꝓtrahatꝰ linea f e, ſuꝑ lineam z g, incidatq́; pūctū m, ergo ꝑ 3. ſexti erit proportio lineæ z m ad lineā m g, ſicut lineæ z f, ad lineā f g, ſed ꝑ 7. tertij, linea z h eſt maior ꝗ linea z f, & linea g h eſt minor ꝗ linea g f, ꝑ candē 7. tertij, ergo ꝑ 9. primi huius, maior eſt ꝓportio linę z h ad lineam g h, ꝗ lineæ z f ad f g, eſt ergo ꝓportio lineæ z h ad lineā g h, maior ꝗ linę z m ad lineam m g, ergo ꝑ 3. ſexti, linea q̃ diuidit angulū z h g, ꝑ æq̃lia ſecet lineam m g, ſecat ergo prius lineam e g, per 32. primi huius, qm̃ linea e g eſt uicinior ad pūctū h ꝗ linea m g, & maior erit angulus g h e angulo e h z, argumēto 29. primi huius, & ex præmiſſis ponamus ergo angulū e h r, æqualē angulo e h z, linea ergo h r ſecat lineam g f, & ſecat lineā g e, ꝑ 29. primi huius, ſecet ergo g e in pūcto r, & ſecet lineā h r, ſemidiametrū e a in pūcto l, pūcta ergo duarū linearū z h & h r, reflectunꝰ ad inuicē ꝓpter æqualitatē angulorū r h e, e h z, fietq́; reflexio à puncto ſpeculi q̃d eſt h, ꝑ 20. quinti. huius, & erit l pūctus imago pūcti r, palā uero qm̃ forma cuiuslibet pūcti lineæ g r, reflectitur



ctū ad uiſum in punctū z,ex aliq̄ pūcto arcus f h,& nō ex alio,ꝑ 42.huius. Sumatur itaq; aliqs pūctus lineæ g r q ſit p, & hic reflectatur ab aliq̄ pūcto arcus f h q̄d ſit c, & ducātur lineæ p c & r c,qa ergo pūctus t,eſt inter duo pūcta f & h,arcus f h,palā quia linea 3 t,cadet inter duas lineas 3 f & 3 h,linea ergo 3 t,ꝑ 29.primi huius,ſecat linea k l, ſecet ergo in pūcto i,eſt ergo per 37.quinti huius,punctus i,imago formæ puncti p, & punctus p, nō habet aliam imaginē niſi pūctū i,quoniā tamē ab uno pūcto arcus f h,ſit reflexio formæ puncti p,ad uiſum exiſtentem in puncto 3,ut patet per 19.uel per 29.huius, imago itaq; cuiuslibet puncti lineæ g r,erit in aliquo pūcto lineæ k l,eſt ergo tota linea k l imago formæ totius lineæ g r e,& eſt recta,quiā eſt pars ſemidiametri circuli a e, uiſus ergo exiſtens in puncto 3,comprehendit formam lineæ rectæ quæ eſt g r,imaginem h k, rectā exiſtentem in ſpeculo ſphærico concauo a b,& hoc eſt propoſitum.

LV.

In ſpeculis ſphæricis concauis comprehendet uiſus ex quibuſdam ſitibus imaginem lineæ conuexam,& concauæ concauam,eritq; lineæ cuius conuexitas reſpicit ſpeculum imago conuexa reſpiciens uiſum,& lineæ cuius concauitas reſpicit ſpeculum imago concaua reſpiciens uiſum.

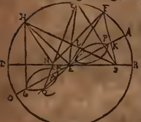
Sit diſpoſitio quæ in proxima præcedēte,cōſtituanturq; ſuper lineam g r, à duobus ſuis lateribus duo arcus utcunq; cōtingit,quæ ſint g n r & g q r,& ſit arcus g n r, non ſecans lineā g h,& ponatur in linea recta g r,pūctū m,quomodocūq; ſit illud, forma itaq; puncti m,reflectitur ad uiſum 3,ex aliquo puncto arcus f h,per 42.huius,ſit itaq; ut reflectatur ex puncto t,& ducantur lineæ 3 t & m t,duo itaq; anguli 3 t e & e t m ſunt æquales per 20.quinti huius,linea ergo m t ſecabit arcū g n r, ſit ut ſecet ipſum in puncto n,& ꝓducatur linea t m uerſus arcū g q r,ſecetq; illū in puncto q,& ducatur linea n e,producaturq; ultra punctū e,ſecabit ergo lineam 3 t,ſub linea k l,per 29,primi huius,quoniā ſecat angulū k e 3,cui ſubtenditur pars lineæ t 3,ſecet ergo linea illam in pūcto i,quia ergo duo anguli 3 t e & n t e ſunt æquales,patet per 20.quinti huius,quod forma puncti n, reflectitur ad uiſum 3,à puncto ſpeculi t, eſt ergo palā per 37.quinti huius,quoniam punctus i,eſt locus imaginis formæ puncti n,& duo puncta k & l,ſunt imagines duorū punctorum g & r,ut patuit per præmiſſam,imago ergo arcus g n r eſt linea tranſiens ꝑ puncta k i l,ſed linea k i l,eſt cōuexa,ex parte uiſus 3,& arcus g n r,eſt cōuexus ex parte ſpeculi,uiſus itaq; exiſtens in puncto 3,comprehendet formam lineæ g n r,conuexæ conuexam lineam,ducatur quoq; linea q e,& producatur ultra punctum e,ſecabit quoq; lineam 3 t,ultra lineam l k,per 29,primi huius,quoniā ſecat angulum t e k,ſecet ergo in puncto p,& quia anguli p t e & q t e ſunt æquales,patet per 20.quinti huius, quoniā à pūcto ſpeculi quod eſt t,reflectetur forma puncti q,ad uiſum 3,& locus imaginis formæ puncti q,eſt punctus p,& erit ut ſupra linea l p q,ex parte uiſus concaua,& ipſa eſt imago arcus g q r,concaui ex parte ſpeculi,comprehēdet ergo uiſus in puncto 3,exiſtens formam arcus g q r,concaui lineam concauam,& hoc eſt propoſitum.

LVI.

In ſpeculis ſphæricis concauis comprehendet uiſus ex quibuſdam ſitibus lineæ rectæ imagines quatuor curuas,lineæq; curuæ,cuius conuexitas eſt ad ſpeculum imaginem comprehendit curuam,omniumq; linearum imaginum concauitas reſpiciens eſt ad uiſum.

Sit ſpeculum ſphæricum concauū in quo ſit circulus maximus qui a b d,cuius centrū g,& extrahatur à centro g,ſemidiameter g b,utcūq; contingit,quæ diuidatur per æqualia in puncto t,taliter ut linea g t,ſit maior medietate lineæ b g,& à puncto t,ducatur linea t 3,perpendiculariter ſuper lineam g b, per 11. primi,& producatur linea 3 t,ultra punctū t,ad punctū e,fiantq; lineæ 3 t & e t,utræq; æquales lineæ t g,per 73.primi,& ducantur lineæ g e & g 3,& trigono e g 3,circūſcribatur circulus ꝑ 5.quarti,eritq; centrum circuli illius circuli punctus t,per 9.tertij,& quia linea t g,maior eſt q̄ linea t b, palā q̄m ille circulus ſecabit circulū a b d,in duobus ergo punctis illum ſecabit per 10.tertij, ſint

itaq; illa duo puncta a & d, ducantur quoq; lineæ g a, g d, e a, e b, e d, 3 a, 3 b, 3 d, quia ergo duæ lineæ e t & t 3, ſunt æquales, & anguli ad punctum t ſunt recti, & linea t g communis, erunt per 4. primi, duæ lineæ e g & 3 g æquales, & ſimiliter per eandem 4. primi, duæ lineæ e b & 3 b, ſunt æquales, ergo per 27. tertij, duo arcus e g & g 3 ſunt æquales, ergo p 26. tertij, angulus e a g eſt æqualis angulo g a 3, & angulus e d g æqualis eſt g d 3, & angulus e b g æqualis angulo g b 3, quoniam omnes illi anguli cadunt in eoſdem arcus, forma ergo puncti 3, reflectitur ad punctum e, à pũctis ſpeculi a & d & b, uel econuerſo per 20. quinti huius, & quia linea g t, eſt maior ꝙ linea t b, duæ uero lineæ e b & 3 e, ad inuicem, & duæ lineæ e g & 3 g, ad inuicem ſunt æquales per 4. primi, palam per penultimam primi, quoniã linea g e eſt maior ꝙ linea b e, quadratum enim lineæ g e, ualet ambo quadrata linearũ g t & t e, & quadratum lineæ e b, ualet ambo quadrata linearũ e t & t b, ablato ergo quadrato lineæ t o cõmuni, relinqtur quadratũ lineæ g e, maius quadrato lineæ e b, q̃niã linea g t eſt maior ꝙ linea t b, ergo linea g e eſt maior ꝙ linea e b, in trigono g e b, ut patet p 19. primi, angulus g b e eſt maior angulo e g b, ſed angulus e g b eſt medietas unius recti per 5. & per 32 primi, duo ergo anguli qui b g e & e b g, ſimul ſumpti, ſunt maiores recto, ergo angulus b e g eſt minor recto per 32. primi. Sed angulus e g 3 eſt rectus per 10. tertij, & ideo q̃niã anguli e g t & t g 3, ſunt duæ medietates unius recti, ergo per 10. primi huius, duæ lineæ e b & g 3 productæ concurrent extra circulũ, ſit earum cõcurſus pũctus m, & quia linea e d, eſt intra triangulũ m e g, palã q̃niam ipſa producta cõcurrat cũ linea g m, p 29. primi huius, cõcurrant ergo in puncto l, & quia linea g b tranſir p pũctũ t, q̃d eſt cẽtrũ circuli e g 3, & linea uero a g, ducitur extra illã à cẽtro ad periferiam, palã quia portio a e g eſt minor ſemicirculo, ergo p 29. tertij, angulus a e g eſt obtuſus, & angulus e g 3 eſt rectus, ergo p 14. primi huius, illæ duæ lineæ a e & 3 g, cõcurrẽt in partẽ lineæ e g, cõcurrãt ergo in puncto f. Si itaq; uiſus fuerit in pũcto e, & pũctus 3 in aliq̃ uiſibili, tũc tria puncta m l f, erũt imagines pũcti 3. ſic ergo pũctus 3, cõprehenditur in tribus locis, qm̃ à tribus punctis ſpeculi quæ ſunt a b o, fit reflexio formæ puncti ipſius 3 ad uiſum e. Item protrahatur à puncto e, linea ſuper arcũ d 3, utcunq; contingat, quæ ſit linea e k, & ducatur linea g k, quæ ſecet arcum d 3 in puncto k, & ducatur linea 3 k, quia ergo arcus e g & g 3 ſunt æquales, erunt duo anguli e k g & g k 3, æquales per 26. tertij, producaturq; linea g k ad circumferentiam circuli a b d, incidatq; in punctum r, & producãtur lineæ e r & 3 r, & qm̃ angulus e k g, eſt æqualis angulo g k 3, erit angulus e k r, æqualis angulo 3 k r, per 13. primi, erit ergo angulus e r k, maior angulo k r 3, ſi enim ſit æqualis, tunc per 31. primi, & 4. ſexti, ſequitur lineam e k, æqualẽ eſſe lineæ 3 k, & arcum 3 k, æqualem eſſe arcui e a k, q̃d eſt contra præmiſſa, eſt enim arcus e a, æqualis arcui d 3, q̃d ſi angulus e r k, ſit minor angulo 3 r k, erit ergo ex præmiſsis, angulus r e k, maior angulo k 3 r, reſecetur ergo angulus r e k, ad æqualitatem anguli r 3 k, per 27. primi huius, & ſequitur idẽ impoſsibile q̃d prius, producta illa linea ad lineam r k. Reſtat ergo ut angulus e r g, ſit maior angulo g r 3, fiat ergo per 22. primi, ſuper punctũ r terminũ lineæ g r, angulus g k n, æqualis angulo e r g, cadatq; punctus n in lineam 3 m, per 29. primi huius duæ ergo lineæ e r & r n, à puncto ſpeculi quod eſt t, reflectentur ad ſe inuicẽ per 20. quinti huius, propter æqualitatem angulorũ ad punctũ r, producatur quoq; linea e r ad lineã g m, concurret autem cum illa per 14. primi huius, ſitq; punctus concurſus q, erit ergo punctus q, imago formæ pũcti n, reſpectu uiſus e, imaginem ergo ſuperficiẽ exiſtentem à linea m g f, quæ ſit perpendiculariter erecta ſuper ſuperficiem circuli a b d, & extrahatur à puncto 3, linea in hac ſuperficie quæ ſit perpendicularis ſuper lineam g 3, & tranſeat in utramq; partem ſuperficiei circuli a b d, ſitq; linea t 3 p, & poſito itaq; puncto g, centro circuli fiat arcus circuli ſecundum quantitatẽ lineæ g n, qui ſit t n p, ſecans lineam r 3 p, in duobus punctis t & p, & producantur lineæ g t & g y, erunt ergo iſtæ lineæ in ſuperficie perpendiculari ſuper ſuperficiẽ a b d, per 2. undecimi, producãtur item lineæ g t & g p, ultra punctũ t & p, extra ſpeculum, & ſuper centrũ g, ſecũdum longitudinẽ lineæ g q



iu

in ſuperficie tranſeunte lineam m g f,ſecante circulum in qua ſunt lineæ g t & g p,fiat arcus circuli.hic ergo iterum ſecabit duas lineas g t & g e productas,ſecet ergo lineam g t, in puncto f.& linea g p in puncto o,quia ergo ſuperficies circuli a b d, eſt perpendicularis erecta ſuper ſuperficiem duarum linearum g t & g p,palam per diffinitionem,quoniam duo anguli e g f,& e g o erunt recti,linea ergo e g,erit erecta ſuper ſuperficiem g t p, ergo per 18.undecimi,erit utraq; ſuperficierum quæ ſunt e g f & e g o, perpendicularis ſuper ſuperficiem f g o,& utraq; iſtarum ſuperficierũ facit in ſpeculo circulũ magnũ comparem circulo a b d,per 69.primi huius,punctum ergo circuli quod facit ſuperficies e g f, quod eſt compar puncto circuli a b d,ſcilicet puncto k e,eundem habet ſitum reſpectu centri ipſius ſpeculi quod eſt g,& reſpectu uiſus qui eſt in puncto e, quem habet punctũ r,concurrunt ergo ex ipſo ſecundum angulos æquales duæ lineæ inter duo puncta e & c quod ſimiliter accidit inter duo puncta e & p,& lineæ g t & g p ſunt æquales per diffinitionem circuli,& ſimiliter lineæ g f,g a,g o ſunt æquales per diffinitionem circuli, & punctus q eſt imago puncti n,& punctus f,eſt imago puncti c,& punctus o,eſt imago puncti p,imago ergo arcus t n p,conuexi ex parte ſpeculi eſt arcus f q o,concauus ex parte uiſus,& punctus l eſt imago formæ puncti 3,& duo puncta f & o ſunt imagines formarũ duorum punctorum c & p,imago ergo lineæ rectæ quæ eſt o & p,eſt linea curua tranſiens per tria puncta f l o,hæc autem linea f l o,eſt concaua ex parte uiſus. Ducatur itaq; linea tranſiens per puncta f l o,& extrahatur linea e g,ad circumferentiam circuli a b d, in punctum h. Si ergo ſpeculum non peruenit ad duo puncta b & h,ſed alter duorũ ſuorum terminorum fuerit inter duo puncta b & d, & reliquus fuerit infra punctum h,& uiſus fuerit in puncto c,& duæ lineæ p 3 t recta,& p n t conuexa,ex parte ſpeculi fuerint in aliquo uiſibili,tunc forma lineæ p 3 c rectæ apparebit concaua, ſcilicet f l o, & forma lineæ p n c,conuexæ reſpectu ſpeculi erit concaua uiſui occurrens, ſcilicet f q o, & forma lineæ p 3 t,unam tantũ habebit imaginẽ,& arcus p n c tantum unam. Item producatur linea b g,ultra punctum g,ad aliam partem periferiæ circuli ad punctũ i, & producatur lineæ e i & e 3,erit ergo ex præmiſsis,& per 4.primi,angulus b i e,æqualis angulo b i 3, ergo per 20.quinti huius,reflectetur forma puncti 3, ad uiſum in punctũ e,à puncto ſpeculi quod eſt i,& linea e i,ſecabit lineam f g,ſecet ergo in puncto u,eritq; punctus u imago formæ puncti 3, reflexæ à puncto ſpeculi quod eſt i, puncta ergo 4. quæ ſunt m l u f, ſunt loca imaginum formæ puncti 3.& ſi ſpeculum excesſerint duo pũcta a & d,& uiſus fuerit in puncto e,& durſum aſpicientis fuerit ex parte arcus m,& uiſus comprehenderit totum arcum i d a,tunc punctum 3 uidebitur in quatuor locis, ſcilicet in punctis m l u f,& uidebũtur duo pũcta lineæ rectæ p 3 c,uel arcus p c in duobus punctis f & o, & ſic linea recta p 3 c,habebit 4. imagines concauas,& una tranſit per puncta f m o, & ſecunda pertranſit puncta f l o,tertia pertranſit puncta f u o,& quarta pertranſit puncta f f o, ſcilicet lineã f f o,in his tamẽ omnibus imaginibus ſemp cõcauitas imaginis reſpicit uiſum,patet ergo propoſitũ. Patet ẽtiã q imaginis eiuſdẽ lineæ rectæ,ut patet nũc in linea p 3 n,fiunt diuerſæ curuitatis maioris & minoris,& fit principiũ formæ monſtruoſæ.

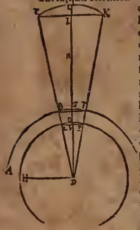
LVII.

In ſpeculis ſphæricis concauis uiſus in quibuſdam ſitibus comprehendet lineæ rectæ imaginem conuexam conuexitate uiſum reſpiciente.

Sit circulus magnus ſpeculi ſphærici concaui,qui a b g,cuius centrum d, & ducatur ſemidiameter d g,ut contingit,in qua ſituetur linea recta quæ ſit o u, & ſit punctũ o, remotius à centro ſpeculi d & u propinquius illi,et ſuper hanc ſemidiametrũ d g, ducatur perpendiculariter linea quæ ſit d h,in cuius puncto h ſit centrũ uiſus,et ſit linea h d ſuper ſuperficiẽ circuli a b g,ſitq; linea h d,minor ſemidiametro circuli ſecundũ diſpoſitionem lineæ h d,quæ aſſumpta fuit in 43.huius, ad cuius modum et cætera referuntur,reflectaturq; forma puncti o,quod eſt remotius à centro ſpeculi ad uiſum in punctũ h, à puncto ſpeculi b,ſitq; locus imaginis pũctus q,et producatur ſemidiameter d g in punctum q,ut ſit linea d q,reflectaturq; forma puncti u,ad uiſum exiſtentem in pũcto h, à puncto ſpeculi quod eſt f,& locus imaginis eius ſit punctum n,& quia puncta o & u ſunt in ſemi

diametro

diametro d g, erunt loca imaginum quæ ſunt puncta q & n, in eadem ſemidiametri producta, quæ erit linea d u o. n q, ſitq́ quantitas linearum d q, d u. d n, d o, illis omnino æqualis, quæ ſunt aſſumpta in 43. huius, & erit linea h d perpendicularis ſuper lineam d q, ut patet ex præmiſsis, eſt enim ipſa perpendicularis ſuper ſuperficiẽ circuli, eſtq́ linea d h æqualis illi lineæ o h, quæ in figura 43. huius, angulus ergo h d q eſt rectus, eritq́ cõmunis ſectio ſuperficiei planæ, in qua ſunt lineæ h d & d q, & ſuperficiei ſpeculi circulus, cuius arcus interiacens lineas d h & d q, per 20. huius, eſt arcus ex quo fit reflexio formarum, quarum imagines ſunt in punctis a & n, & erit arcus ille æqualis arcui a g, aſſumpto in 43 huius, & ex duobus punctis illius arcus ſimilibus duobus punctis b & f, in 43. huius, fit ab hoc arcu illa reflexio formarũ duorũ punctorũ, quæ ſunt u & o, erit ergo q imago puncti o, & n imago puncti u, ducatur ergo à puncto u, in ſuperficie circuli a b g, recta perpendicularis ſuper lineã d u, quæ ſit z u e, & à centro d ſecundum longitudinem ſemidiametri d o, fiat circulus, hic ergo circulus ſecabit lineam z u e, in duobus punctis, per 3. tertij, ſecet ergo in punctis z & e, fiatq́ arcus circuli ſecundum quantitatẽ lineæ d q, à centro d, & ducantur à centro ſpeculi d. lineæ d z, d e, & producatur extra ſpeculum ad arcum circuli deſcripti, à cẽtro d, ſecundum quantitatẽ ſemidiametri d q, & ſint d e, d k, & ducatur linea t k, ſecetq́ lineam d q in puncto l, quia ergo linea h d eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem circuli palàm per diffinitionem lineæ erectæ, quoniam uterq́ angulus h d t, h d k, eſt rectus, & utraq́ ſuperficies h d t & h d k in ſuperficie circuli ſpeculi continet arcum interiacentem lineas h d & d t, & h d & d k per 69. primi huius, quorum arcuũ quilibet eſt æqualis arcui, qui eſt inter duas lineas h d & d q, & utraq́ linearum d z & d e eſt æqualis lineæ d o, quoniam omnes ſunt ſemidiametri eiuſdem circuli, illi ergo duo arcus ſunt huiuſmodi, quod ex illis poſsibile eſt fieri reflexionẽ formarũ duorũ punctorũ quæ ſunt z & e, ab aliquibus punctis illorũ arcuũ, ut patet per 20. huius, interiacent enim illi arcus ſemidiametros ſpeculi, in quibus conſiſtunt centrum uiſus, quod eſt in puncto h, & puncta quorũ formæ reflectuntur, quæ ſunt e & z. Incidentq́ formæ eorum illis punctis illorum arcuum, & reflectentur ad uiſum in punctum h, ſecundum angulos æquales à duobus punctis ſpeculi, & duæ lineæ d t & d k, ſunt æquales lineæ d q, ergo punctum t eſt locus imaginis puncti z, & punctum k eſt locus imaginis puncti e, & quia lineæ d t, d q, d k, ſunt æquales, & lineæ d z, d o, d e, æquales, erit per 7. quinti, proportio lineæ d c ad d 3, ſicut lineæ d q ad d o, & ſicut lineæ k o ad lineam d e. ſed per 43. huius, proportio lineæ d q ad lineam d e. eſt maior proportiõe lineæ d n ad lineam d u, ergo ſimiliter proportio lineæ k d ad lineã d e, eſt maior ꝓportiõe lineæ n d ad lineam d u, & ſimiliter proportio lineæ d t ad lineam d z, eſt maior proportione lineæ d n, ad lineam d u, & quia duæ lineæ d e & z d, ſunt æquales, & duæ lineæ d c & d k ſunt æquales, erit per 7. quinti, proportio lineæ d t ad lineam d z, ſicut lineæ d k ad lineam d e, ergo per 17. quinti, erit proportio lineæ t z ad lineam z d, ſicut lineæ k e ad lineã d e, ergo per 2. ſexti, linea t k, eſt æquediſtans lineæ e z, erit ergo per eandem 2. ſexti, & per 18. quinti, proportio lineæ l d ad lineam d u, ſicut d k ad lineã d e, & ſicut lineæ d t ad lineam d z, proportio ergo lineæ l d ad lineam d u, eſt maior proportione lineæ n d ad lineam d u, ergo per 10. quinti, linea l d eſt maior ꝙ linea n d, ergo punctus n eſt inter punctum l & u, ſed punctum n eſt imago puncti u, & duo puncta t & k ſunt imagines duorum punctorũ z & e, ergo imago lineæ z u erectæ, eſt linea tranſiens per tria puncta t n k, linea uero pertranſiens h e t puncta eſt conuexa, patet ergo quod imago lineæ z e rectæ uidebitur in hoc ſitu conuexa, & hoc eſt propoſitum.



LVIII.

In quibuſdam ſitibus reflexione facta à ſpeculis ſphæricis concauis uiſus comprehendet imaginem concauam reflexam ex linea concaua uel conuexa.

Sit

Sit diſpoſitio omnino quæ in præcedēte, quia itaq; ut patet in pręmiſſa imago formæ puncti o, eſt punctum q, & imago formæ puncti ȝ, eſt punctum t, & imago formæ puncti e, eſt punctū k, erit ergo linea concaua reſpectu uiſus, quæ eſt t q k, imago lineæ curuæ reſpectu uiſus conuexæ cum reſpectu ſpeculi, quæ eſt linea ȝ o e, ſimiliter quoq; ſi in linea ȝ u ſignetur punctū m, qualitercunq; hæc contingunt, & citra cētrum m ſecundū longitudinem ſemidiametri m u, deſcribatur arcus parui circuli, qui ſit r u f, hic ergo arcus ſecabit circulum ȝ o e, in duobus pūctis per 10. tertij, ſint illa duo puncta f & r, & ducantur lineæ d r & d f, quæ protrahantur uſq; ad arcum t q k eductum, incidatq; linea d f in punctū i, & linea d r in punctum p, ſuperficies ergo duarū linearū h d & t p, ſecabit ſpeculum ſecundū circulū, à cuius circumferentiæ puncto aliquo duci poterunt ſecundum angulos æquales, & æqualiter ſe habentes lineæ ad punctū h, in quo eſt centrum uiſus, & ad punctū r, qui eſt punctus lineæ uiſæ, & ſimiliter ſuperficies duarū linearū h d & d i, faciet in ſpeculo circulū, à cuius circumferētia reflectētur ad uiſum forma puncti f, arcus r u f, eſt ergo punctus p imago formæ puncti r, & punctus i, imago formæ puncti f i, & punctus n, eſt imago formæ puncti t u, imago itaq; arcus r u f, eſt linea tranſiens per pūcta i p n, ſed hæc linea i p n, eſt concaua reſpectu uiſus, & arcus r u f,, eſt concauus ex parte ſuperficiei ſpeculi, & conuexus ex parte uiſus: Cum ergo uiſus fuerit in puncto h, & linea r u f conuexa, cum fuerit in aliquo uiſibili, comprehendetur imago eius concaua, & linea ȝ o e cōuexa, comprehenditur ſimiliter imaginis concauæ. Si ergo unaquæq; duarū linearū quæ ſunt ȝ o e & r n f, habuerit unā imaginem, erit forma illarum, imaginū ſecundum motum declaratum, & ſi aliqua ipſarū plures habuerit imagines, forte accidet diuerſitas ſitus in illis imaginibus, ut ſupra diximus, patet ergo propoſitum. Palam itaq; ex his præmiſſis 5. theorematibus quod lineę rectæ imago in ſpeculis ſphæricis concauis, quandoq; comprehenditur recta, quādoq; conuexa, & quādoq; concaua, & imago lineæ conuexæ quandoq; uidetur conuexa, quandoq; concaua, & lineæ concauæ imago quandoq; uidetur conuexa, quandoq; concaua, forma ergo ſuperficierum uiſibilium comprehenduntur aliter ꝙ ſint in his ſpeculis, nam lineæ rectæ non ſunt niſi in ſuperficiebus planis, cum ergo lineæ rectæ comprehenduntur conuexæ uel concauæ, tunc ſuperficies plana comprehenditur conuexa uel concaua, cum itaq; uiſus comprehendit lineas rectas conuexas uel cōcauas aliter ꝙ ſint, comprehendit ſuperficies, in quibus ſunt illæ lineæ aliter ꝙ ſint, & ſimiliter eſt de lineis conuexis & concauis reſpectu illarum ſuperficierum, & per hoc patet ratio & cauſa illorum multorum errorum, qui ex modis talium uiſibilium accidunt in uiſu.



LIX.

In concauis ſphæricis ſpeculis à duobus uidentibus ſecundum aliquem ſitum res una uiſa, unum habebit idolum, ſecundum alium uero plura.

Sit ſpeculum ſphæricum concauū, cuius communis ſectio cum ſuperficie reflexionis ſit circulus e u h, cuius diameter ſit e h, centrum uero p, & ducatur linea a b, perpendiculariter ſuper ſuperficiem ſpeculi, palàm ergo per 72. primi huius, quoniā ipſa tranſit per centrum ſpeculi quod eſt punctum p, & producatur ultra ſpeculū, ſitq; a b l, ſecans diametrum e h, perpendiculariter in centro p, & in diametro e h, ſignentur duo puncta æqualiter diſtantia à centro p, quæ ſint g & f, erit ergo linea g p, æqualis lineæ p f, & à punctis g & f, ducantur duæ lineæ ad circumferentiam æqualis, quæ angulos acutos contineant cum diametro e h, r n centri p, & lineæ a p b, quod fiet auxilio 33. tertij, ſi ex utraq; parte puncti b arcus æquales abſcindantur parui, quorum chordæ ſint minores ꝙ lineæ g p & p f, qui ſunt arcus d b t h, & ad puncta t & d, ducantur lineæ quæ ſunt g d & f c, & quia arcus b t & b d ſunt æquales, & arcus b h & b e æquales, remanēt arcus t h & d e æquales eruntq; anguli portionis qui ſunt g d e & f t h, inter ſe æquales per 43 primi huius, & à

à puncto d ducatur linea contingens circulum per 16.tertij,quæ ſit d q,& ſimiliter à puncto t,ducatur linea circulum contingens quæ ſit t m,producanturq́; lineæ contingentes ad diametrum a l,& concurrent in puncto uno per 59.primi huius, ſit concurſus punctus r,& quoniã per 15.tertij,anguli contingentiæ qui ſunt q d e & m t h ſunt æquales,& anguli portionis,qui ſunt g d e & f t h ſunt æquales,erit totus angulus q d g,æqualis toti angulo m t f,ſuper punctum itaq; d terminum lineæ r d, conſtituatur angulus æqualis angulo q d g per 23.primi,qui ſit r d k,linea quoq; d k producta concurret cum linea a b,per 14.primi huius, ſit concurſus punctus k,& ſuper punctum t, terminum lineæ r t, conſtituatur angulus æqualis angulo r d k,qui ſit r t k, concurrẽt enim illæ lineæ ambæ in uno puncto diametri,quod eſt k, quia cum angulus r t k ſit æqualis r d k per præmiſſa, & angulus k r t ſit æqualis angulo k r d,per 59.primi huius,trigoni ergo d k r & t k r,ſunt æquianguli per 33.primi,ergo per 4.ſexti,latera illorũ trigonorum ſunt proportionalia. Sed linea r t æqualis eſt lineæ d r,per 59.primi huius,erit ergo linea k r,æqualis ſibiipſi,concurrent ergo lineæ d k & t k in puncto uno diametri b p, quod eſt k, poſitis itaq; duobus oculis diuerſorum uidentium in punctis g & f, & puncto rei uiſæ in puncto k, tunc forma puncti k, uidebitur ab utroq; uiſuum reflexa à duobus punctis ſpeculi d & t, ſed & idolum eius uidebitur unum & in eodem loco,producantur enim lineæ g d & f t extra circulum,concurrent itaq; ambæ cum diametro a b,producta per 14.primi huius, q̃niã anguli g p b & f p b ſunt recti,& anguli p g d & p f t acuti, ut patet ex præmiſſis concurrat ergo linea g d cum linea a b in puncto l, dico quod linea f t concurret cum eadem linea a b in eodem puncto l, cum enim angulus q d g ſit æqualis angulo f t m,ut ſupra patuit,& angulus r d l ſit æqualis angulo g d q, per 15.primi, & angulus r t l æqualis angulo f t m,erit angulus r o l,æqualis angulo r t l, ſed angulus t r b, eſt æqualis angulo b r o,per 59.primi huius,ergo per 13.primi,angulus t r l,eſt æqualis angulo d r l per 32.primi.trigoni t r l & d r l ſunt æquianguli,ergo cum linea t r ſit æqualis lineæ r d, per 58.primi huius,erit per 4.ſexti,linea r l,æqualis ſibiipſi,& linea t l,æqualis lineæ d l in uno ergo puncto diamatri a b l,concurrent lineæ t l & d l,& hoc eſt punctum l, patet ergo cum per 37.quinti huius,punctus l ſit locus imaginis formæ puncti rei uiſæ,qui eſt k quod ambobus uiſibus uni exiſtenti in puncto g, & alij in puncto f, unica tantũ occurrit imago,uiſibus uero permutatis ad hoc ſitum plures occurrunt imagines,& hoc eſt propoſitum. Quandocunq; tamen aliquid in his ſpeculis percipitur duplici uiſu,ſi linea reflexionis æquediſtans fuerit katheto incidentiæ,erit locus imaginis ipſe punctus reflexionis per 11.huius,& cum diſtant à ſe puncta reflexionis quæ ſunt reſpectu amborum uiſuum,apparebunt uiſibus duæ imagines eiuſdem puncti,& locus cuiuſq; imaginis eſt in puncto ſuæ reflexionis. Si uero linea reflexionis non ſit æquediſtans katheto incidentiæ, & punctus rei uiſæ tantum diſtet ab uno uiſu quantum ab altero,uel ſit modico differentia diſtantiæ,ſi locus imaginis fuerit in ipſa ſuperficie uiſus duæ adhuc imagines uidebũtur,alias autem ut plurimum locus imaginis reſpectu utriuſq; uiſus erit idem,aut modicum diſtans,unde aut tantum una uidebitur imago,aũt pene una.



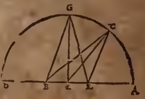
LX.

In uno diametro ſpeculi ſphærici concaui poſitis ambobus oculis æqualiter à centro ſpeculi diſtantibus neuter uidebitur oculorum.

Sit ſpeculum concauum ſphæricum a t,g d,cuius centrum z, & diameter a d, ſintq́; duo oculi b & e,conſtituti in diametro a d,æqualiter diſtantes a centro z, dico quod neuter oculorum uidebitur,ducatur enim ſemidiameter z g, perpẽdiculariter ſuper diametrum a d,& ducãtur lineæ b g & e g,& quia ergo in trigonis e z g & b z g, latus e z, eſt

æquale

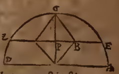
æquale lateri z b, ex hypotheſi, & latus z g commune, anguli quoq; e z g, & b z g, ſunt æquales, quia ſunt ambo recti, erit per 4. primi, angulus b g z, æqualis angulo e g z, forma ergo puncti b, reflectitur ad pũctum e, à puncto g, ſpeculi, & econuerſo per 20. quinti huius, ſed neq; poſsibile eſt ab alio puncto ſpeculi formam puncti b, ad punctum e reflecti, ſit enim ut fuerit hic datum eſſe poſsibile ut forma puncti b, reflectatur ad punctũ e, à puncto alio ſpeculi, quàm ſit t, & ducantur lineæ b t, r z, linea ergo t z, diuidit angulum b t e, per duo æqualia per 20. quinti huius, erit ergo per 3. ſexti, proportio lineæ b t, ad lineam t e, ſicut lineæ b z ad lineam e z. Sed linea b t eſt maior quàm linea b g, per 7. tertij, linea uero b g, eſt æqualis lineæ e g, ut patet ſuperius, linea uero e g, eſt maior quàm linea t e, per 7. tertij, erit ergo linea b t, maior quàm linea e t, ergo linea b z, maior erit quàm linea e z, quod eſt contra hypotheſim & impoſsibile, & eodem modo de quolibet puncto ſemicirculi a g d poteſt demonſtrari, non ergo reflectitur forma puncti b ad punctum e, ab alio ſpeculi puncto quàm à puncto g, non ergo uidebit oculus b, oculum e, ideo quia linea reflexionis, quæ eſt b g, non concurrit cũ katheto e z, ducto à puncto e, per centrum ſpeculi z in puncto b, & linea reflexionis, quæ eſt e g, non concurrit cũ katheto b z, niſi in puncto e: locus itaq; imaginis e, eſt punctus b, ſed b eſt ſimile ipſi e in forma, & e ipſi b, nõ comprehenditur aliqua diſtantia, quæ ſit ram diuerſitatis inter illos uiſus, non ergo unius uiſus percipiet formam alterius in ſe ipſo exiſtente, ſed æſtimabit formam propriam ſe uidere, non ergo unus oculus taliter diſpoſitus uiſibus alium oculum uidebit, & hoc eſt propoſitum, aliæ tamen partes corporis circumſtantes centrum uiſus potuerunt uideri, quorum katheti incidentiæ cum lineis ſuarum reflexionum concurrunt, ſiue ille concurſus ſit in ſuperficie uiſus, uel in alijs punctis quibuſcunq;, & circa hæc multa diuerſitas uiſibus occurrit.



LXI.

Si linea à puncto medio ſemidiametri ſuper diametrum ſpeculi ſphærici concaui perpendiculariter erectæ ducta æquediſtanter diametro, ambo ponantur oculi æqualiter diſtantes à centro ſpeculi, imago una tantum oculi apparebit in puncto reflexionis.

Sit ſpeculum ſphæricum concauum a g d, cuius centrum k, & diametros a d, ducaturq; ſemidiameter k g, perpendiculariter ſuper diametrum a d, & à medio puncto ſemidiametri k g, ducatur linea æquediſtans diametro a d, & in hac poſiti ſint uiſus ambo æqualiter diſtantes à centro k, dico quod amborum oculorum una tantum imago in uno ſcilicet puncto reflexionis uidebitur. Sit enim ut à puncto p, quod ſit medius punctus lineæ k g, per 10. primi ducatur linea æquediſtans diametro a d, per 31. primi, quæ ſit e 3, & ſint in illa perpendiculari e 3, poſiti ambo oculi, qui ſint b & r, æqualter diſtantes à centro k, & à linea k g, erunt ergo lineæ b q & p t æquales, ducanturq; lineæ b g, t g, b k, t k, ergo per 4. primi, linea p g exiſtente communi ambobus trigonis b p g & t p g, cum anguli b p g & r p g ſint recti, erit angulus b g p æqualis angulo t g p, reflectetur ergo forma puncti b, ad punctum t, à puncto ſpeculi g, & econuerſo, & quia linea k p eſt æqualis lineæ p g, quoniam punctus p, eſt medius punctus lineæ k g, & lineæ b p & r p, ſunt æquales, angulus quoq; k p t eſt æqualis angulo k p g, per 15. primi, ergo per 4. primi, angulus t k p, eſt æqualis angulo b g p, ergo per 27. primi, linea t k æquediſtat lineæ b g, ſed linea t k eſt kathetus puncti t, & linea b g eſt linea reflexionis, nunquàm ergo concurrent per 11. huius, non uidebitur forma puncti t, qui eſt unus oculorum ab alio oculo, qui eſt b, neq; econuerſo per eandem rationem niſi in puncto g, qui eſt punctus reflexionis, linea enim b g, quæ eſt linea reflexionis formæ puncti t, ad uiſum b, non concurrat cum katheto incidentiæ formæ pũcti

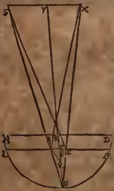


t,quę eſt linea t k,quilibet ergo oculorum uidebit alterum in uno tantum puncto refle xionis,imago ergo amborum oculorum erit tantum una,& ſic unus tantum oculus apparebit, & quoniam reliqua pars faciei uidentis offertur ambobus uiſibus retro uiſus, quia ad illam partem kateti incidentiæ cum lineis reflexionum concurrunt, ut patet intuenti. Si enim lineæ b k & t g.cadent inter lineas concurrentes tunc & ipſæ concurrēt, quod eſt impoſsibile,cum ſint æquediſtantes,concurrent ergo retro ambos uiſus illæ lineæ,ergo per 37,quinti huius apparebit tunc facies uidentis monocula ad modum picturæ cyclopi,eritq; oculus ultra faciem prominens,quoniam non uidetur niſi in pūcto reflexionis per 11.huius, patet ergo propoſitum.

LXII.

Sit à puncto propinquiori diametro ſpeculi ſphærici concaui quàm medius punctus ſemidiametri ſuper illam diametrum orthogonaliter productæ linea æquediſtans diametro producatur in illa uiſus in æquediſtantia à centro ſpeculi poſiti retro ſe apparebunt dextra pars dextra,& ſiniſtra ſiniſtra, idolum maius facie, & imago plus diſtabit à uiſu quàm facies uidentis à ſuperficie ſpeculi.

Sit communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſphærici concaui circulus a g d,cuius diameter ſit a d,& ducatur ſemidiameter k g, perpendiculariter ſuper diametrū a d,cuius ſemidiameter k g,medius punctus ſit p,ſintq; centra amborum uiſuum puncta b & t,ſi ergo ab aliquo puncto lineæ p k,quæ ſit n, ducatur linea æquediſtanter diametro a d,quæ ſit l m,& uiſus b & t, poſiti in linea l m,æqualiter diſtent à puncto n,uel à centro ſpeculi quod eſt k,dico quod accidet,ut proponitur,ducantur enim lineæ b g,t g,b k, t k,eruntq; ex hypotheſi per 4.primi,anguli b g n,& t g n æquales,ergo à puncto g, reflectentur uiſus ad inuicem mutuo per 20.quinti huius,ſed linea n g eſt maior quàm linea n k,reſecetur ergo per 3. primi, linea n g ad æqualitatem lineæ n k,in puncto q,& ducatur linea b q,erit ergo per 4. primi,angulus b q n,æqualis angulo t k n,ſed angulus b k n eſt maior angulo b g q,per 16.primi,ergo angulus t k n eſt maior angulo b g k,ergo per 14. primi huius, lineæ t k & g b, concurrent retro uiſum b, concurrant ergo in puncto ſ, eſt autem linea t h kathetus puncti t,& linea g b.linea reflexionis,uidebitur ergo forma puncti g,retro uiſum b,& ſimiliter per eadem penitus uidebitur forma puncti b retro uiſum t,quia lineæ b k & g t concurrent ut præoſtenſum eſt per 14.primi huius, ſit ut concurrant in puncto x,& ducatur linea ſ x,& quoniam linea ſ x, eſt maior quàm linea b t,ideo quod in triangulo ſ g t,angulus ſ t g,ut patet ex præmiſsis,eſt æqualis angulo x b g trigoni x g b. & angulus ſ g x communis,erunt ergo per 32.primi, trianguli illi ſ t g & x b g,æquianguli,eſt ergo per 4.ſexti,proportio lineę x g ad lineam g ſ, ſicut lineæ b g ad lineam g t, ſed linea b g, eſt æqualis lineæ g t,ergo linea x g,eſt æqualis lineæ g ſ,& linea x b, æqualis lineæ ſ t, ergo per 7.quinti,erit proportio lineæ x g ad lineam g t,ſicut lineæ ſ g ad lineam g b,ergo per 17.quinti,erit proportio lineæ x t ad lineam t g,ſicut lineæ g d ad lineam b g,in trigono g x,ergo per 2.ſexti,linea h t æquediſtat lineæ ſ x,eſt igitur per 4.ſexti,proportio lineæ ſ x ad lineam b c,ſicut lineæ x g ad lineam g c,ſed linea x g maior eſt quàm linea g c, ergo linea ſ x maior eſt quàm linea b c,imago erit ergo facie maior quàm linea ſ x,quæ eſt diameter



meter imaginis,& linea b c pars diametri faciei,ſcilicet linea continens diſtantiam oculorum,quia itaq; in trigono ſ u g,linea b n æquediſtat baſi ſ u, patet per ſecundam ſexti, quia eſt proportio lineæ u n ad lineam n g,ſicut lineæ ſ u ad lineā b n,ſed linea ſ u eſt maior quàm linea b n per 4.ſexti,quoniam linea ſ g eſt maior quàm linea b g,erit ergo linea u n maior quàm linea n g,ſed linea u n eſt diſtantia imaginis à uiſu,& linea n g eſt diſtantia uiſus à ſpeculi ſuperficie, patet ergo propoſitum.

LXIII.

Si à puncto remotiori diametro ſpeculi ſphærici concaui quàm medius punctus ſemidiametri orthogonaliter ſuper illam ſemidiametrum producta linea æquediſtans diametro producatur uiſibus æquediſtanter à centro ſpeculi in linea illa poſitis dextra apparent ſiniſtra,& ſiniſtra dextra,& imago uidentis maior facie,maiorq; erit diſtantia imaginis à ſpeculo quam faciei uidentis.

Eſto ſpeculum ſphæricum concauum,cuius ſuperficiei,& ſuperficiei reflexionis cōmunis ſectio ſit circulus a k f,cuius centrum z,& diameter a f,& à centro z, ducatur perpendicularis ſuper diametrū a f,ſemidiameter z h,quæ diuidatur per æqualia in puncto e,& à puncto e ducatur æquediſtans diametro a f,linea c d, diuidatur quoq; linea e k in puncto n,& à puncto n,lineæ e k,ducatur linea æquediſtans lineæ a f,quæ ſit l m, in hac itaq; linea l m,ponantur uiſus æqualiter diſtantes à centro z, dico quod uerum eſt quod proponitur. Sint enim uiſus b & g diſpoſiti in linea l m,ut proponitur,erit ergo ut in præmiſſa propoſitiōe anguli b k n & g k n æquales,per 4.primi,reflectentur ergo uiſus b & g,ad ſe inuicem mutuo à puncto k,ſed linea n z maior eſt quàm linea n k,reſecetur ergo linea n z ad æqualitatē lineæ n k,per 3. primi,& ſit n e æqualis n k, ducantur quoq; lineæ l e & g e,& erit per 4.primi,angulus b e n æqualis angulo b k n, ſed angulus b e n, per 16.primi,eſt maior angulo b z e,ergo angulus b k z maior eſt angulo b z k,ergo maior eſt angulo b z g,ergo per 14.primi huius,lineæ b k & z g cōcurrent,ſit cōcurſus punctus q,ſed & per eandem lineæ g k & z b,concurrent,ſit concurſus punctus p,cum itaq; linea g k,ſit linea reflexionis formæ puncti b, à puncto ſpeculi k,& linea z b,ſit kathetus incidentiæ,erit ergo per 37.quinti huius,punctus p imago formæ puncti b,& ſimiliter erit punctus q imago formæ puncti g,ducatur ergo linea p q,& hoc erit imago lineæ b g uidebitur ergo dextrum ſiniſtrum,& ſiniſtrum dextrum,propter interſectionen linearū reflexiōis b q & g p,ut patet per 53,huius,itē p 4.primi,linea z b eſt æqualis lineæ z g,ergo p 5. primi,angulus z b n eſt æqualis angulo z g n,& angulus p b g eſt æq̄lis angulo q g b,ſed angulus n b k ęq̄lis eſt angulo n g k,relinqtur ergo angulus k b p æq̄lis angulo k g q,ſed angulus b k p eſt æqualis angulo g k q,per 15.primi, ergo per 32. primi,trigoni b k p & g k q ſunt æquianguli,ſunt ergo anguli b p k & g q k æquales,& quia anguli p b g & q g b, ut patet ex præmiſſis ſunt æquales,ergo per 32,primi,trigoni p b g & q g b ſunt æqanguli, ergo per 4.ſexti,erit ꝓportio lineæ b p ad lineā g q, ſicut lineæ b g ad ſeipſam erit ergo linea b p æqualis lineæ g q,erit ergo linea z p æq̄lis lineę z q,q̄ eſt ergo ꝓportio lineę p z ad lineā z b,eadē eſt lineę q z ad lineā z g,ergo p 17.qnti,& p 2.ſexti,linea b g æq̄diſtat lineæ p q, ergo p 29.primi,trigoni p z q & b z g ſunt æqanguli,erit ergo p 4. ſexti, ꝓportio lineæ p z ad lineam z b, ſicut lineæ b q ad lineā b g,ſed linea p z eſt maior quàm linea b z, ergo linea p q eſt maior quàm linea b g,eſt ergo idolum maius re uiſa, Item linea z k ꝓducta ſecet



lineam p q per 29. primi huius, ſecat enim angulum p z q, ſecet ergo ipſum in puncto o, erit ergo per præmiſſa, & per 29. primi, angulus p d k, trigoni k p o æqualis angulo g o k trigoni k g n, ſed & angulus p k o æqualis eſt angulo g k n, per 15. primi, ergo per 32. primi, trigoni p k o & g n k ſunt æquianguli, ergo per 4. ſexti, quæ eſt proportio lineæ p o ad lineam g n, eadem eſt lineæ o k ad lineam k n, eſt autem ut patet ex præmiſsis, linea b n æqualis lineæ g n, ſed linea p o eſt maior quàm linea b n, ideo quod tota linea p q eſt maior quàm linea b g, & linea p o eſt medietas lineæ p q, ſicut linea b n medietas lineæ b g, cum enim lineæ b q & g p ſint æquales, & lineæ b k & g k æquales, erit linea k q æqualis lineæ k p, & anguli p k o & q k o ſunt æquales, per 15. primi, & per præmiſſa, erit ergo linea p o æqualis lineæ q o, ſi ergo linea p o eſt maior quàm linea b n, patet quod linea o k eſt maior quàm linea k n, & linea o k eſt diſtantia imaginis ſub ſpeculo, & linea n k eſt diſtantia rei reflexæ à ſuperficie ſpeculi, palam ergo propoſitum.

LXIIII.

Circa diametrum ſpeculi ſphærici concaui extra ſpeculum productæ ambobus poſitis oculis ſecundum æqualem diſtantia à diametro, & centro ſpeculi, dextra apparent ſiniſtra, & ſiniſtra dextra, & imago minor facie apparet inter uiſus & ſuperficiem ſpeculi.

Sit communis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei ſpeculi ſphærici concaui circulus d b k, cuius cẽtrum o, & diameter d k, & orthogonaliter ſuper diametrum d k, producatur diameter b o a, extra ſpeculum, ſintq́; duo oculi in punctis e & c, lineæ c e perpẽdicularis ſuper lineam b a, & ſint ambo oculi æqualiter diſtantes ab ipſo diametro b a, & à puncto a, erit ergo linea e a æqualis lineæ a c, & ducantur lineæ e b & c b, erit ergo per 4. primi, angulus e b a æqualis angulo a b c, ergo per 20. quinti huius, uiſus ambo e & c, ad ſe inuicem reflectuntur à puncto b, producatur itaq; linea à puncto e ad centrum o, hæc ergo producta concurret cum linea c b, per 29. primi huius, ſit concurſus punctus f, & ſimiliter à puncto c, ducatur linea per centrum o, concurrens cum linea e k in pũcto g, apparet ergo per 37. quinti huius, imago formæ puncti e in puncto f, & imago formæ puncti c, in puncto g, apparent ergo dextra ſiniſtra, & ſiniſtra dextra, ſed & per 5. primi angulus b e c eſt æqualis angulo b c e, quoniam lineæ b e, & b e ſunt æquales, ſed cum trigonorum e a o & c a o, duo latera e a & c a ſint æqualia, & latus a o cõmune, anguli quæ c a o, & e a o ſint æquales, qa recti erit per 4. primi, angulus f e a æqualis angulo g c a, trianguli ergo e f c & c e g ſunt æquianguli, per 32. primi, ergo per 4. ſexti, eſt proportio lineæ e g ad lineã e f, & lineæ e f ad lineam c g, ſicut lineæ e c ad ſeipſam, ſunt ergo lineæ e g & c f æqules, & lineæ e f & c g æquales: Sed totalis linea b e eſt æqualis totali lineæ b c, ergo relinquitur linea h g æqualis lineæ b f, ergo per 5. primi, angulus b g f æqualis eſt angulo b f g, ſed illi anguli cum angulo g b f, ualent duos rectos, per 32. primi, ſunt ergo illi duo anguli æquales duobus angulis b e c, b c e, illi ergo trigoni e b c & g b f ſunt æquianguli, ergo per 4. ſexti, quæ eſt proportio lineæ b g ad lineam b e, eadem eſt proportio lineæ g f ad lineam e c, ſed linea b g eſt minor quàm linea b e, ergo linea g f, eſt minor quàm linea e c, imago ergo faciei uidentis eſt minor facie conſpecta, apparet autem inter oculos & ſpeculi ſuperficiem, quoniam linea g f, quæ eſt diameter imaginis, cadit inter lineam e c, in qua ſunt ambo uiſus, & inter ſuperficiem ſpeculi, palam ergo propoſitum.

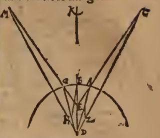


LXV.

Imagines rerum retro ſpecula ſphærica concaua apparentes motis rebus quarum ſunt, ad eandem partem moueri uidentur.

Sit in ſpeculo ſphærico concauo circulus a b g, cuius centrum ſit d, & ſit centrum uiſus punctum e, ſintq́; duo puncta rei uiſæ ex utraq; parte puncti e, quæ ſint 3 & h, ducanturq́; duo katheti incidentiæ, quæ ſint d 3 c & d h k, reflectaturq́; forma puncti 3, ad uiſum

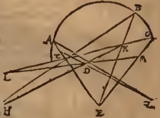
ſum e, à puncto ſpeculi a, & forma pũcti h, à puncto ſpeculi b, & ducantur reflexionum lineæ quæ ſint a e & b e, concurratq; linea a e, cum katheto d ʒ in puncto c, & linea e b, cũ katheto d h in puncto k, erunt ergo per 37. quinti huius, punctum c & k, loco imaginum intra ſpeculum, ita quod punctum c, ſit locus imaginis formæ puncti ʒ, & punctum k, locus imaginis formæ puncti h, & erunt loca imaginum in partibus illis in quibus ſentiuntur, & res quarum ſunt ille imagines, transferatur itaq; punctus rei uiſæ, qui eſt h, ad punctum l, & reflectatur ad uiſum e, à puncto g & ducatur kathetus d l, concurrens cum linea reflexionis quæ eſt e g, in puncto m, eritq; locus imaginis formæ puncti n in puncto m, translata ad ipſum à puncto k, qui locus m, erit in illa parte ad quam translata eſt ipſa res, cuius in puncto m, eſt imago, quod ſi puncta rei uiſæ fuerint h & l, & ſint ſuper uiſum erunt loca imaginum quæ ſunt k & m, ſuper uiſum, & apparebunt ſupra res, quarum ſunt formæ. & ſi puncta h & l, fuerint à dextris ipſis uiſus, & loca imaginum ſuarum quæ ſunt k & m, erunt à dextris, ſed non putabuntur eſſe dextra, ut patet ſupra per 51. huius, quoniam propter reuerberationem dextra apparent ſiniſtra, & ſiniſtra dextra, patet itaq; propoſitum.



LXVI.

Imagines rerum inter ſpecula ſphærica concaua & uiſus apparentes, motis rebus uidentur ad partem contrariam moueri.

Sit ſpeculi ſphærici concaui circulus a b g, cuius centrum ſit punctus d, ſitq; centrum uiſus c, citra centrum ſpeculi quod eſt d, & ex lateribus aſpicientis ſint duo puncta rei uiſæ, quæ ſint z & h, quæ reflectantur ad uiſum, à duobus punctis a & b, ſintq; lineæ reflexionum e a puncti z, & e b puncti h, ducanturq; katheti incidentiæ z d e & h d k, ſecantes lineas reflexionum in punctis c & k, erunt ergo per 37. quinti huius, puncta c & k, loca imaginum c puncti z, & k puncti h, uidebuntur itaq; formæ illorum punctorum in diuerſis partibus alijs quàm ſint res ipſæ, per 49. huius, quod ſi punctus h, rei uiſæ transferatur ad pũctum l, & reflectatur à puncto ſpeculi g ad uiſum e, ducaturq; linea reflexionis, quæ ſit e g, & kathetus l d m, ſecans lineam reflexionis, quæ eſt e g in puncto m, eritq; per 37. quinti huius, punctus m, locus imaginis formæ puncti l, imago itaq; puncti h, quæ eſt k, erit translata ad partem diuerſam illi ad quam res uera translata eſt, & ſi punctus h & l, fuerint ſurſum mota ſupra uiſum, tunc imagines ipſorum quæ ſunt k & m, uidebuntur moueri deorſum, & ſi puncta h & l, fuerint mota ad dextram partem uiſus, formæ imaginũ uidebuntur moueri ad ſiniſtram, & ita ſemper mouentur imagines ad partem contrariam rebus, patet ergo propoſitum.



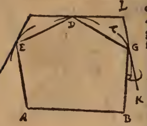
LXVII.

Per ſpecula ſphærica concaua quot libuerit poſsibile eſt formæ eiuſdem puncti imaginem uideri.

Fiat diſpoſitio, quæ in planis & conuexis ſphæricis ſpeculis, & ſit centrum uiſus a, & punctus rei uiſæ ſit b, & ſecundũ diſtantiam centri uiſus quod eſt a, & à puncto rei uiſæ quod eſt b, deſcribatur poligonium æquilaterum & æquiangulum, quotcunq; angulorum placuerit, ſitq; exempli cauſa pentagoniũ, quod ſit a b g d e, fiatq; circulus circumſcribens illud poligonium pentagonium per 12. quarti, & ſup illius pentagonij angulos orhogonaliter ſuper lineas à centro circuli circunſcribentis poligoniũ productas ad circumferentiam ſecundum ipſorum puncta media ſtatuantur ſpecula ſphærica concaua, quæ ſint partes eiuſdem ſphæræ & æquales proportiones, patet itaq;, quoniã ſuperficies

plana

plana, pentagoni a b g d e, ſecabit quodlibet ſpeculorum ſecundum circulum per 69. primi huius, unus itaq; arcus unius illorũ circulorũ ſit z g c, ducantur'q; lineæ cõtingentes quælibet illorũ arcuũ in punctis g d e, contingat'q; arcũ z g c, in puncto g, linea l k, quia itaq; per 43. primi huius, angulus portionis, qui eſt b g z, eſt æqualis angulo d g c, anguli quoq; contingentiæ, qui ſunt b g z & l g c ſunt æquales, palàm ergo per 20. quinti huius, quoniam fit reflexio formæ puncti b, à puncto ſpeculi g, ad punctũ ſpeculi alterius quod eſt d, & ſimiliter per eandem demõſtrationem fiet reflexio à puncto d, ad punctum ſpeculi alterius quod eſt e, & à puncto e, ad centrum uiſus quod eſt a, palàm ergo propoſitum, & ſic quotcunq; fuerint anguli poligonij, tot aſſumantur ſpecula, ſemper accidet illud quod præmiſſum eſt.



LXVIII.

A ſpeculis ſphæricis concauis ſoli oppoſitis ignem poſsibile eſt accendi.

Eſto ſpeculum ſphæricum concauum ſoli oppoſitum, in quo ſignetur circulus k a b g x, cuius centrum ſit c, ſit'q; ut ſuperficies plana ſecans ſpeculum, ſed hũc circulum ſecet etiam corpus ſolis trans centrum, ergo per 69. primi huius, communis ſectio illius ſuperficiei planæ & ſolis, erit circulus magnus qui ſit d e z, & ab aliquo pũcto illius circuli ſolaris, ut à puncto d, ducatur linea ſecundũ quam præcedens radius ad centrũ ſpeculi quod eſt c, incidat in punctum ſpeculi quod ſit g, & à pũcto circuli ſolis quod ſit e procedens radius ad centrum ſpeculi quod eſt c, incidat in pũctum ſpeculi b, & à puncto ſolis quod ſit z, incidens radius per centrum ſpeculi c, cadat in punctũ ſpeculi a, quia ergo omnes radij tranſeũtes per centrũ c. ſunt perpẽdiculares ſuper ſuperficiẽ ſpeculi a b g, p 72. primi huius, patet per 21. quinti huius, q̃niã oẽs reflectũtur in ſeipſos, cõcurrãt ergo tã incidentes q; reflexiones in pũcto c, quod eſt centrũ ſpeculi, omnes enim illi radij ſunt diametri ipſius ſpeculi, & omnes anguli ſemicirculi ſunt æquales, per 43. primi huius. Reflexio aũt omnis fit ſecũdum angulos æquales, ut patet per 20. quinti huius, quicunq; itaq; radiorum ſolarium pertranſierunt per centrum ſpeculi quod eſt c, & peruenerint ad quæcũq; puncta ſuperficiei ſpeculi, illi omnes reflectuntur in ſeipſos, & concurrent in centro ipſius radij, non æquediſtantes illis radijs non concurrunt. Sit enim radius perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi, qui eſt e b, hic ergo ut præmiſſum eſt tranſibit centrum ſpeculi quod eſt c, & reflectitur in ſeipſum, hinc ergo ducatur per 31. primi, aliquis radius æquediſtans qui ſit l n, & alius qui o ſ, ſit'q; arcus n b inæqualis arcui b ſ, ſecet'q; linea l n, circulum a b g, in puncto y, & in arcu y n ſignetur punctum k, & ducatur linea c n, quia itaq; angulus l n k, eſt maior angulo c n k, ut pars ſuo toto, patet quod angulus l n k, eſt minor angulo c n b, quoniam anguli c n b & c n k, ſunt æquales, per 43. primi huius, patet ergo per 20. quinti huius, quod radius l n, non reflectetur in pũctum c, fiat itaq; angulus b n f, æqualis l n k, cadet'q; punctum f, citra punctum c, in punctum aliquod ſemidiametri c b, & in corpore ſolari continuetur linea e l, ſi itaq; quadrangulum n f e l, fixo permanente ſuo latere e f, imaginetur moueri quouſque linea l n, incidat ad locum, unde exiuit, tũc punctus n, motu ſuo deſcribet quendam circulum in ſuperficie ſpeculi, & in tota periferia illius circuli angulus l n f remanet æqualis, ergo angulus l n k, eſt æqualis angulo b n f, fiet ergo per 20. quinti huius, à tota periferia illius circuli reflexio omnium radiorum incidentium ad punctum f, ſimiliter quoq; ſi à puncto ſolis quod eſt o, ducatur per 31. primi, radius æquediſtans radio perpendiculari qui eſt e b, & ſit ille radius æquediſtans o ſ ſecans circulum a b g, in puncto x, & in arcu x ſ, ſignetur punctum q, in linea n f producta



ducta,ſitꝗꝫ ut perpēdicularis e b ſecet circulū a b g in puncto p, & ſit arcus b s minor ar-
cu n b,ergo & arcus x p qui eſt æqualis arcui b s,per 53.primi huius,minor eſt arcu p y
æqualis b n,ergo arcus x q s,remanet maior arcu y k n,ergo per 43. primi huius,angu-
lus x s q eſt maior angulo y n k,radius ergo o s non reflectitur ad punctum f, ſed ad ali-
quod punctū lineæ f c,quod ſit h,portio enim circuli y k n, quæ eſt æqualis portioni n b
q,eſt minor portione x q s,quæ eſt æqualis portioni s b h,copulentur quoꝗꝫ lineæ o e,ſi
itaꝗꝫ fixo latere e h,quadrangulum o e h s,intelligatur moueri quouſꝗꝫ linea o s,redeat
ad locum unde exiuit, tunc pūctum s motu ſuo deſcribet in ſuperficie ſpeculi circulum
à cuius totali periferia, fiet reflexio ad punctū diametri ſpeculi qui eſt h, & ſimiliter de
quibuſcunꝗꝫ alijs radijs incidentibus ſuperficiei ſpeculi æquediſtanter radio e b,ſemper
enim fiet reflexio omnium ſibi ſimilium radiorum à periferia unius circuli totius ſpeculi
ad unum punctū diametri ipſius ſpeculi, & lineæ radiales ꝓpinquiores diametro refle-
ctuntur ad punctū propinquius centro c,& lineæ radiales remotiores diametro,& æque
diſtantes illi reflectuntur ad punctum remotius centro quod eſt c: in quocunꝗꝫ autē il-
lorum punctorum ponatur aliquod corpus combuſtibile,per radios reflexos incendet,
ſed quia radij ſunt pauci & debiles,oportet ut combuſtibile diutius in puncto collectio-
nis radiorum moram trahat,patet ergo propoſitum, & hoc ſpeculū quantum ad actum
combuſtionis efficatius eſt ſpeculo compoſito ex planis ſpeculis,de quo locuti ſumus in
fine quinti libri huius ſciētiæ, poſſet quoꝗꝫ per diligentiā artificis aliquod ſpeculū ex plu-
ribus huiuſmodi ſpeculis cōponi,qͩ eſſet maioris efficaciæ ad comburendū,hoc autem
relinquimus induſtriæ ꝑquirentis,ꝗa ſufficit nobis in ꝓpoſitū,hoc modo demonſtratū.

LIBER NONVS
PERSPECTIVAE VITELLIONIS.

IN præmiſſo libro paſſiones ſpeculorū ſphæricorum cōcauorum ꝓ noſtro
poſſe pertractauimus,ſupereſt nūc ut ſpeculorū columnariū & pyramida-
liū concauorum proprietates aliquas demonſtremus. In his enim ſpeculis
quaſi omnium præmiſſorum ſpeculorū proprietates concurrunt, planorū
quidem, cum in illis à linea longitudinis ſpeculi fit reflexio, columna-
rium quoꝗꝫ & pyramidalium conuexorum plurimæ paſſiones in hæc concaua ſpecula
deſcendūt,qm̄ iſtorū & illorū cōformis eſt generatio ſecundū figuras, à ꝗbus in utriſꝗꝫ
prouenit quædam conformitas paſſionū,niſi quod hinc & inde ſecundū naturā cōuexi
& concaui paſſiones quodāmodo ſecundū ſitū contrarie diſponuntur, ex quo accidit,ut
quandoꝗꝫ lineæ reflexæ in conuexis ſpeculis fiat locus imaginis in concauis,& econuer-
ſo,& ob hæc eadem principia in his ſpeculis & in illis ſunt (præmiſſis figuris) cōformi-
ter aſſumenda. Sic itaꝗꝫ omnium ſpeculorum regularium pro noſtrarum uirium & ex-
perientiæ poſſibilitatem paſſionibus aliqualiter pertractatis ad aliqua ſpecula figurarū
irregularium & compoſitarū mentem conuertimus, uidentesꝗꝫ quod antiquorū Geo-
metrarum diligentia & ſolicitudo circa ſpeculorū cōburentiū, aliquorum totali ſuper-
ficie ad unum punctū naturalem uel mathematicum fit reflexio luminis & formarū in-
cidentium plurimū eſt uerſata,ut circa rem ſcientiæ Geometriæ plurimam ſubtilitatē re
bus naturalibus applicantem,actionem quoꝗꝫ naturaliū formarum accelerantem in ꝓ-
ductione effectuū mirandorū,huic negotio curam conſequenter in hoc libro dedimus,
ut rei ad quam ſicut ad finem nobiliſſimum omne quod de natura quorumlibet ſpecu-
lorum præmiſimus aliqualiter ordinatur. Ex præmiſſis uero libris ſatis patet, quod
figura talium ſpeculorū comburentium in una ſuperficierum planarū, ut patet per ulti-
mā 5.huius,nō eſt poſſibilis,ſicut nec ab aliqua una ſuperficierum cōuexarum quacūꝗꝫ,
ſiue illa conuexa ſuperficies fuerit ſphærica,ut patet per ultimā 6. huius,ſiue fuerit colū-
naris uel pyramidalis, ut patet ꝑ penultimā 7. huius,poſſibile eſt radios aliquos aggre-

gari ad punctum unū mathematicū uel etiā naturalem, à concauis quoq; ſpeculis ſphæricis non fit ad unum axis punctum mathematicum reflexio, niſi à periferia unius tantū circuli, & à tota ſuperficie unius hemiſphærij ad totam ſemidiametrū ſiue axem ſpeculi, ut oſtenſum eſt per ultimam 8. huius. Non fit aūt omniū radiorum æquediſtanter axe ſpeculi ſuperficiei talis ſpeculi incidentium reflexio ad punctū unum. Sed neq; ab aliqua ſuperficierū ſpeculorum columnariū uel pyramidalium concauorū eſt hoc poſſibile fieri, prout infra in præſenti libro demonſtrabimus. Reſtat ergo ut ſuperficies alias huic noſtro propoſito competentes cum demonſtrationis diligentia perquiramus, quoniam illud quod ex plurium ſpeculorum regulariū compoſitione ad hunc effectum poſſibile prius fore diximus, unius ſuperficiei à qua totali ad unū punctum fiat reflexio certitudinem nō attingit, neq; ad illorum peruenit cōmoditatem, neq; in illis adeo relucet humani bonitas ingenij & utilitas figurarū. In his itaq; columnaribus & pyramidalibus, & alijs irregularibus quibuſq; ſpeculis, & in ipſis comburentibus ſpeculis ſupponimus principia quæ in libris præcedentibus ſunt præmiſſa, ut patet in 7. & 8. libro huius ſcientiæ, quæ uero ex præſuppoſitis principijs & concluſionibus demonſtranda de his ſpeculis prænominatis uidimus ſunt iſta.

THEOREMA I.

In ſpeculis columnaribus concauis communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi quādoq; eſt linea longitudinis ſpeculi, quādoq; circulus, quandoq; oxigonia ſectio.

Quod hic ꝓponitur, patet ex præmiſſis in libro ſeptimo iſtius de ſpeculis columnaribus cōuexis, & quia ſpeculum columnare cōcauum non minus participat formā & ꝓprietatem columnæ quàm cōuexum, patet quod propoſita paſſio eodem penitus modo demōſtranda eſt de ſpeculis colūnaribus concauis ut de columnaribus cōuexis. patet ergo propoſitū, nec enī neceſſarium talibus amplius immorari, & quando fuerit cōmunis illa ſectio linea longitudinis ſpeculi, erunt modi reflectionū & loca imaginū ſicut in ſpeculis planis. quando uero illa ſectio cōmunis fuerit circulus, erunt modi reflectionis & loca reflectionū ſicut in ſpeculis ſphæricis concauis. Eruntq; loca imaginum quandoq; ultra ſpeculū, quandoq; in ipſa ſupficie ſpeculi, quādoq; inter uiſum & ſpeculū, quādoq; in ipſa ſuperficie uiſus, & omnium iſtorum idem eſt demonſtrandi modus qui in illis ſphæricis cōcauis ſpeculis patuit per undecimam octaui huius.

II.

In ſpeculis pyramidalibus concauis communem ſectionem ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, lineā longitudinis ſpeculi aut ſectionem oxigoniam poſſibile eſt eſſe, circulum uero impoſſibile.

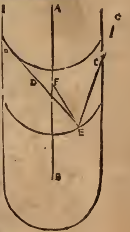
Paſſiones ꝓpoſitæ de præſentibus ſpeculis eodē penitus modo demonſtrabiles ſunt, quo & de ſpeculis pyramidalibus conuexis ſunt oſtenſæ per diuerſas propoſitiones 7. huius. patet ergo propoſitum, & quando communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi fuerit linea longitudinis, erunt modi reflectionum & loca imaginum, quæ & in ſpeculis planis oſtenſa ſunt per 49. quinti huius.

III.

In omni ſuperficie reflexiōis à ſpeculis columnaribus uel pyramidalibus concauis centrum uiſus & punctum rei uiſæ, punctum reflexionis, & punctū axis in quē cadit perpendicularis ducta à pūcto reflexionis ſuper ſuperficiē ſpeculum in puncto reflexionis contingentem cōſiſtere eſt neceſſe.

Sit ſpeculum columnare concauum cuius axis ſit a b, ſitq; centrū uiſus o, & pūctum rei uiſæ d, reflectaturq; forma puncti rei uiſæ quod eſt d ad uiſum c, in puncto ſpeculi e, & in pūcto e cōtingat ſuperficiē ſpeculi ſuperficies plana, ſuper quam ſuperficiē à puncto e, ducatur linea perpendicularis p 12. undecimi, q̄ ſecet lineā a b axem ſpeculi in puncto f, & ſit linea e f, dico quod pūcta c d, e f, neceſſario erunt ſemp in eadem ſupficie reflexionis

xionis,aut eñ hæc ſuperficies reflexionis æquediſtabit baſibus colũnæ aut non,ſi ſic,patet per 100.primi huius,quod communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi,erit circulus æquediſtans baſibus columnæ,& linea ducta à puncto reflexionis quod eſt e,tranſiens per centrum illius circuli eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem colũnæ, ut patet per 96.& per 100.primi huius,& ſi centrum uiſus quod eſt c, & punctum rei uiſæ quod eſt d,fuerit in illa linea, fiet reflexio formarũ punctorum uiſorum tantũ ſecundum illam lineam per 21. quinti huius,eruntq; illa quatuor puncta q̃ ſunt c d e f,omnia in ſuperficie reflexionis, quod ſi centrum uiſus uel pũctum rei uiſæ,dum fuerit in hac linea perpendiculari, ſemper tamẽ linea e f, perpendiculariter à puncto e, ducta cadet in axem a b,p 96. primi huius,& linea reflexionis continebit cum illa perpendiculari angulum acutum,quoniam cadet inter perpẽdicularem e f,& inter lineã circulum qui eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi in puncto e contingentem.& quoniã hæc linea reflexionis cadit ſemper intra ſpeculum,quia ſecundum ſui partem qua incidit ſpeculo neceſſario cadet inter ſuperficies planas per centrum uiſus ductas, portionẽ apparentem ſpeculi cõtingentes,& qm̃ per 20.quinti huius,ſemp angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis,patet quod ſi unus illorum punctorũ eſt in ſuperficie reflexionis quod & reliquus,quia eñ angulus d e f erit æqualis angulo f e c,cadẽt hij anguli ex diuerſis partibus perpendicularis lineæ quæ eſt e f ultra ſpeculum,in eadem itaq; ſuperficie cadent omnia pũcta c d e f, & eodem modo demonſtrandũ eſt à quocunq; puncto circuli, qui eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi,fiat reflexio, ſemper enim illa quatuor puncta erunt in ſuperficie reflexionis,quod ſi cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi ſit linea longitudinis ſpeculi,tũc iterũ à quocũq; puncto illius lineæ fiat reflexio,ſemp ꝓpoſita quatuor pũcta erũt in ſupficie reflexionis,ut patet p 27. quinti huius. Similiter quoq; patet idem ſi cõmunis ſectio ſupficiei reflexiõis & horũ ſpeculoꝝ fuerit ſectio oxigonia,qm̃ illa ſectio ſecabit ſpeculũ trans axem p 103.primi huius,& linea à pũcto reflexionis ꝑpendiculariter ducta ſuper ſupficiẽ ſpeculi in pũcto reflexionis cõtingentẽ, ſemp cadet in axe,ut hæc in ſpeculis colũnaribus et pyramidalibus cõuexis ſunt amplius declarata:eſt ille modus demonſtrandi uniuocus & in iſtis ſpeculis. Quod ſi ſpeculum ꝓpoſitum fuerit pyramidale concauũ, tũc ut ſupra oſtenſum eſt p p̃miſſam impoſſibile eſt cõmunẽ ſectionẽ ſupficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi circulũ eſſe, q̃ ſectio ſi fuerit linea longitudinis uel ſectio oxigonia, tũc eadem erit declaratio qđ quatuor ṗdicta pũcta c d e f, conſiſtũt in ſuperficie reflexiõis, quæ prius in ſpeculis colũnaribus cõcauis,patet ergo illud qđ ꝓponebat. 1111.



Centro uiſus exiſtente intra ſpeculũ columnare uel pyramidale cõcauum à quolibet puncto ſpeculi fiet reflexio ad uiſum.

Sit ſpeculũ colũnare cõcauũ,cuius axis ſit a b,& ſit cẽtrũ uiſus c,ſitq; pũctũ c, intra ſpeculũ, dico qđ ab omi pũcto ſpeculi fiet reflexio ad uiſũ. Siue eñ cõmunis ſectio ſupficiei reflexionis & huius ſpeculi fuerit linea longitudinis colũnæ ſpeculi,ut cũ ſupficies reflexionis ſecat ſuperficiẽ ſpeculi ſecũdũ axis lõgitudinẽ,ut patet p 93.primi huius, ſiue fuerit circulus æquediſtãs baſibus colũnæ ipſius ſpeculi,ſiue fuerit ſectio oxigonia,ſemp patet p præmiſſam qđ pũctus reflexionis & centrũ circuli ſiue pũctus axis in quẽ cadit perpendicularis ducta à pũcto reflexionis ſup ſupficiem ſpeculi ſunt in eadẽ ſupficie. Eſt ergo ſemp poſſibile ut ab illo pũcto fiat reflexio ad uiſum,qm̃ in cõcauitate taliũ ſpeculoꝝ non eſt corpus aliqđ denſum reſiſtẽs multiplicationi formaꝝ p mediũ, à quolibet puncto ergo ſuperficiei taliũ ſpeculoꝝ fiet formarũ reflexio ad uiſum. Idẽ quoq; patet in ſpeculis pyramidalibus cõcauis,qm̃ centrũ uiſus ſemp eſt intra talia ſpecula,nõ refert à quocunq; pũcto ſuperficiei ſpeculi fiat reflexio, qm̃ ſemp poſſibile erit formã ad uiſum peruenire, niſi forte denſitas occipitis in quibuſdã ſitibus impediat reflectionẽ, patet ergo ꝓpoſitũ

poſitum, reſumpta figuratione præmiſſæ, poſitoq́ puncto c, intra ſuperficiem ſpeculi in linea c e, quicunq́ eius punctus in utroq́ ſpeculorũ fuerit datus, ſit ille punctus e, & ab eo extrahatur perpendicularis ſuper ſuperficiem planam in illo puncto ſpeculum cõtingentem per 12. undecimi, & quoniam illa cadet in axem ſpeculi per 96. primi huius, ſic ut cadat in punctum f, & ſuper punctũ e, tantũ lineæ e f, fiat p 23. primi, angulus æqualis angulo c e f, qui f e d, palam ergo quod forma puncti d, reflectetur ad uiſum in pũcto c, exiſtentem per 20. quinti huius, & hoc proponebatur.

V.

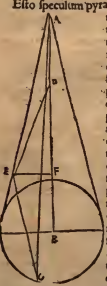
Centro uiſus exiſtente extra ſpeculum columnare uel pyramidale concauum non integrum à maiore parte ſuperficiei ſpeculi fiet reflexio ad uiſum.

Eſto ſpeculum columnare uel pyramidale concauum, cuius axis ſit a b, & ſit centrũ uiſus punctum c, ſitq́ extra ſpeculum, dico quod à maiore parte ſuperficiei concauæ ſpeculi fiet reflexio ad uiſum: imaginentur enim ſuperficies contingentes columnam uel pyramidalem à uiſu ꝓductæ ad ſpeculum, palamq́ per primã ſeptimi huius, quoniam ſolum pars ſuperficiei ſpeculi interiacens illas ſuperficies contingentes eſt illa, à qua ſpeculo exiſtente conuexo fit reflexio ad uiſum. Eſt autem illa pars minor pars ſuperficiei ſpeculi, ut patet de ſpeculis columnaribus per 78. quarti huius, & de pyramidalibus per 84. quarti huius. ablata itaq́ illa parte remanet maior pars ſuperficiei ſpeculi, fit autem à tota illa ſuperficie reflexio ad uiſum, quoniam omnis linea ducta ſub lineis contingentibus ſpeculum in aliqua illarum ſuperficierum producta ſecat ſuperficiem ſpeculi p 4. ſeptimi huius, ſecundum illam ergo poteſt fieri reflexio ad uiſum, patet ergo propoſitũ.

VI.

Speculo pyramidali concauo integro exiſtente oppoſitoq́ ipſo uiſui ex parte ſuæ baſis exiſtenti nullius puncti forma uidebitur niſi intra ſpeculum exiſtentis.

Eſto ſpeculum pyramidale concauum, cuius axis ſit a b, ſitq́ eius conica ſuperficies tota integra, baſis uero eius quæ eſt ſuperficies plana ſit ſubmota ab ipſo ſpeculo, ſitq́ centrum uiſus c, ex parte baſis ſubmotæ, dico quod uiſus non percipiet formam alicuius puncti rei uiſæ niſi illius quæ fuerit inter ipſum ſpeculum. Si enim centrum uiſus c, in aliqua conſiſtat linea longitudinis ſpeculi, fiatq́ reflexio ab illa linea longitudinis ad uiſum, tũc patet, quia punctum rei uiſæ oportebit conſiſtere intra ſpeculum, quoniam ex hypotheſi centrũ uiſus eſt ex parte baſis ſpeculi, oportebitq́ punctum rei uiſæ in eadem linea lõgitudinis exiſtere, aliàs enim non fieret reflexio propter inæqualitatem angulorum, quod ſi centrum uiſus c, ſit ſub aliqua linearum longitudinis ſpeculi, tunc adhuc patet propoſitum, quoniam enim omnis perpendicularis ducta à quocũq́ puncto reflexionis quæ fieri poſſit ad uiſum c, in hoc ſitu, tenet angulũ acutũ cum linea reflexiõis, patet per 33. quinti huius, cum ſemper fiat reflexio ex parte anguli maioris, qđ ſemp fiet reflexio ex parte acuminis pyramidis ſpeculi, oportet ergo de neceſſitate, ut pũcta rei uiſæ quorũ formæ reflectuntur ad uiſum à quibuſcunq́ punctis ſuperficiei totius ſpeculi ſemper ſint intra ipſum ſpeculum, patet ergo propoſitũ. Si uero auferatur à ſpeculo tali portio aliqua ſecundum longitudinem ſpeculi, tunc poterit comprehendi exteriora quæ ſunt extra ſpeculũ, qm̃ patebũt liberi introitus lineis incidentiæ formarũ extrinſecarũ quæ reflectunt̃ ad uiſum. Similiter quoq́ accidit ſi ſecet̃ pyramis ſpeculi ad modũ annuli ſecundũ aliquẽ circulũ æquediſtantẽ baſi, uel etiã ſecundũ oxigoniã ſectionẽ taliter, ut auferat̃ uertex pyramidis ſpeculi, tunc eñ inciden-



incidentiæ liberum habebunt ingreſſum, plures tamen formæ reflectentur ad uiſum ſi centrum uiſus fuerit ex parte ſuperficiei concauitatis ſpeculi quàm ſi fuerit ex parte ſuæ baſis, quia tunc lineis incidentibus latior uía patet.

VII.

A quocunq; puncto ſpeculi columnaris uel pyramidalis concaui non eſt poſſibile niſi formam unius puncti ad eundem uiſum reflecti.

Eſto ut in præmiſſa ſpeculum columnare uel pyramidale concauũ, cuius axis a b, ab eius quoq; puncto e, reflectatur ad uiſum c, forma puncti d, dico quod ab eodem puncto c, forma alterius puncti quàm d, ad uiſum exiſtentem in puncto c, impoſſibile eſt reflecti, ducatur enim à puncto reflexionis quæ eſt e, linea perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculũ in puncto e contingentem, quæ ſecabit axem ſpeculi per 96. primi huius, ſecet ergo in puncto f, palam itaq; per 3. huius, quoniam puncta c d c f, ſunt in eadem ſuperficie, & quoniam una ſola linea recta à centro uiſus quod eſt c, ducibilis eſt ad punctũ reflexionis quod eſt e, patet quod angulus s c f, non poteſt uariari, ergo nec angulus d e f, quæ per 20. quinti huius, eſt æqualis angulo r e f, linea ergo e d eſt tantùm unica linea, cuius alterius puncti forma poteſt reflecti ad uiſum c, ſed ex hypotheſi forma puncti d reflectitur ad uiſum, nullius ergo alterius puncti forma ad ipſum reflecteť, cũ enim aliqua linea incidẽtiæ peruenit ad aliquod punctũ corporis, non poteſt forma alterius puncti per illam lineã incidere ſpeculo, quoniam punctus altior occultat poſteriorẽ, nec præſtat tranſitũ formæ illius, patet ergo propoſitũ, quoniam in his ſpeculis à quocũq; puncto facta reflexione forma unius pũcti nõ poteſt ab eodem puncto ſpeculi forma alterius puncti reflecti ad eundem uiſum, ſed à duobus uiſibus poſſunt in eodem puncto ſpeculi duorũ punctorũ formæ comprehendi, ſicut à pluribus uiſibus plures formæ diuerſorũ punctorum, quoniam ut patet per 18. ſeptimi huius, infinitæ poſſunt ſumi ſuperficies ſuper perpendicularẽ e f, ſe ſecantes, in quarum quælibet ex utraq; parte perpẽdicularis e f, ſumi poſſunt duo anguli acuti æquales, licet autẽ illud quod hic proponitur ſatis patuit per 29. quinti huius, hic tamẽ idem declarauimus, ideo quia oppoſitum in his ſpeculis plus ueriſimile uidebatur.

VIII.

Linea longitudinis ſpeculi columnaris uel pyramidalis concaui exiſtente communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi unus eſt tantum punctus reflexionis & unius puncti rei uiſæ ad unius uiſus centrum, & uidetur unica imago.

Non oportet huic propoſitioni declarandæ aliter inſiſti, niſi ſicut idem oſtenſum eſt in ſpeculis planis, quod ab uno tantũ puncto fit reflexio, & una tantùm occurrit uiſui imago, ut patet per 46. & 48. quinti huius, linea enim recta eſt cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi hinc inde, unicus ergo tantùm eſt punctus reflexionis, unica tantùm ergo uidebiť imago ſub ſuperficie ſpeculi ſemper apparens, ut in planis ſpeculis, eritq; per 49. quinti huius, diſtantia imaginis ſub ſpeculo æqualis diſtantiæ rei uiſæ ſuper ſpeculum, patet ergo propoſitum.

IX.

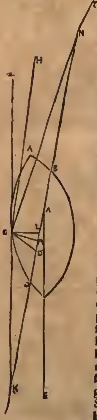
Communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris uel pyramidalis concaui oxigonia exiſtente à pluribus punctis illius ſectionis poteſt fieri reflexio formæ eiuſdem puncti rei uiſæ ad idem centrum uiſus.

Sit ſpeculum columnare uel pyramidale concauũ, cuius axis a b, ſitq; centrũ uiſus c, & punctũ rei uiſæ ſit d, ut patet in figura 6. huius. Sitq; cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi fuerit ſectio oxigonia, dico quod forma puncti d, ad centrũ uiſus c, à pluribus punctis illius ſectionis reflecti poteſt. Iam enim oſtendimus ſupra per 22. ſeptimi huius, quod à ſpeculis columnaribus conuexis ab uno tantùm puncto ſectionis oxigoniæ, fit formæ eiuſdẽ puncti reflexio ad uiſum eundem, & diximus quod ſi diameter columnæ fuerit æqualis diſtantiæ oculorũ, quod à duobus punctis ſectionis oxigoniæ poteſt

teſt fieri reflexio ad uiſum, aliâs em̃ latebunt uiſum puncta reflexionis ſe reſpicientia. ſ. illa per quæ tranſit circulus columnæ ductus per punctũ reflexionis æquediſtanter baſibus, unde uiſo uno illorũ punctorũ alius punctus latebit propter minoris portionis colũnæ ipſius apparentiam. In his uero ſpeculis columnaribus concauis apparet uiſui maior portio columnæ, ut patet per quintam huius, unde ab unico uiſu poſſunt percipi ambo puncta, quæ ſunt extremitates diametri circuli æquediſtantis baſibus columnæ, eodem modo penitus de ſpeculis pyramidalibus cõcauis declarandum, eius em̃ ſuperficiei plus medietate uni uiſui occurrit, & duo puncta per diametrum circuli æquediſtãtis baſi pyramidis oppoſita uideri poſſunt, patet ergo propoſitum.

X.

Communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris uel pyramidalis concaui oxigonia exiſtente, erit locus imaginis quandoq; ultra ſpeculum, quandoq; citra uiſum, quandoq; in centro uiſus, quandoq; in ſuperficie ſpeculi, quandoq; inter uiſum & ſpeculum.



Eſto ſpeculũ columnare concauũ, cuius pars axis ſit d k, & eius ſupficiei columnaris & ſuperficiei reflexionis cõmunis ſectio ſit oxigonia, quæ a b g, dico quod poſſibile eſt totũ, quod hic ꝓponitur, ducatur em̃ in hac ſectione perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculum contingentem in puncto reflexionis quæ ſit d g, hoc itaq; per 112. & per 104. primi huius erit ſemidiameter cuiuſdam circuli ſecundũ illum punctũ ſecantis columnã ſpeculi æquediſtanter baſibus, ſecabitq; axem ſpeculi q̃ eſt k d, ſitq; ut ſecet ipſum in puncto d, eritq; illa perpendicularis tm̃ una, cum à nullo alio puncto ſectionis a b g, poſſit duci linea perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentẽ ſpeculũ in puncto reflexionis q̃ ab uno puncto reflexionis, cũ omnes aliæ lineæ à quibuſcũq; punctis ſectionis a b g, ductæ ad axem d h, ſunt obliquæ ſuper ſuperficiẽ illam ſpeculũ cõtingentem ut patet per prænominatas ꝓpoſitiones primi huius. Sumatur item alius punctus ſectionis a b g, qui ſit b, & ducatur ab illo puncto b, linea perpendicularis ſup lineam rectam contingentẽ ſectionẽ a b g, in puncto b, & hæc quidẽ linea per 114. primi huius, neceſſario cõcurret cũ ꝑpendiculari g d. Sit ergo exempli cauſa, concurſus in puncto d, qm̃ ſi concurrant ſub puncto d, eadẽ eſt demonſtratio, ſitq; pũctus b, taliter ſumptũ in ſectione a b g, circa punctũ g, ut angulus b d g, ſit acutus. Deinde à puncto g ducatur in ſuperficie ſectionis a b g, linea æquediſtans lineæ b d, per 31. primi, quæ ſit g h, & hæc linea cadet inter pyramidalẽ ſectionem, ideo quia cum angulus g d b ſit acutus ex hypotheſi, erit ſuus coalternus qui eſt angulus h g d, ſimiliter acutus per 29. primi, cum lineæ b g & g h, adinuicem æquediſtent. Item inter puncta d & h, ducatur à puncto g, linea in ſuperficie ſectionis q̃ per 2. primi huius, neceſſario cõcurret cũ linea b d, qm̃ ipſa concurrent cum linea b g, æquediſtante lineæ b d, ſit ergo punctus cõcurſus n, cadet itaq; linea g n, inter lineas g h & b n. In hac itaq; linea g n, ſumatur punctus quicũq;, qui ſit o, inter duo puncta g & n, & ultra punctũ n, ſumatur punctũ t, in linea g n. Item à puncto g, ducatur extra ambas lineas g h & b d, & alia linea inter ſectionẽ a b g, quæ ſit g 3, hæc itaq; linea g 3, quia cõcurrit cũ linea h g, in puncto g, neceſſario concurret cum linea d b, ꝓducta ultra punctũ b, per 2. primi huius, ſit concurſus in puncto e, & ſup g, tm̃ lineæ g d, fiat angulus æqualis angulo 3 g d, p 23. primi, quæ ſit angulus d g q, cadatq; punctũ q in linea b d. Similiter quoq; fiat angulus l g d, æqualis angulo h g d, & fiat angulus m g d, æqualis angulo n g d, ſintq; omnia puncta q, b & m, in linea

nea b d, palam itaq; per 20. quinti huius, quod ſi centrū uiſus fuerit in puncto 3, reflectetur ad ipſum forma puncti q, à puncto ſpeculi g, & erit per 37. quinti huius, locus imaginis punctū e, & ſi fuerit centrū uiſus in puncto h, reflectetur ad ipſum forma puncti b, à puncto ſpeculi g, & quõ kathetus incidentiæ quæ eſt l d, æquediſtat lineæ reflexionis quæ eſt g h, palam qđ lineæ l d & g h nunq; concurrent. Erit ergo locus imaginis in puncto ſuperficiei ſpeculi à quo fit reflexio quod eſt punctū g, qui locus eſt primus & ꝓprius ipſius imaginis propter concauitatē totius formæ reflexæ, prout diximus in 22. octaui huius. Si uero centrū uiſus fuerit in puncto o, reflectetur ad ipſum forma puncti m, à puncto ſpeculi quod eſt g, & locus imaginis erit punctū n. Si uero centrū uiſus fuerit in pūcto n, erit locus imaginis formæ puncti m, in ipſo centro uiſus qđ eſt in puncto n, quod ſi centrū uiſus fuerit in puncto t, erit iterum locus imaginis formæ puncti m, in puncto n, quod erit inter uiſum & ſuperficiem ſpeculi, patet ergo propoſitū, quõ in ſpeculis pyramidalibus concauis poterit ſecundū præmiſſa cooperante ꝑ 113. primi huius, demonſtratio faciliter coaptari, hoc itaq; proponebatur.

XI.

Centro uiſus & puncto rei uiſæ exiſtentibus in eadem linea perpendiculari ſuper ſuperficiem ſpeculi columnaris uel pyramidalis concaui quandoq; ab uno puncto ſpeculi, quādoq; à duobus fit reflexio, & locus imaginis ſemper erit centrum uiſus.

Sit ſpeculum columnare concauū, cuius axis ſit a b, ſitq; centrum uiſus c, & punctū rei uiſæ d, ſintq; puncta c & d in una linea perpēdiculari ſuper ſuperficiē ſpeculi quæ ſit e f, uel in alia linea perpēdiculari ſuper lineam e f, quæ ſit h p, ita qđ punctus e ſit pūctus ſuperficiei ſpeculi, & punctus f ſit punctus axis a b, & producatur linea e f, ad aliam partem ſpeculi in punctū g, dico quandoq; ab uno puncto ſpeculi, ut à puncto e, quandoq; à duobus, ut à punctis e & g, poteſt forma puncti d reflecti ad uiſum t, palam eñ ꝑ 21. quinti huius, quod linea t e, in qua eſt pūctus rei uiſæ quæ eſt d, reflectitur in ſeipſam, tunc eñ infinitæ poſſunt intelligi ſuꝑficies ſecantes ſe ſuper lineā e f, quarū quælibet eſt erecta ſuper ſuperficiē contingentem ſpeculū ꝑ 18. undecimi, cū linea e f, quæ eſt cõmunis ſectio illarū ſuperficierū ſit erecta ſuper ſuperficiem ſpeculum in puncto e contingentem, quando ergo quarundā illarū ſuperficierum & ſuperficiei ipſius ſpeculi cõmunis ſectio eſt linea recta, quæ eſt linea longitudinis ſpeculi æquediſtans axi a b, tunc ſicut per 21. quinti huius



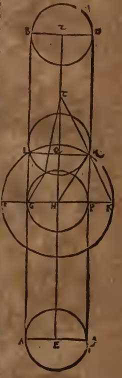
in ſpeculis quibuſdā oſtendimus, non fiet reflexio niſi ſuper eandem lineam perpendicularem, quæ eſt e c, & ut patet per 32, & 36. quinti huius, locus imaginis eſt centrū uiſus, qui eſt punctus t, nec uidebitur aliqs punctus rei uiſæ niſi ſolus ille qui fuerit in ſuperficie ipſius uiſus, qñ uero aliqua illarū ſuperficierum perpendicularium ſuper ſuperficiem ſpeculum in puncto e contingentē, ſecant ſuperficiem concauā ipſius ſpeculi, ita quod cõmunis ſectio illarum ſuperficierū eſt circulus æquediſtans baſibus columnæ, cuius centrum eſt f, punctū axis, & tunc ſi punctum f fuerit in diametro p h, inter punctū c, quod eſt centrum uiſus, & punctum d, quod eſt pūctum rei uiſæ, ita quod æqualiter diſtet ab utroq; ſitq; linea c f, æqualis lineæ f d, poterit forma pūcti d, ad uiſum c, reflecti à duobus punctis ſpeculi, q̄ ſunt e & g, & ſunt pūcta terminātia diametrū illius circuli, à q̄libet eñ illorū pūctorū fit reflexio formæ pūcti d, ad uiſum c, ideo qđ angulus d e f eſt æq̄lis angulo f e c, & ſimiliter angulus d g f, æqualis angulo f g c per 4. primi, duorū eñ trigonorū d f e & f e c, duo latera d f & f c ſunt æqualia ex hypotheſi, & latus f e eſt cõmune, angulusq; d e f, eſt æq̄lis angulo c f e, quia uterq; eſt rectus, & ſimiliter eſt in trigonis d f g & c f e, an-

gulum

XII.

Centro uiſus exiſtente in centro baſis ſpeculi columnaris concaui, aut circuli æquediſtantis baſi fiet reflexio formæ ipſius oculi ab arcu circuli ſpeculi ſimili arcui circuli magni qui eſt in ſuperficie oculi, eritq́ꝫ locus imaginis cẽtrum uiſus.

Sit ſpeculũ columnare concauũ, cuius axis ſit a b, ſitq́ꝫ centrũ uiſus in puncto b, quod per 92. primi huius, eſt centrũ circuli, quæ eſt baſis ſpeculi, dico quod forma ipſius circuli uidentis reflectetur ad ipſum uiſum ab arcu circuli baſis ſpeculi, ſimili arcui circuli magni, qui totius ſphæræ oculi tranſiens per centrũ foraminis uneæ, & per centrum oculi, hoc eſt arcui, qui interiacet extremitas perpendiculares, quæ à centro uiſus ſecantes periferiam foraminis uneæ duci poſſunt ad periferiam circuli ſpeculi, imaginentur enim illæ lineæ à centro oculi per centrũ foraminis uneæ, & per totam periferiam cuiuſdam arcus circuli magni ſphæræ ipſius oculi ſecantis portionem ſphæræ oculi, cui correſpondet foramen uneæ per æqualia. Illæ ergo lineæ omnes erunt perpendiculares ſuper ſuperficiem ſphæræ oculi per 72. primi huius, quoniam ducantur à cẽtro. ſed eædem lineæ ad periferiam circuli baſis ſpeculi productæ ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiem ſpeculi per eandẽ rationẽ, q̃niam exeunt à centro illius circuli quod eſt b. Iſtæ ergo lineæ ſunt perpendiculares ſuper utraſq́ꝫ iſtas ſuperficies, ergo per 21. quinti huius, ipſæ reflectũtur in ſe ipſas, formæ ergo pũctorũ ſuperficiei oculi in illis perpẽdicularibus cadentes reflectuntur ad uiſum per eaſdẽ, & quoniã circulus ſphæræ oculi & circulus baſis ſpeculi cũ idẽ centrum habeant, ſunt circuli æquediſtantes, patet ꝑ diffinitionẽ ſimilium arcuũ, quod arcus quaſq́ꝫ duas ipſarũ ſemidiametros interiacentes ſunt ſimiles, arcus itaq́ꝫ circuli ſpeculi à quo fit reflexio, eſt ſimilis arcui oculi qui reflectitur, & forte illa arcus hinc inde eſt quantitas circuli, quia ſicut in 4. theoremate tertij huius, diximus, latus rectum ſubtenſum arcui circuli magni, & ſphæræ ipſius oculi tranſeunti per centrum uneæ & trans totum foramen uneæ eſt quaſi æquale lateri quadrati inſcriptibilis ipſi ſphæræ oculi, illi autem correſpondet in centro angulus rectus, & in ſuperficie ipſius ſphæræ 4. circuli per ſexti, locus autem imaginis omnium punctotum ſuperficiei oculi taliter reflexorum eſt in centro ipſius uiſus, ut patet per præmiſſam, & quoniam de quocunq́ꝫ circulo ſpeculi æquediſtante baſi, eſt eadem demonſtratio, patet ergo propoſitum.



XIII.

In ſpeculis columnaribus concauis ſumptis duobus punctis in axe ſpeculi poſsibile eſt unum reflecti ad alterum à toto uno circulo ſpeculi, locusq́ꝫ imaginis erit quidam circulus extra ſuperficiem ſpeculi.

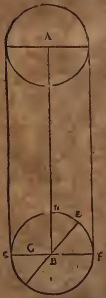
Eſto ſpeculum columnare concauũ, cuius axis ſit e 3, ſintq́ꝫ t & h, duo puncta ſignata in axe, dico quod eſt poſsibile unum illorum punctorum reflecti ad alterum, ut proponitur. Sint enim circuli a g & b d baſes ſpeculi, & diuidatur linea t h, per æqualia in pũcto q. per 10. primi, & ſuper centrum q. deſcribatur circulus in ſuperficie ſpeculi æquediſtans baſibus ſpeculi per 102. primi huius, cuius diameter ſit linea l q n, ducantur quoq́ꝫ lineæ longitudinis ſpeculi per 101 primi huius quæ ſint b l a, & d m g. fiat quoque circa centrum h circulus, cuius diameter ſit linea k h p. & ducantur lineæ t l, t m, h l, quia axis ſpeculi, qui eſt e 3, per 92. primi huius, erectus eſt ſuper ſuperficiem circuli l m, patet quia anguli t q l & t q m, & h q l, & h q m ſunt recti, ſed & linea t q, eſt æqualis lineæ q h, ex hypotheſi, & lineæ q m & q l ſunt æquales

per diffinitionẽ circuli, ergo per 4. primi, trigona 4. quæ ſunt t q m & h q m, & t q l, & h q l, ſunt æquiangula, angulus itaq; t l q, eſt æqualis angulo q l h, & angulus t m q, æqualis angulo q m h. Si itaq; centrum uiſus fuerit in puncto c, & alicuius rei uiſæ punctus fuerit h, reflectetur forma puncti h, ad uiſum exiſtentem in puncto ſpeculi quod eſt l, & ſimiliter à puncto m, ſi itaq; triangulus t l h, fixo manente latere t h, quod eſt pars axis ſpeculi imaginetur moueri quouſq; redeat ad locũ ubi ſumpſit motus principiũ, tunc punctus l, motu ſuo deſcribet circulũ, & ſemper duo anguli t l q & q l h, manebunt æquales, & ſemper in hoc motu reflectetur forma puncti h, ad uiſum exiſtentẽ in puncto t, quia uero diameter p h k, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi, palam quia ipſe eſt kathetus incidentiæ formæ puncti h, producatur itaq; idem kathetus p h k, ultra punctũ k, extra ſuperficiem ſpeculi, donec concurrat cũ linea reflexionis quæ t l, producta, cõcurret autẽ per 14 primi huius, quoniã fiet cũ angulus t h k, ſit rectus, angulus h t l eſt acutus, ſit pũctus cõcurſus f, ſimiliter quoq; producto katheto h p, ultra punctũ p, cõcurret ipſe cum linea reflexionis quæ eſt t m, ſit punctus concurſus r, eruntq; per 37. quinti huius, puncta f & e loca imaginũ formæ puncti h, motoq; triangulo t l h, mouebitur ſimul cũ illo triangulus t f h, & in hoc motu punctus f, deſcribet circulũ extra columnam ſpeculi, totusq; ille circulus erit locus imaginis, & idem erit probandi modus ſumptis quibuſcunq; duobus pũctis in axe ſpeculi, oportebit tamẽ hoc modo uiſum taliter ſiſti, ut cẽtrũ eius ſit directe in axe ſpeculi, & pũctus rei uiſæ ſit in aliquo cẽtro circuli ſpeculi, aut circuli baſis, aut æquediſtãtis ei, aliàs enim locus imaginis non occurret uiſui extra ſpeculũ, patet ergo propoſitum.

XIIII.

Communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi columnaris concaui exiſtente circulo, quãdoq; unũ, quãdoq; duo, quãdoq; tres, quãdoq; quatuor erunt puncta reflexionis & nõ plura, & ſecũdũ hæc loca imaginũ numerãtur.

Eſto ſpeculũ columnare concauũ, cuius axis a b, ſitq; cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi circulus, qui c d, e f, cuius centrũ ſit b, ſitq; centrũ uiſus g, & punctũ rei uiſæ h, quæ ſint inter illum circulũ æqualiter uel inæqualiter diſtantia à centro b, ſintq; ambo ab una parte centri b, dico quod uerum quod proponitur. ducãtur enim diametri g b & h b, quæ producantur ad periferiã circuli, pateatq; per 40. octaui huius qm̃ poſsibile eſt quãdoq; formã pũcti h, reflecti ad uiſum exiſtẽtẽ in pũcto g, ab uno tm̃ pũcto circuli c d e f, qñq; à duobus, quandoq; uero à tribus, quandoq; uero à quatuor, nõ aũt à pluribus, & qm̃ in propoſito cũ reflexio fiat à circulo ſpeculi nõ eſt aliqua differẽtia quo ad illud, patet ergo primũ ꝓpoſitũ, patet ergo etiam prout oſtenſum eſt in 11. octaui huius, ſiue katheti incidentiæ concurrant cũ lineis reflexionis ſiue æquediſtent, quod ſecundũ numerũ linearũ reflexionis imagines numerantur, & hoc eſt totum quod proponebatur.

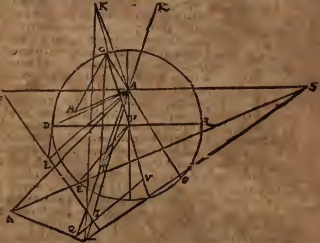


XV.

In columnaribus concauis ſpeculis cõmuni ſectione ſuperficiei reflexiõis & ſpeculi exiſtente oxigonia formarum punctorum rei uiſæ, quarundam fit ab uno tantum puncto ſpeculi reflexio ad uiſum, quarundam à duobus, quarundam à tribus, quarundam à quatuor, non autem à pluribus, & ſecundum hæc loca imaginum numerantur.

Eſto ſpeculũ colũnare cõcauũ, cuius axis ſit linea x h, ſitq; pũctus rei uiſæ obliq̃ incidẽs ſpeculo, ita ꝙd nõ ſit in aliqua linearũ perpendiculariũ ſup ſupficiẽ ſpeculi, quæ ſit punctus a, taliter ut cõmunis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi, ſit ſectio oxigonia, dico quod poſsibile eſt ut ab uno puncto uel à duobus, uel à tribus, uel 4. punctus alicuius oxigoniæ ſectionis

ſectiõis fiat reflexio ad uiſum, & qñq; unica appareat imago, quãdoq; 2, qñq; 3, quãdoque 4. & nõ plures imagines, quoniã totidẽ ſunt puncta reflexionis tantũ poſsibilia, imaginetur itaq; ſuperficies plana tranſiens per punctũ a, æquediſtans baſibus ſpeculi ꝓpoſiti, eritq; cõmunis ſectio huius ſuperficiei, & ſuperficiei ſpeculi circulus per 100. primi huius, cuius circuli centrũ ſit h, ſumaturq; in ſuperficie illius circuli aliud punctũ quod ſit b, inæqualiter diſtans à cẽtro h, in pũcto a, & ducãtur à pũctis a & b, ad centrũ circuli h, lineæ a h & b h, & cõpleantur diametri illius circuli eiſdẽ lineis ad periſeriã circuli hinc inde ꝓductis, palã ergo per ea quæ dicta ſunt in theoremate præcedẽte, & in 40. huius, quod ab uno pũcto arcus interiacẽtis duas ſemidiametros a h & b h. poteſt forma puncti a, reflecti ad uiſum exiſtentẽ in pũcto b, uel forſitan à duobus uel à tribus, ſed nõ à pluribus, ab arcu uero oppoſito iſti arcui utpote ab illo arcu qui cadet inter eaſdẽ ſemidiametros ꝓductas ad aliam partẽ periferiæ circuli non poteſt fieri reflexio formæ puncti a, ad uiſum b, niſi ab uno tãtum puncto. Eſto itaque quod forma pũcti a, reflectatur ad uiſum h, à tribus punctis ſpeculi propoſiti arcus, ſcilicet unius interiacentis ſemidiametros a h & b h, quæ ſint puncta g d e, & ducantur lineæ a g, h g, a d, h d, b d, a e, h e, b e, & à puncto a, rei uiſæ; ducantur in eadẽ ſuperficie tres lineæ æquediſtantes tribus ſemidiametris



quæ ſunt h g, h d, h e, quæ lineæ æquediſtantes ſint a k, a f, a n, ita quod linea a k ſit æquediſtans ſemidiametro h g, & linea a f, ſemidiametro h d, & linea a n, ſemidiametro h e, cũ itaq; linea a k, ſit æquediſtans ſemidiametro h g, & linea b g, cõcurrat cũ eadẽ ſemidiametro in pũcto g, palã per 2. primi huius, quoniã linea b g, cõcurret cum linea a k, ſit ergo pũctus cõcurſus k. Similiter quoq; per eandẽ rationẽ linea b g d, cõcurret cũ linea a f, ſit concurſus pũctus f, ſimiliter quoq; linea b e, cõcurret cũ linea a n, ſit pũctus cõcurſus n, deinde à pũcto b, erigatur perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ circuli, cuius centrũ h, per 12. undecimi, quæ ſit b t, & quoniã axis x h, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ illius circuli, erit per 6. undecimi, linea b t, æquediſtãs axi x h. Sumaturq; in linea b t, punctũ quodcũq;, quod ſit t, & ab illo ducãtur tres lineæ ad tria pũcta k f n, quæ ſint lineæ t k, t f, t n, & à tribus pũctis g d e, erigantur per 12. undecimi, tres perpẽdiculares ſuper ſuperficiẽ circuli, cuius centrũ h, quæ ſint g m d l, e q, erunt ergo per 6. undecimi, lineæ b t & e q æquediſtantes, & quoniam, ut patet per 1. primi huius, oẽs lineæ æquediſtantes ſunt in eadẽ ſuperficie, palam per 1. undecimi, quoniam lineæ b t & e q ſunt in ſuperficie trianguli b t n, igitur linea e q, ſecabit lineã t n, ſit ut ſecet ipſam in pũcto q, & penitus per eundẽ modũ ſit ut linea d l, ſecet lineã t f in pũcto l, & linea g m ſecet lineam t k, in pũcto m. Eruntq; per 92. primi huius, hæ 3. lineæ ſcilicet e q & d l, & g m, partes linearũ lõgitudinis ſpeculi, cũ ſint in ſuperficie colũnæ ſpeculi ꝑpendiculariter ꝓductæ ſuper ſuperficiẽ circuli, cuius cẽtrũ h, & per cõſequẽs ſint erectæ ſuper baſes ſpeculi per 32. primi huius, & à puncto q, ducatur per 31. primi, linea æquediſtantis lineæ n a, quæ ſit linea q u, hæc itaq; per 30. primi, erit æquediſtans lineæ h e, quoniam ipſa h e, æquediſtat lineæ a n, ut patet ex præmiſsis, quia itaq; axis x h, cõcurrit cũ linea h e in pũcto h, palã per 2. primi hu-

ẜus, q̃niam ipſe axis cõcurret cũ eius æq̃diſtante ducta à pũcto q, ſit cõcurſus in pũcto u &
ſit illa æq̃diſtans linea q u, & ducat̃ linea t a, hæc itaq; ſecabit lineã q u, qm̃ linea q u, duci
tur à latere trianguli t b n, & alterius lineæ e q æq̃diſtantis baſi t b, & oẽs illæ lineæ ſunt
in eadẽ ſuperficie, lineaq; t a, ꝑducta eſt inter lineã t u, æq̃diſtantẽ axi h u, & inter ipſum
axẽ, patet q̃d linea t a, ſecabit lineam q u, ſunt eñ ambæ in eadẽ ſupficie, ſit itaq; linea rũt
a & q u, pũctus ſectiõis i, & ducatur linea q a, q̃a itaq; lineæ h e & a n, ſunt æq̃diſtantes, ut
ſupra patuit, palã per 29. primi, q̃a angulus b e h extrinſecus eſt æqualis angulo e n a in-
trinſeco, & anguli h e a & e a n ſunt æquales, q̃a coalterni, ſed angulus reflexiõis, q̃ eſt h e
b, eſt æqualis angulo incidẽtiæ, q̃ eſt a e h, p 20. q̃nti huius. Erit ergo angulus e a n, æqua
lis angulo a n e, ergo p 6. primi in trigono e a n, duo latera e a & e n, ſunt æqualia, ſed li-
nea e q eſt ꝑpendicularis ſup ſuperficiẽ trigoni a e n, q̃a & ſup ſuperficiẽ circuli, cuius cẽ-
trũ eſt h, eſt erecta, ut ſupra patuit, cũ itaq; linea a e ſit cõis duobus trigonis q e a & q e n,
patet p 4. primi, qm̃ illa trigona ſunt æqualia, eritq; linea q n æqualis lineæ q a, ergo p 5.
primi, q̃a trigoni q a n, duo latera q a & q n ſunt æqualia, erit angulus q a n, æqualis an-
gulo q n a, q̃a itaq; linea q i, æquediſtat lineæ a n, patet p 29. primi, qm̃ angulus t q i ex-
trinſecus, æqualis eſt angulo t n a intrinſeco, & angulus i q a, æqualis eſt angulo q a n, q̃a
ſunt coalterni, erit ergo angulus i q t, æqualis angulo i q a, forma itaq; pũcti a, p 20. q̃n-
ti huius, reflectetur ad uiſum exiſtẽtẽ in pũcto t, à pũcto ſpeculi q̃d eſt q, & eodẽ modo de
mõſtrandũ, qm̃ forma pũcti a, reflectitur ad uiſum exiſtentẽ in pũcto t, ab aliis duobus
punctis ſpeculi ſimilibus pũcto a, q̃ ſunt pũcta l & m, ſit ergo formæ pũcti a, ad uiſum in
pũctũ t, fiet reflexio à tribus pũctis ſpeculi colũnaris cõcaui, quæ ſunt q l m, & ex eadẽ par
te colũnæ ſpeculi nec eſt poſsibile ut fiat eiuſmodi reflexio à pluribus pũcti ſpeculi ex illa
parte. Si eñ detur q̃dcunq; pũctũ ſuperficiei ſpeculi colũnaris cõcaui aliud ab iſtis tribus
à q̃ dicatur poſſe fieri reflexio formæ pũcti a, ad uiſum in pũctũ t, ducatur ab illo puncto
dato linea lõgitudinis ſpeculi ſup circulũ, cuius centrũ h. & oſtẽditur modo p̃miſſo, qđ à
pũcto periferiæ illius circuli, cui incidit illa linea lõgitudinis, poteſt forma puncti a, refle
cti ad uiſum exiſtentẽ in pũcto b, & ſic à 4. pũctis arcus interiacẽtis diametros circuli, in
q̃bus ſunt cẽtrũ uiſus & punctũ rei uiſæ, fiet reflexio ad uiſum, ſcilicet à tribus pũctis g d
e, & à 4. dato q̃d eſt cõtra 40. octaui huius, & impoſsibile, nõ ergo fiet reflexio formæ pũ
cti a, ad uiſum exiſtentẽ in pũcto t, niſi à tribus pũctis ſpeculis colũnaris cõcaui, q̃ ſunt q
l m ex una parte ipſius ſpeculi. Si itaq; alia pars colũnaris ſpeculi abſciſa fuerit, patet qđ
tantũ fiet reflexio à tribus pũctis ſpeculi, qđ ſi totũ ſpeculũ integrũ fuerit, poſsibile eſt fie-
ri reflexionẽ à pũctis 4. Iam eñ patuit p 27. octaui huius, qđ ex arcu circuli, cuius cẽtrũ
h, oppoſito arcui g t d e c, poteſt forma pũcti a reflecti ad uiſum exiſtentẽ in pũcto b, ab u
no tantũ pũcto. Sit ergo illud punctũ 3, & ducatur ſemidiameter h 3, à pũcto a p 31. pri-
mi, ducatur linea æq̃diſtãs, quæ ſit a ſ, & ducatur linea reflexiõis quæ ſit b 3, cõcurrẽs cũ
linea a ſ in pũcto ſ, cõcurret aũt p 2. primi huius, qm̃ cõcurrit cũ linea h 3 æquediſtãte ipſi
a ſ, & à pũcto 3, erigatur ſup ſupficiẽ circuli. cuius centrũ h, linea 3 o, ꝑpẽdiculariter p 12.
undecimi, hæc ergo p 6. undecimi æquediſtabit lineæ b c. ducat̃ itaq; linea t ſ, quæ ſicut pri
us in aliis declarauimus, ſecabit lineã 3 o, qm̃ ſunt in eadẽ ſuperficie, ſit ergo pũctus ſecti-
onis o, patebitq; ſecũdũ p̃miſſos prius modos qm̃ forma pũcti ſ, reflectit̃ ad uiſũ exiſtẽtẽ
in pũcto t, & à pũcto ſpeculi qđ eſt o, nec erit poſsibilis reflexio ab aliq̃ pũcto ſuperficiei
ſpeculi ex illa parte p̃ter q̃ à pũcto o. Si eñ detur qđ ab aliq̃ alio pũcto hoc ſit poſsibile,
ſequetur ut prius deduximus, qđ ſimiliter ab alio pũcto illius arcus circuli, cuius cẽtrũ h,
q̃ à pũcto 3, poſsit forma pũcti a, reflecti ad uiſum exiſtentẽ in pũcto b, qđ eſt impoſsibi-
le, & cõtra 29. octaui huius. Si itaq; forma pũcti a, ab uno pũcto circuli, cuius cẽtrũ h, re-
flectitur ad uiſum exiſtẽtẽ in puncto b, reflectetur eadẽ forma pũcti a, ad eadẽ ſpeculi co
lũnaris cõcaui ad uiſum exiſtentẽ in pũcto t, ab uno tantũ ſpeculi pũcto, & ſi à duobus pũ
ctis ſpeculi fiat reflexio formæ pũcti a ad b, & à duobus pũctis ſpeculi reflectetur a ad t.
Si uero una harũ reflexionũ à tribus fiat pũctis, fiet etiã reliqua à tribus, & ab illa p̃te circu
li uel ſpeculi nõ eſt poſsibile fieri plures reflexiões, ſicut aũt ab uno tm̃ pũcto arcus oppo
ſiti in circulo fit reflexio formę pũcti a ad pũctũ b, ſic etiã ex illa parte ſpeculi a uno tantũ
pũcto fit reflexio formæ pũcti a, ad uiſum exiſtẽtẽ in pũcto t, Itẽ linea t b æquediſtat axi

x h. Sunt ergo in eadē ſuperficie per 1. primi huius, quæ eſt ſuperficies b h u, nec enim poteſt alia ſumi plana ſuperficies in qua ſint illæ lineæ c b & h x, per 1. undecimi. Item nec poteſt ſumi aliqua plana ſuperficies in qua ſit punctus a, & axis x h, præter ſuperficiem a u h, per 18. undecimi, eſt erecta perpendiculariter ſuper ſuperficiem circuli, cuius centrū eſt punctum h, cum per 92. primi huius, axis h u, ſit perpendicularis ſuper ipſam, punctus ergo c, non eſt in eadem ſuperficie cum puncto a, erecta ſuper ſuperficiem ducti circuli, ſed nec illa puncta c & a, ſunt in eodem circulo, ſed nec ſunt in axe ſpeculi, quoniam linea b c eſt æquediſtans axi ſpeculi qui eſt x h. Superficies ergo in qua forma puncti a, reflectitur ad uiſum exiſtentē in puncto c, eſt oxigonia ſectio, uerū producta linea c a, ex utraque parte ultra puncta c & a, ut fiat linea p r, cū quatuor ſint ſuperficies reflexiōis, quia à quatuor punctis fit reflexio quæ ſunt q l m o, & in qualibet illarum quatuor ſuperficierū neceſſe eſt eſſe duo puncta, quæ ſunt a & c, patet quod linea p r eſt cōmunis illis quatuor ſuperficiebus per 1. undecimi, quoniam lineæ p r, ſunt centrum uiſus, quæ eſt punctum c & punctum rei uiſæ quod eſt punctum a, quæ neceſſe eſt eſſe in omni ſuperficie reflexionis factæ ab his ſpeculis, ut patet per 3. huius, quælibet autē illarum ſuperficierum ſecat ſpeculum ſuper ſuperficiem cōtingentem ſpeculum in puncto ſuæ reflexionis, & cuilibet iſtarum ſuperficierum reflexionis, & ſuperficiei in illo puncto ſpeculum contingentis cōmunis ſectio eſt linea recta, per 3. undecimi, & ſicut puncta reflexionis non ſunt eadem, ſicut lineæ cōmunes illarum ſectionum ſunt eædem, linea itaque p r, eſt perpendicularis ſuper unam tantum illarum quatuor cōmunium linearum non ſuper duas, quoniā ſi eſſet perpendicularis ſuper duas illarum linearum, eſſet perpēdicularis ſuper duas ſuperficies ſpeculum ſecundum puncta illarum linearū contingentes, linea itaque p r, neceſſario tranſiret axem, cum tamen oſtenſum ſit prius quod linea c a, quia eſt pars lineæ c p r, cadat citra axem ſpeculi quæ eſt x h, neceſſario ergo oportet duci quatuor diuerſas lineas perpēdiculares ad illas quatuor lineas cōmunes à puncto rei uiſæ quod eſt a, quæ erunt quatuor katheti incidentiæ perpendiculares ſuper oxigonias ſectiones cōmunes illis ſuperficiebus reflexionum & ſpeculi. Quælibet itaque iſtarum perpendicularium aut erit æquediſtans lineæ reflexionis, aut concurret cum illa, ſiue intra ſpeculum ſiue extra, ſi fuerit æquædiſtans, erit locus imaginis ipſe punctus reflexionis, ut ſupra patuit in 11. huius, & cū quatuor ſint huius perpendiculares, erunt quatuor loca imaginum, & quatuor imagines, ideo quod quatuor ſunt loca reflexionum. Si uero omnes illæ quatuor perpendiculares concurrunt cum lineis ſuarum reflexionum, erunt item quatuor imagines, quia quatuor ſunt concurſus illarum linearum, ſic ergo loca imaginum numerantur ſecundum numerum punctorum reflexionis, & hoc eſt propoſitum.

XVI.

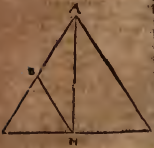
In ſpeculis columnaribus concauis dato centro uiſus in puncto rei uiſæ, punctum reflexionis inuenire.

Sit ſpeculū columnare concauū, cuius axis ſit d h, ſitque punctū rei uiſæ, & a centrū uiſus b, quæ ſiunt in locis datis, dico quod eſt poſsibile punctū reflexionis inueniri. Si enim punctum rei uiſæ quod eſt a, & centrū uiſus quod eſt b, fuerint in una plana ſuperficie ſpeculum trans axem ſecante, tunc patet per 93. primi huius, quia cōmunis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſpeculi eſt linea lōgitudinis, poteſt itaque inueniri punctum reflexionis, ſicut in ſpeculis planis per 46. quinti huius, quod ſi puncta a & b, non fuerint in tali ſuperficie, imaginetur ſuperficies tranſiens per punctum a, ſecans ſpeculum æquediſtanter baſibus, erit ergo per 100. primi, cōmunis ſectio ſuperficiei illius, & ſuperficiei ſpeculi circulus, cētrum itaque uiſus quod eſt punctum b, aut eſt in ſuperficie illius circuli aut nō, ſi ſic, poteſt reflexionis punctum inueniri in periferia illius circuli, ſicut ſupra in 27. octaui huius, docuimus in ſpeculis ſphæricis concauis. Si uero centrum uiſus b, nō fuerit in ſuperficie illius circuli, tunc cum punctum rei uiſæ, & centrum uiſus ſemper ſit in ſuperficie reflexionis, per 3 huius, patet quod cōmunis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſpeculi in hoc ſitu eſt ſectio oxigonia, ducatur ergo à puncto b, centro uiſus perpendicularis ſuper ſuperficiem illius circuli per 11. undecimi, & replicetur tota probatio proximæ præcedentis, eſt palā, quia inuenitur pūctus reflexiōis, quod eſt propoſitū.

XVII.

Centro uiſus exiſtente in puncto, qui eſt communis ſectio axis, & lineæ perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum pyramidale concauum fiet reflexio formę ipſius oculi ab una totali periferia circuli ſpeculi ęque diſtantis baſi, & ſolùm per lineas perpendiculares, locuſq́ imaginis erit in centro uiſus.

Eſto ſpeculũ pyramidale concauum, cuius axis ſit a h, & ducatur à pũcto h, linea perpendicularis ſuper ſuperficiẽ contingentẽ ſpeculum in puncto b, erit itaq́ punctus h, cõmunis ſectio axis a h, & lineæ perpendiculares quæ eſt h b, dico quod ſi centrum uiſus poſitum fuerit in puncto h, fiet reflexio formæ oculi uidẽtis à tota periferia unius circuli ſpeculi æquediſtantis baſi, cuius polus erit punctus h. Sit enim punctus a, uertex ſpeculi, & ducatur linea a b, ut ergo patet per 95. primi huius, erit linea a b, pars lineæ longitudinis ſpeculi, eritq́ trigonũ h b a orthogoniũ, quoniam angulus a b h, erit rectus propter perpẽdicularitatẽ lineæ h b, ſuper lineam a b, imaginentur ergo à puncto h, plurimæ duci perpendiculares ſuper lineas longitudinis ſpeculi, ſicut eſt linea h b, perpendicularis ſuper lineam lõgitudinis quæ eſt a b, uel remanente fixo a h, latere trigoni a b h, & circumducto trigono quouſq́ ad locũ unde exiuit redeat, deſcribetq́ punctũ b, circulũ in periferia concauitatis ſpeculi, à cuius quolibet periferiæ pũcto fiet reflexio ad uiſum exiſtentẽ in puncto h, ſecũdũ lineas perpendiculares ſimiles lineæ h b, hoc eſt ſecundũ lineas, quas motu ſuo determinabit linea h b. Fiat autem reflexio ſolũ ſuperficiei illius uiſus per 21. quinti huius, & ſolũ partis ſuperficiei uiſus, quam ſecãt duæ lineæ perpendiculares à centro oculi exiſtentes, & maiorem angulum qui eſt impoſsibilis cõtinentes. Erit autem in omnibus his reflexionibus ſemper locus imaginis in centro uiſus, quoniam non fit reflexio niſi ſecundũ perpendiculares, patet itaq́ propoſitum, ita tamen quod inter centrum uiſus, & ſpeculi ſuperficiem non ſit aliquod corpus ſolidũ quod obſiſtat.



XVIII.

Exiſtentibus centro uiſus punctoq́ rei uiſæ in axe ſpeculi pyramidalis cõcaui, poſsibile eſt reflectionem fieri à toto uno circulo ſuperficiei reflexionis ſpeculi, locuſq́ imaginis erit quidam circulus extra ſpeculum.

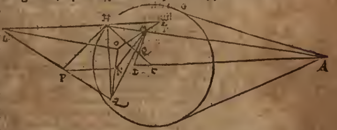
Eſto ſpeculum pyramidale concauum, cuius axis ſit linea a h, & uertex a, ſitq́ centrum uiſus in puncto h, & ſit pũctus rei uiſæ in puncto axis qui ſit t, imagineturq́ ſuperficies plana ſecans pyramidem ſpeculi ſecundũ axis longitudinem, quæ ſit a b h g, & quoniam linea a h eſt axis ſpeculi, erunt lineæ a b & a g, lineæ longitudinis ſpeculi per 90. primi huius, ducatur itaq́ à puncto rei uiſæ quod eſt t, linea perpendicularis ſuper lineam a b, quæ ſit t q, & producatur ultra punctum q, extra ſpeculum ad punctum l, donec linea q l ſit æqualis lineæ t q, & à puncto h, ducatur linea ad punctum l, quæ ſit h l, hæc itaq́ neceſſario ſecabit lineam a b, quoniã eſt cũ illa in eadem ſuperficie, ſit ergo ut ſecet ipſam in puncto b, & à puncto b, ducatur linea æquediſtans lineæ t q, per 31. primi, quæ producta ad axem ſpeculi ſit linea b d ſecans axem a h in puncto d, & copuletur linea t b, palam itaq́ cum linea t q ſit æqualis lineæ q l, erit per 4. primi, triangulus t b q æqualis triangulo q b l, & angulus q l b æqualis angulo q b t, ſed angulus q t b æqualis eſt angulo t b d per 29. primi, quia ſunt coalterni, & angulus d b h extrinſecus eſt æqualis angulo q l b intrinſeco. Eſt ergo angulus t b d æqualis angulo d b h, ergo per 20. quinti huius, forma pũcti t, reflectitur à pũcto ſpeculi quod eſt b, ad centrũ uiſus exiſtens in puncto h, & quoniam linea t q eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem ſpeculi, patet per diffinitionem, quoniam ipſa eſt kathetus incidentiæ formæ puncti t, cõcurret autem kathetus t q, cũ linea reflexionis quæ eſt h b, in puncto l, eſt ergo pũctus l, locus imaginis formæ puncti t. per 37. quinti huius

huius,ſi itaq; fixo latere t h,imaginetur trigonus t l h,moueri quouſq; redeat ad locũ unde incepit,tunc punctus b,motu ſuo deſcribet circulum in ſuperficie concaua ſpeculi,& à quolibet puncto periferiæ illius circuli reflectetur forma puncti t,ad uiſum exiſtentem in puncto h. Similiter quoq; l,motu ſuo deſcribet circulum extra ſpeculum, in cuius tota li periferia erit locus imaginis formæ puncti t,quoniam in tota illius circuli periferia katheti incidentiæ formæ puncti t,& lineæ reflexionum formæ puncti t ad uiſum h, concurrent,patet itaq; propoſitum.

XIX.

In pyramidalibus concauis ſpeculis communi ſectione ſuperficiei reflexionis & ſpeculi oxigonia exiſtente,& centro uiſus punctoq; rei uiſæ exiſtentibus in eadem ſuperficie baſis ſpeculi aut ei æquediſtantis,neq; ſit ipſorum aliquod in axe ſpeculi formarum punctorum rei uiſæ,quarundam ſit ab uno tantum puncto ſpeculi reflexio,quarundam à duobus,quarundam à tribus, quarundam à quatuor,non autem à pluribus, & ſecundum hæc loca imaginum numerantur.

Eſto ſpeculum pyramidale concauum a g u, cuius axis ſit a d,& uertex a, ſitq; punctus e centrum uiſus,& ſit z punctus rei uiſæ oblique incidens ſpeculo,ita quod non ſit in aliqua linearum perpendiculariũ ſuper ſuperficiem uiſus, neq; ſit in axe ſpeculi quod eſt a d,neq; fiat reflexio ab aliqua linearum longitudinis ſpeculi,fiat tamen reflexio formæ puncti z ad uiſum e,ab aliquo puncto ſuperficiei propoſiti ſpeculi. Erit ergo neceſſario communis ſectio ſuperficiei reflexionis & ſpeculi ſectio oxigonia per ſecundam huius, & ſint puncta e & z,in eadem ſuperficie circuli baſis ſpeculi aut æquediſtantis ei,dico ꝙd eſt poſsibile,ut ab uno tantum pũcto ſpeculi uel duobus,uel tribus,uel quatuor,& non pluribus fiat reflexio ad uiſum, & quandoq; unica apparebit imago, quandoq; duæ, quandoq; tres,quandoq; quatuor, nec eſt poſsibile uideri plures imagines, quoniam totidem tantum ſunt puncta reflexionis poſsibilia,imaginetur itaq; ſuperficies plana tranſiens per punctum z, æquediſtans baſi ſpeculi,hoc itaq; ſuperficies per 100. primi huius, ſecabit ſpeculum ſecundum circulum , centrum itaq; uiſus quod eſt punctum e,ut patet ex hypotheſi erit in ſuperficie illius circuli,cuius centrũ ſit c, & ducatur linea c z , quæ producta ſecet illum circulũ,palam ergo per ea quæ demõſtrata ſunt in ſpeculis ſphæricis concauis per 40. octaui huius,quoniam in tali diſpoſitione forma pũcti z , reflectitur ad uiſum exiſtentẽ in puncto e, à periferia illius circuli ex una parte ſcilicet ab arcu interiacente ſemidiametros,in quibus puncta z & e,conſiſtunt,aut ab uno puncto ſpeculi,aut à duobus,aut à tribus,& ex alia parte ab arcu ſcilicet interiacente illas ſemidiametros reliquas,in quibus puncta z & e,nõ conſiſtunt,ab uno tantum puncto. Sumatur itaq; aliqs punctus circuli à quo fiet hæc reflexio,quod ſit h,& ducantur lineæ z h & c h, & ſemidiameter c h,patet itaq; per 17. tertij , quoniam linea c h,eſt perpendicularis ſuper lineam circulum in puncto h contingentem,& per 20. quinti huius,palam eſt,quoniam linea c h diuidit angulum z h e, per æqualia , ergo per 29. primi huius, linea c h, ſecabit lineam e z, ſit ergo punctus ſectionis q ducaturq; per 101 primi huius, linea longitudinis ſpeculi, quæ ſit a h, & à puncto q,ducatur linea cadens perpendiculariter ſuper lineam a h,per 12. primi, quæ ſit q m ſecans lineam a h in puncto m, & producta ultra punctum q, ſecet axem ſpeculi, qui eſt a d in puncto d, & ducantur lineæ z m & e m,



& à

& à puncto z, quod eſt pũcta rei uiſæ ducatur in ſuperficie illius circuli linea æquediſtãs lineæ q h, quæ ſit z l, quia itaq; linea e h cõcurrit cũ linea q h in pũcto h, patet per 2. primi huius, quõ linea e h ꝑducta ultra punctũ h cõcurret cũ linea z l, ſit cõcurſus pũctus l, & à pũcto h, ducatur linea ꝑpendicularis ſuper lineã l z, q̃ ſit h p, deinde in ſuperficie e m z ducatur à pũcto z, linea æquediſtans lineæ q m, q̃ ſit linea z o, quia ita linea e m cõcurrit cũ linea m q, patet ꝑ 2. primi huius, quod ipſa concurret cũ linea z o ipſius æquediſtante. Sit ergo cõcurſus in pũcto o, & ducatur linea l o, & à pũcto p, ducatur linea æquediſtans lineæ l o, quæ ſit linea p n ſecans lineã z o, in pũcto n, & ducatur linea m n, palam itaq; ex præmiſsis, & ꝑ 20. quinti huius, quod angulus e h q eſt æqualis angulo q h ſi, ſed quia lineæ c h & l z æquediſtant, patet ꝑ 29. quod anguli q h z & h z l ſunt æquales, quia coalterni, ſed & angulus q h e extrinſecus eſt æqualis angulo h l z intrinſeco, anguli ergo h l z & h z l ſunt æquales, ergo per 6. primi, latera h l & h z ſunt æqualia, ſed linea h p eſt perpendicularis ſuper lineam l z, baſem yſochelis h l z, erunt ergo per 31. primi huius, trigona h l p & h p z ſimilia, ergo per 4. ſexti, cum linea h p, ſit ambobus illis trigonis communis, erit linea l p æqualis lineæ p z, ſed in trigono l o z, linea p n eſt æquediſtans lineæ l o, ergo per 2. ſexti, erit ꝓportio lineæ z n ad lineã o n, ſicut lineæ z p ad lineã p l. Eſt ergo linea z n æq̃lis lineæ n o, itẽ cũ ſicut patet ex ꝓmiſsis linea o z ſit æq̃diſtans q m, & linea h q ſit æq̃diſtans l z, ergo ꝑ 15. undecimi, erit ſuꝑficies z l o æq̃diſtans ſuꝑficiei q m h, & ſuperficies e o l, ſecat illas duas ſuꝑficies, ſuperficiẽ quidẽ q h m ſecũdũ lineã h m, & ſuꝑficiẽ l o z ſecundũ lineã l o, ergo ꝑ 16. undecimi, cõmunes ſectiones ſuperficiei e o l, cũ illis duabus ſuperficiebus æquediſtantibus ſunt æquediſtantes, linea ergo h m æquediſtabit lineæ l o, ſed linea p n æquediſtat lineæ l o, ergo per 30. primi, lineæ h m & p n æq̃diſtant, quia itaq; linea h p cadit inter lineas h c & l z æq̃diſtãtes, patet per 29. primi, quia anguli h p l & p h c ſunt æquales, quia coalterni, ſed angulus h p l eſt rectus, ergo angulus p h c eſt rectus, ergo per 15. tertij, lineæ p h cõtingit circulũ, igitur ſuperficies a h p eſt cõtingens pyramidem ſpeculi, ergo per 95. primi huius, cõtingit lineam illã ſecundũ lineam longitudinis quæ eſt a h, & in hac ſuꝑficie erũt ambæ lineæ p n & n m, linea quidẽ m h, quæ eſt pars lineæ longitudinis, quæ eſt a h, linea uero p n, per 2. primi huius. Omnes enim lineæ æquediſtantes neceſſario ſunt in eadem ſuperficie, & linea p n & h m æquediſtant. linea uero n m, eſt in eadem ſuperficie per 1. undecimi, quoniam pũcta n & m, ſunt in illa ſuperficie, eſt autẽ linea d m



ꝑpẽdicularis ſuꝑ ſuperficiẽ a h p, ſpeculũ cõtingentẽ, ergo linea d m eſt perpẽdicularis ſuꝑ lineã n m, ꝑ diffinitionẽ lineæ perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ, ſed lineæ d m & o z æquediſtãt, ut prius patuit, ergo ꝑ 29. primi, linea n m q̃ eſt perpẽdicularis ſuꝑ lineã d m, erit perpẽdicularis ſuper eius æq̃diſtãtẽ q̃ eſt z o, ſed linea o n eſt æq̃lis z n. ergo ꝑ 4. primi, erit linea m o æq̃lis m z, ergo ꝑ 7. quinti, erit proportio lineæ e m ad lineã m o, ſicut eiuſdẽ ad lineã m z. Eſt aũt ꝓportio lineæ e m ad lineã m o, ſicut lineæ e q ad lineã q z ꝑ 2. ſexti, cũ lineæ m q & o z ſunt æq̃diſtantes, in trigono o z e, uel ſic, eſt aũt ꝓportio lineæ e m ad lineã m o, ſicut lineæ e h ad lineam h l, ſed lineæ l h & h z ſunt æq̃les ꝑ ꝓmiſſa, ergo ꝑ 7. quinti, eſt ꝓportio lineæ e h ad lineã h z. ſicut ad lineã h l, eſt aũt ꝑ 3. ſexti, cũ linea h q, diuidat angulũ e h z ꝑ æq̃lia, ꝓportio lineæ e h ad h z. ſicut e q ad q z. Eſt ergo ꝑ 11. quinti, ꝓportio lineæ e m ad lineam m z, ſicut lineæ e q ad lineam q z, ergo m q diuidit angulũ e m z per æq̃lia, per 3. ſexti, eſt ergo angulus e m q æqualis angulo q m z, ergo per 20. quinti huius, forma puncti z reflectitur ad uiſum exiſtentem in pũcto e, à puncto ſpeculi quod eſt m, ſicut itaq; forma puncti z reflectitur ad uiſum exiſtentẽ in puncto e, à ſolo puncto circuli, quod eſt h, ita ſimiliter reflectetur eadem forma pũcti z ad uiſum e, à ſolo pũcto ſpeculi, quod eſt m b, ſi fiat in hoc ſitu reflexio à duobus pũctis circuli, erit etiam reflexio à duobus pũctis ſpeculi, & per eandẽ demonſtrandũ, & ſi à tribus punctis circuli fiat reflexio fit etiam à tribus punctis ſpeculi, & ſi fiat à quatuor punctis huius, fiet etiam à quatuor punctis alterius, & ab alia parte circuli, ita fiet etiam

reflexio

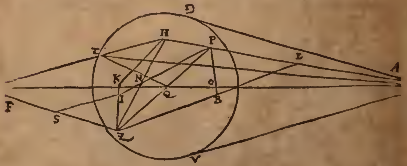
reflexio ab uno puncto ſpeculi ex eadem parte, patet ergo propoſitum.

XX.

In ſpeculis pyramidalibus concauis, cõmuni ſectione ſuꝑficiei reflexionis & ſpeculi oxigonia exiſtente, & centro uiſus punctoq; rei uiſæ exiſtentibus intra ſpeculũ, non in axe, nec in eadẽ ſuꝑficie baſis ſpeculi, aut ei æquediſtante, formarũ punctorũ rei uiſæ quarundã reflexio fit ab uno tantũ pũcto ſpeculi, quarundã à duobus, quarundã à tribus, quarundã à quatuor, non autẽ à pluribus, & ſecundum hæc loca imaginum numerantur.

Sit ut in propoſitione præcedenti ſpeculi pyramidalis concaui, quod ſit a g u, uertex a, & axis a d, ſitq; punctus rei uiſæ z, & centrum uiſus e, ductaq; per punctum z, ſuperficie ſecante ſpeculũ æquediſtanter baſi ſpeculi, non ſit punctum e, in illa ſuperficie, ſed ſub illa, uel ſuper illam. Sit autem nunc exempli cauſa ſuper illam, quia ſi ponatur eſſe ſub illa, eadem erit demonſtratio, dico itaq; quod uerũ eſt id quod proponitur, quia enim ut patet per 100. primi huius, communis ſectio illius ſuperficiei & ſpeculi eſt circulus, ducatur à uertice ſpeculi quod eſt a, linea per centrum uiſus e, ſecans ſuperficiem præmiſſi circuli extra ipſius centrum in puncto h, quæ ſit a e h, hoc eſt impoſſibile, ideo quia centrũ uiſus quod eſt punctum e, ut patet ex hypotheſi, eſt intra ſpeculum, non in axe, ſit centrum illius circuli punctum q, palam itaq; per 20. octaui huius, quia forma puncti z, poteſt reflecti ad uiſum exiſtentem in puncto h, ab aliquo puncto circuli, ſit illud punctum c, & ducantur lineæ h c & z c & h z, & ſemidiameter q c, qui cum ſit perpendicularis ſuper lineam contingentem circulum in puncto c, per 17. tertij, ergo per 26. quinti huius, palam quod linea q c, diuidit angulum h c z per æqualia, ergo per 29. primi huius, patet quod linea q c ſecabit lineam h z, ſit punctus ſectionis n, & ducatur linea z e, à pũcto rei uiſæ ad centrum uiſus in punctum e, & linea longitudinis ſpeculi quæ ſit a c. palam itaq; ex præmiſſis cum punctus z, ſit ex illa parte diametri q c, & ex illa parte eiuſdem ſit punctum e, quod eſt centrum uiſus, quoniam punctũ h, quod eſt in linea a e, eſt in eadem parte ſemidiametri q c, in qua eſt & punctũ c, patet ergo quod linea e z, ſecabit ſuperficiem a q c, ſit ut ſecet ipſam in puncto o, & ab illo puncto o, primo ducatur perpendicularis ſuper lineam a c, ſcilicet lineam longitudinis ſpeculi, quæ perpendicularis ſit o p, hæc itaq; ꝑducta ultra punctum o, neceſſario cadet ſuper axem ſpeculi qui eſt a d, ut patet ꝑ 96. primi huius, ſit ut cadat in punctum d, & ducantur lineæ e p & z p, dico quod forma puncti z, reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto e, à puncto ſpeculi quod eſt p, ducatur enim à puncto z, linea æquediſtans ſemidiametro q c, ꝑ 31. primi, quæ ſit z f, & quoniam linea h c concurrit cũ linea q c in puncto q, palam per ſecundam primi huius, quoniam ipſa cõcurret cum eius æquediſtante ſcilicet cum linea z f, ſit punctus concurſus f, Item à puncto z ducatur linea æquediſtans lineæ o p, quæ ſit z k, & quoniam linea e p concurrit cum linea o p, patet quod ipſa producta ultra punctum p, cõcurret cũ illa z h, ſit punctus cõcurſus k, & ducãtur lineæ k f & k h, & quia ut patet ex præmiſſis angulus o p c eſt rectus, angulus uero p c q eſt minor recto, per 89. primi huius, quoniam ipſe eſt angulus quem continet linea longitudinis cum ſemidiametro baſis, patet ergo per 14. primi huius, quoniam lineæ o p & q c, cõcurrunt in aliquo puncto producto ultra puncta d & q, cũ itaq; linea z f ſit æquediſtans lineæ q c, & linea z k æquediſtans lineæ o p, & lineæ z f & z k concurrant in puncto z, lineæ quoq; d p & q c, ſimiliter cõcurrunt in aliquo puncto ut præoſtenſum eſt, patet quod ſuperficies f k z, & ſuperficies o p q c, quæ eſt ſuperficies a q c ſunt æquediſtantes, per 15. undecimi quod autem ſuperficies o p q c, ſit pars ſuperficiei a q c, patet ex his, quoniam enim linea p o, ꝑducta cadat in punctum axis quod eſt d. patet per primam undecimi, quod linea p o eſt in ſuperficie a q c, ſed & linea q c eſt in illa ſuꝑficie, tota ergo ſuperficies o p, q c eſt pars ſuperficiei a q c, & quia ſuperficies z k f & a c q, ſuꝑ duas lineas c p & k f, patet quod illæ duæ lineæ c p & k f ſunt æquediſtantes per 16. undecimi, ducatur itaq; à pũcto c, linea perpendicularis ſuꝑ lineã z f, per 12. primi, quæ ſit linea c s, erit ergo angulus c s f rectus, ergo per 29. primi, angulus s c q eſt

rectus,quoniam linea z f & c q æquediſtant,ergo per 15.tertij,linea c s cõtingit in puncto c circulum,cuius centrum eſt punctum q,ſuperficies itaq; a c s eſt contingens pyramidem ſpeculi,continget ergo illam per 95.primi huius, ſecundum lineam lõgitudinis quæ eſt a c,ſed linea o p eſt perpendicularis ſuper lineã a c,eſt ergo linea o p,erecta ſuper ſuperficiem a c s cõtingentem pyramidem,quoniam linea o p eſt in ſuperficie a q c, tranſeuntẽ per axem a d,& per lineã longitudinis a c,talis autẽ ſuperficies ut patet per 97.primi huius,erecta eſt ſuper ſuperficiẽ contingentem ſpeculum in linea longitudinis quæ eſt a c, quia ergo ſuperficies a c s, ſecat duas ſuperficies o p q & z k f, quæ ſunt æquediſtantes,patet per 16.undecimi,quoniam duæ lineæ quæ ſunt illarum ſuperficierum cõmunes ſectiones ſunt æquediſtantes,quarum linearum una eſt linea p c,& altera ſit linea s l,ſecans lineam z k in puncto l,patet quoq;,quia punctus l,cadit inter puncta k & z,lineæ itaq; p c & s l æquediſtant, ſed lineæ p c & f k æquediſtant ad inuicem, quoniam ſunt in ſuperficiebus æquediſtantibus,ergo per 30. primi, lineæ s l & f k ſunt æquediſtantes,& quoniam lineæ q c & z f æquediſtant,patet per 29.primi, quod angulus n c z eſt æqualis angulo c z f,quia ſunt coalterni,& angulus h c n extrinſecus eſt æqualis angulo c f z intrinſeco,ſed anguli h c n & n c z ſunt æquales,ergo anguli c f z & c z f ſunt æquales,ergo per 6.primi,lineæ c f & c z ſunt æquales, & linea c s eſt perpendicularis ſuper baſem yſochelis c f z,trigona itaq; partiala quæ ſunt c s f & c s z,ſunt ſimilia per 31.primi huius,ergo per 4.ſexti,cum linea c s,ambobus illis trigonis ſit communis,erit linea s f æqualis lineæ s z,ſed cum linea s z æquediſtet lineæ f k,in trigono f k z,erit per ſecundam ſexti, proportio lineæ f s ad lineam s z,ſicut lineæ k l ad lineam l z,erit ergo linea k l æqualis lineæ l z,ducaturq; linea p l,cum ergo ſuperficies a c s l, in qua ducta eſt linea p l.ſit erecta ſuper ſuperficiem z k f,in qua cadit linea z k,erit per diffinitionem ſuperficiei ſuper ſuperficiem erectæ linea p l erecta ſuper lineã z k,ergo per 4.primi,cum linea k l ſit æqualis lineæ l z,lineaq; p l ſit communis,& anguli ad punctũ l ſint æquales,quia recti, erit angulus p k z æqualis angulo p z k, ſed per 29.primi,angulus e p o extrinſecus æqualis eſt angulo p k z intrinſeco,quoniam lineæ o p & z k æquediſtant,& angulus o p z eſt æqualis angulo p z k, quia ſunt coalterni,anguli ergo e p d & d p z ſunt æquales,cum angulus p k z & p z k ſunt æquales,ergo per 20.quinti huius,forma puncti z,reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto e,à puncto ſuperficiei ſpeculi quod eſt p,quod eſt unum propoſitorum. Si autem ſumatur aliud punctum in circulo,cuius centrum eſt punctum q, à quo forma puncti z,reflectatur ad uiſum exiſtentem in puncto h,præmiſſo modo poteſt declarari quod ab alio puncto ſpeculi reflecte-



tur forma puncti z,ad uiſum exiſtentem in pũcto e,ab alio puncto quàm à puncto p. Similiter quoq; ſi forma pũcti z,reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto h,à tribus punctis circuli,reflectetur forma puncti z ad uiſum e,à tribus punctis ſpeculi,& ſi à quatuor punctis reflexio fiat in circulo,& à quatuor punctis reflexio erit in ſpeculo,& ſecundum hæc lo-

hæc loca imaginum numerantur, patet ergo propoſitum. Quod ſi dicatur quod à pluribus punctis ſpeculi quàm à quatuor poſsit fieri reflexio formæ pũcti z, ad uiſum exiſtentẽ in puncto e, ducta ab illo puncto linea longitudinis ſuper periferiam circuli cuius centrum eſt punctũ q, poterit per conuerſionem præmiſſæ demonſtrationis oſtendi, quod forma puncti z, reflectetur ad uiſum exiſtentem in puncto h, à pluribus punctis circuli ꝙ à quatuor, quod eſt impoſsibile, & cõtra 49. octaui huius. ſemper enim ut patuit ex præmiſsis à quotcunq; punctis circuli reflectitur forma puncti z ad pũctum h, à totidem punctis ſpeculi reflectetur eadem forma puncti z, ad punctum c, & econuerſo, & dicenti cõtrarium accidit impoſsibile modo prædicto, patet itaq; quod punctorum rei uiſæ in his ſpeculis quædam habent unicam imaginem, quædam duas, quædam tres, quædam quatuor, & quod non eſt poſsibile cauſari plures imagines in ſpeculis columnaribus uel pyramidalibus concauis, ſicut neq; in ſphæricis concauis, quod eſt notandum.

XXI.

Dato centro uiſus & puncto rei uiſæ in ſpeculis pyramidalibus concauis punctum reflexionis inuenire.

Sit ſpeculũ pyramidale concauũ, cuius axis ſit linea a d, ſitq; pũctus rei uiſæ 3, & centrũ uiſus ſit punctũ e, quæ ſint in locis datis, dico quod eſt poſsibile punctũ reflexionis inueniri. Si enim punctũ rei uiſæ quod eſt 3, & cẽtrum uiſus quod eſt e, fuerint in una plana ſuperficie ſpeculũ trans axem ſecante, tunc patet per 90. primi huius, quia communis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſpeculi eſt linea lõgitudinis pyramidis ſpeculi, poteſt itaq; punctũ reflexionis inueniri ſicuti in ſpeculis planis per 46. quinti huius, quod ſi puncta 3 & b, non fuerint in illa totali ſuperficie, imaginetur ſuperficies tranſiens per punctũ z, ſecans ſpeculũ æquediſtanter ſuæ baſi, erit ergo per 100. primi huius, cõmunis ſectio illius ſuperficiei & ſpeculi circulus, centrũ itaq; uiſus quod eſt punctũ e, aut erit in illa ſuperficie circuli aut non, quomodocunq; autẽ ſit, quia ut patet per 12. ſeptimi huius, impoſsibile eſt communem ſectionem ſuperficiei reflexionis, & huius ſpeculi circulum eſſe, ſed erit ſemper tunc illa communis ſectio oxigonia, replicata ergo demõſtratione 19. huius, uel proximæ præmiſſæ, patebit faciliter inuentio puncti reflexionis, forma enim puncti 3, reflectetur ad uiſum exiſtentem in puncto h, ab aliquo puncto circumferentiæ circuli, cuius centrum eſt q, uel forte à duobus, uel à tribus, uel à quatuor, & quotcunq; fuerint, ſemper modo præmiſſo inuenietur punctum reflexionis illi puncto circuli correſpondens, inuento puncto reflexionis illorum punctorum in periferia circuli per ea quæ declarauimus in diuerſis propoſitionibus octaui huius, patet ergo propoſitum.

XXII.

Ambobus uiſibus à ſpeculis columnaribus uel pyramidalibus concauis quaſi unica occurrit imago.

In his enim ſpeculis pũcta reflexiõis eiuſdẽ pũcti formæ rei uiſæ ad diuerſos uiſus eiuſdẽ uidentis nõ habẽt multã diuerſitatẽ diſtantiæ, ꝓpter uiſuũ approximationẽ ad ſe inuicẽ, ut ſi pũcti unius formę imago ſit aliqualiter ambobus uiſibus occurrẽs duplicata, ſunt tamẽ illæ imagines cõtiguæ & admixtæ, unde uidebũtur quaſi unica imago, diuerſitas enim locorũ illarum imaginũ propter ſui imperceptibilitatẽ nõ inducit aliquã diſtantiam in uiſu, nec aliquẽ efficit errorẽ, uidetur ergo imago quaſi una, & ſimiliter per modũ quo in 59. octaui huius oſtẽdimus, poſsibile eſt, quod diuerſorũ uidentiũ uiſibus diſtantibus & diuerſis, unica quandoq; in his ſpeculis, ſicut & in alijs, occurrat imago, cui propter ſedenitatẽ illius ſitus hic non duximus immorandum. patet ergo propoſitum.

XXIII.

Lineæ rectæ æquediſtãtis axi ſpeculi colũnaris cõcaui cẽtro uiſus exiſtente in eadem ſuꝑficie uel in alia, reflexio fit à linea longitudinis ſpeculi ad uiſum.

Eſto axis ſpeculi columnaris concaui linea quæ z h, ſitq; linea uiſa axi, ſpeculi æquediſtans t p h, ſitq; centrum uiſus punctũ e, dico quod formã lineæ t q h, reflectitur ad uiſum e, à linea longitudinis ſpeculi a b g, quæ eſt cõmunis ſectio ſuperficiei t h z k, & ſu-

 perficiei

perficiei ſpeculi,& hoc quidē ſi centrū uiſus ꝙd eſt e,nō fuerit in ſuꝑficie t h z k demōſtra ri poteſt omnimode ſicut in 30.ſeptimi huius.Si uero centro uiſus fuerit in eadē ſuꝑficie, demōſtrabitur idē propoſitū,ſicut in 50.ſeptimi huius,reflecteturꝗ forma puncti t, á pū cto ſpeculi g,& forma puncti q,á puncto ſpeculi b.& forma pūcti h,á pūcto ſpeculi a, e= rit itaq; angulus t g n æqualis angulo n g e,&angulus q b m æqualis angulo m b e,& an gulus h a r æq̄lis angulo r a e,patet etiā per 30.ſeptimi huius.ꝙd lineæ e k.h a,q b,t g,cō currūt inpūcto o,patet etiam idē quod linea a b g eſt linea recta extēſa in lōgitudine ſpe culi,& quod lineæ g z,b l,& a d, ſunt perpēdiculares ſuper ſuperficiē contingentē ſpecu lum,quæ contingit ipſum ſecundū lineam a b g,& quod linea a b g , eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem in qua eſt triangulus e b o,& quod linea t q eſt æqualis lineæ q h.& li- nea a b æqualis lineæ b g,palam itaq; cum in his & in illis ſpeculis hinc inde eadem ſit de monſtratio,quoniam formæ lineæ t q h,reflectitur ab his ſpeculis á linea longitudinis ip ſorum,patet ergo propoſitum,quoniam ſiue linea longitudinis quæ eſt a b g,ſit in conue xo uel in concauo ipſius ſpeculi,quantum ad hoc nulla eſt diuerſitas in propoſito.

XXIIII.

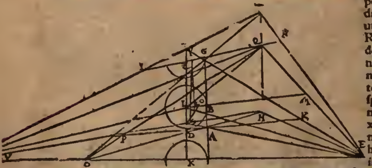
Imago lineæ æquediſtantis axi ſpeculi columnaris cōcaui centro uiſus ex iſtente in eadem ſuperficie,uidebitur recta æqualis & conformis rei uiſæ.

Sit diſpoſitio q̄ in præcedēti,reflectaturꝗ forma lineæ t q h,á ſuꝑficie ſpeculi ſecundū lineā lōgitudinis quæ eſt a g,& ſit centrū uiſus e,in ipſa ſuꝑficie t h z k,dico ꝙd imago li= neæ t q h,uidebitur recta æqualis ipſi lineæ t q h,quælibet em̄ perpēdicularis ducta a c ali quo pūcto lineæ t q h,erit ſemper in eadē ſuperficie cū cētro uiſus & axe,& ꝓbabuntur lo ca imaginū pūctorū lineæ t q h,ſituari ſecundū lineā rectā ſicut in ſpeculis planis per 52. quinti huius,oſtēſum eſt de lineis rectis uiſis,ut ſi aliqua linea recta rei uiſæ imaginetur in his ſpeculis collocari in loco imaginis,& uiſus ſituetur proporportionaliter ad illū, ſicut nūc ſituatus eſt ad lineā t h,erit locus imaginis illius lineæ,linea t h, & apparebit recta & æq̄lis rei uiſæ.Similiter ꝙq; illud ꝙd eſt in linea rei uiſæ ſuperius erit in imagine ſuperius & ꝙd in re uiſa eſt inferius,erit in imagine inferius.Erit itaq; imago cōformis rei uiſæ,la titudo uero taliū uiſorū erit maior ꝗ̄ latitudo ſuarū imaginū.qm̄ imagines ſecundū lati= tudinē cōſtringūtur ꝓpter pūcta reflexionū q̄ anguſtantur,& pūcta latitudinis diuerſan tur,qm̄ ſiniſtrū rei fit dextrū imaginis,& dextrū rei fit imaginis ſiniſtrū,patet ergo ꝓpo= ſitum.

XXV.

Lineæ rectæ æquediſtantis axi ſpeculi colūnaris cōcaui centro uiſus non exiſtente in eadem ſuperficie imago quādoq; uidebitur recta maior re uiſa, quandoq; concaua , quandoq; conuexa , quandoq; unica , quandoq; plures.

Remaneat diſpoſitio præcedentis,niſi quod centrum uiſus quod eſt e , non ſit in ſu= perficie t h z k, dico quod erit ut proponitur. Repetita enim demonſtratio = ne quinta ſepti mi huius. Pa= tebit quod in ſpeculis colum naribus conue xis locus imagi nis formæ pūcti h lineæ t q h eſt in pūcto ſ,& lo=



cus imaginis formę q eſt in pūcto c,& locus imaginis formę pūcti c eſt in pūcto i,ſic ergo in linea ſ c i,ſunt imagines formarū oim pūctorū lineę h q c,et patet ꝙd pūctus c eſt ꝓpin

quio

quior centro uiſus quod eſt e, ꝙ linea recta ſ i, & quod linea ſ i, eſt in ſuperficie trigoni u h t, & quod duæ lineæ u h & u t ſunt æquales, & quod duæ lineæ u ſ & u i ſunt æquales, relinquitur ergo ut duæ lineæ t i & h ſ ſint æquales, eſt ergo proportio lineæ t i ad lineã i u, ſicut lineæ h ſ ad lineam ſ u, ergo per 2. ſexti, linea ſ i, æquediſtat lineæ t h, patet etiam ex eadem 5. ſeptimi, quia duæ lineæ 3. e i ſunt æquales, ducatur ergo linea e u, quæ ſecet lineam ſ i in puncto f, diuidat ergo ipſam per æqualia, nã linea t h, diuiſa eſt in duo æqualia in puncto q, & erit linea t u, in ſuperficie trigoni q u e, quæ eſt ſuperficies circuli b f, æquediſtans baſibus ſpeculi, punctus itaq; c, erit in ſuperficie trigoni t u e, & ſimiliter punctum t, in ſuperficie trigoni t e i, eſt ergo punctũ c, in linea quæ eſt cõmunis ſectio illarũ duarũ ſpecierũ, ſcilicet trigonorũ q u e & t e i, ſed hæc cõmunis ſectio eſt linea e b, per 19. primi huius, punctus ergo c, cadit in rectitudinẽ lineæ e b, linea ergo q t, ſecat lineam e b in rectitudinẽ ipſius, & duæ lineæ h u & t u, ſub duobus pũctis d & 3, nam duæ lineæ h u & t u, ſunt duo katheti incidẽtiæ, ſcilicet duæ lineæ perpẽdiculares exiſtẽtes à duobus terminis lineæ t h, ſup duas lineas cõtingẽtes duas portiões duarũ ſectionũ columnarũ ſpeculi, in quarũ circumferẽtia ſunt duo puncta a & g, à quibus fit reflexio punctorũ t & h, ad uiſum in pũctũ e, ſuperficies ergo trianguli u h t, eſt ſub axe ſpeculi, quæ eſt 3 k, ſed nullum punctũ ipſius axis, etſi protrahatur in infinitũ, erit unꝗ in ſupficie trianguli u h t, nã ſi hoc eſſet poſſibile, tũc ſi axis k 3 cõtinuaretur cũ aliquo puncto lineæ h t ſecundũ lineã rectam, tunc illa ſuperficies in qua eſſet illa linea recta, & linea u h t, eſſet ſuperficies trianguli u h t, & illa ſuperficies eſſet illa in qua ſunt duæ lineæ æquediſtantes, quæ ſunt h t, & axis 3 k & ſic ſuperficies in qua ſunt duæ lineæ h t & k 3, eſſet ſuperficies trianguli h u t, & ſic totus axis 3 k, erit in ſuperficie trianguli h u t, ſed ex hypotheſi axis eſt æquediſtans lineæ h t, & ſecundũ iſtũ modũ accideret quod axis k 3, ſecaret duas lineas h u & t u, ſed & linea t h, ſecundum eius punctum h, eſt in ſuperficie trianguli u e h, quæ eſt ſuperficies reflexionis, & ſectio communis huic ſuperficiei & ſuperficiei columnaris ſpeculi & ſectio oxigonia, ſuperficies ergo e u h, ſecat axem columnarem ſpeculi in uno puncto, ſcilicet in puncto d, ut totum præoſtenſum eſt in commento 5. ſeptimi. Si ergo axis k 3, ſecat lineam h u, punctus ſectionis cum linea h u, erit in ſuperficie trianguli u e h, ſed in hac ſuperficie non eſt punctum per quod axis tranſeat niſi punctum d, ſecabit ergo axis k 3, lineam h u in puncto d, ſed per 111. primi huius, uel per 44. ſeptimi huius, oſtenſum eſt, ꝙd linea h u, ſecat axem ſub puncto d, in duobus punctis, ſecabit linea h u axem k 3, quod eſt impoſsibile, axis ergo k 3, totus eſt extra ſuperficiem h u t, & propinquior uiſui exiſtente in puncto e, ꝙ ſuperficies h u t, ſuperficies ergo in qua ſunt lineæ h t, & axis k 3, propinquior eſt centro uiſus puncto e, ꝙ ſuperficies u h t, & punctum f t eſt in ſuperficie in qua ſunt linea q l, per 7. undecimi, & in eadem ſuperficie cũ lineis æquediſtantibus quas copulat, quæ ſunt h t & 3 k, punctũ ergo t, eſt propinquius puncto e centro uiſus ꝙ ſit linea ſ 3. Sed punctũ cũ ſit cõmunis ſectio linearũ e b & q l, ut in 51. ſeptimi huius, præoſtendimus palam quod eſt in rectitudine lineæ e b. Si ergo linea e b ducatur ultra punctũ b, ipſa perueniet ad punctũ t, ſupponatur itaq; perueniſſe ad punctũ c, his itaq; ſic præmiſsis patet quod ſi linea ſ i, quæ eſt oſtenſa per 51. ſeptimi huius, in ſpeculis columnaribus cõuexis eſſe imago lineæ t h, & eſſe æquediſtans lineæ t h, & axi 3 k, & ſi in aliquo corpore uiſibili uiſus fuerit in puncto o, ex parte concauitatis ſpeculi columnaris, tunc forma lineæ, ſi reflectetur ad uiſum in puncto o, à linea longitudinis ſpeculi, quæ eſt a b g, & diuerſabũtur imagines eius ſecũdum diuerſitatem diſtantiæ ſuæ ab axe ſpeculi, quæ eſt 3 k, quia enim angulus e l m eſt acutus, ergo per 15. primi, angulus l b c eſt acutus, & linea e b c, eſt in ſuperficie circuli b f, & linea l b eſt ſemidiameter illius circuli per 27. ſeptimi huius, linea ergo e b c ſecat circulum, & eius pars quæ eſt b t, eſt intra circulum & intra concauitatem ſpeculi, & ſimiliter eſt de linea o b, quoniam ipſa cadit intra concauitatẽ ſpeculi, ideo ꝙd angulus o b l eſt acutus, & duo anguli o b l, & t b l ſunt æquales, ꝗniã ipſi per 25. primi, ſunt æquales duobus angulis q b m & m b e æqualibus, & ſemidiameter l b eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ contingentem columnam ſpeculi ſecundũ lineam longitudinis ſpeculi tranſeuntem per punctum b, forma itaq; puncti t, incidit ſpeculo per lineã

e b,& à puncto ſpeculi b,reflectitur per lineam b o,& comprehenditur à uiſu exiſtente in puncto o. Item patet per 5.ſeptimi huius,& ibi declaratum eſt,quod ſuperficies contingens ſpeculum columnare in puncto g eſt ſub puncto e centro uiſus, linea ergo e g, ſecat illam ſuperficiem contingentē,ſecat ergo in puncto g,qui eſt punctus reflexionis,lineam in eodem puncto g,contingentē periferiam ſectionis columnaris. quæ eſt cōmunis ſectio ſuperficiei reflexionis formæ puncti t,lineæ t h,& ſpeculi columnaris conuexi, & quia ſecat illam lineam contingentē in puncto ipſius ſpeculi,quod eſt g,ſecat ergo ſectionē oxigoniam,& cadit intra ipſam,cadit ergo intra concauitatē ſpeculi, & eſt linea g l,duæ ergo lineæ o g & g i,cadunt intra concauitatē ſpeculi,& linea 3 g, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiē contingentē columnā ſpeculi per 96.primi huius,quoniā ducitur ab axe perpendiculariter ſuper lineā longitudinis ſpeculi tranſeuntē per punctum g, & duo anguli o g 3 & 3 g i ſunt æquales per 15.primi,ut prius,forma ergo puncti i, incidit ſuperficiei concauæ ipſius ſpeculi ſecundum lineam i g,& à puncto ſpeculi g, reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto o,ſecundum lineam reflexionis,quæ e g o,& eodem modo patet,quod forma puncti o incidit ſpeculo ſecundum lineam ſ a, & reflectitur à puncto ſpeculi ad uiſum exiſtentem in puncto d,ſecundum lineam reflexionis, quæ eſt a o, & etiam patuit in commento 51.ſeptimi huius,quoniam duæ lineæ h u & t u ſunt perpendiculares ſuper duas lineas contingentes ſectiones oxigonias tranſeuntes per duo puncta h & g,imago ergo formæ puncti ſ,eſt in linea h u,per 26.quinti huius,ſed linea a o eſt linea reflexionis formæ puncti ſ, quoniam à puncto reflexionis quod eſt a,producitur ad uiſum exiſtētem in puncto o,imago itaq; forma puncti ſ,eſt in linea ſ o,per 37.quinti huius,punctum ergo h,quod eſt communis ſectio linearum h d & o a,eſt locus imaginis formæ puncti ſ,ſimiliter quoq; patet,quod punctum t eſt locus imaginis formæ puncti i. Ducatur quoq; linea t l,à puncto t,ad punctū centrum circuli b,eritq; linea a,producta ultra punctū c perpendicularis ſuper lineam contingentē circulum per 17.tertii, eſt ergo linea t l kathetus incidentiæ formæ puncti c,per diffinitionē illius katheti,quia ergo forma puncti c,reflectitur ad uiſum in punctū o,à puncto ſpeculi b,erit imago formæ puncti c,in linea q c l,quæ eſt kathetus ſuæ incidentiæ,ſed & in linea reflexionis, quæ eſt b o,neceſſe eſt eſſe eandem imaginem per 37.quinti huius,imago itaq; formæ puncti c, neceſſario eſt in puncto quod eſt cōmunis ſectio linearū l t q & o b,hoc aūt poteſt eſſe in partibus diuerſis,patuit enim per 11.octaui huius,quod imago formæ puncti quæ reflectitur à cōcauitate circuli ſpeculi,quādoq; occurrit uiſui inter uiſum & ſpeculū, quādoq; ultra ſpeculū,quādoq; in centro uiſus,quādoq; ultra uiſum,quādoq; in ipſa ſuperficie ſpeculi,& ut patet p 40.octaui huius,quādoq; apparet una imago, quādoq; duæ, quādoq; 3,quādoq; 4,imago ergo pūcti c,cū formæ ipſius reflexio fiat à pūcto periferiæ circuli æquediſtātis baſibus ſpeculi,erit forte in linea h q,ultra ſpeculū,& forte erit ultra lineā b q, & forte ultra lineā b o,retro uiſum,& forte erit in linea b o,inter uiſum & ſpeculū, & forte erit in pūcto o,ſcilicet in ipſo cētro uiſus,& forte erit unica imago,forte 2,forte 3,forte 4,ſi itaq; locus imaginis formæ pūcti c,uel alicuius pūcti formæ lineæ ſ i,utpote illius ſecundū quā lineā b c,pducta ultra pūctū c,ſecat lineam i ſ,quia & illud punctū reflectitur à pūcto ſpeculi columnare cōcaui,q̄d eſt b,ad uiſum exiſtentē in pūcto o,p 20.q̄nti huius. Si ergo locus imaginis formæ pūcti c,uel illius pūcti lineæ ſ i,fuerit punctū q, tūc linea h q t,erit diameter imaginis formæ lineæ i ſ,& ſi omnes imagines omniū punctorū lineæ ſ i fuerint in linea h q t,tūc imago eius erit linea recta,nam mediū eius punctū,quod eſt punctum q,eſt in rectitudine duarum ſuarum extremitatum, quæ ſunt h & t,quod ſi locus imaginis formæ puncti c, fuerit ultra punctum q, tunc imago lineæ rectæ, quæ eſt ſ i, erit concaua, eiusq; concauitas reſpiciat uiſum,& ſi imago formæ puncti c, fuerit in linea b o, uel in puncto o, centro uiſus, aut inter ſpeculum & uiſum, tunc uidebitur imago lineæ ſ i conuexa,cuius conuexitas reſpiciet uiſum, & ſi fuerit imago formæ puncti c,in linea b o, retro uiſum,tunc iterū uidebitur imago concaua,in cuius concauitate ſituabitur centrum uiſus,quod ſi punctum c plures habuerit imagines,tunc linea ſ i plures habebit imagines, quarum omnium extremitates coniungentur in punctis h &

t,& media ipſorum erunt diſtincta & ſeparata,& linea h t,erit cõmunis diameter omnium illarum imaginum quotcunq; fuerint imagines,& forte linea h t,quæ eſt diameter imaginis,erit maior ꝙ linea rei uiſæ,quæ eſt s i,in modica quantitate,patet ergo propoſitũ.

XXVI.

Superficie lineæ rectæ uel curuæ uiſæ,ſuperficiem in qua eſt axis ſpeculi columnaris cõcaui orthogonaliter ſecante, centroq; uiſus exiſtente in utraq; ſuperficie, à circumferentia circuli, qui eſt communis ſectio dictæ ſuperficiei & ſpeculi fiet reflexio, imagoq; lineæ uiſæ quandoq; erit recta, uel aliquando conuexa.

Eſto ſicut in 52.ſeptimi huius ꝓponitur,linea t h in ſupficie plana orthogonaliter ſecante ſuperficiẽ in qua ſunt centrũ uiſus e,& à pũctis dati ſpeculi colũnaris qui ſit d f,ſitq; centrũ uiſus q̃d ſit e,in eadẽ ſupficie lineæ t h,facta quoq; figuratione 52.ſeptimi huius, cõpleatur demonſtratio ut in illa ꝓpoſitione,eritq; imago lineæ rectæ quæ eſt t h curua,ſi itaq; ſpeculũ idem quod ibi conuexum accipit,aſſumatur concauũ,& in loco imaginis collocata intelligatur linea curua ſecundũ cuius terminos extremos ducatur etiã linea recta quæ ſit in ſupficie rei uiſæ,& centrũ uiſus diſponatur ꝓportionaliter circa illam lineam in eadem ſupficie,tunc locus imaginis lineæ curuæ uel rectæ uiſæ erit lineæ t h recta,patet ergo propoſitum,& forte linea imaginis erit æqualis recta uel forte conuexa,ſicut oſtenſum eſt in 57.octaui huius,& hoc eodem modo eſt deducendum.

XXVII.

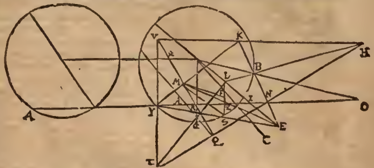
Superficie lineæ rectæ uiſæ orthogonaliter axem ſpeculi columnaris concaui ſecante, centro uiſus non exiſtente in eadem ſuperficie, reflexioneq; facta ad uiſum æqualiter diſtantem ab extremis illius lineæ eius imago uidebitur concauitatis magnæ uiſum reſpicientis.

Fiat omnimoda diſpoſitio figuræ quæ in 53.ſeptimi huius,dico q̃d uerum eſt quod ꝓponit̃,patet em̃ per ea q̃ in cõmento illius dicta ſunt,q̃d puncta t & h,quæ æqualiter diſtant à centro uiſus,punctũ.ſ.e,reflectunt̃ ad uiſum à duobus punctis oxigoniarum ſectionũ,cadentibus cum quodã circulo æquediſtante baſibus ſpeculi,q circulus erit medius inter lineã h t,& inter ſuperficiẽ tranſeuntẽ centrũ uiſus e,ſecantẽ ſpeculũ æq̃diſtãter baſibus ipſius ſpeculi,ſit ergo ut forma puncti h reflectit̃ in punctũ e,à puncto ſpeculi b,q eſt punctus periferiæ cuiuſdã ſectionis oxigoniæ q̃ eſt cõis ſuperficiei reflexiõis & ſuperficiei ſpeculi,cadens in circulo b g,lineæ ergo h b & b e,cõtinẽt angulos æq̃les cũ linea cõtingente illũ circulũ in pũcto b,& ſimiliter forma pũcti t,reflectit̃ ad uiſum e,à pũcto ſpeculi g,& lineæ t g & g e,cõtinẽt angulos æquales cũ lĩea cõtingẽte circulũ ſpeculi in pũcto g,lineæ q̃q; h b & t g,cõcurrũt in pũcto l,& lĩea h b cõtinet cũ lĩea ꝑpẽdiculari q̃ eſt b o,angulũ acutũ,lĩea ergo h b,ſecat ſupficiẽ cõtingẽtẽ ſupficie colũnæ in lĩea lõgitudinis,ĩ q̃ eſt pũctũ b,lĩea itaq; b l,cadit intra cõcauitatẽ colũnæ,& ſuper lineã g l. Similiter q̃q; duæ lineæ b f & g y,cadũt intra cõcauitatẽ colũnæ,& p 15.primi,duo anguli a b d & d b r ſunt æquales,cũ ipſorum cõtrapoſiti,q ſunt e b o & o h b ſint æquales p 20.qnti huius. Similiter quoq; duo anguli l g d & d g i ſunt æquales,ſi itaq; lĩea f i,quæ in ſpeculo columnari conuexo,& imago lineæ t h,fuerint tunc in aliquo uiſibili oppoſita ſpeculo columnari concauo,& centrũ uiſus fuerit in pũcto l,tunc forma puncti r,incidet in ſpeculo ſecundũ lineam r b,& reflectet̃ ad uiſum in punctũ l,à puncto ſpeculi b,& linea h u eſt ꝑpendicularis ſuper lineam contingentẽ ſectionem,in cuius periferia eſt punctum l, à quo fit reflexio,imago ergo formæ puncti r,erit in katheto r h,per 36.quinti huius,ſed & eadẽ imago neceſſario eſt in linea reflexionis q̃ eſt b l. Erit ergo in cõi illarum ſectione in pũcto h. Eſt ergo pũctũ h imago pũcti r,ut hæc oĩa patent p 37.qnti huius. Similiter q̃q; declarabit̃,ꝙ forma puncti y,incidet ſpeculo ꝑ lineã y g,& reflectet̃ ꝑ lineã g l,à pũcto ſpeculi g,& eius imago uidebitur in puncto t,& ducatur linea q u,hæc ergo ſecabit lineam r y,quæ eſt inter duo puncta q & u,puncta quoq; h q t u,ſunt omnia in ſuperficie circuli b g,ut patet ex p̃miſſis,ſecet ergo linea q u,lineam r y,in puncto m,punctum

itaq;

itaq; m, in ſuperficie tranſeunte pex axem ſpeculi, & per centrũ uiſus punctum l, nam ut in cõmento præaſſumptæ propoſitionis 53. ſeptimi huius patuit, puncta l & q. ſunt in illa ſuperficie, nam ut ibi acceptũ eſt, patet quod in illa ſuperficie in qua erat centrũ uiſus e, & axis ſpeculi, in eadem erat linea e l d, ſed & illa ſupficies ſecabit lineã h t, in puncto q, & linea e o, cadebat in punctũ u, ergo per 1. undecimi, linea q u, eſt in illa ſupficie, ergo & punctũ m, & quia duo puncta m & l ſunt in ſuperficie tranſeunte per axẽ columnæ, ideo forma puncti m, poteſt reflecti ad uiſum in punctũ l, in illa ſuperficie, & linea a 3, eſt cõmunis ſectio ſuperficiei columnæ ſpeculi & ſuperficiei tranſeunti per ſuum axẽ, & per punctũ l, quod eſt centrũ uiſus, forma ergo puncti m reflectetur ad uiſum in punctum l, quod eſt centrũ uiſus ab aliquo puncto ſpeculi lineæ. ſ. a 3, & ducatur linea e m, quæ erit in illa ſuperficie, & linea e l, etiã erit in illa ſuperficie, & punctũ e, ut ſupra patuit eſt elongatum à ſuperficie contingente columnã ſpeculi in linea a 3, ut patet per 5. ſeptimi huius. Si ergo linea a 3, ducatur in continuũ & directũ intra punctũ 3, cõcurret cum duabus lineis e m & e l, quæ ſunt in una ſuperficie cum linea a 3, concurrat ergo cum linea e m in puncto i, & cum linea e l, in puncto n, punctũ itaq; n cadet inter duo puncta e & l, quia punctum l, eſt intra concauitatẽ columnæ, & punctũ n eſt extra ipſius conuexitatẽ in ſuperficie columnæ, q̃m eſt in linea longitudinis columnæ, quæ eſt a 3, punctum uero e, quod in ſpeculis columnaribus conuexis ſuppoſitũ fuit eſſe centrũ uiſus, & elongatum à ſuperficie columnari ſpeculi, patuit quoq; in demonſtratione 53. ſeptimi huius, qđ circulus b 3 g, eſt medius inter lineam h t, & inter ſuperficiẽ exeuntem à puncto e, æquediſtantẽ baſibus columnæ ſpeculi, & linea ꝑpendicularis exiens à puncto e, ſuper lineam a 3, eſt in ſuperficie tranſeunte punctum e, & ſecante ſpeculũ æquediſtanter baſibus columnæ, ergo linea perpendicularis exiens à puncto e, ſuper lineam a 3 n, cadit extra angulũ e i n, & uerſus partẽ puncti n, q̃m linea e n, l d u, eſt cõmunis ſectio ſupficierum reflexionis ſecundũ quas reflectunẽ formæ punctorũ h & t, quæ cũ ſint oxigoniæ ſectiones, patet per 103. primi huius, q̃m ipſæ ſunt oblique, ſecantes axem ſpeculi, ergo & ipſarũ cõmunis ſectio oblique incidit illi axi ſpeculi, ergo per 32. primi, angulus e i n eſt acutus, ergo per 15. primi, angulus m i a eſt acutus, & angulus m i n erit obtuſus per 13. primi, educatur ergo per 12. primi, à puncto m linea perpendicularis ſuper lineã q i, quæ ſit m k, ſecans lineam a i in puncto k, punctũ ergo k, erit inter puncta i & a, q̃m ſi caderet inter puncta i & n, fieret unius trigoni, unus angulus rectus & alter obtuſus, qui eſt m i n, qđ impoſſibile, cadet ergo punctum k, inter puncta i & a, producatur itaq; linea m k, ultra punctũ k, ad punctũ s, donec linea k s fiat æqualis lineæ m k. Erit ergo punctus s extra ſuperficiem ſpeculi, & ultra cõcauitatẽ eius, & punctus l, in quo eſt centrum uiſus, erit intra ipſius ſpeculi concauitatẽ, ducatur itaq; linea s l, quæ ſecabit lineã n k, q̃m cum linea n k, ſit pars lineæ longitudinis ſpeculi, patet qđ ipſa eſt cadens inter puncta s & l. Secet ergo ipſam in puncto f, & à puncto f, ducatẽ per 31. primi, linea æquediſtans lineæ k m, quæ ꝓducta ad axem ſpeculi ſecet ipſam in puncto x, ſitq; linea f x. Erit ergo per 29. primi, linea f x, perpendicularis ſuper lineã longitudinis ſpeculi, quæ eſt a n, q̃m linea m k, æquediſtans lineæ f x, eſt perpendicularis ſup ipſam a n, eritq; linea f x, in ſuperficie tranſeunte per axem ſpeculi, & per punctũ l. Eſt ergo linea f x ſemidiameter circuli tranſeuntis per punctũ f, æquediſtanter baſibus columnæ per 21. ſeptimi huius, linea ergo f x, eſt ꝑpẽdicularis ſup ſuperficiẽ contingentẽ columnã ſpeculi ſecundum lineam longitudinis, quæ eſt a 3, ducatẽ itaq; linea m f, quia ergo duorũ trigonorũ m k f, & f k s, duo latera m k & k s ſunt æqualia ex hypotheſi, & latus k f, cõmune ambobus illis trigonis, anguliq; ad punctũ k ſunt recti, ergo per 4. primi, latus m f, eſt æquale lateri f s, ergo ꝑ 5. primi, angulus f m s, æqualis erit angulo f s m, linea uero f x, æquediſtat lineæ s m, ergo per 29. primi, angulus x f l extrinſecus, æqualis s eſt angulo f s m, intrinſeco, & anguli x f m & f m s ſunt æquales, quia coalterni, angulus ergo x f m, eſt æqualis angulo x f l, forma ergo puncti m, incidens ſpeculo ſecundũ lineam m f, ſecundum lineam reflexionis, quæ eſt f l, reflectitẽ ad uiſum exiſtentẽ in puncto l, à pũcto ſpeculi f, ꝑ 20. quinti huius, & linea x f, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ contingentẽ ſpeculũ in puncto

puncto f, & qm̃ linea m k, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ ſpeculi, quia eſt perpendicularis ſuper lineam longitudinis, quæ eſt a 3. patet quod linea m k, eſt kathetus incidentiæ formæ puncti m, in ipſa ergo locus imaginis formæ puncti m, per 26. quinti huius, ſed & idẽ locus eſt in linea reflexionis quæ eſt l f. In illaꝝ ergo lineaꝝ cõmuni ſectione quæ eſt punctum s, eſt locus imaginis formæ puncti m, per 37. quinti huius, & quia duæ lineæ f y & h t ſunt æquediſtantes & perpẽdiculares ſuper ſuperficiẽ tranſeuntẽ per axẽ ſpeculi & per centrũ uiſus q̃d eſt nũc punctum l, qm̃ linea h t, taliter fuit diſpoſita in 53. ſeptimi huius, duæ igitur ſuperficies uniformiter exeuntes à duabus lineis h t & r i, erunt æquediſtantes & ꝑpẽdiculares ſuper ſuperficiẽ tranſeuntẽ per axẽ, per 18. undecimi, & quia linea r i, eſt ꝑpendicularis ſuper ſuperficiẽ trãſeuntẽ per axem & per punctũ l, ideo per 18. undecimi, ſuperficies duaꝝ lineaꝝ, quæ ſunt r m y & m s, erit ꝑpendicularis ſuper ſuperficiem tranſeuntẽ per axem, & per punctum l, & erit per 19. primi huius, linea m s communis ſectio illaꝝ duarum ſuperficierum, & qa linea a k, cũ ſit pars lineæ longitudinis ſpeculi, quæ eſt a 3. eſt in ſuperficie tranſeunte per axem, qa omnis ſuperficies ſecans columnam ſecun

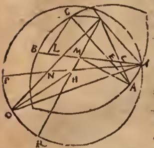


dum lineam longitudinis per æqualia, tranſeat per axem illius columnæ, ut patet ꝑ 93. primi huius, ſed & linea a k, eſt ꝑpẽdicularis ſuper lineam m s, quæ eſt communis ſectio inter ſuperficiẽ tranſeuntẽ per axem, & inter ſuperficiẽ duarũ lineaꝝ, quæ ſunt r m & m s, ergo linea a k n eſt erecta ſuper ſuperficiẽ r m s, & linea a n, eſt æquediſtans axi ſpeculi, ergo per 8. undecimi, erit axis ſpeculi perpẽdicularis ſuper ſuperficiẽ in qua ſunt duæ lineæ r m & m s. Illa ergo ſuꝑficies eſt perpendicularis ſuper axem columnæ, punctum itaq; s, eſt in ſuꝑficie exeunte ex linea r i, perpendicularis ſuper axem columnæ ſpeculi, ſed linea h t eſt in ſuperficie perpendiculari ſuper axem ſpeculi æquediſtanti ſuperficiei exeunti ex linea r y, punctũ ergo s, eſt extra lineam h t, eſt ꝓpinquius pũcto l, centro uiſus, ꝙ ſint duo pũcta h & t, & duo puncta h & t ſunt imagines formaꝝ duoꝝ punctorũ r & y, & punctũ s eſt imago formæ puncti m, palam ergo, quia imago formæ lineæ r m y, eſt linea tranſiens per puncta h s t, ſed talis linea eſt arcualis, qa punctũ s eſt extra rectitudinem lineæ h t, tranſiens itaq; per puncta h s t, linea arcualis quæ ſit h s t, & quia linea h t, ſecundum hypotheſim 53. ſeptimi huius, fuit elongata à conuexo columnæ, erit linea h t, ultra ſuperficiem ſpeculi reſpectu puncti l, qđ eſt nũc centrũ uiſus, & iam ſupra oſtenſum eſt, ultra cõcauitatẽ ſpeculi reſpectu pũcti l, & pũctũ l eſt intra cõcauitatẽ ſpeculi, punctũ ergo l, qđ eſt centrũ uiſus, eſt extra ſuꝑficiem in qua eſt linea h s t, arcualitas ergo lineæ h s t, apparebit uiſui manifeſte, & quia punctum f, eſt in ſuperficie columnæ ſpeculi extra ſuꝑficiẽ circuli b g, & linea t h eſt ultra ſpeculũ in ſuꝑficie circuli b g, qm̃ eſt in ſuꝑficie trigoni l h t, erit linea l f s, altior ꝙ ſuꝑficies trigoni l h t, linea ergo l s, erit altior duabus lineis l h & l t, reſpectu uiſus l, punctũ ergo s eſt altius ꝙ duo puncta h & t, linea ergo h s t, apparebit uiſui exiſtenti in puncto l, cõcaua cõcauitate uiſum reſpiciẽte qđ eſt ꝓpoſitum.

XXVIII.

Superficie incidentis lineæ rectæ uiſæ oblique ſecantis axem ſpeculi columnaris concaui centro uiſus exiſtente in eadem ſuperficie, imago uidetur concaua reſpectu uiſus & conuerſa ſecundum ſitum.

Eſto ſpeculum columnare concauũ,cuius axis ſit h q,& ſecetur per ſuperficiem obliquam ſuper axẽ, erit ergo cõmunis ſectio illius ſuperficiei & ſuperficiei ſpeculi ſectio oxigonia per 103.primi huius,ſit aũt ſectio a b g,ſed in 11.huius oſtenſum eſt,qđ qñq; in ſuperficie oxigoniæ ſectionis à puncto reflexionis erit linea perpendicularis ſuper ſuperficiem contingentẽ ſpeculũ columnare,ex cuius duobus terminis.ſ.ex duabus communibus ſectionibus ſui,& ſuperficiei ipſius ſpeculi ſit reflexio formarũ ad uiſum,ſit ergo in ſectione a b g,huius ꝑpendicularis,quæ ſit g a,& ſit linea b e k, ꝑpendicularis ſuꝑ lineã cõtingentẽ ꝑiferiã ſectionis in pũcto b,& ſit pũctũ b,ꝓpe pũctũ g,itaq; liea ducta à puncto b.cũ linea ꝑpẽdiculari ducta ſuper ſupficiẽ ſpeculi à puncto reflexionis quæ ſit g,contineat ſuꝑ axem ſpeculi angulũ acutum,patet ergo per 44.ſeptimi huius,q̃m linea b e k,ſecabit lineã ꝑpendicularẽ,quæ eſt g a,ſub axe ſpeculi, & cõtinebit cũ ipſa angulum acutum,ſiat ergo illarũ linearũ ſectio in puncto e,angulus ergo b e g erit acutus per 32.primi,ut patet,cadatq; pũctũ k in periferiã ſectionis,& à puncto g,ducatur per 31. primi,linea æquediſtans lineæ b k,quæ ſit linea g d,erit ergo angulus d g e,per 29.primi,æqualis angulo b e g,ergo uterq; eſt acutus,linea ergo g d,erit intra cõcauitatẽ ſpeculi,q̃m linea à puncto g,termino ꝑpendicularis,quæ eſt a g,extra ſectionẽ ducta cõtinget ſectionẽ,& continebit angulũ rectum cum linea a g,aut non continget, & continebit angulum obtuſum,ſiat itaq; per 23.primi,ſuper punctum g terminũ lineæ e g,angulus æqualis angulo e g d,qui ſit e g l linea ergo g l concurret cũ linea b e k,ꝑ 14.primi hui9,ideo qđ angulus g e l & l g e,ambo ſunt acuti,ſit concurſus in puncto l,qui ſit punctus lineæ b k,& in linea l e, ut contigerit.ſignetur punctũ m,& ducaſ linea a m,erit ergo angulus m a g acutus per 32.primi,ideo ut prius oſtendimus,quia angulus m o g,qui eſt maior angulo m a g, cũ ſit ei extrinſecus & acutus, ut patet ex præmiſſis,linea m a,cadit intra ſectionẽ,ſiat quoq; ſuper punctũ a,terminũ lineæ a g,angulus æqualis angulo g a m, qui ſit angulus g a d, linea ẽ m a d,concurret cum linea g d,ꝑ 14.primi huius,ideo q̃a anguli d g a & d a g ſunt acuti, ſit ergo cõcurſus in puncto d,linea itaq; a d,ſecabit lineam b k, cõcurrens cum ipſa per 2.primi huius,q̃m concurrit cum eius æquediſtante quæ eſt d g, ſecet ergo ipſam b k in puncto t,cum itaq; l k fuerit in aliquo corpore uiſibili,& centrũ uiſus fuerit in puncto d,tunc forma puncti l,uidebitur in puncto ſpeculi g,quod eſt punctum reflexionis,& hoc accidit per 10.huius,ideo quia forma puncti l,reflectitur ad uiſum exiſtentẽ in puncto d,à puncto ſpeculi g,& linea k l b, quæ eſt kathetus incidentiæ formæ puncti l, æquediſtat lineæ g d,quæ eſt linea reflexionis,nunq̃ ergo concurrent, & ſit locus imaginis formæ puncti l,erit in puncto reflexionis quod eſt g. Similiter q̃q; forma puncti m,reflectiẽ ad uiſum exiſtentẽ in puncto d,à puncto ſpeculi quod eſt a, & kathetus incidentiæ quæ eſt linea b m k, ſecat lineam reflexionis quæ eſt a d in puncto t,ergo punctũ t eſt locus imaginis formæ puncti m,per 37.quinti huius,tranſeat itaq; per punctũ d,quod eſt centrum uiſus, ſuꝑficies plana æquediſtãs baſibus columnæ,hæc ergo ſuperficies ſecabit columnam ſpeculi ſecundum circulum per 100.primi huius,qui circulus ſit p o r, & q̃m centrum uiſus d,eſt in ſuperficie ſectionis a b g,palam quod ille circulus p o r,ſecabit ſectionem oxigoniam a b g,in duobus punctis per 104.primi huius,ſuperficies ergo illius circuli ſecabit lineam b k,q̃m ſecat lineam g d æquediſtantem lineæ b k,ducitur ẽm per punctum d,ſit ergo ut ſecet lineam b k in puncto k,ſitq; centrũ circuli p o r punctũ h, & ducatur linea k h,quæ ducta per circulum ſecet ipſius periferiã in puncto p,& ducatur linea d h, quæ ꝓducta ad periferiã circuli incidat ipſi in puncto k,forma ergo puncti k,reflectiẽ ad uiſum exiſtentẽ in puncto d,ab aliquo puncto arcus r p,ut patet ꝑ 27.octaui huius,uerũ hoc oſtenſum eſt de reflexione formæ uiſibili ad uiſum ſecundũ talẽ ſitũ ab aliq̃ puncto periferiæ circuli,ſit ergo n ſ,ſiat illa reflexio à puncto ſpeculi.ſ.arcus p r,qđ ſit pũctũ o,& ducanẽ lineæ k o,d o,h o,angulus k o h,eſt æqualis



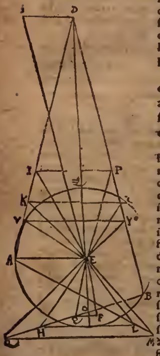
lis angulo h o d, per 20. quinti huius, & q̄m linea reflexiõis q̄ eſt d o, ſecat diametrum h p, ideo quia linea d h r, tranſit per centrum circuli, citra quē reſpectu puncti o, ducitur li nea d 9, hæc ergo ſecat diametrū h p, ſit ut ſecet ipſam in puncto n. Eſt autē linea k h p, kathetus incidentiæ formæ puncti k, ergo per 37. tertij huius, punctū n, eſt locus imaginis formæ puncti k, ducat̃ itaq; linea k d, quæ per 19. primi huius, erit cõmunis ſectio ſuperficiei circuli p o r, & ſectionis a b g, uel pars illius cõmunis ſectionis, nam duo puncta k & d, ſunt in utraq; illaꝝ ſupficieꝝ, & nihil de ſupficie ſectionis oxigoniæ, quæ eſt a b g, eſt in ſupficie circuli r p, niſi in linea k d, uel linea cuius pars eſt linea k d, punctū ergo g, eſt intra circulū, & ſimiliter punctū b, & ſunt in ſupficie ſectionis, & punctū n, eſt in ſupficie circuli r o, & forma imaginis lineæ l m k, tranſit ꝑ puncta g t n, linea uero per tranſiens hæc puncta eſt arcualis, q̄a ſupficies ſectionis eſt decliuis ſup ſuperficiē columnæ per 103. primi huius, longior ergo diameter ipſius ſectionis nõ tranſit per totū axē columnæ, neq; eſt ſupficies ſectionis æq̄diſtans baſi colũnæ, linea ergo t n g, quæ eſt imago lineæ rectæ k m l, cuius ſuperficies ſecat axē ſpeculi oblique, eſt curua maximę curuitatis, & eius cõcauitas reſpicit uiſum exiſtentē in puncto d, & q̄a punctū t, eſt imago formæ puncti m, & punctū n, imago formæ puncti k, & punctū g, eſt imago formæ puncti l, patet qđ imago lineæ l m k eſt conuerſa, ita qđ ſuperficiei punctus imaginis reſpectu uiſus, qui eſt g, corrñdet infimo puncto lineæ uiſæ, qui eſt l, & infimus punctꝰ imaginis qui eſt n, corrñdet ſupremo puncto lineæ uiſæ, q̄ eſt k. Sic ergo ſitus partium imaginis nõ eſt cõformis ſitui partiū rei uiſæ, ſed cõuerſus & difformis, patet ergo ꝓpoſitū; patet itaq; ex hac ꝓpoſitione, & duabus ꝓmiſſis, qđ lineæ rectæ æq̄diſtantes axi ſpeculi colũnaris cõcaui, & æq̄diſtātes baſi eius, & etiā quæ ſunt obliquæ ſup ſuperficiē eius, q̄nq; uidebunt̃ arcuales, q̄nq; rectæ, q̄nq; cõuerſæ, formæ ergo eoꝝ quæ cõprehendũt̃ in ſpeculis colũnaribus cõcauis, q̄nq; erit directa cõformis i ſuo ſitu ſitui partiū rei uiſæ, & q̄nq; erit difformis cõuerſum habens ſitum ſuarū partiū reſpectu uiſus partiū rei uiſæ, & in reſpectu ad uiſum.

XXIX.

Imago lineæ rectæ exiſtentis in ſuperficie ſpeculū columnare concauum tranſaxem orthogonaliter ſecante, centroq; uiſus exiſtente in eadem ſuperficie uidebitur recta, quandoq; maior, quandoq; æqualis, quandoq; minor re uiſa, ſed ſemper conuerſum habens ſitum, & quandoq; una, quandoq; plures imagines uiſui occurrent.

Sit ſecundum diſpoſitionem 48. octaui huius, circulus a b 3, cuius centrū in ſupficie ſpeculi columnaris concaui æquediſtans baſibus ſpeculi, & ſit centrū uiſus in puncto d, erit ergo linea d g, ut in ꝑdicta 48. ꝑmiſſum eſt ꝑpendiculariter erecta ſuper ſupficiē circuli, & ſint duæ lineæ e a & e b perpendiculares ſup ſuperficies cõtingentes ſuperficiem colũnæ ſpeculi, & erit ſupficies trianguli d e g, ꝑpendiculariter erecta ſup ſupficiē circuli a b 3, ꝑ 18. undecimi, q̄a linea g d eſt ꝑpendicularis ſup ſupficiē circuli, hoc eſt ſuper eā ſuperficiē, cuius ſectio efficit circulū a b 3, ſupficies ergo trigoni d e g, ut patet per 19. undecimi, & ꝑ 92. primi huius, tranſit ꝑ totū axem ſpeculi, & ꝑ centrū uiſus qđ eſt punctū d, & neutra ſupficies eaꝝ q̄ ſunt d b o & d a o, q̄ ſecant ſe in liea d o, ut patet ꝑ 19. primi huius, tranſit ꝑ totū axem, & in neutra illaꝝ ſupficieꝝ eſt aliq̄d de axe niſi punctū e, qđ eſt centrū circuli a b t, utraq; ergo ſupficies q̄ ſunt d b o & d a o, ſecat ſupficiē columnarē ſpeculi ſecundū oxigoniā ſectionē, & ſit reflexio formaꝝ ad uiſum à duobꝰ pūctis illaꝝ ſectionū, quæ ſunt a & b, ut patet ꝑ ꝑmiſſam 46. octaui huius formæ ergo pūcti r, reflectetur ad uiſum exiſtentē in puncto d, à puncto ſpeculi qđ eſt b, & forma puncti m reflectit̃ ad uiſum in punctū d, à pūcto ſpeculi qđ eſt a, & q̄m kathetus incidentiæ formæ pūcti r, eſt linea r e n, ſecans lineā b d, q̄ eſt linea reflexionis in puncto n, & kathetus incidētiæ formæ pūcti m, eſt linea m e u, ſecās lineā reflexiõis quæ eſt a d, in pūcto u, patet qđ pūcta n & u ſunt loca imaginū formaꝝ punctoꝝ r & m, & erit linea n u, diameter imaginis, formæ lineæ m r, & eſt minor q̄ liea m r, ut patet in 49. octaui huius, & ſimilit̃ formæ duoꝝ punctoꝝ h & l, reflectent̃ ad uiſum in punctū d, à duobꝰ pūctis ſpeculi q̄ ſunt

a & b, & erit ꝑ modũ prius dictũ cũ linea t k, diameter imaginis formæ lineæ l h, & ſecũdũ p̃miſſa in 48. octaui huius, erit diameter imaginis t k, æqualis diametro rei uiſæ quæ eſt linea l h. Similiter q̃q; linea p i, erit diameter imaginis formæ lineæ f q, & eſt maior q̃ diameter rei uiſæ quæ eſt linea f q, & oẽs iſtæ imagines erũt cõuerſæ, ut oſtenſum eſt in 50. octaui huius. Si uero centrũ uiſus fuerit in pũcto o, & formæ linearũ quæ ſunt p i, t k, & n u, reflectanť ad uiſum in puncto o, à punctis ſpeculi quæ ſunt a & b, tũc erit econuerſo. Erit eñ diameter imaginis lineæ p i, quæ eſt linea f q, minor diametro t k rei uiſæ & erit linea l h, diameter imaginis lineæ t k, & æqualis ei, & erit linea m r, diameter imaginis lineæ n u, & maior q̃ illa. Omnesq; imagines linearũ iſtarũ rectarũ erunt rectæ, ſed cõuerſæ ſecundũ ſitũ & ordinẽ ꝑtiũ quę habent ipſæ res, nam dextrũ rei fit ſiniſtrũ imaginis, & ſiniſtrũ rei fit dextrũ imaginis, & ſimiliter eſt de ꝑtibus quæ ſunt ſurſum & deorſum. Itẽ cũ utraq; extremitatũ harũ linearũ unicã habuerit imaginẽ, & aliquod aliud punctum in medio plures habuerit imagines, tunc forma illius lineæ tot habebit imagines, quot punctũ mediũ ipſius, & oẽs iſtæ imagines copulabunť ad puncta extrema illius imaginis, & erit illa linea unica diameter oĩm illarũ imaginũ, & ſi utraq; extremitas illius lineæ uel altior ipſarũ plures habuerit imagines, pũctũ nõ mediũ habuerit tñ unã. Iterum illa linea tot habebit imagines quot eius puncta extrema ambo, uel ſaltem alterni ſuum punctũ extremũ, & ſi utraq; extremitas uel altera plures habuerit imagines, & ſimiliter punctum mediũ multas habuerit imagines, tunc tota linea habebit imagines ſecundũ numerũ maiorẽ, & hoc patebit, ſicut patuit ſupra de imaginibus ſpeculorũ ſphæricorũ concauorũ. In ſpeculis eñ colũnatibus cõcauis accidit fallacia in omnibus quæ in eis cõprehenduntť, ſicut accidit in ſpeculis ſphæricis concauis. ſ. de formis ſpecierũ uiſibilium, & de quantitatibus, & de numero ſuarũ imaginum, & de conformitate ipſarũ ad res, quarũ ipſæ ſunt imagines, & de difformitate ſitus ipſarũ ſecundum cõuerſionẽ formarũ partialiũ cum omnibus fallacijs quæ approprianť cõuerſioni, & oẽs fallaciæ ſunt in his ut in ſpeculis prædictis ſphæricis concauis, patet ergo illud quod ꝓponebatur.



XXX.

Lineæ rectæ uiſæ non æquediſtantis axi ſpeculi columnaris concaui, cuius ſuperficies incidentiæ ſecat axem oblique, centro uiſus non exiſtente in eadem ſuperficie, uidetur imago curua diuerſæ curuitatis ſecundum diuerſitatem ſui ſitus & conuerſa.

Fiat in iſto ꝓpoſito theoremate diſpoſitio talis quæ in 28. huius, apparebitq; totum qđ ibi ponitur in his ſpeculis columnaribus concauis, poſito itaq; ut aliqua linea recta non æquediſtet axe ſpeculi columnaris concaui, cuius ſuperficies incidentiæ oblique ſecat illum axem, ſi centrum uiſus fuerit in illa ſuperficie, tunc patet per 28. huius, quod imago illius lineæ uidetur curua reſpectu uiſus, & conuerſa ſecundum ſitum ipſius rei uiſæ, quod ſi centrum uiſus fuerit extra illam ſuperficiem à puncto d, in quo eſt illic centrum uiſus, tunc ſi à punctis a g o, à quibus fit ibi reflexio, erigantur lineæ longitudinis ſpeculi per 100. primi huius, inueniantur puncta reflexionũ formarũ punctorũ m b k, pateťq; ſecundum modum plurium præmiſſarũ, quod forma punctorũ k m b, reflecteť ad uiſum ſecũdũ diſpoſitionẽ ſuo ſitui diuerſam, & ſecundũ hoc diſponeť curuitas imaginum & cõuerſio figuræ, q̃d ſi centrũ uiſum nõ fuerit in lĩea ꝑpendiculariter erecta ſuꝑ illã ſuperficiẽ à pũcto d, tũc à centro uiſus ducať ꝑpẽdicularis ſuꝑ illam ſuꝑficiẽ per 11. undecimi, & inuentis punctis reflexionis formarũ punctorum b m k, patebit propoſitum ut prius, & hoc proponebatur.

Forma

XXXI.

Forma alicuius lineæ curuæ incidentis uertici ſpeculi pyramidalis concaui oblique ſuper axem reflectitur ad centrum uiſus inter illam lineam & ſuperficiem ſpeculi conſtitutam à linea longitudinis ſpeculi, imagoq́; ipſius uidetur recta,& ſi illa linea incidēs fuerit recta,eius imago uidebitur curua modicæ curuitatis, cuius conuexitas uel concauitas eſt ad uiſum.

Fiat diſpoſitio omnimoda quæ in 55. ſeptimi huius, inuenieturq́; in ſpeculis pyramidalibus conuexis lineæ rectæ quæ eſt a n, propoſito modo illud ſpeculum reſpicientis imago curua inter cōcauitatem ſpeculi quæ eſt a p y, punctū quoq; quod eſt ſub ſuperficie ſpeculum contingentem ſecundum lineam longitudinis ſpeculi quæ eſt a u e, à qua fit reflexio formæ lineæ rectæ uiſæ quæ eſt a n,ad uiſum exiſtentem in puncto r,erit illic punctū k,in quo puncto f,ſi fuerit centrum uiſus erunt omnia puncta quæ ſunt in illa curua imagine, uel quæ ſunt in linea recta ſcilicet in diametro imaginis reflexa ad punctū f.& imago lineæ curuæ quæ a p y,erit linea recta, quæ eſt a n,uel imagines duarum extremitatū lineæ a p y,erunt in linea a n,& in extremitatibus illius.& loca imaginis puncti p,quod eſt in medio lineæ a y,diuerſabuntur,& hoc poteſt eodē modo declarari ſicut ſibi ſimile declaratum eſt in 55.ſeptimi huius,quoniam enī ut ibi declaratū eſt, angulus z r f eſt æqualis angulo z f r. Eſt autem angulus p z h æqualis angulo t z r, per 15.primi,& angulus t z r eſt æqualis angulo z f r,per 29.primi,ſed per eandem 29. primi,angulus h z f eſt æqualis angulo z f r.Eſt ergo angulus p z h æq̄lis angulo h z f, palam ergo per 20.quinti huius,quoniā fiet reflexio formæ puncti p, ad uiſum exiſtentem in puncto f,à puncto ſpeculi pyramidalis concaui quod eſt z, & quoniam linea h p o eſt kathetus incidentiæ formæ puncti p,& linea f z o eſt linea ſuæ reflexionis ad uiſum exiſtentem in puncto f,patet per 37.quinti huius, quoniam punctum o, eſt locus imaginis formæ puncti p, ſimiliter quoq; angulus y e d eſt æqualis angulo h e r,quæ p 29. primi, eſt æqualis angulo e r f, & per eandem 29. primi, angulus d e f eſt æqualis angulo e f r, ſed ut in cōmento 55.ſeptimi huius,oſtenſum eſt angulus e f r eſt æqualis angulo e r f,eſt igitur angulus y e d æqualis angulo d e f. ergo per 20. quinti huius,reflectitur ad uiſum exiſtentem in puncto f,à puncto ſpeculi concaui quod eſt e,& quoniam linea y n,eſt kathetus incidentiæ formæ puncti y, & linea f e n eſt linea ſuæ reflexionis, patet per 37. quinti huius,quod locus imaginis formæ puncti y,& punctum n,& punctum a,ſicut reflectitur à uertice ſpeculi,ſic locus imaginis ſuæ eſt ibidem, per ea quæ dicta ſunt in 11. & 12.octaui huius.& in 10.huius.erit ergo imago totius lineæ a p y,curuæ,linea a o n recta,quoniam de alijs punctis eſt eodem modo demonſtrandum, quod ſi aliquod uiſibile ſtatuatur in loco lineæ rectæ a y, quæ eſt diameter illius curuæ imaginis lineæ a p y, tūc duæ extremitates lineæ a y, quæ ſunt a & y, habebunt ut prius loca ſuarum imaginū in punctis a & n,loca uero imaginis puncti medij correſpondentis puncto p, quæ cadit in producta linea z p,& aliorum punctorum mediorum diuerſabuntur,& ſecundum diuerſitatem cōcurſus kathetorum incidentiæ formarum illorum punctorum cum lineis ſuarum reflexionum ſecundum quas à punctis lineæ longitudinis quæ eſt a u e, ſpeculi ꝓpoſiti concaui reflectuntur ad uiſum exiſtentem in puncto f,uel ultra lineam a o n,uel citra illam, loca imaginum illorum punctorū diuerſabuntur quandoq; ad concauitatem, quandoq; ad conuexitatem reſpicientem centrum uiſus,erit tamen illa concuruitas modica,quoniam prædictorum locorū imaginum reſpectu lineæ a o n, modicus eſt exceſſus,palam itaq; ex præmiſſis,quod ſi linea recta quæ eſt diameter imaginis curuæ q̄ eſt a p y,fuerit in aliquo uiſibili,& centrum uiſus fuerit in puncto f,tunc imago lineæ rectæ præmiſſo modo diſpoſitæ forte uidebitur conuexa,& forte uidebitur concaua,quod eſt propoſitum.

XXXII.

Lineæ rectæ uiſæ ſuperficie incidentiæ axem ſpeculi pyramidalis concaui orthogonaliter ſecante, centroq́; uiſus non exiſtente in eadem ſuperficie, imago uidebitur concaua mirabilis concauitatis uiſum reſpicientis.

Sit ut in 27. huius libri, centrum uiſus punctum l, & linea uiſa r m y, cuius extrema puncta quæ ſunt r & y, æqualiter diſtent à centro uiſus l, ſitq́ centrum uiſus extra ſuperficiem lineæ r y, quæ producta ſecat ſpeculum pyramidale cõcauum æquediſtanter baſi ſecundum circulum quæ ſit b g, cuius centrum ſit d, reflectaturq́ forma puncti r, ad uiſum l, à puncto ſpeculi g, eruntq́ puncta b & g, quamuis ſint in circulo, ut cum ſunt puncta reflexionum, erunt in duabus oxigonijs ſectionibus ſecantibus ſe ſecundum lineam d l, ut patet hoc per 7. ſeptimi huius, & per 19. primi huius, & quoniam quantũ ad propoſitum demonſtrandum non eſt aliqua diuerſitas inter ſpecula columnaria & cõcaua, tunc patet quod reiterata demonſtratione 27. huius, erit locus imaginis formæ pũcti r, in puncto h, & locus imaginis formæ puncti i, erit in puncto t, locus uero imaginis formæ puncti m, erit punctum s, quod eſt extra rectitudinem lineæ t h, imago itaq́ lineæ r m i, eſt in quadam linea tranſeunte puncto h s t, ſed talis linea eſt curua. Eſt ergo lineæ rectæ quæ eſt r m y imago curua, & quoniam punctũ s, eſt ultra cõcauitatem ſpeculi reſpectu pũcti l, centrũ uiſus, & punctum l, eſt intra illam concauitatem, palam quod punctum l, eſt extra ſuperficiẽ in qua eſt linea h s t, curuitas ergo lineæ h s t, apparebit uiſui manifeſte, & quia punctũ f, cadit in ipſa ſuperficie ſpeculi pyramidalis concaui extra ſuperficiem circuli b g, & linea t h eſt ultra ſpeculum in ſuperficie circuli b g, erit linea l s altior quàm ſuperficies trigoni l h t, linea ergo l s, erit altior duabus lineis l h & h t, punctum ergo s reſpectu uiſus l, eſt altius quàm duo puncta h & t, linea ergo h s t, apparebit uiſui exiſtenti in puncto l, concaua maxima concauitate uiſum reſpiciente, & hoc eſt propoſitum.

XXXIII.

Lineæ rectæ uiſæ non æquediſtantis axi ſpeculi pyramidalis concaui, cuius ſupficies incidentiæ ſecat axem ſpeculi oblique, imago uidetur curua diuerſæ curuitatis ſecundum diuerſitatem ſui ſitus.

Quoniã enim ut in 31. huius oſtenſum eſt, forma lineæ rectæ incidentis uertici huius ſpeculi propoſiti oblique ſuper axem, imaginem curuam uiſui ad quem fit reflexio repræſentat, & per præmiſſam proximã patet, quod linea recta cuius ſuperficies incidentiæ ſecat axem ſpeculi orthogonalis, uidetur mirabilis concauitatis uiſum reſpicientis. Si ergo inter has diſpoſitiones ſituetur linea recta, cuius ſuperficies incidentiæ, ut hic ponitur, oblique ſecet axem ſpeculi, patet quod imago illius lineæ diuerſificabitur ſecundum modos diuerſæ curuitatis, qui accidunt hinc & inde lineis ſecundum ambos præmiſſos modos ſituatis, cuius cõformis eſt demonſtratio cum præmiſſis, patet ergo propoſitum, nec enim dignum uidimus talibus immorandũ, quæ eſt prædemonſtratis cõcluſionibus ſuæ certitudinis ſubſiſtentiam lucide accipiunt, unde talia relinquimus animæ perquirenti.

XXXIIII.

Imago lineæ rectæ exiſtentis in ſuperficie ſpeculũ pyramidale trans axem ſecante, centroq́ uiſus exiſtente in communi ſectione eiuſdem ſuperficiei, & ſuperficiei ſpeculum ſecundum axem ſecantis, uidebitur recta, quandoq́ maior, quandoq́ æqualis, quandoq́ minor re uiſa, ſed ſemper conuerſum habens ſitum, & quandoq́ una, quandoq́ plures imagines uiſui occurrent.

Fiat item ut in 29. huius, eadem diſpoſitio figuræ, quæ facta eſt in 48. octaui huius, Si ergo aliquod punctũ cõmune ambabus ſuperficiebus d a o & d b o, fuerit in axe pyramidis, ut punctũ o, & ſi duæ lineæ a e & b e, fuerint ppendiculares ſuper ſuperficies contingentes pyramidem ſpeculi, hoc autẽ eſt poſſibile, quia lineæ a e & b e ſunt æquales, poſſunt enim cum axe contingere duos angulos acutos æquales, cũ ergo hæ duæ lineæ fuerint perpendiculares ſuper illas ſuperficies, & uiſus fuerit in puncto d, tũc ſuperficies trigoni d e g, in qua ſunt lineæ g e & d e, tranſibit per totã axem & per centrum uiſus, & utraq́ ſuperficies d a o & d b o, erit decliuis ſuper axem ſpeculi, & cõmunes ipſarum ſectiones cum ſuperficie conica ſpeculi erũt duæ ſectiones oxigoniæ, & forma trium punctorũ quæ ſunt r b q, reflectetur ad uiſum exiſtentem in puncto d, à puncto ſpeculi quod

eſt b,

quod eſt b, formæ quoq; trium punctorum quæ ſunt, m l f, reflectētur ad uiſum in punctum d, à puncto ſpeculi a, cum ergo lineæ m l f & r h q, fuerint in aliqua ſuperficie corporis uiſibilis, & uiſus fuerit in puncto d, tūc ut ſupra in 29. huius patuit, linea n u erit imago lineæ m r, & linea c k erit imago lineæ l h, & linea p i erit imago lineæ f q, erit itaque imago lineæ m r, quæ eſt linea n u minor quàm linea m r, & imago lineæ quæ eſt p i erit maior quàm linea f q, & imago lineæ l h quæ eſt c k, erit æqualis ipſi lineæ l h. Omnes quoq; iſtæ imagines conuerſim habebunt ſitum reſpectu rerum quarum ipſæ ſunt imagines uiſu exiſtente in pūcto d, quod ſi uiſus fuerit in puncto o, & lineæ n u, c k & p i quæ ſunt imagines linearum m r, l h & f q, uiſu exiſtente in pūcto o, fuerint in ſuperficiebus corporum uiſibilium, tunc per eandem præmiſſam rationem in 29. huius, imagines illarum linearum n u, c r & p i, erūt lineæ quæ ſunt imagines literarū m r, l h & f q, eritq; imago lineæ p i, quæ eſt linea f q, minor quàm linea p i. & imago lineæ c k quæ eſt linea l h, erit æqualis ſuæ lineæ, & imago lineæ n u, quæ eſt linea m r, erit maior ipſa linea n u, & iſtæ imagines omnes erūt lineæ rectæ, & apparebunt ultra centrum uiſus quod eſt in puncto o, & ſi imaginentur continuari capita illarum linearum per lineas n c p & b k i. erunt loca imaginum illarum linearum, lineæ m l f & k h p, puncta itaq; iſtarum imaginum quæ ſunt m l f, comprehenduntur ſuper eandem lineam reflexionis quæ eſt a o, & puncta r h q, comprehenduntur ſuper eandem lineam reflexionis quæ eſt b o, et imago pūcti remotioris à uiſu erit propinquior uiſui, et imago puncti ꝓpinquioris uiſui erit remotior à uiſu, cōuerſum itaque habebūt ſitum omnes iſtæ imagines, quod eſt propoſitum, patet itaq; ex his quatuor propoſitionibus, quod lineæ rectæ quandoq; in his ſpeculis pyramidalibus concauis uidentur conuexæ, quandoq; cōcauæ, quandoq; rectæ, & quandoq; maiores, & quandoq; minores & quandoq; æquales rebus uiſis, & ſunt omnes rectæ imagines difformem ſitum habentes reſpectu ſitus rerum quarum ſunt imagines, & accidit in his ſpeculis ſicut in alijs ſpeculis numerari imagines ſecundū numerum punctorū reflexionis, & forte imagines eiuſdem rei diuerſarum erunt formarum ſecundum diuerſum ſitum ſuarū partium quæ omnia ex præmiſſis principijs poſſunt faciliter declarari, hæc itaq; de regularibus ſpeculis ſufficiant ad præſens. Deinceps uero in ſequentibus huius libri ad tractatum quorundam irregularium ſpeculorum comburentium ingenium conuertemus.

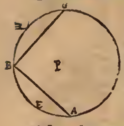


XXXV.

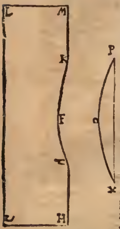
Poſſibile eſt ſpeculum ex conuexo & concauo compoſitum fieri in quo dextra apparent dextra, & ſiniſtra ſiniſtra, & multa diuerſitas imaginum occurrit.

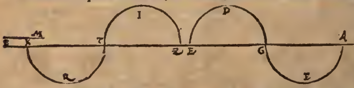
Aſſumatur in illa magnitudine qua quis conſtruere uoluerit tale ſpeculum, circulus qui ſit a b g, & inſcribatur ei latus pentagoni inſcriptibilis eidem circulo per undecimā quarti, quod ſit a b, & ſimiliter inſcribatur eidem circulo latus exagoni p 15. quarti, qđ ſit b g, eritq; per eandē 15. quarti, linea b g, æqualis ſemidiametro circuli, & abſcindatur ab illo circulo portio a e b, cuius arcus a b, per 27. tertij, eſt æqualis quintæ parti periſeriæ circuli, & ſimiliter abſcindatur ab eodem circulo portio g z b, cuius arcus b g eſt æqualis ſextæ parti circuli, fiant quoq; formæ regulares ad quantitatem illarum duarum portionū, quarum una fiat ſecundum quantitatem portionis a e b, quæ ſit cōcaua, ut eſt figura quam deſcripſimus z h c f k m l, altera uero facta ad quantitatem portionis quæ eſt g z b.

eſt g z b, ſicut conuexa ut eſt figura x o p, & aſſumatur petia ferri rectangula, cuius longitudo ſit maior quàm ambæ cordæ a b & b g, latitudo quoq; ſit maior quàm corda b g, & incuruetur ferrum taliter, ut eius longitudo ſit conuexitatis portionis a e b, ita ut ſuperficies cõcaua quæ eſt k f c, ſibi extrinſecus applicetur, & eius latitudo ſit in parte longitudinis reſiduæ concauitatis portionis g z b, ita ut cõuexitas ſuperficiei x o p, ſibi intrinſecus applicetur taliter, non fiat, ne forma conuexitatis impedimentũ accipiat ex forma cõcauitatis, ſed in eadem ſuperficie ſpeculi ipſarum quælibet imprimatur, poliaturq; ſpeculum ex partibus ambabus, ꝓpter qđ oportet ut lamina ſpeculanda ſit conuenienter ſpiſſa, ut ex utraq; parte ſalua diſpoſitiõe reliqua ualeat poliri, hoc itaq; ſpeculum ſi ſupꝛ ſedem uolubilẽ ad hanc præparatam cõponatur, & ſuper ipſam uoluatur, ita quod nunc conuexa nunc concaua ſuperficies uiſui ſe offerant, tunc apparebũt dextra dextra & ſiniſtra ſiniſtra, & diſtant quaſi duobus cubitis, apparet imago cõmenſurata & ſimilis ueræ formæ, magis uero diſtãti ꝓtenditur imago in anterius,



propius uero accedenti ad cõuexam ſuperficiem ſpeculi fit imago penitus informis, & magis accedẽti informitas plus augetur, & contraria ei quod uidetur, fit imago magis quàm accedenti prolixior apparens, & ſit facies uidentis conſimilis formæ equi, & ſemper magis inclinato ſpeculo, imago apparet plus inclinata, ꝑmutato quoq; ſpeculo, imago quandoq; habet caput ſurſum & pedes deorſum, & quandoq; pedes ſurſum & caput deorſum, & plus experientia quàm ſcriptura docebit imaginum diuerſitates. Quia ſi connectantur duo ſpecula ſphærica, quorum unum ſit concauum, reliquum cõuexum, non moto etiam ſpeculo uariatur diſpoſitio imaginum, propter reuelationem enim formæ reflexæ ab uno ſpeculo in alterũ, dextra apparebunt dextra, & ſiniſtra ſiniſtra, & in parte conuexa nõ mutabitur ſitus imaginis ſecundum ſurſum & deorſum, Sed in parte concaua uidebitur imago ſuper capita uelut antipodes, Cauſa uero omniũ horum in ſimplicibus ſpeculis dicta eſt per præmiſſa, modo quoq; tali in præmiſſo ſpeculo permiſcentur imagines, & ſi in eadem concauitate ſit ſpeculũ planum ipſis ſpeculis ſphæricis conuexis & concauis interpoſitũ, uariabitur imaginũ quantitas, qa in planis eſt imago æqualis rei uiſæ ꝑ 52. quinti huius, in cõuexis uero eſt minor per 39. quinti huius, In concauis uero quandoq; æqualis quandoq; maior, & quandoq; minor, ut patet ꝑ 48. octaui huius, & tale ſpeculum poteſt taliter componi. Sit ſuperficies aliqua plana, quæ a b, & fiant in ipſa ſpecula conuexa quæ ſint a t g & t r k, & ſimiliter fiant in ipſa ſpecula concaua quæ ſint g d e & z i t, & fiant ſpecula plana quæ ſint e z & k b, ponaturq; res uiſa in puncto m, quæ à ſpeculis illis ad uiſum reflectatur, à planis itaq; ſpeculis apparent æqualia idola & æqualiter diſtantia, & à conuexis minora & minus diſtantia, à concauis uero diuerſa & diuerſimode uiſui occurrẽtia, ſicut in alijs ꝑdemonſtratũ eſt. Ingeniũ uero modernorũ & futurorum addat quod libuerit, quia ſufficienter dedimus cogitantibus principia multorũ talium adinuentionũ, & nos quæ talia digna memoria inuenimus, poſterius cõſcribemus.



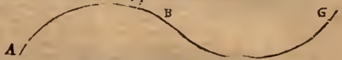


XXXVI.

A ſpeculis columnaribus uel pyramidalibus concauis ignem difficile eſt accendi.

Si enim

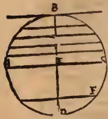
Si enim in ſpeculis pyramidalibus concauis ſuperficiei reflexionis, & ſpeculi communis ſectio ſit linea longitudinis,non eſt neceſſarium ignem ab ipſis accendi ſicut neque à ſpeculis planis, etiam ſi ſuperficies reflexionis omnes ſe in axe columnæ interſecent, radij enim æquediſtanter ſuperficiei ſpeculi incidentes, æquediſtanter utiq; reflectentur, perpendiculares quidem in ſeipſos ad diuerſa puncta ſpeculi columnaris ſecundum quæ cum ipſi ſpeculo incidebant axem ſecabant,& ita nunquam in pũcto concurrent, ſed in tota linea axis diſtendentur, nõ ꝑpendiculares uero radij oblique,ſcilicet ſuperficiei ſpeculi incidentes,quoniam ſecundum angulos quos faciunt cum perpendiculari ducta ab axe ad lineam longitudinis quæ eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei contingentis columnam,ad partem aliã in eadem ſuperficie à dicta ꝑpendiculari reflectuntur,patet ergo,quia ſecundũ quod æquediſtantes ad inuicem incidunt,ſic quaſi æquediſtantes ad inuicem reflectuntur,& non in puncto,ſed in linea concurrẽt per 29.primi.Quod ſi dicatur quod aliqua ſuperficies reflexiõis ſe in axe colũnæ nõ interſecẽt,ſed ſint æquediſtãtes, q̃d eſt impoſſibile ut patet p 7.ſeptimi huius,palã tñ eſt quod in eis reflexi radij nunq̃ concurrẽt,ſi uero ſectio cõmunis ſuꝑficiei reflexiõis,& ſuperficiei columnæ ſit circulus,tunc per eius centrũ tranſeuntes radij, q̃m omnes ſunt perpendiculares ſuper ſuperficies contingentes in punctis ſuæ incidentiæ,ut per 21.ſeptimi huius,oſtenſum eſt,tunc patet quod omnes reflectuntur in ſeipſos, & concurrent in centro circuli illius ſiue ſit baſis columnæ ſpeculi ſiue ſit circulus baſi æquediſtantis, hoc autem centrum erit ſemper in axe,& ſunt tot centra talium circulorum in axe,quot ſunt circuli in columna,ad unũ ergo punctum non reflectuntur radij totius ſuperficiei ſpeculi columnaris,ſed ad totam axis lineã,quod ſi radij reflexi ſecundum circulum nõ tranſeunt centrum circuli,tunc ſecundum angulorum incidentiæ diuerſitatẽ fiet diuerſitas reflexionis ad ſemidiametrum circuli,non fiet concurſus in centro circuli radiorũ ſed in tota ſemidiametro,& ſic ignis difficiliter accẽdi poterit, ſicut etiam prius dictum eſt in ſpeculo ſphærico concauo,ut patet per ultimam octaui huius,quod ſi communis ſectio dictarum duarum ſuperficierum ſit ſectio columnaris,tunc radij pauciſſimi concurrent,patet ergo quod non eſt poſſibile omnes radios ſuperficiei ſpeculi columnaris concaui in unum locum uel etiam in unam lineam aggregari,& ob hoc pauci antiquorum tali ſpeculo pro combuſtionibus ſunt uſi. Ex ſpeculis etiam pyramidalibus lumen aggregari & ignem accendere non eſt neceſſariũ, quamuis ad hæc multarũ acclinetur imaginatio, cuius cauſa eſt, qa in talibus ſpeculis communis ſectio ſuꝑficiei reflexionis & ſuperficiei ſpeculi non poteſt eſſe circulus alius,nec baſis, nec æquediſtans baſi,propter hoc quod prius dictũ eſt,& patet per ſecundam huius,in nullo ergo euentu poſſunt radij à periferia circuli in centro concurrere,ſicut aliqualiter accidit in ſpeculo columnari,quod ſi ſectio cõmunis ſuperficierum dictarum ſit linea longitudinis ſpeculi,quoniam ſuperficies ſpeculum contingens contingit in linea longitudinis,tunc accidet in his ſpeculis ſicut prius dictum eſt in planis & columnaribus ſpeculis,radij enim incidentes uel quoſcunq; angulos fecerint cum linea longitudinis eoſdem facient cũ eadem reflexi, & ſic radij incidentes æquediſtant, & æquediſtanter reflectuntur,non ergo concurrent etiam ſi ſint in eadem ſuperficie reflexionis,& ſi in diuerſis ſint ſuperficiebus patet quod non concurrent niſi in axe,quia ſuperficies reflexionis ſe ſup axem pyramidis interſecant,& tunc concurſus radiorum fiet in linea non in puncto. Si cõmunis ſectio ſuperficierum dictarũ ſit ſectio pyramidalis,nec adhuc omnes uel plures radij eiuſdem ſuperficiei uel diuerſarum aliqualiter cõcurrent,nullo ergo modo radij incidentes pyramidali ſpeculo omnes, uel plures ipſorum, uel etiam pauci in puncto uno poſſunt concurrere, ut aliquid ignitioni reſiſtens ualeant ignire, nec etiã pluralitas coniunctorum ſpeculorum aliud ualidũ reſpectu laboris ſuperadditi apportabit,patet ergo illud quod proponebatur.

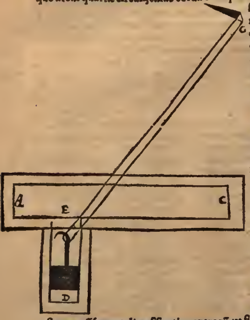


XXXVII.

Ex plurium ſpeculorum ſphæricorum concauorum interſectione ſpeculum comburens conſtitui eſt poſſibile.

Verbi gratia. Sit circulus alicuius ſpeculi ſphærici concaui, qui a b c d, & eius centrũ e, interſecentq́; ſe in ipſo duo diametri a c & b d, orthogonaliter, incidantq́; radij ſolares in circulo, palam itaq; per ea, quæ in ultima octaui huius dicta ſunt, quoniã radius incidens circulo ſecundum aliquam diametrorũ, uerbi gratia, ſecundum diametrũ a c, reflectitur in ſeipſum trans centrum radiorum non æquediſtantium illi diametro a c, qui contingit circulum, palam quia incidit in punctũ b, per 29. primi, angulus enim quem linea contingens cõtinet cũ diametro eſt rectus p 17. tertij, & angulus b e a eſt rectus ex hypotheſi, & ille ergo radius conringens circulum nõ reflectitur, quia nihil inuenit reſiſtens, ꝓcedit ergo in cõtinuum & directũ, alius uero radius æquediſtãs diametro a c, cũ linea in puncto ſuæ incidentiæ ſpeculũ contingente, continet angulũ rectilineũ acutiſſimum, & modicam abſcindit portionẽ circuli, incidens & modicum ſe reflectens, ſed æqualit̃. Sic itaq; omnes radij æquediſtantes diametro a c, incidentes circulo ſpeculi, æquales abſcindunt circuli portiones, ſemper enim angulus reflexionis eſt æqualis angulo incidentiæ, illi aũt anguli æquales ſemp̃ æquales abſcindunt portiones p 43. primi huius, ſolus aũt radius incidens circulo æquediſtanter diametro a c, abſcindens portionem, cuius arcus eſt ſexta pars periferiæ circuli, & cuius corda eſt æqualis lateri exagoni inſcriptibilis eidem circulo reflectit̃ ad punctũ c, terminum diametri c a. Eſt eñ diameter a c, æquediſtans medio lateri exagoni ſuo circulo inſcripti, quem exagonũ diuidit illa diameter p æqualia, ut patet p 63. primi huius, ſitq́; ut talis radius incidat circulo in puncto f, omnes quoq; radij æquediſtãtes ſemidiametro a c, incidentes reliquo arcui quartæ circuli, cuius corda eſt æqualis reſiduo alteri exagoni, & eſt arcus f c, reflectuntur ad illam partem circuli portiones æquales abſcindentes & omnes illi radij tranſeunt per aliquod punctum ſemidiametri c e, & quodcunq; punctũ reflexionis imaginetur moueri circa axem a c, quouſq; redeat ad locũ à quo exiuit, illud punctũ motu ſuo deſcribet circulus cuius polus erit punctum c, & à tota illius circuli periferia, fiet reflexio ad idẽ punctum ſemidiametri ſpeculi quæ eſt c e, fietq́; in illis punctis diametri combuſtio oppoſita aliqua materia combuſtibilis, ſed debilis & cum mora temporis, qđ ſic fieri poſſit, ut loca plura cõbuſtionis uel omnia in unũ punctũ congregentur fiet fortior cõbuſtio. Hoc aũt uiſum eſt poſſibile fieri per interſectionẽ ſphæricã plurium ſpeculorum ſphæricorꝫ concauorum, non aũt inæqualium, quia in illis nõ conuenienter uniformis poteſt inueniri ꝓportio. Relinquitur ergo qđ æqualiũ ſpeculorũ ſphæricorũ ſit illa interſectio, ita ut illud quod uariat in locis cõbuſtionum diuerſitas diſtantiæ radiorũ æquediſtantium axi ſpeculi, & ad ipſam axem reflexarꝫ cõformet diuerſificatio centrorũ, ut ſi centra ſphærarũ ſpeculorũ ſe interſecantium





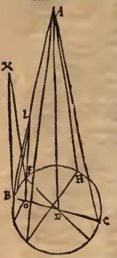
tium ſecundũ omnia puncta unius ſemidiametri ſphæræ uarientur, tũc enim pũcta combuſtionis aut oĩa aut plurima in unum punctũ colliguntur, & fortificabitur cõbuſtio ſecundũ illud. Huius autẽ rei mœchanicũ artificiũ tradendũ cogitauimus illis, q ꝑ manualem fabricã intendere uoluerint præmiſſis, cuius forma talis eſt. Aſſumat̃ regula lignea uel ænea quadrangula planaꝶ ſuperficieꝶ quãta placet, & ſic eius latitudo tripla erit ſuæ ſpiſſitudini uel circa illud, deinde in medio ſuæ latitudinis cauet̃ ſecundũ lineã rectã, & planet̃ foramen, & ordinet̃ taliter, ut intra ipſam decurrere poſſit nauicula admodũ artificij tornatorũ, in qua nauicula uncus ferreus infigatur, & hæc regula ſic concauata & diſpoſita, taliter ſituetur ut eius cauata ſupficies ſit erecta ſup ſupficiem horizontis, & lineæ profunditatis ſuæ concauitatis ſint ꝑpendiculares ſuper ſuperficiẽ horizontis, ſitq́ꝫ linea q̃ motu ſuo deſcribet uncus motæ nauiculæ æqualis ſemidiametro ꝓpoſiti circuli, quæ eſt e d, ita ꝙ punctũ e cadat in intrinſeca ſuperficie ipſius unci ferrei, qui motu nauiculæ cui infixus eſt mouetur. Deinde aſſumatur alia regula lignea uel ænea ſimiliter quadrangula ut prima, & planarũ ſuperficierũ, & hæc ſimiliter in ſui ſupficie latiori cauetur ſubtiliter ſecundũ lineas rectas, & planent̃ ſuperficies cõcauitatis ita ut ſine impedimento ꝑ illã concauitatẽ poſſit alia ſubtilis regula uel funiculus moueri, Sitq́ꝫ concauitatis illius regulæ dupla lineæ e d, hoc eſt ut ſit æqualis diametro circuli q̃ eſt a c, & hæc regula cũ priori regulà taliter adaptetur, ut eius ſuperficies nõ concauata æquediſtet horizonti, & eius ſuperficies cauata reſpiciet cauaturã regulæ prioris, & ordinetur orthogonaliter ſup illã, ita ut angulus d e c ſit rectus, & ſit medius pũctus longitudinis ſuæ cõcauitatis correſpondens pũcto e, qui eſt punctus unci ipſius nauiculæ, & ſint omnia hæc in eadem ſupficie æquediſtante ſuperficiei horizontis. Fiatq́ꝫ tertia regula ænea longa quadrangulaꝶ ſuperficieꝶ planarũ & rectarũ lineatũ, q̃ ſit e f g. Sitq́ꝫ eius pars e f æqualis ſemidiametro circuli q̃ eſt e c, ſitq́ꝫ taliter diſpoſita, ut ꝑ aliquã armillã uel foramẽ applicetur unco nauiculæ ſecundũ punctũ e, & ut ipſa moueri poſſit per cõcauitatẽ lineæ a c, ſitq́ꝫ in puncto f nodus, cuius diameter ſit maior diametro concauitatis regulæ a c, fiat quoqꝫ reliqua pars lineæ e f g quæ eſt f g, lõgitudinis placitę cuiuſcũqꝫ, & in pũcto g, adhibeatur clauus acutus in fine, qui ſit illius quantitatis, ut mota linea e f g, attingere poſſit pauimentum uel illam aliam ſuperficiem ſubſtratam. His itaqꝫ omnibus ſic diſpoſitis imitatur regula e f g, ſecundum foramen puncti e, in uncum nauiculæ, & trahatur nauicula plane per cocleam uel modo alio ut uidebitur, plano tamen & æquali tractu, & ſequitur regula e f g, tractum nauiculæ, decurretq́ꝫ punctus f, in ſuperficie regulæ a c, & ſemper mutabitur centrum circuli, cuius diameter eſt linea e f, cum itaqꝫ pũctus e, peruenit in punctũ d, tunc punctus f, erit in medio puncto lineæ a c, quod eſt centrũ circuli ꝓmiſſi, omniumq́ꝫ punctoꝝ reflexionis lineis uel quarũcunqꝫ formarũ à quarta circuli quæ eſt c b, concurſus radiorũ uel diffuſæ uirtutis erit in centro circuli qđ eſt e, qm̃ omnia puncta combuſtionũ concurrentia in axe e b, reducta ſunt ad punctũ e, quod eſt centrũ circuli, utpote omniũ radiorũ incidentiũ circulo ſpeculi æquediſtanter diametro a c. Similiter quoqꝫ ſi placet fiat in alia quarta circuli deſcẽdente plane ipſa nauicula reducendo punctũ f ad punctũ a, tũc em̃ punctũ g, lineæ f g, motu ſuo deſcribet quandam lineam per clauum ſibi affixum in pauimento figuralem, & hanc lineã dicimus lineam ecentralem, qm̃ eſt interſectio infinitorũ circulorũ, quilibet em̃ punctus illius lineæ, exceptis punctis extremis correſpondentibus pũctis a & c, ipſius diametri a c, & quibuslibet duobus punctis æqualiter diſtantibus à pũcto medio totius lineæ ecentralis diuerſo correſpondet centro, ſicut & quælibet duo pũcta æqualiter diſtantia à pũcto ſui medio reſpiciunt idem centrũ, & ſunt pũcta unius circuli alterum circulũ ſecãtis, hæc ergo linea ad conſtitutionem propoſiti ſpeculi utemur ſecundũ ipſam aliquam ſpecularem ſuperficiẽ cõcauantes, ſicut ꝑ modũ demonſtrationis & artificij inferius dicet̃, patet ergo ꝓpoſitũ.

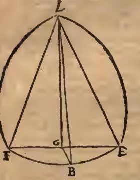
XXXVIII.

Ex interſectione plurium ſpeculorum pyramidalium cõcauorum ignem eſt poſſibile accendi.

Quod hic proponimus primum fuit, quo duobus harum rerum ſcientiam perquirentibus occurrit, & in cuius rei inuentione primo animus noſter cõquieuit, quia & ſi non

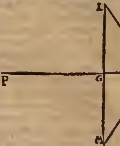
ad unum punctum mathematicum, ad unum tamē punctū naturalem modicam & quaſi inſenſibilem latitudinem habentem radij unius totalis ſuperficiei poſſunt faciliter aggregari, quæ nobis uero poſtea occurrerūt ualidiora ſunt. Nihil tñ iſtorū duximus ꝑtermittendū, ut poſteriorꝫ animi altius excreſcāt, ꝑſenti itaqꝫ demonſtrationi opus ipſum mœchanicū duximus aliqualiter immiſcendū, nihil tamē de demonſtrationis ſubſtantia obmittentes. Aſſumatur ergo quæcūqꝫ pyramis quæ ſit a b c d, cuius uertex ſit punctum a, ſintqꝫ lineæ longitudinis illius pyramidis a b & a c, & ſit axis ipſius linea a d, quæ ſit exempli cauſa partes 18. ſecundum quod diametri circuli ſuæ baſis quæ eſt f b e c, eſt partes 6. eritqꝫ per 89. primi huius, punctum d centrum circuli, qui eſt baſis ipſius pyramidis, inſcribaturqꝫ circulo baſis linea æqualis ſemidiametro ipſius per primam quarti, quæ ſit f e. Sitqꝫ aliqua diameter in circulo æquediſtans inſcriptæ lineæ, quoniam diuiſa linea f e per æqualia ex decimo primi, producatur à puncto diuiſionis, quæ ſit g, perpendicularis ſuper illam lineam ex undecima primi, hæc quoqꝫ tranſibit per centrum circuli per tertiā primi, producaturqꝫ linea illa ad utranqꝫ partem circunferentiæ & ſit b c, extrahatur ergo perpendicularis à centro circuli baſis quod eſt d, ſuper diametrum b c, quæ ſit d h, & producatur ad partē aliam circuli, ſietqꝫ diameter quæ ſit h k æquediſtans lineæ e f, per 28. primi, producanturqꝫ à pūctis h & k, duæ lineæ longitudinis pyramidis ad uerticē quæ ſint h a & k a, producatur quoqꝫ à puncto e, linea æquediſtans lineæ h a, ex 31. primi, & concurrant productæ lineæ in puncto x, concurrent autem ideo, quia ipſarum æquædiſtantes quæ ſunt k a & h a, concurrunt in puncto a, inter duas ergo lineas e x & f x, cōtinuata plana ſuperficies & terminata ad lineam f e, quæ ſit trigonum f e x, palam quoniā interſecabit pyramidem. Eritqꝫ triangulus x f e, propter æquediſtantiam laterum æquediſtans triangulo magno in pyramide, quæ eſt a h k, & ſicut triangulus a h k, diuidit pyramidem per æqualia, eo quod ſit duabus lineis lōgitudinis & diametro baſis contentus. Sic etiam triangulus x f e, aliquam pyramidis reſecat portionem, abſcindatur ergo hæc portio à tota pyramide, quæ ſit l f b e g, eruntqꝫ lineæ l f & l e, per 98. primi huius, partes æquales unius ſectionis conicæ quæ eſt e l f, diuiſa per æqualia in ſui ſupremo pūcto quæ eſt l, ducantur ergo lineæ rectæ quæ ſint l e & l f, & ſint æq̄les, linea uero l b, quæ eſt pars lineæ longitudinis pyramidis, erit minoris quantitatis qualibet linearum l e & l f. Eritqꝫ linea b g, linea profunditatis huius portionis, linea uero f e, linea latitudinis, & linea l g, latus portionis erectum æquediſtans lineæ d a, quæ eſt axis pyramidis.

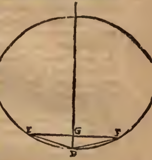




Expedit ergo ut operi mœchanico conſulentes noticiam harum linearum omnium perquiramus, ſupponentes ea quæ in cordis & arcubus ſunt probata, palam autem ex præmiſſis quoniā linea f e, quæ inſcripta circulo, quia eſt æqualis eius ſemidiametro, eſt partes 60. ſecundū quod diameter circuli eſt 120. arcus ergo f e, ſimiliter eſt 60. ſecundū qđ circulus eſt 360. ducātur quoqꝫ lineæ b f & b e, & quoniam diameter b c, diuidit cordam f e, per æqualia & orthogonaliter, patet quoniam lineæ rectæ f b & b e æquales ſunt, per 4. primi, ergo arcus f b & b e ſunt æquales, per 27. tertij, arcus itaqꝫ f e, diuiſus eſt ꝑ æqualia in puncto b, ergo arcus f b eſt partes 30. corda ergo f b, eſt 31. partes, tria minuta, & 30. ſecunda, ſed quoniam linea f g, eſt medietas lineæ f e, quæ ſint 60. patet quod linea f g, eſt 30. quadrentur ergo ex 45. primi, linea f b, & ſimiliter linea f g, & quia quadratum lineæ f b, in triangulo f b g, ſubtenditur angulo recto, palam ex 46. primi, quia quadra-

quadratũ lineæ f b, ualet ambo quadrata linearum f b & b g, ablato ergo ex quadrato f b, quadrato f g, remanet quadratum b g, extrahat̃ ergo radix quadrata illius reſidui, & ipſa eſt quãtitas lĩeæ b g, & ſecũdũ ꝙ eſt linea f g & 30. ꝑtes, & ipſa 8. ꝑtes 2. minuta 29. ſecunda, ſecundum uero quod diameter b c eſt partes 6. & ſemidiameter f e, partes 3. & linea f g partes 8. & 30. minuta, erit linea b g 24. minuta, & 6. ſecunda, prout ex tribus notis quartum ignotũ perquirens auxilio 20. ꝓpoſitionis 7. diligens inquiſitor facile poterit inuenire, qm̃ uero linea g l, erecta æquediſtans eſt axi pyramidis quæ eſt d a, patet ex 29. primi, qm̃ trianguli d a b & g l b ſunt æquianguli, ergo per 4. ſexti, erit ꝓportio lineæ d a ad lineam g l, ſicut lineæ d b ad lineã g b, ergo per 16. quinti, erit permutatim lineæ d a ad lineam d b, ſicut lineæ l g ad lineã g b, ſed linea d a, ſecupla eſt ad lineam d b, ex hypotheſi, erit ergo linea l g, ſecupla lineæ b g, patet ergo, qm̃ linea l g, erit duæ partes. 24. minuta. 36. ſecunda, ſecundum quod linea d a eſt partes. 18. ſecundũ quod in triangulo l b g, angulus l b g eſt rectus, q̃a latus g l quẽadmodũ linea d a, orthogonaliter erectum eſt ſuper ſuperficiẽ circuli baſis pyramidis ꝑ 89. primi hui9, & ꝑ 8. undecimi, patet ergo q̃a quadratũ lĩeæ l b, ualet quadrata ambarum lineaꝝ l g & b g, ex 46. primi huius, cõponantur ergo quadrata & aggregati radix quadrata extrahat̃, & ipſa eſt quantitas lineæ l b, quæ ſecundũ ꝓpoſitum numerũ quo ſemidiameter baſis eſt 3. partes, erit duæ partes, 26. minuta. 35. ſecunda, & quia linea l g, erecta eſt ſuper ſuperficiẽ baſis pyramidis, palam ex diffinitione lineæ erectæ ſuper ſupficiẽ, qm̃ ipſam cum lineis g f & g e, angulos rectos facit, ſicut etiã cum omnibus lineis in dicta ſuperficie productis, quadratum ergo lineæ e l, rectæ quæ in triangulo recti lineæ, quæ eſt e g l, angulo recto opponitur, ualet quadratum lineæ l g & lineæ g e. Coniunctis ergo illis quadratis ipſius quadrati extrahat̃ radix, & patet q̃d linea recta quæ eſt l e, eſt duæ partes. 50. minuta. 19. ſecũda, & quia per eadẽ quadratũ lineæ rectæ quæ eſt f l, ualet quadratum lineæ f g, quæ eſt æqualis lineæ g e, & quadratũ lineæ l g, patet quia linea l f, eſt æqualis lineæ e l. Erit ergo linea f l duæ partes. 50. minuta. 19. ſecunda, habet̃ itaqꝫ noticia omnium linearum portionis pyramidis aſſumptæ neceſſariæ operi præſenti. Cũ autẽ difficile ſit aſſumi pyramidẽ ꝓpoſito cõpetentẽ, qm̃ oportet ut ipſa tota eſſet concaua ſolidi corporis denſi & polibilis pro factura ſpeculi, ut prius dictum eſt, & ab illis difficilis fieret abſciſio, ſufficiat ipſam habere mathematicam in imaginatione.





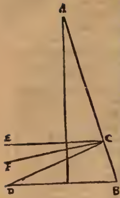
Cum ergo ad opus ſpeculi libeat ꝓcedere, fiat de corpore polibili albo, utpote argenteo uel ferreo bono portio pyramidis concaua, ſit ut baſis illius ſectionis ſit portio circuli, qui eſt baſis imaginatæ pyramidis, cuius corda ſunt medietas diametri imaginati circuli, & eſt linea f e, eritqꝫ partes tres, ſinus uero uerſus qui g b, ſit ſecundum illam quantitatẽ. 24. minuta. 6. ſecunda, quæ eſt linea ꝓfunditatis acceptæ ſectionis, & forte qñ ꝓtrahitur aſſimilatur ſagittæ, ſecundũ quod illæ lineæ cordæ & arcui ſimilantur, & erũt lineæ e b & f l rectæ æquales, & ipſaꝝ quælibet eſt duæ partes 50. minuta 19. ſecunda, & erit linea l b duæ partes. 26. minuta, 35. ſecunda, ſecundũ dictam quantitatẽ, quæ om̃ia ſi bene menſurata fuerint, patet qđ habet̃ portio pyramidis, cuius circuli baſis diameter eſt partes 6. & axis pyramidis partes 18. eritqꝫ tale ſpeculũ latius quam ſit longũ, & in breue ſpacium radios plurimos congregabit, qđ ſi axem pyramidis imaginatus fueris 24. partes, ſecundum quod diameter eſt partes 6. tunc erit linea l g, 4. partes & longius radij ꝓtenduntur, eruntqꝫ ex haꝝ lineaꝝ noticia, & ex notitia lineaꝝ e g & g f, quarum notitia ſupponitur, eo quod ſunt medietas ſemidiametri, omnes aliæ lineæ notæ componenti quadrato lineaꝝ notaꝝ, & radicem lateris oppoſiti recto angulo extrahenti, & minorũ

talium eſt infinita, eo quod ſecundũ omnem numerum axem pyramidis accipi eſt poſſibile, diametro tñ circuli baſis nõ mutata ſecundũ numerum, & ſi mutetur ſecundũ quantitatẽ partium numeratarũ, certitudo ergo numerorũ operationi indagatoris ſoliciti relinquat̃, ſinus eñ uerſus & medietas ſemidiametri circulo inſcripto ſemidiametro, ſecũdum quẽ fit baſis portionis abſciſio, nõ poterunt uariari, ex quorũ noticia ad aliarũ linearum noticiam poterit ꝓcedi. Quod ſi radios ad longam diſtantiã aggregari placuerit, ex quo tñ uirtutem ipſorum debilitari patulũ eſt, niſi quantitas aggregationis quantitatem uincat diſtantiæ, illud erit in exceſſu pyramidis lateris erecti ipſius. ſ. axis pyramidis reſpectu ſemidiametri baſis, & ſemidiametri baſis reſpectu ſinus uerſi, poteſt ergo ſi placet circulo baſis inſcribi medietas ſemidiametri. hoc aũt cũ ſit ptes 30. ſecundũ ꝙd tota diameter eſt partes 120. ſi ex notis notum extrahatur, inueniet̃ arcus ſibi corrñdens in circulo, 28. partium, 57. minutorũ, 21. ſecũdarũ, qui ex 29. tertij, ſi per æqualia diuidatur erit medietas ipſius 14. partes, 28. minuta, 40. ſecunda 30. tertiæ, ſecundum qđ circulus eſt 360. cuius arcus cordam operans inueniet 15. partes, 7. minutæ, 13. ſecunda, 20. tertia, ſecũdũ quod diameter eſt 120, ſemidiameter quoq; partes 60. ſed quod diameter eſt partes 3. erit 45. minuta, 21. ſecunda 40. tertia, ſitq; latus f b, ſed linea f e inſcripta circulo æqualis medietati ſemidiametri, per diametrũ orthogonaliter ſuperſtantem ei, ex 3. tertij, diuidit̃ per æqualia in puncto g, ergo linea f g eſt medietas lineæ f e, quæ eſt pars & 30. minuta, linea ergo f g, eſt 45. minuta, quadratũ itaq; f g, auferatur ex quadrato f b & reſidui extrahat̃ radix quadrata, & erit linea b g, quæ eſt ſinus uerſus ipſius arcus f e, 5. minuta, 42. ſecunda 44. tertia, cuius immutabili hæc poſita quantitate numerati axe pyramidis quocũq; in numero & quantitate uariata diametro baſis 6. partiũ, cuiuſcũq; quantitatis exiſtentis, omnes lineæ abſciſæ ſectionis, ut prius operanti poſſunt faciliter inueniri. Fabricata itaq; ſectione pyramidis ſi placet ex ferro competentis ſpiſſitudinis, menſurationeq; facta linearũ præmiſſarum in illa ſecundum proportionem axis imaginatæ pyramidis, & ſecundũ diuerſitatẽ lineæ baſi inſcriptæ, quam fieri poſſe diximus ſecundũ quantitatẽ ſemidiametri uel medietatẽ ipſius, ut ſecundũ hæc quãtitas ſinus uerſi & tota ꝓportio uarietur, planetur ſpeculũ intrinſecus ne partes partibus multum præmineant quantũ eſt poſſibile. Quia uero & ſi hoc ſpeculum ſecundũ ultimũ poſſibilitatis poliretur, tñ quia eſt pars pyramidis, omnes radij ipſius uel plures ad unum punctũ aggregari eſſet impoſſibile, ut patet per 26. huius. Oportet ergo ante politionẽ completam aliam ſibi adhibere medelam. ſ. ut in eo fiant diuerſarũ interſectiones pyramidum quod per tale artificium poterit cõpleri, qm̃ eñ in aſſumpta pyramidis portione, triangulus l b g, qui continetur a lineis intra ſectionẽ aſſumptis, eſt notorũ laterum, æqualis ei triangulus in aliquo plano deſcribatur. quæ ſit item l b g, qui ſi duplatus fuerit, ꝓtracto latere l g, quouſq; linea g m, ſit æqualis lineæ g l, & compleatur triangulus l b m, palam quod ſiue ſit orthogonius ſiue ampligonius, ſiue oxigonius, quia ex doctrina 54. quarti, circulus ſibi poteſt circumſcribi, circumſcribatur ergo, quod ut facilius fiat, aſſumatur prior diſpoſitio. ſ. ut linea b g, ſit 24 minutorum, 6. ſecundorum, & linea l g, 2. partium, 24. minutorum, 26. ſecundorũ, eritq; l g, ſecupla lineæ b g, ꝓducatur ergo linea b g, in continuũ & directum ad punctũ p, donec linea g p ſit ſecupla lineæ l g, erit ergo proportio lineæ p g ad lineam g l, ſicut lineæ g l ad lineam g b, ergo per 16. ſexti, illud ꝙd fit ex ductu lineæ g p in linea g b, erit æquale quadrato lineæ g l, ſed quadratum lineæ g l, æquale eſt ei quod fit ex ductu lineæ g l, in lineam g m, quia linea l g, eſt æqualis lineæ g m. Illud ergo quod fit ex ductu lineæ p g in lineam g b, eſt æquale ei quod fit ex ductu lineæ l g in lineam g m, ergo lineæ p g & l m, in circulo aliquo ſe interſecant ex conuerſa 24. tertij. ſed linea p b, ſecat lineam l m per æqualia, & orthogonaliter ei ſuperſtat ex prius datis, tranſit ergo linea b p, per centrum circuli ex prima tertij, quæ diuidatur per doctrinam eiuſdem per æqualia, & erit in puncto diuiſionis centrum circuli circumſcriptibilis triangulus l g b, & erit diameter circuli quæ eſt linea b p, 14. partes. 51 minutum. 42. ſecunda, cuius medietas eſt 7. partes 25. minuta. 51. ſecundũ, & eſt punctus ille poſt completam fabricam locus aggregationis radiorum ſpeculi ſecundum

dictam

dictam diſpoſitionis quantitatem,præter quam modicũ quod pditur in limando,quod ſi baſi eiuſdem pyramidis inſcribatur medietas ſemidiametri axe pyramidis exiſtente 18.erit linea b g.5. minuta.42. ſecunda.44. tertia,cuius ſecuplum eſt latus l g, quod erit.34. minuta.16. ſecunda.24. tertia, cuius item ſecuplum erit linea g p, & ipſa erit.3. partes.25,minuta.38. ſecunda,24. tertia,à ducta ergo linea b g, erit linea b p. 3. partes 31.minutũ.21.ſecũdũ.8.tertia,cuius medietas eſt pars una.45.minuta.40.ſecũda.34.tertia,& eſt punctus ille locus aggregationis radiorum ſpeculi ſecundum talem quantitatem diſpoſiti, præter illud quod deperditur in limando. Similiter etiam eſt in reliquis formis ſpeculorum ſecundum quantitatẽ uarias acceptorum,& ſemper ſecundum proportionem axis pyramidis reſpectu diametri baſis,& ſemidiametri reſpectu ſinus uerſi, fit diuerſitas elongationis puncti aggregationis radiorum à ſpeculo,qui ſecundum eundem modum eſt in omnibus perquirendus. Aſſumatur ergo pars circuli circumſcribentis triangulum l m b,& reſecetur ſecundum lineam b p,quæ eſt diameter,& deinde ducatur à centro illius circuli quæ ſit q, linea q l, & reſecetur circulus ſecundum illam, remaneatq́ꝫ q l b ſector,in quo poſtea fiant interſectiones triangulorum diuerſarum pyramidum huiuſmodi,qm̃ enim angulus l b g,eſt angulus ſemicirculi,patet ex 15.tertij, qm̃ ipſe eſt maximus omnium angulorum acutorum, ergo eſt maior quolibet angulo trianguli cuiuslibet pyramidis,reſecetur ergo ab ipſo angulo alicuius trianguli,cuius latus tertium à centro circuli puncto q,productam rationem angulum contineat cum linea b q.quæ eſt ſemidiameter circuli,producaturq́ꝫ à puncto b,linea ſecans arcum b l, prout uicinius poſſit puncto b,& ſit arcus reſectus b t. Verum adhuc à puncto b,ducantur latera aliorum triangulorum interſecantia arcum b l,& ſint loca interſectionum c d e f l,eruntq́ꝫ lineæ productæ,qm̃ angulum acutum continent cum linea b q,omnes concurrentes cum linea à puncto q,orthogonaliter imaginata erigi, quæ ſit q s,ut patet per 14.primi huius,facientq́ꝫ triangulos, includentes ſemper altiores ipſis triangulis incluſis ex 21. primi,ſintq́ꝫ omnium illorum trigonorum ſuperiora puncta ſignata per notam 8. quorum triangulorum quilibet ſi moueatur latere erecto fixo manente, deſcribet pyramidem rotundam, & pars motus partem pyramidis efficiet axi copulatam,& pars trianguli reſecta cauſabit partem pyramidis habentem proportionem ad totam pyramidem,ſicut pars trianguli ad totum triangulum,& ſicut partialis motus ad totum motum, qm̃ uero patet per ſecundam huius, quod in ſpeculo pyramidali concauo ſecũdum lineas longitudinis pyramidis fit reflexio, ita quod angulus quem facit radius incidens cum linea longitudinis ſpeculi,eſt æqualis angulo reflexionis.ſ.ei quem facit radius reflexus cum eadem linea longitudinis ſpeculi,ut ſi t ſuper lineam longitudinis pyramidis alicuius ſpeculi quæ ſit a b,reflectatur radius e c,æquediſtanter ſemidiametro baſi incidens quæ ſit b d,patet quia angulus e c a,æqualis eſt angulo d c b,qm̃ enim ut patet per 20.quinti huius,quoſcunqꝫ angulos facit radius incidens cum perpendiculari erecta ſuper ſuperficiem contingentem ſpeculum in puncto incidentiæ,eoſdem facit radius reflexus cum eadem perpendiculari,uniuerſaliter enim angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis. Reſumatur ergo q l b,ſector,& eius trianguli,quia quod demonſtratum eſt in pyramidalibus,uerum etiam eſt in triangulis cauſantibus pyramides. Incidit ergo ipſi ſectori in puncto t,radius æquediſtans lineæ q b,quæ ſit h c. Erit ergo angulus incidentiæ,quæ eſt h c s, æqualis angulo reflexionis,ſed angulus h c s,æqualis eſt angulo q b c,quia per 29.primi,eſt angulus h c s,æqualis angulo q b c, & angulus q b c,eſt per 5.primi,æqualis angulo q c b,ideo quod latera q b & q c ſunt æqualia per diffinitionem circuli,erit ergo angulus reflexionis æqualis angulo q b c,ergo linea reflexionis æqualis erit lineæ q b,per 6.primi ſecundum lineam ergo q t, fit reflexio incidens,ergo radius in punctũ b,reflexus à puncto c, concurrit in puncto q, quia à puncto c,aliam lineam æqualem lineæ q b,continentem cum linea b c, angulum æqualem angulo q b c duci eſt impoſſibile. Similiter etiam angulus incidentiæ qui eſt k d f,æqualis eſt angulo reflexionis,ſed & idem eſt æqualis angulo q b d, ſecũdũ premiſſum modũ deducendo ex 29.primi,ergo angulus q b d, & angulus reflexionis radij k d incidentis

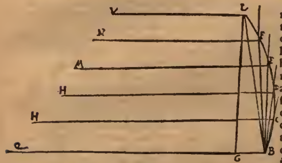
ſunt



ſunt æquales,ergo ſecundũ lineam q d fit reflexio. Similiter autẽ eſt & in alijs demõſtrandum, patet ergo quod omnes radij incidentes in puncta ſectionum factaꝝ per latera triangulorũ productorum à puncto b,uerſus axem q s,reflectuntur ad punctum unum,quod eſt centrũ accepti circuli, & quia ſectiones illæ fieri poſſunt quaſi infinitæ ab una linea ſic ordinata in ſectore ad unũ punctum mathematicũ,aggregationes autẽ radiorum fiunt quaſi infinitæ,hæc ergo demonſtratio patet , quod omnes radij incidentes puncti b c d,e f l,reflectuntur ad unũ punctum, qui eſt q, & ſi portiunculæ præminentes,ut d o c auferantur,regulabũt termini c d & e f,interiacentes lineas,ita quod reflexio ab illis facta, non multũ diſtabit à puncto reflexionis quæ eſt q,Eritq; aggregatio omniũ radiorum totali lineæ b l incidentiũ ad unum punctum ſenſibilem naturalem in circuitu puncti q, hæc ergo linea b l,motu ſuo ſuperficiem ſectionis præaſſumptæ pyramidis ſuperius limando & cauando ꝓducet,à qua tota fiet reflexio ad punctum unum naturalem,ut inferius docebitur,patet ergo propoſitum, faciunt enim iſti trianguli motu ſuo pyramides ſe interſecantes.

XXXIX.

Si ſectionem parabolam linea recta contingat,& à puncto contactus ducatur recta perpendiculariter ſuper diametrum ſectionis productam ad cõcurſum cum cõtingente , erit pars diametri interiacens perpendicularem & periferiam ſectionis æqualis parti interiacenti ſectionem & contingentem.



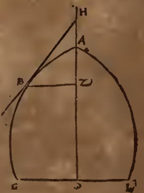
Sit ſectio parabola,cuius nomen prius libro primo in cõmento propoſitionis 98.expoſuimus, quæ ſit l a g,cuius latus rectum ſit l g, & diameter a d, contingatq; hanc ſectionẽ in puncto b, linea recta,quæ ſit h b k,cõcurratq; diameter,quæ ſit d a,ꝓducta extra ſectionẽ cum linea contingente, quæ eſt h b k in pũcto h,& à puncto cõtingentiæ quod eſt b,ducatur per 12.primi,linea perpendicularis ſup diametrum a d, ſecãs ipſam in puncto 3, & ſit b 3,dico quod linea z a pars diametri interiacens punctum ſectionis perpendicularis b 3,& periferiam ſectionis quæ eſt l a g,eſt æqualis lineæ a h,parti eductæ diametri,quæ interiacet punctum h,quod eſt punctum concurſus diametro cum linea contingente,quæ eſt h b k,& punctum a , quod eſt terminus diametri cadens inter ipſam periferiam ſectionis,& hoc uniuerſale eſt,etiam ſi linea recta ſectionis contingat in puncto g,hoc autẽ demonſtratum eſt ab Appollonio Pergeo in libro de Conicis elementis,& hic utemus ipſo ut demonſtrato.

XL.

Omne quadratum lineæ perpendicularis ductæ ab aliquo puncto ſectionis parabolæ ſuper diametrum ſectionis eſt æquale rectangulo contento ſub parte diametri interiacente illam perpendicularem & periferiam ſectionis, & ſub latere recto ipſius ſectionis.

Sit ut in præmiſſa ſectio parabola quæ ſit l a g,cuius latus rectum ſit l g,& eius diameter

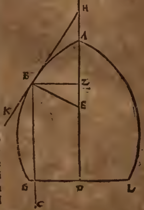
meter ſit a d, & à pūcto aliquo ſectiōis quod ſit b, ducatur ſuper diametrum ſectionis, quæ eſt ad perpendicularis b z, dico quod quadratū lineæ ꝑpendicularis quæ b 3, eſt æquale ei rectangu= lo, qui fit ex ductu lineæ 3 7. quæ eſt pars diametri a d, interia= cens ipſam perpendicularem b z, & periferiam ſectionis in li= nea l g, quæ eſt latus rectum ipſius ſectionis. Eſt ergo per 16. ſe= xti, proportio lineæ l g ad lineam z b, ſicut ipſius z b ad lineam z a, hoc autē ſimiliter demonſtratū eſt ab Appollonio Pergeo in libro de Conicis elementis, & nos ipſo utemur ut demonſtra to. Hæc uero duo theoremata cū alijs Appollonij theorematib. in principio libri non cōnumerauimus, quia ſolum illis indige= mus ad theorema ſubſequens explicandum, & nullo aliorum theorematum totius eius libri.

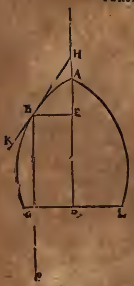


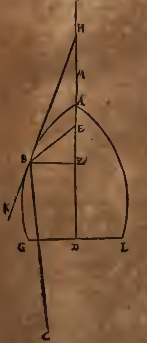
XLI.

Si in ſectione parabola ab extremitate diametri ex parte periferiæ ſectionis reſecetur æquale quartæ parti lateris recti ipſius ſectionis, omnis linea æquediſtanter diametro incidens alicui puncto ſectionis, & linea ab eodem puncto ſectionis ad punctum abſciſionis diametri producta cum li= nea contingente ſectionem ſuper illud punctum, continet angulos æquales.

Sit ut ſuperius ſectio parabola quæ l a b g, cuius diameter ſit a d, & eius latus rectū ſit l g, ab extremitate quoq; diametri a d, ex parte periferiæ ſectionis, hoc eſt à parte pun cti a, reſecetur per 3. primi, linea a e, æqualis quartæ parti lateris recti ipſius ſectionis, q̄d eſt l g, incidatq; linea t b, puncto ſectionis, quod eſt b, æquediſtanter diametro a d, & cō tinuetur linea à puncto b, ad punctum e, quod ſeparat a diame= tro a d, lineam a e æqualem quartæ parti lineæ l g, & ducatur à puncto b, linea contingens ſectionem, quæ ſit h b k, dico q̄d duæ lineæ t b, & b e, cum linea ſectionem contingente, quæ eſt h b k, in puncto b, continent angulos æquales, ita quòd angulus t b k, eſt æqualis angulo e b h, angulus enim b e h, non poteſt e= uadere unam trium conditionum, aut enim erit acutus, aut re= ctus, aut obtuſus, ſit primo acutus, & à puncto b, ducatur per 12 primi, ſuper diametrum a d. perpendicularis b 3, cadatq; per 32. primi, punctum 3, inter duo puncta a & e, & producatur dia meter a d, ultra punctū a, donec per 2 primi huius, concurrat cū linea cōtingente ſectionem, quæ eſt k b h, ſitq; cōcurſus in pun cto h, eritq; angulus a h b acutus, cadet ergo perpendicularis b 3, inter puncta h & e, & erit per 39. huius, linea a 3, æqualis line æ a h, & itaq; lineæ a e, eſt diuiſa in puncto 3, & ei eſt æqualis uni parti diuidentium adiecta, quæ eſt a h. Erit ergo per 8. ſecū di quadratum lineæ e h, æquale ei quod fit ex ductu lineæ e a, in lineam h a, uel in lineam a 3 quater, & quadrato lineæ 3 e, ſed li nea e a, eſt quarta pars lineæ l g, ex hypotheſi, ergo per 1. ſecun di, uel per 1. ſexti, illud quod fit ex ductu lineæ a 3, in lineam a e, quāter, eſt æquale ei quod fit ex ductu lineæ a 3, in lineam l g, ſemel. Illud ergo quod fit ex ductu lineæ a 3, in lineam l g cum quadrato lineæ 3 e, eſt æquale quadrato lineæ e h, ſed per præmiſſam pa tet, quod illud quod fit ex ductu lineę a 3, in lineā l g, eſt æquale quadrato lineæ b 3, quo niam linea b 3 eſt perpēdicularis ſuper diametrum a d, duo uero quadrata b 3 & 3 e, ſunt per penultimam primi, æqualia quadrato lineæ b e, quadrata ergo linearum e h & e b, ſunt æqualia, ergo linea e b eſt æqualis lineæ e h, ergo per 5 primi, in trigono e b h, angu lus e h b, eſt æqualis angulo e b h, ſed linea t b & d a, ſunt æquediſtantes, ergo per 29.







primi,angulus t b k extrinſecus, eſt æqualis d h b intrinſeco angulus ergo e b h,eſt æqualis angulo t b k. Eodē quoq; modo demonſtrandū eſt, de qualibet linea æquediſtante diametro a d & d e, linea copulata ad pūctū e, quoniā illa linea ſit per punctū e cū diametro a d, angulū continet acutum, patet ergo propoſitū ſecūdū hunc modū. Quod ſi angulus b e h, fuerit rectus,ad huc patet propoſitū,quiā angulus c b k,eſt æqualis angulo e b h, quiā enī angulus b e h,eſt rectus,patet quod linea b e eſt perpendicularis ſuper diametrū a d,ergo linea e a per 39.huius,eſt æqualis lineæ a h , ſed linea e a ex hypotheſi eſt quarta pars lineæ l g , ergo linea h e , quæ eſt dupla lineæ a e, eſt medietas lineæ l g,ergo per 4.ſecundi , quadratum lineæ e h,eſt quarta pars quadrati lineæ l g. Id quoq; quod fiet ex ductu lineæ e a,in lineam l g,eſt æquale quartæ parti quadrati lineæ l g,per 1 ſexti,quoniam linea e a , eſt ex hypotheſi 4.pars lineæ l g. Illud ergo quod fit ex ductu lineæ e a , in lineam l g,eſt æquale quadrato lineæ e h,ſed id quod fit ex ductu lineæ e a,in lineam l g,eſt æquale quadrato lineæ e b per præmiſſam,quoniā linea e b,eſt perpendicularis ſup diametrum a d,quadratum ergo lineæ e h,eſt æquale quadrato lineæ e b, ergo & linea e h,eſt æqualis lineæ b e,ergo ut prius per 5. primi,anguli e b h & e h b,ſunt æquales,& quiā linea t b,æquediſtat lineæ a d,patet per 29.primi,quiā angulus t b k, eſt æqualis angulo e b h,& ſimiliter demonſtrandum eſt de omni linea incidente ipſi ſectioni,cum angulus b e h eſt rectus, & aliis iterum,quod proponebatur. Si uero angulus b e h ſit obtuſus, dico quod adhuc angulus t b k, eſt æqualis angulo e b h, ducatur enim linea perpendicularis, quæ ſit b 3,à puncto b ipſius ſectionis,cui incidit linea æquædiſtans diametro a d , quæ eſt t b,illa quoq; perpendicularis ſuper diametrū a d,ſit b 3,cadet hæc perpendicularis b 3 ,inter puncta diametri, quæ ſunt d & e, aliàs enim duo anguli unius trigoni b e 3 fierēt maiores duobus rectis,quiā uno exiſtēte recto,qui b 3 e,angulus b e 3 eſſet obtuſus,quod eſt impoſsibile,cadit ergo punctum 3, inter puncta e & d ,linea ergo a 3,eſt maior q̃ linea a e , & quiā linea h b k cōtingit ſectionem,& linea b 3,eſt perpendicularis ſuper diametrum a d,erit per 39.huius,linea a 3,æqualis lineæ a h,ergo linea h a eſt maior q̃ linea a e,fiat p 3.primi,linea a m, æqualis lineæ a e , remanet ergo linea h m,æqualis lineæ 3 e,linea ergo e m addita,utrobiq; erit linea 3 m,æqualis lineæ h e, quadratum ergo lineæ 3 m , eſt æquale quadraro lineæ e h , quia itaq; linea 3 a,eſt diuiſa in puncto e,& ei eſt adiecta æqualis uni diuidentium,quæ eſt m a , æqualis ipſi a e,patet per 8.ſecundi, q illud quod fit ex ductu lineæ 3 a,in lineam a m,uel in eius æqualem lineam a e quater,cum quadrato lineæ 3 e,eſt æquale quadrato lineæ 3 m,uel lineæ e h,quæ ſunt æquales, ſed illud quod fit ex ductu lineæ 3 a,in lineam a e quater, ut patet ex præmiſſis eſt æquale ei quod fit ex ductu lineæ a 3,in lineā l g, per 1. ſecundi,uel per primā ſexti,quoniā linea a e,eſt æqualis quartæ parti lineæ l g , ex hypotheſi , illud ergo quod fit ex ductu lineæ a 3 in lineam l g,cum quadrato lineæ 3 e , eſt æquale quadrato lineæ e h, ſed illud quod fit ex ductu lineæ 3 a , in lineam l g, eſt

æquale

æquale quadrato lineæ b 3.p̃ præcedentẽ, q̃m linea b 3, eſt ꝑpendicularis ſup diametrũ a d, quadratũ uero lineæ b e, per penultimã primi, eſt æquale quadratis ambabus linearũ b 3 & e 3, patet ergo quod quadratũ lineæ b e, eſt æquale quadrato lineæ e h, ergo lineã e b eſt æqualis lineæ e h, ergo per 5. primi, anguli e b h & a h b ſunt æquales, ſed ut prius t b & d h ſunt æquediſtantes, angulus ergo t b k, per 29. primi, eſt æqualis angulo d h b, ergo & angulus e b h, & ſimiliter demõſtrandũ in omni linea incidente ſectioni æquediſtãter diametro a d, cũ angulus b e h eſt obtuſus, patet itaq; generaliter propoſitũ, nam omnis linea incidens periferiæ ſectionis æquediſtanter diametro, & alia linea quæ ab illo eodem puncto ducitur ad punctum abſcindens à diametro ex parte periferiæ ſectionis partem æqualem quartæ parti lateris recti ipſius ſectionis, cum linea ſectionem in alio puncto contingentem continent angulos æquales, & hoc proponebatur.

XLII.

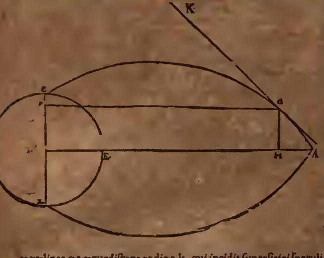
In omne ſuperficie concaua concauitatis ſectionis parabolæ, ſi ab extremitate axis contingentis ſectionem abſcidatur pars æqualis quartæ lateris recti ipſius parabolæ, omnis linea æquediſtanter axi incidens illi ſuperficiei, & linea à puncto incidentiæ ad punctum ſignatum in axe producta cum linea in illo puncto ſuperficiem contingente continent angulos æquales.

Sit ſuperficies cõcaua cõcauitate ſectionis parabolæ, cuius uertex ſit punctũ a, & hæc eſt ſuperficies illa, quam motu ſuo circa axem fixũ efficit ipſa parabola per 117. primi huius, & quoniam ut ibi patuit, huius ſuperficiei baſis eſt circulus, quẽ circa punctũ d, motu ſuo deſcribit linea g d. ſit ille circulus g e 3, & ſit huius ſuperficiei concauæ axis linea a d, quæ fuit prius diameter ſectionis parabolæ, & ab extremitate axis à puncto, ſcilicet a, ab ſcindatur ab axe linea a h æqualis 4. parti lateris recti ipſius ſectionis, q̃ ſit g z cuius quartæ parti æqualis ſit linea a h, & ducatur à pũcto ſuperficiei b, linea b t, æquediſtanter axi a d, per 31. primi, & ducatur linea b h, dico q̃d duæ lineæ t h & b h, cõtinent cũ linea contingente ſuperficiẽ concauam propoſitã in pũcto b, duos angulos æquales, quoniã enim linea a d & b c ſunt æquediſtantes, patet q̃d ipſæ ſunt in eadẽ ſuperficie per 1. primi huius ſed linea b h, cadet inter illas, ergo per 7. undecimi, ipſa eſt in eadem ſuperficie cum illis, lineæ ergo t b, & b h, & a d ſunt in una ſuperficie, ſit itaq; ut aliqua ſuperficies plana contingat ſuperficiem propoſitam ſuper punctum b, ſuperficies itaq; b c d a, ſecabit ſuperficiem concauam, & erit per 19 primi huius, communis ſectio ipſarum parabola, quæ ſit a b g, cuius diameter erit linea a d, & erit communis ſectio ſuperficiei b c d a, & ſuperficiei planæ contingentis iſtam ſuperficiem concauam linea contingens ſectionem a b g in pũcto b, quæ ſit linea l b k, quia itaq; linea l b k, contingit ſectionem a b g, in puncto b, & linea a h, eſt quarta pars lateris recti, & linea t b, æquædiſtat lineæ a d, patet per præmiſſam, quoniam duæ lineæ t b & h b, continent angulos æquales cum linea l b k, contingente ſectionem in puncto b, quoniam imaginata moueri ſuperficie b c d a, circa axem fixũ quæ eſt a d, patet quod punctum b, motu ſuo efficit circulum in ſuperficie cõcaua, à cuius totali periferia lineæ ductæ ad punctum h, continent angulos æquales, & idem accidit in quacunq; parte ſectionis parabolæ, quæ eſt a b g, cadat punctus b, ſiue angulus b h a, ſiat acutus, rectus, uel obtuſus, patet itaq; quod omnis linea æquediſtans axi a d, eſt incidens ſuperficiei concauæ propoſitæ, & linea ab illo puncto ad punctum h, ducta continet angulos æquales, & hoc eſt propoſitum.

XLIII.

Speculo cõcauo concauitatis ſectionis parabolæ ſoli oppoſito, ita ut axis ipſius ſit in directo corporis ſolaris, omnes radij incidentes ſpeculo æquediſtanter axi reflectuntur ad punctum unum axis diſtantem à ſuperficie ſpeculi ſecundum quartam lateris recti ipſius ſectionis parabolæ ſpeculi ſuperficiem cauſantis, ex quo patet quod à ſuperficie talium ſpeculorum ignem eſt poſsibile accendi.

Sit ſpeculum concauum concauitate ſectionis parabolæ, cuius uertex ſit punctum a, & baſis ipſius ſit circulus q e z, & eius axis a d, & diſtantia puncti axis quod ſit h, à puncto uerticis ſpeculi quod eſt a, ſit ęqualis quartæ parti lineæ q z, ſcilicet lateris recti ſectionis parabolæ a b g, cauſantis motu ſuo ſuper axem a d, ſuperficiem ipſius ſpeculi concaui quod ſoli opponatur ſecundum eius axem a d, ſit enim corporis ſolaris centrum k, ſituetur quoque ſpeculum taliter, ut eius axis a d, ſic producta, proueniat ad centrum ſolis in punctum k, dico quod omnes radij ſolares æquediſtanter radio k a, ſuperficiei ſpeculi propoſiti incidentes reflectuntur ad punctum h, lineæ a d, quæ eſt axis ſpeculi, quoniã enim omnes radij egredien es à quocunque puncto corporis ſolaris ſuper aliquod punctum ſuperficiei ſpeculi, egrediuntur ſecundum lineas rectas, ut patet per primam ſecundi huius, tunc palam eſt quia linea k a, eſt linea recta. Sit itaque ſuper periferiam alicuius ſectionis parabolæ ipſius ſpeculi, quæ ſit g a z q, punctum g, ſignatum utcunque contingit, & à puncto ſpeculi g, per 31. primi, ad aliquod punctum, corporis ſolaris quod ſit t, ducatur linea g t, æquediſtans radio a k, qui incidit ſuperficiei ſpeculi ſecundum axem a d.



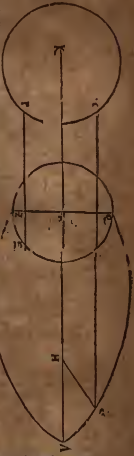
Eſt autem neceſſarium omnem lineam à quocunque puncto ſpeculi æquediſtanter radio a k, productam ad ſuperficiem corporis ſolis incidere, quoniam ſuperficiei ſpeculi ad ſuperficiem ſolaris corporis aut nulla, aut modica eſt proportio, ſit ergo punctum t, quod eſt terminus lineæ g t in ipſa ſuperficie corporis ſolaris. Omnes itaque lineæ quæ poſſunt duci à ſuperficie ipſius ſpeculi æquediſtanter ſuæ axi a d, incidunt corpori ſolari, & ſecundum illas lineas fit incidentia ſuperficiei ſpeculi reſpectu radij qui incidit ſecundum axem omnium æquediſtantium axi radiorum, hoc autem eſt omniũ radiorũ cuicunque pũcto ſuperficiei totius ſpeculi incidentiũ, quoniam per 31. primi, à quolibet pũcto propè uel remotè dato, ſcimus cuilibet datæ lineæ ut in propoſito ex axis a d, ducere lineã æquediſtantẽ, dico itaque quod oẽs illi radij reflectuntur à totali ſuperficie ſpeculi ad unũ punctũ axis ſpeculi quod eſt punctũ h, oẽs enim illi radij cũ ſint lineæ rectæ, patet per præmiſſam, quod cũ lineis ab omnibus pũctis ſuarũ incidentiarum ad punctũ h, ductis cõtinẽt angulos æquales, ergo per 20. quinti huius, oẽs illi radij reflectũtur ſecundũ illas lineas tranſeuntes punctũ h, & ex hoc patet, quod oẽs radij incidẽtes periferiæ ſectionis æquediſtanter radio incidenti ſecundũ lineã, quæ eſt diameter ipſius ſectiõis reflectũtur ad punctũ diametri, qui abſcidit ex capite diametri à parte periferiæ ſectiõis partẽ æqualẽ quartæ parti lateris recti ipſius ſectionis a b g, quoniam omnis reflexio à quolibet corporũ politorũ regulariũ fit ſecundũ æqualitatẽ angulorum, quos continẽt linea incidens & reflexa, cum linea in illo puncto ſuperficie ſpeculi à qua fit reflexio cõtingente, & quoniam oẽs illæ duæ ſecant ſe in puncto h, patet quod in puncto h, eſt cõcurſus omniũ illorũ radiorũ. In illo ergo pũcto aggregatur omnis uirtus oĩm radiorũ totali ſuperficiei ſpeculi incidẽtiũ, & quoniam quilibet radiolus defert ſecum aliquid uirtutis actiuæ corporis ſolaris, patet quod in illo puncto tota uirtus eſt concurrens omnium

omnium ſcilicet radiorum ſuperficiei ſpeculi æquediſtanter ipſi axi a d incidentium. Ex quo patet quod in illo puncto h, poſito aliquo combuſtibili ignem eſt poſsibile accendi, & hæc eſt melior & fortior figura omnium figurarum radios ſolares ad unum punctum aggregantium, quoniam à tota ſuperficie & à quolibet puncto ipſius radij ſolares in unũ punctum aggregantur, patet ergo propoſitum.

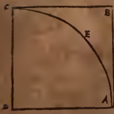
XLIIII.

Speculum ſecundum formam ſectionis parabolæ uel lineæ ecentrales uel interſectionis pyramidalis uel cuiuſcunq; alterius regularis uel irregularis datæ lineæ artificialiter conſtituere.

Lineam quã dicimus periferiam ſectionis inueniat induſtria operantis, quæ & apud non multis conatibus artificialiter eſt inuenta, faciliter tamen eſt imaginabilis, quoniã ut in 98. primi huius, diximus, ipſa eſt linea quæ eſt communis ſectio ſuperficiei conicæ cuiuſcunq; pyramidis, maxime uero rectangulæ & ſuperficiei pyramidem per diametrum baſis ſecanti, æquediſtanter alicui lineæ longitudinis illius pyramidis, utpote ei cuius & axis pyramidis communis ſuperficies eſt erecta ſuper planam ſuperficiem dicto modo pyramidem ſecantem. Talis itaque ſectio parabola ſic artificialiter inuenta, ſit a e g, & aſſumatur lamina ferri boni uel calybis, menſuræ & quantitatis cuius placuerit, quæ ſit a b g d, & protrahatur in ipſa ſectio parabola, quæ ſit æqualis, & ſimilis ſectioni a e g, & abſcindatur lamina ſecundum illam ſectionem a e g, uel ſecundum aliquam partem ipſius, ſiue placeat à parte uerticis quæ eſt a, ſiue ex parte unius ſui capitis, quod eſt g, ſiue ex parte alterius ſui capitis, quod eſt in latere eius recto oppoſitum puncto g, fit enim magna diuerſitas proiectionis radiorum ſecundum illam partium ſectionis diuerſitatem, recta itaque lamina a d b g, ſecundum formam & figuram ſectionis a e g, acuatur extremitas laminæ, quæ eſt ſecundum formam ſectionis acuitione bona, ſcilicet, ut uidere ualeat totum illud ſuper quod mouetur, & aſſumatur item alia lamina de calybe forti alicuius competentis ſpiſsitudinis, quæ incidatur iterum ſecundum formam præaſſumptæ partis illius ſectionis, & illa ſuperficies ſimilis parabolæ ſecetur contiguæ multis ſectionibus ad modum limæ, ita ut per ipſa poſsit limari ferrum. Deinde fiat corpus ferreum conueniens illi figuræ, cuius ſuperficiem ſecundum formam intentam proponimus concauare & polire ad formam ſpeculi, ſiue illud fiat ſecundum formam partis ſectionis adiacentem uertice ſectionis parabolæ, ſiue capitis. In his enim eſt multa diuerſitas & formæ uel figuræ ſpeculi, quoniam forma figuræ ſpeculi cõcauati ſecundum partes adiacentes uertici ſectionis æqualiter hinc inde diſtantium à puncto uerticis eſt figuræ, quaſi annularis, & forma ſpeculi concauati ſecundum partes adiacentes capitibus ſectionis eſt figuræ quaſi oualis, hoc eſt, ad modum longitudinis oui. Limetur itaq; ſpeculum cuiuſcunq; figuræ fieri debuerit per limam ſibi ſimilem in figura, taliter ut ſuperficies limæ, quæ eſt ſecta ad limandum occurrat toti ſuperficiei ipſius ſpeculi. Si ergo ſpeculum limatum fuerit ſecundum figuram oualem, tunc ordinetur in loco fixo, ita ut eius concaua ſuperficies, quantum ad lineam periferiæ ſuæ baſis ſit in periferia illius circuli baſis, uel ſi fuerit figuræ annularis ad periferiam cir



culi æqueſtantis baſi,& in loco axis figatur lamina lineæ ſuperficiei incidētis uel incidente planantis, moueaturq́ʒ ad concauandum ſpeculum, & tornetur ſicut tornatur alia inſtrumēta, donec periferia acuta laminæ occurrat toti ſuperficiei ſpeculi,& euacuetur omnis aſperitas ipſius,planetur quoqʒ quantum eſt poſsibile,eritq́ʒ tunc ſuperficies illius ſpeculi ſecundum totum habens figuram ſectionis parabolæ,& fiet ab omnibus punctis ſuæ ſuperficiei reflexio in punctum unum,ſimiliterq́ʒ modo faciat ingenioſus artifex in alijs lineis quibuſcunqʒ,ut in illis lineis quas per 37.& 38.huius,docuimus inueniri,quoniam in omnibus his idem eſt operandi modus, ut ſecundum fixam diametrum a c,in 37. huius, uel ſecundum fixum punctum q,in 38.huius,fiat dictarum linearum reuolutio ſuper ſubiectas ſibi proportionales corporis ſuperficiei ſuperficies, prouenientq́ʒ figuræ ſimiles illis lineis à quarum ſuperficiebus reflexi radij omnes ad unum punctum naturalem uel mathematicum concurrent,patet itaqʒ propoſitum.



LIBER DECIMVS
PERSPECTIVÆ VITELLIONIS.

SVperius duos modos uiſionis, ſcilicet eum q̄ fit directa per unum medium diafonum,& eū qui fit per reflexionē à politis corporibus tractauimus,ſuper eſt nunc,ut tertium uidendi modum,qui fit per refractionem factam à pluribus diafonis corporibus medijs inter uiſum & rem uiſam proſequamur. Quoniam & ſecundum hunc modum diuerſimode uariatur actio naturalium formarum & modus actionis. Virtutes enim formarum naturalium aggregatæ per refractionem fortius agunt,& plus actionis formæ corporibus ſuſceptibilibus imprimunt,unde etiam accenditur ignis ex radijs ſolis ſub corpore ſphærico diafoni denſioris aere, uel aqua, ut ſub glacie, uel criſtallo, uniuerſaliter uero aggregatio uirtutis radiorum ſtellarum uel aliarum formarum in eodem puncto naturali, uel circa illud fit fortioris actionis, diſperſio uero uirtutum naturalium formarum debilitat actiones naturales. Diſgregata enim uirtus debilius & minus agit. In his autem omnibus ſicut & in alijs modis uidendi,ſuperius diximus,uiſiua cognitio ſignum eſt non cauſa. Non enim quia uiſus ſic uidet,ideo ſic accidit in formis rerum agentium, ſed quia ſic agunt formæ naturales,ideo ipſas ſic agentes uidet uiſus,niſi forte in quibuſdam deceptionibus, quæ uiſui accidunt per ſeipſum. Omnis autem paſsio ſecundum modos cuiuſcunqʒ refractionis naturæ accidens uel uiſui,fit ſemper propter diuerſitatem diafonеitatis mediorū corporum inter agens & paſsim,uel inter uiſum & rem uiſam. Corpora uero diafana nobis aſſueta, ſunt aer, qui eſt rarioris diafoneitatis omnibus alijs diafonis corporibus, excepto corpore cœli, quod eſt rarius aere,ut poſtmodum demonſtrabimus in progreſſu. Hic autem in tota ſequente tractatu nomine aeris & ignem accipimus, quia licet inter hæc ſit differentia ſpecifica formalis & diuerſa raritas in diſpoſitionibus materiæ, nō tamen ex hac diuerſitate aliqua accidit diuerſitas ſenſibilis in formarum refractione,quoniam ignis qui apud nos eſt hic inferius,eſt in materia groſſa terrea,uel aquea,uel aerea & ſecundum hoc ſequitur paſsiones corporum aliorū,ignis uero in ſphæra ſua eſt ſecundum ſui formalem diſtinctionem aeri contiguus, & ſecundum naturam diafoneitatis continuus,non habens diſtinctam ſuperficiem ab aere in qua ſit poſsibile refractionem ſenſibilem fieri. Aer enim quanto propinquior eſt cœlo,tanto fit rarioris diafoneitatis,ſimiliter & ignis,ita quod infimum ignis & ſupremū aeris eſt diafonitas quaſi una, in qua refractio ſenſibilis fieri non poteſt, & itaqʒ ſuperficies concaua ignis non eſt diuerſæ diafonitatis & ſenſibiliter determinatæ à ſuperficie conuexa aeris, ideo non fit refractio inter illa,& ſic ignem in hoc tractatu ſub nomine aeris implicamus. Eſt tamen [illegible]

refractio

refractionũ diuerſitas in aere denſiori & rariori, quoniam illa diuerſitas denſitatis fit ſenſibilis, ſicut plurimum accidit in aere cõdenſato propè terram, & maxime in crepuſculis ſerotinis & matutinis temporibus. Diafonũ uero aliud diuerſum ab iſtis eſt aqua cõtinẽs etiam in ſe diuerſitatem refractionis ſecundum rarius & denſius, quod eſt in illo ſuo genere, uno tamẽ nomine nuncupatur. Sunt enim aquæ calidæ ſulphureæ, & aquæ ſalſæ, ut maris, groſsioris diafonitatis, quàm aliæ aquæ frigidæ claræ dulces. Alia uero corpora diafona nobis aſſueta ſunt quædam lapides, ut criſtallus, berillus, & ſimiles, ut ſunt uitra. Dicitur etiam de quibuſdam corporibus animatis, quæ ſunt diafona, ut de iſtis quæ colorantur coloribus corporum, quibus ſuperſtant, quorũ animalorũ corporum paſsiones, non proſequimur, quia ſunt figuræ irregularis. Superficies itaq; cœli, quæ occurrit uiſui, eſt ſphærica concaua, quæ ſi ſecetur ab aliqua plana ſuperficie, erit communis ſectio illarum ſuperficierum linea circularis, cuius conuexum eſt ex parte uiſus, ut patet per 69. primi huius, & ſuperficies aeris, quæ tangit illã, eſt ſphærica cõuexa, quæ ſi ſecetur à plana ſuperficie, communis ſectio erit linea circularis, cuius conuexum eſt ex parte cœli. Superficies uero aquæ ex parte uiſus ſuperſtantis aquæ eſt ſphærica cõuexa, quæ ſi ſecetur à plana ſuperficie, erit communis ſectio linea circularis, cuius conuexum eſt ex parte illius uiſus. Vitrorum uero & lapidum diafonorum figuræ ſunt rotundæ, aut planæ, aut irregularis, unde ſi ſecentur à planis ſuperficiebus, fient in illis communes ſectiones, aut circuli, aut lineæ rectæ, aut irregulares, ſecundum quarum linearum & ſuperficierum diuerſitatem uariatur diuerſitas paſsionum, quæ uiſibus occurrunt.

DEFINITIONES.

Linea incidentiæ, dicitur linea ſecundum quam forma directè diffunditur per medium unius diafoni, & eadem dicitur linea extenſionis formæ. Refractio, dicitur incuruatio eiuſdem lineæ ad angulum continendum, ut cum lineæ, per quas una forma rei uiſæ peruenit ad uiſum, non rectè prodeunt, ſed franguntur in ſuperficie alterius corporis diafoni. Punctus refractionis, eſt punctus ſuperficiei corporis diafoni, in quo fit lineę incidentiæ, uel lineæ extenſionis formæ refractio ad uiſum. Linea refractionis, dicitur linea à puncto reflexionis ad centrum uiſus extenſa. Linea perpẽdicularis, hic nũc dicitur linea, quæ à pũcto refractionis erigitur ſuper ſuperficiem corporis, à qua fit refractio. Kathetus incidentiæ, dicitur linea à puncto rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis, in quo eſt res uiſa, & à qua fit refractio perpendiculariter producta. Superficies refractionis, dicitur ſuperficies in qua continentur lineæ incidentiæ & refractionis. Angulus incidentiæ, dicitur minor angulus, quem continet linea incidentiæ cum linea perpendiculari ducta à puncto refractionis ſuper ſuperficiem corporis, à qua fit illa refractio. Angulus refractus, dicitur angulus minor quem continet linea refracta cum ducta perpendiculari. Angulus refractionis, dicitur angulus quem cõtinet linea refractionis cũ linea incidentiæ trans corpus diafonũ, in cuius ſuperficie fit refractio in continuum protracta. Directè uideri dicitur ſicut & ſuperius diffinitum eſt, quando forma rei uiſæ ſine refractione peruenit ad uiſum. Obliquè dicitur uideri, cũ forma rei uiſæ ad uiſum peruenit refractè. Imago refracta, dicitur forma rei uiſæ obliquè perueniẽs ad uiſum. Locus imaginis refractæ, dicitur locus in quo imago refracta uiſibus occurrit. Supponimus autem hic, Lumen Solis aliqualiter in matutinis & ſerotinis crepuſculis uideri. Item itidem ſecundum figuram rotundam & colores uariòs uideri.

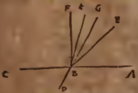
THEOREMA I.

In omni ſuperficie refractionis neceſſario ſunt punctum, cuius forma refrangitur, & punctum refractionis, & centrum ipſius uiſus, & perpendicularis ducta â puncto reflexionis ſuper ſuperficiem, in qua fit refractio, ex quo patet, quod unius refractionis unica tantum eſt ſuperficies.

Sit ſuperficies ſecundi diafoni denſioris uel rarioris primo diafono, in qua ſit linea a b c, & ſit punctum, cuius forma refrangitur punctum d, ſitq; centrum uiſus e, fiatq; refractio in puncto ſuperficiei ſecundi diafoni quod eſt b, & à puncto b, ſuper ſuperficiem

a b c,

a b e, ducatur perpendicularis b f, dico quod puncta d e b, & linea b f, ſunt ſemper in eadem ſuperficie refractionis, quoniam enim ut patet per diffinitionē præmiſſam in principijs libri huius, & per propoſitionem 46. ſecundi libri huius, linea radialis incidēs quæ eſt d b. & refracta quæ eſt b e, ſunt in eadem ſuperficie refractionis, punctum ergo d, cuius forma incidit & refrangitur, & punctum refractionis ſcilicet punctū in quo fit refractio, quod eſt b, & centrum uiſus quod eſt e, ſunt in eadem ſuperficie per primam undecimi, ſed & per ſecundam undecimi, linea b f, quæ eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem, eſt in eadem ſuperficie cum linea b e, ergo & cum lineis d b & b e, quoniam linea b f, eſt perpendicularis ſuper lineam a b e, & cum illa in eadem ſuperficie, ſimiliter cum protracta linea d b ultra punctum b ad punctum g, eſt in eadem ſuperficie, puncta itaq; d b e, & linea b f, ſunt in eadem ſuperficie per primam & ſecundam undecimi. Omnis enim refractio aut fit ad ipſam perpendicularem b f, aut ab ipſa, & ſemper in eadem ſuperficie in qua fiebat incidētia formæ refrangendæ, quoniam enim omnis refractio fit ad omnem differentiam poſitionis, quia qua ratione fit ad unam partem, eadem ratione fit ad quamlibet aliam. Determinatio ergo refractionis ad tertiam differentiam poſitionis fit tantum per uiſum, quia in quacunq; ſuperficie centrum uiſus fuerit, in illa tantum percipitur fieri refractio, patet ergo propoſitum, & ex hoc patet, cum iſta puncta refractionis omnia ſcilicet d e b, & linea b f, ſuperficiem refractionis cōſtituant, quod horum aliquo deficiente non eſt ſuperficies refractionis, & quod unius refractionis unica tantum eſt ſuperficies refractionis, quoniam hæc omnia puncta in unica tantum ſuperficie ſimul concurrere eſt poſsibile, & non in pluribus, & hoc eſt quod proponebatur.



II.

Neceſſe eſt enim omnem ſuperficiem refractionis ſuper ſuperficiem corporis à qua fit refractio, ſiue illa ſuperficies ſit plana, conuexa, uel concaua, erectam eſſe.

Hoc quod hic proponitur patet per præmiſſam, quoniam enim in omni ſuperficie refractionis neceſſario ſunt punctum, cuius forma refringitur, & punctum ſuperficiei corporis, à quo fit refractio, & centrū uiſus perpendicularis ducta à puncto refractionis ſup ſuperficiem corporis illis, in qua fit refractio, ergo per 18. undecimi, patet quod omnis ſuperficies refractionis eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis in qua fit refractio ſi enim illa ſuperficies fuerit plana, tunc euidenter patet propoſitum per 18. undecimi, ut præmiſſum eſt. Si uero fuerit illa ſuperficies conuexa uel concaua ſphærica, tunc patet, quoniam perpendicularis ducta à puncto refractionis ſuper ipſam ſuperficiem corporis in qua fit refractio, ſemper tranſit centrum illius corporis, & eſt perpendicularis ſuper illud corpus in puncto refractionis contingente, ergo item per 18. undecimi, ſuperficies refractionis eſt erecta ſuper illam ſuperficiem contingentem, ergo & ſuper ipſam corporis ſuperficiem. Similiter quoq; demonſtrandum, ſiue figura corporis in qua fit refractio fuerit columnaris, ſiue pyramidalis, ſiue alterius figuræ cuiuſcunq;, ſemper enim ſuperficies refractionis erit recta ſuper ſuperficiem corporis, in qua fit refractio, & ſi accidat, ut illa ſuperficies corporis in qua fit refractio, fuerit æquediſtantis horizonti, tunc perpendicularis ducta à puncto refractionis ſuper ſuperficiem corporis, in qua fit refractio, eſt etiam perpendicularis ſuper ſuperficiem horizontis, per 23. primi huius, ergo & per 18. undecimi, ſuperficies refractionis eſt perpendicularis, & erecta ſuper ſuperficiem horizontis, ſed & hoc patet per declarationem quæ fit in inſtrumento, quod in prima ſecundi huius præmiſimus, quoniam enim linea radialis incidens & refracta ab aliqua ſuperficie unius corporis diafoni ad aliud corpus diafonum, ut patet per 46. ſecundi huius, ſemper ſunt in una plana ſuperficie, quæ eſt medius circulus illorum trium circulorum ſignatorum in interiori parte oræ inſtrumenti æquediſtantis ſuperficiei interioris laminæ inſtrumenti, ſed illa ſuperficies laminæ æquediſtat ſuperficiei dorſi inſtrumenti, cui

extrin

extrinſecus ſuppoñitur ſuperficies regulæ cubitalis tenentis inſtrumentum. Superficies itaq; medij circuli æque diſtat ſuperficiei regulæ longæ quadrangulæ ſuppoſitę dorſo laminæ per 24. primi huius, ſed illa ſuperficies perpendicularis eſt ſup ſuperficiem laterũ longitudinis regulæ erectas ſuper oras inſtrumẽti, ſuperficies itaq; medij circuli eſt per 14. undecimi, perpendicularis ſuper ſuperficiem longitudinis regulæ erectas ſuper oras inſtrumenti, ſed illæ duæ ſuperficies regulæ ſunt æquediſtantes horizonti tempore experimentationis p inſtrumentũ poſitũ in uaſe ut cõſueuit. Superficies itaq; medij circuli eſt ppendicularis ſup ſuperficiem horizontis, & quia ſuperficies medij circuli eſt ſuperficies refractionis, patet propoſitũ. Idem quoq; poteſt oſtendi producta per imaginationem linea à centro medij circuli ad centrum mundi, hæc enim linea cum ſit ſemidiameter mundi perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ quæ eſt in uaſe. Eſt autem illa linea in ſuperficie medij circuli quæ eſt ſuperficies refractionis. Eſt ergo per 18. undecimi, illa ſuperficies perpendicularis ſuper ſuperficiem horizontis, cum enim lux refrangitur ab aëre ad aquam erit refractionis linea cadens inter primam lineam per quam extenditur in aëre, quæ eſt linea incidentiæ ſuæ, & inter perpendicularem excuntem à centro medij circuli ſuper ſuperficiem aquæ, & centrum lucis intra aquam ſemper procedit à centro medij circuli, palam ergo quod lux quæ refrangitur ab aëre ad aquam, refrangitur in ſuperficie perpendiculari ſuper ſuperficiem aquæ, ergo & ſuper ſuperficiem horizontis. Idem quoq; accidit cum ab aëre ad uitrum ſit refractio, patet ergo ſiue ſuperficies corporis à qua ſit refractio ſit plana conuexa uel concaua, quod ſemper ſuperficies refractionis eſt erecta ſuper illam, & hoc eſt propoſitum.

III.

Centro uiſus exiſtente ultra medium ſecundi diafoni, omnes formæ oblique incidentes ſuperficiei ſecũdi diafoni reſpectu uiſus refractæ uiſui occurrunt, perpendiculariter uero incidentes uidentur directe.

Quoniam enim lux pertranſit corpora diafona quibus incidit, aut directe, ut cũ radius incidens eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis ſibi oppoſiti, aut oblique, ut cum radius incidit oblique, & ab uno puncto corporis luminoſi ſecundum omnem lineam ab illo puncto ducibilem ſit luminis diffuſio, ut patet p 20. ſecundi huius, & quia forma coloris ſemper diffundit ſe cum lumine, patet quod cuiuslibet puncti, cuiuslibet corporis luminoſi colorati uel lucidæ exiſtentis in aliquo corpore diafono, forma lucis & coloris extenditur in uniuerſo corpore diafono ſibi pximo, & peruenit ad ſuperficiẽ corporis diafoni ſibi oppoſiti, & ſi fuerit illud corpus diafonũ continens illud ſecundũ corpus diafonũ qđ ſit alterius diafonitatis ab illo, tũc forma diffuſa penetrat illud, & omnes lineæ radiales, ſecundũ quas illis corporibus diafonis oblique lumen uel color incidit refringũtur, præter q̃ linea incidens perpendiculariter, ſola eñ illa extenditur ſecundum rectitudinẽ in corpore diafono proximo ſibi, & in corpore alio diafono proximũ corpus diafonũ contingente, dũ tamẽ perpendiculariter incidat utriq;, & ſi forte aliqua linearũ radialium perpendiculariter incidit pũcto ſuperficiei cõtinuæ cũ ſuperficie corporis diafoni corporis pximi, nec ſit illius ſuperficiei ſecundæ corpus diafonũ, uel ſi fuerit diafonum, non ſit tamen eius ſuperficies prioris ſupficiei diafoni æquediſtans, tunc à puncto incidentiæ lineæ radialis ſup ſuperficiem ſecũdi corporis alia ppendicularis duci poteſt, ergo tunc illa forma quæ ſuperficiei prioris corporis ſecundũ ppendicularem incidebat, delebitur, quoniã ab uno puncto ad unã ſuperficiẽ duas lineas ppendiculares duci eſt impoſſibile p 3. undecimi. Omnes ergo formæ illius pũcti tranſeũtes in corpus diafonum contingens pximum illi puncto aliud corpus diafonũ, erunt reflexæ, & quoniam à quolibet pũcto cuiuslibet corporis luminoſi uel colorati extenditur lumẽ & color penetrans totũ corpus diafonum obiectum, & refrangitur à ſuperficie alterius corporis diuerſæ diafonitatis illi ſuccedentis per 47. ſecundi huius, patet quod forma lucis & coloris erit una forma continua cõiuncta, & refrangitur tota cõtinua & cõiuncta, ſuperficie corporis diafoni, exiſtente cõtinua, & cũ forma refracta fuerit cõtinua. Si ergo corpus denſioris diafonitatis quàm ſit primum diafonum, illi formæ occurrerit, tunc

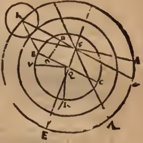
forma cõtinua magis aggregata & unita ꝑueniet ad aliud corpus, & occurrente iterum corpore diaſono rariore, tunc quilibet punctus corporis diaſoni rariore per quẽ extenditur forma puncti, quod eſt in primo corpore luminoſo uel colorato, tranſmutet formam lucis & coloris ad quodlibet punctũ ipſius ſecũdi uel tertij corporis diaſoni per omnem lineam rectam quæ poteſt extendi ab illo pũcto. Si itaq; aliqs fuerit imaginatus pyramides rectilineas exeuntes à quolibet pũcto aeris ad ſuperficiẽ corporis diaſonitatis alterius pertingentes, & ſi in ſuperficie eius corporis ſecundi diaſoni corporis lineæ obliq̃ incidentes refringi imaginentur perpendiculari linea, quæ eſt axis illius pyramidis imaginatæ, ſine refractione tranſeunte, tunc adhuc ſit unum corpus continuũ in refractiõe, ſicut & una eſt forma corporis incidens ſuperficiei illius ſecundi corporis diaſoni. Si ergo in loco imaginatæ pyramidis ſiſtatur ſecundũ ueritatẽ in aëre pyramis ſenſibilis, cuius corpus ſit coloratũ uel luminoſum denſum, miſcebitur lux uel color illius pyramidis cum luce uel colore corporis à quo fit refractio, & fiet ipſorũ multiplicatio per omnem lineam rectã quæ poterit extendi ab illo pũcto cui incidit, & forma puncti incidens alicui puncto denſi extẽdet per ꝗlibet linearũ refractaꝝ ad illud punctũ corporis in quo fit refractio ſibi correſpondente, & ſi uiſus fuerit ex parte altera illius diaſoni, tunc illæ formæ perueniunt ad uiſum, ſed perpẽdicularis quia nõ refringitur, peruenit ꝑpendiculariter ad centrũ uiſus, & formæ per lineas obliquas incidentes refractæ & oblique perueniunt ad uiſum, cum itaq; lineæ ſecundũ quas forma refrangitur ſe in aëre per omne corpus medium diffundant, quando coniunguntur apud unum punctũ aëris, ideo quod ipſarum multa ſit interſectio ꝓpter æqualitatem diffuſionis formarum illaꝝ ad omnem differentiã poſitionis, tunc ſi centrũ uiſus poſitũ ſit in illo pũcto, cõprehendet uiſus illud uiſum ſecundum refractionem excepto unico pũcto ꝑpendiculariter incidente, quoniã ille non refrangitur, ut in 47. ſecundi huius oſtenſum eſt, patet ergo propoſitum.

IIII.

Omnis formæ per refractionem uiſæ ſi fiat refractio à medio ſecundi diaſoni denſioris primo ad uiſum, uidetur fieri ad partem perpendicularis ductæ à puncto refractionis ſuper ſuperficiem à qua fit refractio. Si uero fiat à diaſono rariori uidetur fieri ad partem contrariam illius perpendicularis.

Quod hic proponitur poteſt inſtrumentaliter demonſtrari, ita ut demonſtratio auxilio inſtrumẽti ſenſibiliter exprimetur. Accipiatur itaq; prædictũ inſtrumentũ quo in præcedentibus uſi ſumus, cuius diametrũ quam ibi ſignauimus, per lineas f g, nunc dicimus b q g, ita ut punctũ q, ſit centrum laminæ baſis inſtrumẽti, hoc itaq; inſtrumentum poſitum in uaſe æquediſtanter ſuperficiei horizontis ſituatur, & infundatur aqua uſq; ad centrum laminæ, quod eſt q, opilentur quoq; foramina inſtrumenti cũ cæra uel alio modo, ita quod modicum remaneat de foraminibus circa mediũ ipſorum quod in ambobus foraminibus ſit æquale, & hoc poteſt in æquali colũna illis foraminibus immiſſa menſurari. Deinde moueatur inſtrumentũ donec diameter b q g, ſit perpẽdicularis ſuper ſuperficiem aquæ, Immittatur quoq; ſtilus albus ſubtilis in ipſum uas, ita quod eius extremitas cadat in punctũ z, quod eſt extremitas diametri circuli medij quæ ſit k f z, ponaturq; unus uiſuum ſuper ſuperius foramen in punctum k, & claudatur reliquus, tunc enim uidebitur extremitas ſtili ſecundũ rectitudinem perpẽdicularis exeuntis ab extremitate ſtili ſuper ſuperficiem aquæ, nam centrum uiſus & extremitas ſtili tũc ſunt in linea k f z, perpendiculari ſuper ſuperficiem aquæ ſecũdum quam fit uiſio. Eſt enim linea k f z, perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ per 8. undecimi, ideo quod ipſa æque diſtat lineæ b q g, quæ ex hypotheſi, eſt perpendicularis ſuper eandẽ ſuperficiem aquæ. Deinde declinetur inſtrumentũ donec linea b q g, obliquetur ſuper ſuperficiem aquæ, ponaturq; uiſus ſuper ſuperius foramẽ, & nõ uidebitur extremitas ſtili, moueatur itaq; extremitas ſtili in circunferentia medij circuli paulatim ad partem oppoſitam uiſui, donec uideat illa extremitas, & figatur in illo pũcto circuli medij in quo apparet. Si itaq; tunc ponatur aliquod corpuſculũ denſum in ſuperficie aquæ in centro medij circuli q̃d eſt f,

eſt f, tũc non uidebitur illa extremitas ſtili, ablato uero illo corpuſculo uidebitur illa extremitas ſtili, quod ſi conſideretur in numero graduum medij circuli diſtãtia extremitas ſtili à pũcto z, inuenietur diſtantia ſenſibilis. Poteſt aut punctus z, quod eſt extremitas diametri medij circuli tranſeuntis per centrũ duorum foraminum ſic inueniri, ſcilicet ut regulæ ſubtilis latior extremitas ponatur ſuper cẽtrum laminæ, & media linea ipſius protendatur ſecundum diametrum laminæ, tunc enim acuum regulæ cadit ſuper punctum z, ut præmiſſum eſt prius in propoſitionibus ſecũdi huius, quod ſi aſſumpto uitro quod ſit pars alicuius ſphæræ ut in illis ꝓpoſitionibus aliquibus aſſumptũ eſt, cuius uitri ſuperficies aliqua ſit plana & aliqua conuexa ſphærica, & illud uitrum applicetur laminæ, ita ut eius plana ſuperficies ſit ex parte foraminũ, namq; quæ eſt ſuarum ſuperficierum planarum communis differentia ſit ſuper lineam o d, ſecantem b q, ſemidiametrum laminæ perpendicularis. Sic ergo erit diameter k f z, perpẽdicularis ſuper planam ſuperficiem uitri & ſuper conuexam. Deinde ponatur inſtrumentũ in aqua, ponaturq; extremitas ſtili ſuper punctum z, & centrum uiſus ſuper ſuperius foramen, uidebiturq; extremitas ſtili quæ in alio puncto circuli medij non poterit uideri, ex quo patet, quoniam extremitas ſtili quãdo eſt in linea perpẽdiculari ſuper ſuperficiem corporis, in qua ſit refractio uitri, ut nũc eſt linea k f z, perpẽdicularis ſuper ſuperficiem uitri, forma ipſius uidetur non per refractionem ſed recte, ex quo patet quod forma perpendiculariter incidens non refrangitur, quod ſi conuexum uitri ponatur ex parte ſecunda foraminum, & differentia cõmunis duarum ſuperficierum planarum uitri ponatur ſuper primum locum ſcilicet lineæ o d, quoniã & tunc linea k f z, eſt perpendicularis ſup̱ utraſq; ſuperficies uitri, uidebitur ergo tunc ut prius extremitas ſtili in puncto z, quod ſi à ſuperficie laminæ inſtrumẽti euulſo uitro à centro laminæ quod eſt q, in ſuperficie laminæ ducatur ſemidiameter q r, continẽs cũ ſemidiametro b q, angulum obtuſum. Deinde ducatur ſemidiameter q u, continens cum linea q r, angulum rectũ, & ꝓtrahatur ad aliam oram inſtrumenti, erit ergo angulus b q u acutus, & erit ſemidiameter b q, obliqua ſup̱ lineã q u. Deinde linea quæ eſt communis differentia ſuperficierum planarum uitri, ponatur ſuper lineam q u, & ſit plana uitri ſuperficies ex parte foraminum, & ſit medium differentiæ communis palnarum ſuperficierũ ipſius uitri ſuper centrum q. Erit itaq; tunc centrum uitri ſuper centrũ medij circuli ut prȩoſtenſum eſt in alijs, & linea k f, tranſit per centrũ uitri & eſt obliqua ſuper ſuperficiem ipſius planã, quoniam diameter b q æquediſtans lineæ e i, quæ eſt k f, oblique cadit ſup̱ lineã q u, & quoniam linea k f, tranſit per centrum uitri, palam quoniam ipſa eſt perpendicularis ſuper conuexam ſuperficiem uitri.



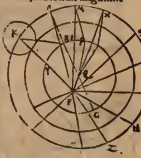
Deinde à puncto r ſuper lineam q r, ducatur perpendicularis in ora inſtrumenti uſq; ad circunferentiam medij circuli que ſit r e, & fiat nigra utraq; illarum linearum q r & r e, ut melius per uiſum ualeãt notari, & imaginetur duci linea e f, hæc itaq; per 73. primi huius, erit perpendicularis ſuper conuexam ſuperficiem uitri, quoniam tranſit per eius centrum, & eſt perpẽdicularis ſuper planam uitri ſuperficiem, quoniam eſt æquediſtans lineæ q r, perpendiculari ſuper lineam q u, cui ſuppoſita eſt illa communis ſectio planarum ſuperficierum ipſius uitri, punctus itaq; e, eſt punctus medij circuli, in quem cadit perpendicularis exiens à centro uitri ſuper planam ſuperficiem ipſius, ponatur itaq; inſtrumentum ſic diſpoſitũ, in uas, & ponatur extremitas ſtili albi ut prius in puncto z, & ponatur uiſus ſuper foramen ipſius in puncto k, tũc nõ uidebitur extremitas ſtili, moueatur itaq; ſtilus in circũferẽtia medij circuli ad partem contrariam puncto e, nec tunc uidebitur extremitas ſtili, moueatur autem ad partem puncti e paulatim, & uidebitur extremitas ſtili. Quod ſi tunc punctum f, quod eſt centrum medij circuli, cooperiatur aliquo corpuſculo, nõ uidebitur extremitas ſtili, ſed

illo corpuſculo remoto iterum uidebitur illa extremitas ſtili. Ex hoc itaq; patet, quod formæ illius extremitatis ſtili comprehenſio quæ ſit a, eſt ſecundum refractionē factam à centro uitri, & quod forma refracta eſt in ſuperficie circuli medij quæ eſt perpendicularis ſup ſuperficiē planam uitri, & inuenietur locus formæ extremitatis ſtili quæ eſt a, inter punctum e & z, & quoniam refractio fit à centro uitri, linea ducta à centro uitri ad extremitatem uitri, quæ media eſt inter lineas f z & f e, & ſit a f, palam quia eſt perpendicularis ſuper conuexam ſuperficiem uitri, & peruenit eius forma ad uiſum per lineam k f, per centra amborum foraminum tranſeuntem, quæ magis diſtat à linea perpendiculari ſuper ſuperficiem planam uitri, quæ eſt linea f e, æquediſtans lineæ q r, quoniam linea per quam incidit ipſi uitro forma puncti a, cum itaq; forma puncti a, inciderit uitro per lineam a f, & tranſiuerit per totū corpus uitri perpendiculariter, quoniam ipſa linea q f, cum tranſeat centrum uitri eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem uitri. Cumq; pertranſito corpore uitri peruenit ad axem, cuius corpus eſt rarioris diafonitatis quàm ſit corpus uitri, & peruenit ad centrum uiſus, patet quod eſt refracta à ſuo primo progreſſu lineæ a f, & peruenit ad progreſſum lineæ z f k, & quoniā linea z f, eſt remotior à perpendiculari ducta à pūcto refractionis ſuper planam ſuperficiem uitri quæ eſt linea e f, quàm ſit linea a f, quoniam punctum a, cadit in ſuperficie medij circuli inter puncta e & z, patet quod hæc refractio erit ad partem contrariam perpendicularis e f, ductæ à puncto refractionis ſuper ſuperficiem aëris continentis planam ſuperficiem uitri, nam linea f z, pertranſiens centra amborum foraminum magis diſtat ab illa perpendiculari e f, quàm linea exiens ab extremitate ſtili ad centrum uitri quæ eſt a f, producta in continuum & directum, caderet inter perpendicularem e f, productam, & inter lineam f k, quia itaq; peruenit ad punctum k, quoniam in illo uidetur, palam quia fit refractio ad partem contrariam ipſius perpendicularis quæ eſt e f, & quoniam hæc forma refringitur ex uitro ad aërem, qui ſubtilior eſt uitro, patet quod ſimili modo fit refractio ab aqua ad aërem, quoniam enim aër eſt ſubtilior quàm aqua. Quod ſi conuexum uitri ponatur ex parte ſecunda foraminum, & cōmunis differentia ſuarum planarum ſuperficierum ponatur ſuper lineam q u, ſitq; medium punctum illius communis differentiæ ſuper centrum laminæ quod eſt q, palam quia linea k f, erit obliqua ſuper planam uitri ſuperficiem, & perpendicularis ſuper eius ſuperficiem conuexam, eritq; linea r q, perpendicularis ſuper planam ſuperficiem uitri, quoniam eſt perpendicularis ſuper lineam u q, & erit linea e f, perpendicularis ſuper conuexam ſuperficiem uitri, per 72. primi huius, & ſuper eius planam ſuperficiem per 8. undecimi, quoniam lineæ e f & r q æquediſtant, ponaturq; extremitas ſtili albi quæ ſit a, ſuper punctum z, ut prius, ſtatuaturq; uiſus ſuper ſuperius foramen inſtrumenti in puncto k, & tunc non uidebitur extremitas ſtili quæ eſt a, moueatur itaq; ſtilus ad partem puncti e, per circunferentiam medij circuli, & tunc non uidebitur extremitas ſtili. Deinde moueatur ad partem cōtrariam pūcti e, & tunc uidebitur extremitas ſtili, cadetq; linea f z intra lineam a f, rectam exeuntem ab extremitate ſtili ad centrum uitri, ſecundum quam extenditur illi forma puncti a, & inter perpendicularem f e, refringitur forma puncti a, extremitas ſtili à centro uitri ad uiſum per lineam f k, tranſeuntem centra amborum foraminum, propterea quod linea a f, oblique incidit ſuperficiei uitri planæ, à qua fit refractio. Erit quoq; illa refractio ad partem perpendicularis lineæ, ſcilicet f e, exeuntis à loco refractionis ſuper planam ſuperficiem uitri, & hæc forma exit ab aëre & refringitur in uitro quod eſt groſſius aëre, formæ itaq; quæ refrangunt à groſſiori corpore ad ſubtilius, declinant ad partem contrariam illi parti in qua eſt perpendicularis exiens à loco refractionis ſuper ſuperficiem corporis diafoni à qua fit refractio, & formæ reflexæ à corpore ſubtiliore ad groſſius, declinant ad partem, in qua eſt perpendicularis producta, & hoc eſt propoſitum.

V.

Quantitates angulorum refractionis ex aere ad aquam experimentaliter declarare.

Differentia anguloꝝ refractionis eſt ſecundū quantitates angulorū incidentiæ contentorum ſub linea incidentiæ uel extenſionis radij in primo corpore, & ſub perpendiculari exeunte à puncto refractionis ſuper ſuperficiē corporis ſecundi, anguli eñ refractionum creſcunt, & decreſcunt ſecundū diſpoſitiones illorū anguloꝝ incidentiæ in corporibus & ſitibus diuerſis, & quia, ut patuit per p̄miſſam, tunc à corpore ſubtilioris diaphoni ad corpus groſſius fit refractio ad ꝑpendicularē ꝓductam à puncto refractionis ſuper ſuperficiē ſecundi corporis, & à corpore groſſioris diaphoni ad ſubtilius fit refractio ad partem contrariam perpendicularis ſic ductæ, ut patuit per p̄miſſam, tunc patet quia differunt etiam illi anguli ſecundū diuerſitatē diaphonitatis ſecundi corporis. Et ut hæc differentia angulorū experimentaliter ꝓbetur, diuidatur à circulo medio qui eſt in periferia inſtrumenti ex parte centri foraminis, quod eſt in circūferentia inſtrumēti circa punctū k, arcus 10. partium ex illis partibus quibus tota periferia medij circuli diuiſa eſt in 360. partes, qui arcus ſit k n, & à puncto n, ducatur in ora inſtrumenti linea ꝑpendicularis ſuper ſuperficiē laminæ quæ ſit n l, cadatq; punctus l, in ſuperficie laminæ ducatur quoq; ab hoc puncto l, ad centrum laminæ inſtrumenti quod eſt q, linea l q, & à centro medij circuli quod eſt f, ducatur linea ad punctū n, quod ſit f n, ſitq; diameter medij circuli ducta à puncto k, per centrum f, linea k f 3, tranſiens per centra amborum foraminum, quæ ſunt k & y, & per centrum medij circuli. Deinde in circūferentia medij circuli à puncto n, ſeparetur arcus 90. partium ſequens arcū k n, qui ſit arcus n s, & à centro medij circuli quod eſt f, ad punctū a, ducatꝰ linea quæ ſit f s, quæ erit perpendicularis ſuper lineam f n, per ultimā ſexti, ideo quia illæ duæ lineæ continent quartā partē circuli, remanebitq; arcus reſiduus ex medio circulo qui eſt a 3, partes 80. Deinde ponatur inſtrumentum in uaſe, & ſituetur uas æquediſtāter horizonti, & infundatur aqua clara uſq; ad punctū q, centrum laminæ, & in ortu ſolis in mane moueatꝰ inſtrumētum donec linea l q, cōtingat ſuperficiē aquæ. In hoc ergo ſitu diameter medij circuli, qui eſt æquediſtans lineæ l q, ſignatæ in ſuperficie laminæ ſimiliter continget ſuperficiē aquæ, locus eñ iſtarum duarum linearū non differunt in reſpectu ſuperficiei aquæ, quo ad ſenſum, & linea n f, continget cum linea f s, angulum rectū, ut ſupra patuit, eſt ergo linea f s, perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ, & ſemidiameter f 3, continet cū linea f s, angulum, cuius quantitas per ultimam ſexti, eſt 80. partium. qm̄ illi angulo ſubtenditur arcus partiū 80. qui eſt arcus s 3, arcus uero interiacens puncta k & n, ſubtendit angulum declinationis puncti k à puncto n, & à ſuperficie ipſius aquæ.



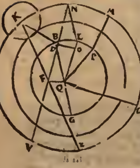
Deinde mutetur inſtrumentum in p̄miſſo modo diſpoſitū cū toto uaſe, donec eleuato ſole ſup horizonta ſecundum altitudinem arcus k n, lux tranſeat p duo foramina, & ſigneꝰ centrum lucis in ora inſtrumenti quæ eſt intra aquam, fiatq; ſupra centrum lucis ſignum aliquod per aliquā puncturā, eritq; ſignum illud quod ſit h, in circūferentia medij circuli, auferatꝰ itaq; inſtrumentū, & reſpiciatur punctū h, cadatq; ipſum inter punctū 3, quod eſt extremitas diametri medij circuli tranſeuntis per centra duoꝝ foraminū, & inter punctum s, quod eſt extremitas perpendicularis exeuntis à centro medij circuli erecte ſuper ſuperficiē aquæ, ut patet per p̄miſſam, patet ergo tunc quod angulus refractionis eſt ille quē ſubtendit arcus 3 h, interiacens punctū h, & punctū 3, & ex numero partiū huius arcus patebit quantitas anguli refracti & anguli refractionis, & ꝓportio anguli refractionis ad 80. partes, quæ ſunt tunc quantitas incidentiæ anguli. Deinde ſignetur in circūferentia medij circuli arcus k m, pertranſiens punctum n, qui ſit partium 20. & ducatur linea m p, in ora inſtrumenti perpendiculariter ſuper ſupficiē laminæ & ducatur linea p q, in ſuperficie

aminæ ad centrũ q, & ab arcu m 3, reſecetur arcus m c, partiũ 90. & ducatur linea c f, à puncto t, ad centrum circuli medij quod eſt f, relinquetur ergo arcus t 3, partiũ 70. Deinde ponaẽ inſtrumẽtũ in uas, & reuoluaẽ quouſq́; linea p q, tãgat ſuperficiẽ aquæ, erit ergo linea t q, perpendicularis ſup̃ ſuperficiem aquæ, & linea k f 3, tranſiens per centra amboꝝ foraminũ continet cum linea c f, angulum 70. partiũ. Deinde conſidereẽ altitudo ſolis, & moueatur inſtrumentũ quouſq́; lux tranſeat per ambo foramina, & ſignetur ſup̃ centrum lucis cadentis intra aquam ſignum u. Deinde conſidereẽ arcus u 3, & quia ipſe ſubtenditur angulo refractionis, patet quantitas illius anguli per cõputationẽ pꝛiũ arcus, eritq́; nota ꝓportio anguli 3 f u, ad angulũ incidentiæ qui eſt 3 f t, quẽ continet diameter tranſiens per centra amboꝝ foraminum, cũ perpendiculari f c, qui angulus incidentiæ eſt partes 70. Similiterq́; ꝓcedatur ſignando arcum k x, quæ ſit partium 30. & eſt eadẽ expimẽtatio. Deinde ſumaẽ arcus partiũ 40. deinde 50. deinde 60. deinde 70 deinde 80. & ſemper ꝑ cõputationẽ partiũ ꝑ arcus circuli medij interiacentis punctũ 3. & centrum lucis, erunt anguli refractions noti, & ipſoꝝ ꝓportio ad angulos incidentiæ contentos ſub perpendicularibus & diametris tranſeuntibus centra foraminũ ſemꝑ erit nota, nõ ſolũ autẽ per 10. ſed etiam per alios quoſcunq́; numeros integros uel fractos p̃miſſa arcuum diuiſione poteſt ꝓcedere, quia ſemꝑ eſt idem modus declarandi, & ut ſummarie hoꝝ anguloꝝ quantitates & ꝓportiones perſtringamus, q̃ñcunq́; alicuius radij trarſeuntis per corpus aẽris ſuæ debitæ diſpoſitionis exprobatũ fuerit in ſuperficie aquæ facta refractio, fueritq́; aqua ſuæ propriæ diſpoſitionis in diaphonitate cõpetenti formæ aquæ, ſi angulus incidentiæ contentus in centro f, ſub ſemiametro k f, & linea radij incidentis fuerit 10. partium, erit angulus contentus in centro f, ſub ſemidiametro f 3, & ſub linea radiali refracta quaſi duarum partium, & 5. minutorum, & ſic cõſequenter ſecundum formam tabulæ quã inferius ſubiungemus, patet ergo ꝓpoſitum.

VI.

Quantitates angulorum refractionis ex aere uel aqua ad uitrum planum uel conuexum, & econuerſo experimentaliter declarare.

Diuidatur arcus medij circuli inſtrumenti modo illo, ut in præmiſſa, ſitq́; arcus k n, 10. partium, & ducatur linea n l, ꝑpendicularis ſup̃ ſuperficiẽ laminæ, copuleẽ quoq́; linea l q, & ſupponatur uitrum formatũ cubice ſuperficiei ipſius tabulæ, ita ut communis ſectio duarũ ſuperficieꝝ planaꝝ, quæ eſt linea recta, ut patet per 3. undecimi, ſupponaẽ lineæ l q. taliter ut ſecundũ ſui punctũ medium ſupponatur lineæ ſignatæ in ſuperficie tabulæ ꝑpendiculari ſup̃ lineam l q, quæ eſt æquediſtans lineæ s f, ductæ in ſup̃ficie medij circuli, ſitq́; medium punctũ illius lineæ uitri ſuper punctũ q, centrum laminæ, ponaturq́; ſuperficies uitri plana ex parte foraminũ, & applicetur bene uitrum laminæ, & inſtrumentũ poſitum in uaſe moueatur, donec lux tranſeat ꝑ ambo foramina, ſigneturq́; ſup̃ centrũ lucis ſignum, & conſidereñ quantitates anguloꝝ refractionis ex aẽre ad uitrum per quantitates arcuũ, ut in præcedente. Quod ſi aliq̃s perſcrutari uoluerit angulos refractionis ex uitro ad aerem uel aquã, accipiat uitrũ qđ eſt pars ſphæræ, ut ipſi ſuperius uſi ſumus in propoſitionibus ſecundi libri huius ſcientiæ, & in 4. ſecundi huius, & ponatur conuexũ uitri ex parte centroꝝ 2. foraminũ, ponaturq́; medium lineæ quę eſt differentia cõmunis ſuperficieꝝ planaꝝ ſup̃ centrum laminæ, ita quod illa cõmunis differentia ſit ſuper lineam l q, tunc ergo lux quæ tranſit centra 2. foraminũ, peruenit recte ad centrũ uitri, & reflectiẽ apud illud de uitro ad aerem, diuidanturq́; poſtmodũ arcus ſucceſſiue, ut in præmiſſa, & mutetur uitri poſitio, ita ut illa cõis planarum ſup̃ficierum ipſius uitri ſectio ſit ſup̃ lineam p q, ſitq́; iterũ medius punctus illius lineæ uitri ſup̃ punctum q, centrũ laminæ, & ſic factis ulterioribus diuiſionibus circuli medij, ductiſq́; lineis ut prius, & mutato



& mutato uitro ſecundum illas, habebunt anguli refractionũ particulares, & ipſorũ proportio ad angulum incidentiæ quē continet diameter pertranſiens centrũ foraminũ cũ ꝑpendiculari ꝓducta à loco refractionis ſuꝑ ſuperficiē planam ipſam ſuperficiem uitri conuexam contingentem. In his enim diſpoſitionibus uitri reſpectu laminæ inſtrumenti, ſemꝑ erit centrum uitreæ ſphæræ in puncto f, eritq; ꝑ 72. primi huius, linea s f, ſimilis illi perpendicularis ſuꝑ ſuperficiē conuexam uitri, & ſuꝑ ſuperficiē planam ipſius, à cuius punctorũ aliquo fit refractio, quoniam qualibet illarũ linearum eſt perpendicularis ſuꝑ lineas æquediſtātes lineis l q & p q, & ſimilib. illis quibuſcunq;. Scieturq; ut prius reiterata operatione cum extremitate ſtipitis totius refractionis modus, & anguli refractionis à uitro ad centrũ uiſus exiſtens in puncto k, centro foraminis ſuperioris, & in his duobus ſitibus cum refractio fit ab aēre ad uitrum, uel à uitro ad aerē, ſemꝑ inuenientur quantitates angulorũ refractionis de aere ad uitrũ, & de uitro ad aerē æquales, quando angulus cōtentus à linea, per quem extenditur lux ad locũ refractionis, & à linea perpendiculari ducta à puncto refractionis, cum fit refractio ad aere ad uitrũ, æqualis fuerit angulo contento à linea per quā extenditur lux, & à ꝑpendiculari ducta à loco refractionis cũ refringitur de uitro ad aerē, ut patet inſtrumentaliter operanti. Si uero uoluerit aliquis experiri quantitates angulorũ refractionis à conuexo uitri ad aerē, diuidat ut prius de circũferentia medij circuli ex parte puncti k, centri foraminis quod eſt in ora inſtrumenti arcũ 10. partium, quæ ſit k n, & ducantur ut prius linea n l, & linea l q, & a linea l q, quæ eſt ſemidiameter laminæ ex parte centri q, abſcindatur linea æqualis ſemidiametro ſphæræ ipſius uitri, quæ ſit q o, & à puncto o ducatur perpendicularis ſuper diametrũ laminæ b q g, quæ protracta ultra diametrum ſit o d, ſecans diametrũ b q g in puncto d. Deinde ſupponatur communis ſectio planarũ ſuperficierũ uitri huic ꝑpendiculari o d, ita quod punctum medium illius ſectionis ſit ſuꝑ punctũ o, erit itaq; centrũ uitri in ſuperficie medij circuli & eiuſdem circuli diameter quæ eſt k f 3, erit perpendicularis ſuꝑ ſuperficiē uitri planam per 8. undecimi, quoniam eſt æquediſtans diametro laminæ b q g, quæ eſt perpendicularis ſuper illam ſuperficiē, & ſuꝑ illam differentiā cōmunem illarũ duarũ planarũ ſuperficierum uitri, erit quoq; centrũ circuli medij in ſuperficie conuexa uitri, ideo quia linea f q, exiens à centro medij circuli quod eſt f, ad centrũ laminæ quod eſt q, eſt æqualis lineæ productæ à centro uitri ad medium lineæ quæ eſt differentia cōmunis ſuꝑficierũ planarũ uitri, ut patet ex his quæ præmiſſa ſunt in figuratione huius figuræ uitreæ in 45. ſecũdi huius, & utraq; iſtarũ linearũ eſt ꝑpendicularis ſuꝑ ſuperficiē laminæ, ergo per 25. primi huius, illæ duæ lineæ ſunt æquales & æquediſtantes, ergo per 33. primi, linea copulans centrum uitri quod eſt in aliquo puncto planæ ſuperficiei ipſius uitri cũ centro medij circuli eſt æqualis lineæ q o, copulanti centrũ laminæ quod eſt q, cũ medio puncto differentiæ cōmunis duarũ planarũ ſuꝑficierũ ipſius uitri quod eſt punctum o, ſed linea q o, poſita eſt æqualis ſemidiametro uitri, ergo & linea æquediſtans ei eſt æqualis ſemidiametro uitri. Centrũ ergo medij circuli eſt in conuexo uitri, linea ergo k f, quæ eſt ſemidiameter medij circuli cũ nō tranſeat centrũ ſphæræ uitreæ, patet quia eſt oblique incidēs ſuꝑ eius conuexam ſuperficiē, ergo per 47. ſecundi huius, cũ eadē diameter oblique incidat ſuꝑficiei aeris cōtinētis refrangitur ipſa à ꝑpendiculari ducta à puncto refractionis ſuper ipſam ſuperficiē aeris, imaginetur itaq; ſemidiameter uitri ꝓduci ex utraq; parte ad circũferentiam circuli medij, quæ fiat linea n f u, ſecans diametrũ circuli medij quæ eſt k f 3 in puncto f. Erit itaq; per 15. primi, angulus k f n, æqualis angulo 3 f u, & erit per 25. tertij arcus u 3, æqualis arcui k n, qui eſt poſitus eſſe 10. partium. Eſt ergo arcus u z 10. partium notus, ergo & angulus u f 3 eſt notus. Intueatur itaq; aliquis centrum lucis refractæ, & inuenietur remotius à puncto 3. quod eſt extremitas lineæ tranſeuntis ꝑ centrũ duorũ foraminũ quàm ſit punctum u, quod eſt extremitas lineæ tranſeuntis per centrum uitri ab eodē puncto 3, quæ eſt extremitas diametri circuli medij, hæc ergo reflexio facta eſt ad partē contrariam diametri ꝓductæ à loco refractionis quæ tranſit centrum uitri, & arcus medij circuli interiacens punctum 3, & centrũ lucis ſignatũ eſt quantitas anguli refractionis, angulus enim refractionis eſt apud centrũ circuli medij, quoniam ut

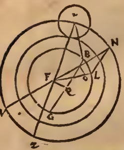
patuit

patuit per 44. ſecundi huius, lux extendit̃ ſuper lineam tranſeuntẽ per centrũ duoꝝ foraminum recte, donec perueniat ad conuexũ uitri, & cum eſt angulus incidentiæ 10. partium, fit angulus refractus quaſi 13. partium, & angulus refractionis quaſi partium trium, factiſq; ut in præcedentibus diuiſionibus arcuum à puncto k, inuenietur diuerſitas anguloꝝ refractionis per inſtrumentum, & ſi infundatur aqua uaſi, tunc erit aqua loco aëris, & p̃miſſo mõ inuenietur diuerſitas anguloꝝ refractionis à uitro ad aquã, & differentia ſecundũ quod illi refractioni eſt ꝓpria, & quantitas anguloꝝ refractoꝝ & anguloꝝ refractionis, reſpectu eoꝝ quæ ſunt in aëre, q̃d ſi à puncto 3. ducere placuerit extremitatem ſtili, ut prius, tunc ſecundum illud facta diſpoſitione ſitus uitri occurrit eadem quantitas angulorum quæ prius, patet ergo propoſitum.

VII.

Quantitates angulorum refractionis ex aere uel aqua ad uitrum concauũ uel econuerſo experimentaliter inuenire.

Accipiatur clarum uitrum mundũ æquediſtantiũ ſuperficieꝝ omnium, cuius longitudo ſit maior in uno grano hordei, ꝙ diameter uitri ſphærici conuexi, quo ſuperius uſi ſumus. Sitq; latitudo eius æqualis longitudine, ſitq; ſpiſſitudo eius dupla diametro foraminis, quod eſt in ora inſtrumenti, & fiat una ſuorum laterũ quadratoꝝ concauitas rotunda ſemicolumnaris, ita quod ſemidiameter baſis columnæ concauæ ſit in quantitate ſemidiametri uitri ſphærici, & ſint cõmunes ſectiones planarum ſuperficierum huius uitri lineæ rectiſſimæ. Poteſt autẽ hæc forma uitri ſic fieri per artificium, ita quod fiat talis forma ex aëre uel lapide, & uitrũ liquefactũ fundat̃ ſup ipſum, & poliat̃, diuidatur itaq; à centro foraminis oræ inſtrumenti, qđ eſt k, in circũferentia medij circuli arcus, cuius quantitas ſit illa ſecundũ quã quis uult experiri quãtitates anguloꝝ, q ſit arcus k n, & à puncto n, ducat̃ in ora inſtrumẽti linea n l, perpendicularis ſuper ſuperficiẽ laminæ, & ducatur linea l q, in ſuperficie laminæ ad centrũ eius quod eſt q, & à ſemidiametro l q, reſecetur ex parte centri q, linea q o, æqualis ſemidiametro baſis concauitatis columnæ, & à puncto o, extrahatur per 12. primi, perpẽdicularis ſuper diametrum laminæ b q, & protrahatur in utrãq; partẽ, & ſit o e, ſecans diametrũ b q g in puncto e, & ſuperponatur uitrum laminæ, ita quod dorſum concauitatis, hoc eſt ſuperficies plana concauitati ſuppoſita ſit ex parte duoꝝ foraminũ, & quod ex concauitate reſpiciente foramina duæ ſuperfluitates rectilineæ quæ ſuperfluũt ſuper diametrũ columnæ ſint directæ & fixæ ſuppoſitæ iſti lineæ perpendiculari o e, & præſeruetur hoc, ut diſtantiæ duaꝝ extremitatũ diametri baſis cõcauitatis columnaris diſtent æqualiter à puncto o, à quo exeunt directe perpendiculares. Erit ergo tunc centrũ baſis cõcauitatis columnaris ſuper punctũ o, à quo exiuit linea o e perpendicularis ſuper lineam q b, & ſuper punctum, cuius diſtãtia à centro laminæ, quod eſt q, eſt æqualis ſemidiametro concauitatis columnaris, ſecundũ hanc ergo diſpoſitionẽ applicetur uitrum firmiter ſuperficiei laminæ, & erit ſuperficies medij circuli ſecans concauitatẽ columnarẽ & æquediſtans baſi eius, qm̃ baſis eius in hac diſpoſitione eſt in ſuperficie laminæ inſtrumenti. Superficies ergo medij circuli per 100. primi huius, ſecat ſupficiem columnarẽ concauã ſecundũ circulũ, cuius ſemidiameter æquediſtat ſemidiametro baſis concauitatis ipſius columnæ, & linea continuans centra iſtoꝝ duoꝝ ſemicirculoꝝ. ſ. baſis, & alterius ſibi æquediſtantis, erit perpendicularis ſup ſuperficiem laminæ incidens ad punctum o, qm̃ ipſa per 25. primi huius, eſt æqualis lineæ ꝑpendiculari f q, exeunti à centro medij circuli, quod eſt f, ſuper centrũ laminæ, qđ eſt q, ſed & linea e q, eſt æqualis ſemidiametro baſis columnæ ex hypotheſi, ergo per 33. primi, linea quæ exit à centro medij circuli quod eſt f, ad centrũ ſemicirculi, qui ſit in ſuperfice columnæ concaui æquediſtans baſi, eſt æqualis ſemidiametro baſis concauitatis concauæ columnæ, centrũ itaq; medij circuli, quod eſt f, eſt in circũferentia ſemicirculi



culi in columna uitrea facti. Eſt ergo centrum f, in concaua ſuperficie columnæ, & quia terminus planus uitri ſuperponitur lineæ perpendiculari productæ à puncto o, ſuper b q, diametrũ laminæ, palam quia diameter laminæ quæ eſt q b, eſt perpendicularis ſuper planã uitri ſuperficiẽ, q̃a etiã planæ ſuperficies ſunt ſup ſe inuicẽ perpendiculariter erectæ, erit ergo linea k f 3, pertranſiens centra amborũ foraminũ perpẽdicularis ſup ſuperficiem planam, quæ eſt in parte cõuexa uitri per 8. undecimi, quia illa linea k f 3 eſt æque diſtans ſemidiametro laminæ b q g, quæ eſt perpendicularis ſuper illã ſuperficiem ut patet ex pręmiſsis, & hæc ſuperficies plana uitri eſt ex parte foraminũ. In hoc ergo ſitu lux quæ extenditur per lineã tranſeuntẽ centra duorũ foraminũ, extẽditur in corpore uitri recte, donec ꝑueniat ad concauũ uitri, & tũc reflectitur apud concauã ſuperficiẽ uitri, cũ enim nõ tranſit ꝑ centrũ circuli, q̃ eſt in cõcaua ſuperficiei uitri, patet per 72. primis huius, q̃m ipſa nõ eſt perpẽdicularis ſuper cõcauam ſuperficiẽ uitri, refrangitur ergo in concaua ſuperficie uitri, & cõmunis ſectio illius lineæ & concauitatis uitri, eſt centrũ circuli medij, & in hoc pũcto fit refractio ex aere ad uitrũ, arcus itaq; cadens inter cẽtrũ lucis & punctũ 3, q̃ eſt terminus diametri trãſeuntis per centrũ amborũ foraminũ ſubtẽditur angulo refractiõis. Similiter quoq; patet in cuiuslibet aliorũ arcuũ refractiõe à pũcto k, & poteſt oſtendi quantitas omniũ angulorũ refractiõis à cõcaua uitri ſuꝑficie. Quod ſi uitrũ ſic diſponatur ut cõmuni ſectiõe ſuaꝝ planarũ ſuperficieꝝ poſita ſup lineã o e, cõuexitas uitri reſpiciat cẽtra foraminũ, tũc q̃a linea k f 3, pertranſiẽs uitrũ ꝑuenit ad cõcauũ uitri irrefracta, cũ ſit perpẽdicularis ſup planã ſuꝑficiẽ ipſius, obliqua uero ſup cõcauam eius ſuꝑficiẽ, ergo et ſup cõuexã ſuꝑficiẽ aeris cõtingẽtis uitrũ, refringetur ergo à concaua uitri ſuꝑficie, & hæc refractio eſt à cõcauo uitri ad aerẽ, & anguli q̃ fiũt ex aere ad uitrũ in cõcauo uitri ſunt idẽ iſtis, q̃m ſemp anguli refractionis à uitro ad aerem, & ab aere ad uitrũ ſunt idẽ, cũ angulus quẽ cõtinet linea per quã primo extenditur lux, eſt perpẽdicularis exiens à loco reflexionis, fit idẽ angulus, & eodem modo poſſunt ſciri anguli refractionis de aqua ad uitrũ, & de uitro ad aquã in ſuperficie uitri cõcaua, uel in ſuperficie alia quacunq; quod ſi extremitas ſtili ducatur à puncto 3. in periferia medij circuli, ut prius, tunc facta diſpoſitione ſitus uitri ſecundum exigentiam illius refractionis, occurret notitia angulorum huius refractionis ad uiſum ſicut prius, patet ergo propoſitum.

VIII.

Anguli omnium refractionum per tabulas declarantur.

Acceptis inſtrumẽtaliter prout potuimus propinquius angulis omniũ refractionũ à quibuſcũq; diafonis notis adinuicẽ, ut ab aere ad aquã & uitrũ, & ab aqua ad uitrũ, & econuerſo ab aqua & uitro ad aerem, & à uitro ad aquã, inuenimus quod ſemper idẽ ſunt anguli refractionũ à quocũq; raro diafono ad diafonũ denſius illo, & ab eodem denſo ad idem rarũ, ſecundũ hoc fecimus has tabulas, quarũ hæc eſt forma. Et præmittimus angulos incidentiæ in primis, deinde alios angulos ſubiungimus ſecundũ modos ſuorũ circulorum quos præmittimus in capitibus ſuarũ linearũ. Poteſt itaq; ſecundũ has tabulas experimentaliter inuentas per inſtrumentũ præmiſſum, diligens inquiſitor ſcire omnes angulos refractionũ à medijs diuerſæ diafonitatis quibuſcunq;. & patet ex eis, quoniã anguli incidentiæ formæ eiuſdẽ puncti propinquiores radio à puncto rei uiſæ ſuperficiei corporis diafoni, à qua fit refractio perpendiculariter incidenti ſunt minores, & remotiores ab illo ſunt maiores, ut patet hoc in ſubſcrpta figura per 31. primi, ablato enim angulo maiore à ſuo recto qui relinquitur, fit minor alio angulo quando à recto aufertur angulus minor, eritq; in eodẽ diafono denſiore primo angulus refractionis ab angulo incidentiæ maiori, maior angulo refractionis ab angulo incidẽtiæ minori, exceſſus quoq; anguli refractionis maioris ſuper angulũ refractionis minorẽ erit minor exceſſu angulorũ incidẽtiæ maioris ſuper maiorẽ, & proportio anguli refractionis ab angulo incidentiæ maiori ad illũ angulũ maiorem, erit maior proportione anguli refractionis ab angulo incidentiæ minore ad illum minorem, & angulus refractus, ſcilicet ille quem addit angulus incidentiæ maior ſuper angulũ ſuæ refractionis, eſt maior angulo refracto quẽ addit angulus incidentiæ minor ſuper angulũ ſuæ refractionis, ſemper itaq; in medio ſecũdi diafoni denſiore primo, erit angulus refractus minor angulo incidentiæ, & ꝓportio iſtorum

angulorum refractorum ad æquales angulos incidentiæ diuerſificatur ſecundum diuerſitatem denſitatis ipſorum mediorum,cum enim per aerem eundem & ſecundum æqualitatem anguli incidentiæ fit refractio in aqua & uitro,acutiores fiunt anguli refracti in uitro quàm in aqua,& ſic ſecundum diuerſitatem diafonitatis anguli uariantur. Si uero medium ſecundi diafoni fuerit rarius,tunc ſemper angulus refractus erit maior angulo incidentiæ. Eritq; iſtorum angulorum habitudo ad alios angulos reuerſe ſe habens angulis præmiſsis,ac ſi promiſſæ tabulæ modo reuerſo ordinentur,& iſtorum angulorum refractorum & refractionis ſecundum maiorem & minorem raritatem diafonitatis ſecundi medij ad eundem angulum incidentiæ proportio uariatur,quando enim à uitro ad aquam uel ad aerem fit refractio, tunc anguli qui fiunt in aere ſunt maiores angulis qui fiunt in aqua,& ſecundum hoc angulorum refractiones ad angulos incidentiæ proportio uariatur. Hæc itaq; ſunt quæ accidunt lucibus & coloribus,& uniuerſaliter omnibus formis in diffuſione ſui in corporibus diafonis & in refractione quæ accidit in illis omnibus tam ſecundum ſe quàm in reſpectu ad uiſus. Patet itaq; quod quærebatur.

Tabula q̃ntitatũ angulorũ incidẽtiæ oĩb. ſeq̃ntib. cõis.	Anguli refracti ab aere ad aquã.		Anguli refractionis eiuſdem.		Anguli refracti ab aere ad uitrũ.		Anguli refractionis eiuſdem.		Anguli refracti ab a q̃ ad uitrum.		Angul refractionis eiuſdem	
	pt	minut.	pt	minut.	pt	minut.	pt	minut.	pt	minut.	pt	mi.
10	7	45	[illegible]	5	7	0	3	0	9	30	0	30
20	15	30	[illegible]	30	11	30	6	30	18	30	1	30
30	22	30	7	30	19	30	10	30	27	0	3	0
40	29	0	11	0	25	0	15	0	35	0	5	0
50	35	0	15	0	30	0	20	0	42	30	7	30
60	40	30	19	30	34	30	25	30	49	30	10	30
70	45	30	24	30	28	30	31	30	56	0	14	0
80	50	0	30	0	42	0	38	0	62	0	18	0

	Anguli refracti ab aqua ad aerem		Anguli refractionis eiuſdem.		Anguli refracti à uitro ad aerẽ.		Anguli refractionis eiuſdem		Anguli refracti à uitro ad aquã.		Anguli refract eiuſdẽ.	
	par	minut.	pt	minut.	par	minut.	pt	minut.	pt	minut.	pt	mi.
10	12	5	2	5	13	0	3	0	10	30	0	30
20	24	30	4	30	26	30	6	30	21	30	1	30
30	37	30	7	30	40	0	10	30	33	0	3	0
40	51	0	11	0	55	30	15	0	45	0	5	0
50	65	0	15	0	70	30	20	0	57	30	7	30
60	79	30	19	30	85	0	25	30	70	30	10	30
70	94	30	24	30	101	30	31	30	84	0	14	0
80	110	0	30	0	118	0	38	0	98	0	18	0

IX.

Centro uiſus & pũcto rei per refractionem uiſæ in diuerſis diafonis loca propria permutantibus ,eædem lineę incidentiæ & refractionis nomina permutant.

Satis iam patuit ex præmiſsis huius 10.tractatibus,quod formæ uiſæ per refractionẽ extendantur directe per lineam rectam donec perueniant ad ſuperficiem alterius corporis diafoni in quo eſt uiſus. Deinde refringuntur ab illo alio corpore diafono p aliam lineam

lineam rectam, quæ continet cum linea incidentiæ angulum. Sit itaq; centrum uiſus a &
punctum rei uiſæ b. Sitq; ſuperficies corporis in quo eſt punctū b, ad uiſum exiſtentē in
puncto b, ſuperficies c d e, & refringatur forma puncti b, ad uiſum exiſtentē in puncto a,
à ſuperficie corporis c d e, puncto d, ſitq; linea incidentiæ quæ b d, & linea refractionis,
quæ d a, dico quod ſi centrū uiſus & punctū rei uiſæ permutēt loca, ita ut cenrrū uiſus po
ſitū ſit in puncto b, & punctū rei uiſæ in puncto a, tunc adhuc fiet refractio ab eodē pūcto
corporis quæ eſt d, & linea a d, erit linea incidentiæ, & linea d b, erit linea refractionis, &
ſic tantū linearū nomina permutantur manentibus eiſdē lineis & eodē angulo, hoc autē
patet per experientiā, cū enim aliquis exiſtens in aere inſpexerit aliud corpus contentum
ſub alio corpore quod eſt diafonū, differens in ſui diafonitate ab aeris diafonitate, tunc ui
ſus cōprehendet omnia quæ ſunt ultra illud corpus, quæcunq; opponuntur uiſui, & ſi co-
operuerit alterū uiſuū, & aſpexerit cū reliquo, uidebit illa eadē quæ prius, ſiue illud medi
um ſit aer, uel aqua, uel uitrū, uel criſtallus. Quod ſi uiſus ponatur intra aquā, aut ſub ui-
tro uel criſtallo, uidebit omnia corpora uiſibilia, quæ ſunt ultra illud aliud corpus diafo-
num in ipſo aere, ſiue ergo uiſus fuerit in aere, uel in uitro, ſemper cōprehendet omnia ea
dem quæ prius, patuit autē per 4. huius, quod uiſus per mediū diafoni diuerſi nō cōprehē
dit res quæ nō ſunt in perpēdiculari ducta à cētro uiſus ſuper ſuperficiē
diafoni corporis, niſi per refractionem, omne ergo punctū cōprehen-
ſum à uiſu, præter illud punctum quod eſt in prædicta perpendiculari,
cōprehenditur per refractionē, & quoniā formæ omniū punctorū, quæ
ſunt in omnibus uiſibus exiſtentibus ultra corpus diafonū, refrangūtur
in eodē tempore ad centrū unius uiſus, patet quod ſi alicuius rei uiſæ, pū
ctum eſſet in puncto, in quo tunc eſt centrū uiſus, refrangitur forma illi
us puncti ad omnia pūcta, quæ ſunt in omnibus uiſibus exiſtentibus ul



tra illud corpus diafonū oppoſitū uiſui in illo tempore, fieretq; illa refractio eodē modo,
& ſimiliter eſt de quolibet puncto propinquo illi puncto in quo eſt centrū uiſus, quoniam
ſi centro uiſus in eodē puncto remanente moueatur oculus ad omnē differētiam poſitio-
nis, cōprehendet omnia illa uiſibilia. Forma itaq; cuiuslibet puncti cuiuſcunq; rei uiſæ
cū fuerit ultra aliquod corpus diafonū, extenditur ad ſuperficiē corporis diafoni ultra
quod eſt, & refringitur ad uniuerſum eius quod opponitur ei ex corpore aeris, uel alte-
rius diafoni, & illa forma erit apud quodlibet punctū illius ſecundi corporis diafoni, &
ob hoc forma totius rei uiſæ coniungitur apud quodlibet punctū aeris uel alterius corpo
ris diafoni: forma enim cuiuslibet punctorū rei uiſæ diffundit ſemper lineam rectam ad
unūquodq; punctū corporis diafoni, unde ſi tot fuerint centra uiſuum in aere, quot ſunt
puncta aeris, quilibet illorū uiſuū uidebit totalē formam rei uiſibilis, quæ eſt ſub altero di
afono, nam ſemper forma rei uiſæ, tunc erit apud punctū apud quē erit & centrū uiſus,
unde etiam uiſus motus de loco ad locū ſuper idē diafonū, ſemper eandē uidet formam
quamdiu forma illa ſecundū lineas rectas poteſt pertingere ad uiſum, & ſimiliter plures
aſpicientes cōprehendūt unam rem in cœlo & in aqua uno & eodē tempore, forma itaq;
cuiuslibet puncti rei uiſæ extēditur ad quodlibet punctū corporis diafoni in quo eſt res
uiſa, & formæ omniū punctorū rei uiſæ congregantur apud quodlibet punctū cuiuslibet
corporis diafoni, in quo exiſtit, & apud quodlibet punctū corporis diafoni diuerſi ab illo
corpore diafono, in quo exiſtit res uiſa, inter quodlibet enim punctū aeris, & quamlibet
rem uiſibilē exiſtentē in aliquo corpore diafono diuerſo ab aere fit pyramis, cuius uertex
eſt in aliquo puncto aeris & baſis in ſuperficie rei uiſæ, fiuntq; tot pyramides quot ſunt
puncta aeris, uel alterius corporis diafoni in quo fit diffuſio formarum, quia itaq; totum
medium eſt plenum formis rerum, anguli uero refractionis quæ fiunt ab aere ad aquam
ſunt idem cum angulis refractionū, quæ fiunt ab aqua ad aerem, ut patet per præmiſſam
in tabulis. Idem uero anguli ſemper per eaſdem lineas continentur, patet ergo quia lo-
cus cētri uiſus & punctū rei uiſæ de uno diafono ad alterū permutatis, ſemper quidē fit
formæ uniuerſalis diffuſio, nō tamen percipitur quælibet forma, à quolibet uiſu in quoli-
bet puncto, ſed ſolum in illo à quo fit directio refractæ lineæ ad illum uiſum, patet itaq;
quia illæ lineæ manent eædem ſecundum ſubſtantiam nominibus tantum hinc inde per-

mutatis,ut quæ prius fuit linea incidentiæ uel extenſionis ipſius formæ, poſtea fiat linea refractionis,& econuerſo,patet ergo propoſitum.

X.

Omnis refractio formam lucis & coloris quæ ſunt in re uiſa, debilius uiſui repræſentat.

Hoc patet per experientiã,cũ enim aliud uiſum eſt in medio ſecundi diafoni, utpote per aerẽ in aqua,& uiſus fuerit ualde obliquus à perpendicularibus exeuntis à punctis rei uiſæ ſuper ſuperficiẽ aquæ,& deinde uiſus moueatur donec fiat poſitus in perpẽdiculari aliqua exeũte à re uiſa ſuper ſuperficiẽ aquæ,tũc lux & color rei uiſæ fiũt manifeſtiora ꝙ eſſent cũ aſpiciebãtur oblique,tũc enim figura exiẽs ad uiſum ſecundũ lineas obliquas eſt refracta,& multũ obliqua,in perpendiculari,uero forma tota exit recte, & quedam partes eius oblique aut ferè recte ſecundũ quod plus uel minus diſtant à perpendiculari,patet ergo ex hoc,quoniã reflexio debilitat in formis reflexis luces et colores,quas formæ rerũ uiſarũ ꝑ quodcunq; corpus diafonũ ſecũ deferunt ad uiſum,nec enim eſt aliqua alia differẽtia illarũ formarũ in eſſe ſuo,ergo nec quo ad uiſum,niſi ſola obliquitas nducens refractionẽ, & perpendicularitas adiuuans directionẽ uiſionis,& ſecundũ illa uiſus iudicat formas lucis & coloris debiles uel fortes. Accidit itaq; in corporibus uiſis ꝑ mediũ ſecundi diafoni propter refractionẽ fallacia,quæ non accideret in illis, ſi uiderentur recte,quia etiam ut patet per 33. quarti huius. Omnis linea uel ſuperficies rei uiſæ directe uiſibus oppoſita perfectius uidetur quàm obliquata,& ſecundum quantitatem obliquationis fit imperfectio uiſionis,patet ergo propoſitum.

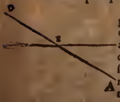
XI.

Imago refracta rei uiſibilis nunquàm occurrit uiſui in loco rei uiſæ, ſed ſemper extra ſuum locum.

Quod autem hic proponitur,patet ratione & experientia,ratio autẽ eſt hæc,nam forma comprehenſa à uiſo in corpore diafono alio ab aere non eſt ipſa res uiſa, quoniam uiſus non comprehendit rem tunc in ſua forma uel in figura, ſed in alijs diſpoſitionibus & alio modo,comprehendit enim imaginem refractam in ſua oppoſitione, cum tamen res non ſit directe uiſui oppoſita,& quia comprehendit rem refracte, ideo quia uiſus eſt decliuis à perpendicularibus exeuntibus à re uiſa ſuper ſuperficiem corporis diafoni,comprehendit ergo ipſum ut extra ſuum locum non in ſuo loco. Per experientiã quoq; idem patet. Aſſumatur uas habẽs oras erectas ſuper baſem eius,& in medio fundi uaſis ponatur denarius argenteus,& elonget ſe experimẽtans quouſq; uideat illum denarium in fundo uaſis. Deinde elonget ſe paulatim ulterius,quouſq; non uideat ipſum,& in principio occultationis ſtet in ſuo loco uiſu immoto,& præcipiat infundi aquam in uas,ita ut denarius non mutet locum,& tunc uidebit denarium in eius oppoſitione ipſo non exiſtente in eius oppoſitione,ex quo patet quod forma quam experimentans uidet in aqua,non ſit in loco rei uiſæ,nam ſi forma eſſet in loco rei uiſæ,tunc etiam res uiſa comprehendi poſſet ſine infuſione aquæ in uas quod non accidit in tanta diſtantia, ut patuit,imago itaq; rei uiſæ per refractionem non uidetur in loco ipſius rei,quod eſt propoſitum.

XII.

Omnis forma puncti per refractionem uiſi comprehenditur in rectitudine lineæ per quam à puncto refractionis forma extenditur ad uiſum.



Sit enim punctus per refractionẽ uiſus,qui eſt a,cuius forma refringatur ad uiſum ab aliquo puncto ſuperficiei corporis alterius diafoni, qui ſit b,& ſit centrũ uiſus d,dico quod forma puncti a comprehenditur à uiſu ſecundum rectitudinem lineæ d b,hoc autẽ inſtrumenti aliter declarandum,accipiatur itaq; inſtrumentrum primum,& ponatur in uaſe impleto aqua ut prius,ut ſignetur aliquod uidendum per refractionem in ora inſtrumenti in oppoſitione uiſus, & intueatur experimentans per ambo foramina ita ut uideat illud per refractionem. Deinde

claudetur

claudetur ſecundum foramen inſtrumenti, & tunc non cõprehendetur res uiſa,& ſi clau datur primũ foramen,ſimiliter nihil uidebitur,qm̃ abſciſa eſt linea recta imaginabſliter exiẽs uiſus ad locũ refractiõis,forma enim pũcti uiſi per refractionẽ extẽditur in corpore diafono in quo eſt res uiſa,& refrangitur in corpore diafono q̃d eſt inter ipſum & centrũ uiſus,peruenitq; ad uiſum per lineã rectam exeuntẽ à centro uiſus ad punctũ refractionis, & uiſus nõ comprehendit aliquid niſi in rectitudine linearum radialium p quas forma uiſibiliũ mouetur ad uiſum,& ſi fiat operatio p interpoſitionẽ alicuius uitri uiſui & rei uiſæ,ut ſupra eodẽ modo penitus operando,patebit idẽ,& hoc eſt propoſitũ. Viſus enim nihil cõprehendit niſi in rectitudine linearũ radialiũ,non enim patitur in progreſsione iſtarũ linearũ à punctis rerum uiſibilium ad uiſum,quoniam non uidet, niſi res ſibi oppoſitas,quarum formæ ſecundum lineas rectas multiplicant ſe ad uiſum, ut patuit per 2. tertij huius,& per multas ſimiles,patet ergo quod proponebatur.

XIII.

Omnis forma uiſa per refractionem comprehenditur in linea perpendiculari ducta à puncto rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis à qua fit refractio.

Quod hic proponitur,patet ideo,quia lux extenditur in corpore diafono tranſitu uelociſsimo,intelligendo illam uelocitatem modo prius expoſito,& iam patuit in his, quæ dicta ſunt in 47. ſecundi huius,quia tranſitus lucis in corpore diafono ſuper lineam decliuem ſuper ſuperficiem illius corporis,eſt compoſitus ex motu ſuper lineam perpẽdicularem exeuntem à puncto,à quo extenditur lux ſuper ſuperficiẽ illius corporis diafoni, & ex motu ſuper lineam ductam in ſuperficie corporis diafoni aut lineæ æquediſtantis ei, quæ eſt perpendicularis ſuper hanc lineam perpendicularem ductam à pũcto corporis luminoſi,forma uero quæ extenditur à puncto rei per refractionem uiſæ ad ipſum punctum refractionis quæ eſt forma lucis exiſtentis in puncto rei uiſæ mixta cum forma coloris,ſemper extenditur ſuper lineam decliuem ſuper ſuperficiem corporis diafoni, hæc ergo forma extenditur ad locum ſuæ refractionis motu compoſito ex motu ſuper perpẽdicularem exeuntem à puncto ipſo uiſo ſuper ſuperficiem corporis diafoni, & ex motu ſuper lineam quæ eſt perpendicularis ſuper hanc perpendicularem. Eſt ergo motus formæ quæ mouetur ad uiſum aut ſuper perpendicularem ductam ab ipſo puncto cuius ipſa eſt forma ſuper ſuperficiem corporis diafoni,quamuis poſtmodum tranſlata ſit ab hac perpendiculari alio modo,aut motus eius eſt ſuper perpendicularem ductam ſuper illam priorem perpendicularem,& tranſlata eſt poſt motum eius ſuper primam perpendicularem ductam à puncto rei formæ motæ ſuper ſuperficiem corporis diafoni,ſitq; hæc tranſlatio propter compoſitionem ex prædictis duobus motibus,forma ergo exiens à loco refractionis peruenit ad ipſum uiſum per motum formæ,quæ mouetur ſuper lineam perpendicularem ductam à puncto rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis diafoni. Deinde multiplicat ſe ad uiſum,palam eſt quod proponitur per hoc,quia ſi punctum ſuperficiei corporis diafoni cui incidit perpendicularis ducta à puncto rei uiſæ contingat abſcondi à uiſu,utpote propter interpoſitionem alicuius corporis opaci,non fiet uiſio illius puncti rei uiſæ,forma ergo rei uiſæ comprehenditur in perpendiculari ducta à puncto rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis à qua fit refractio, patet ergo propoſitum,quod eſt manifeſtius poſtmodum inſtrumentaliter ſtudebimus declarare.

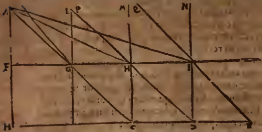
XIIII.

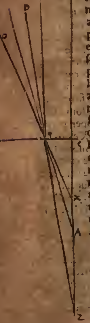
Omnium formarum punctorum rei uiſæ plus diſtantium à linea perpendiculari,ducta à centro uiſus ſuper ſuperficiem corporis diafoni à qua fit refractio,maior eſt refractio quàm punctorum minus diſtantium ab illa.

Eſto centrum uiſus a,& linea uiſa per refractionem ſit b c d e,ſitq; communis ſectio ſuperficiei refractionis & corporis,à cuius ſuperficie fit refractio lineæ f g h i,ſitq; perpendicularis ducta à centro uiſus ſuper ſuperficiem illius corporis linea a f,quæ incidat in punctum b,rei uiſæ,& ſit a f b. Diſtetq; à puncto b, & à perpendiculari a f b, plus punctum d quàm punctum c,& plus punctum e quàm punctum d,dico quod maior erit refractio

 ctio

ctio puncti e quàm puncti d, & maior puncti d quàm puncti c, forma enim puncti a, cum ſit in ipſa linea perpendiculari, patet per 3. huius, quia non refrangitur, formæ uero aliorum punctoru quæ ſunt c d e, patet quod refranguntur per 4. huius, & quoniam ut patet per 49. huius, nulla refractio tranſmutat ſitum partium formæ refractę, ſed ſolum auget uel minuet figurã, patet quod de neceſsitate diuerſitas formarum punctorum rei uiſæ refrangitur à diuerſis punctis ſuperficierum ipſius rei uiſæ, ita quod forma puncti remotioris à uiſu refrangitur à puncto ſuperficiei remotiori à centro uiſus, aliàs enim fieret tranſmutatio formarum uiſarum per refractionem. Sit ergo ut forma puncti c, refrangatur à puncto g, & forma puncti d à puncto h, & forma puncti e à puncto i, & educantur à puncto g, linea g l, & à puncto h, linea h m, & à puncto i, linea i n, perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diafoni per 12. undecimi, & producantur lineæ incidentiæ formarum ultra ſuperficiem corporis linea c g in punctum o, & linea d h in punctum p, & linea e i in punctum q. & copulentur lineæ refractæ à punctis g h i ad uiſum quæ ſunt g a, h a, i a, quia itaq; in trigono a f z, ductæ ſunt lineæ a g & a h, patet, per 21. primi, quoniam angulus a g f eſt maior angulo a h f, quia ergo anguli l g f & m h f, ſunt recti & æquales, relinquitur angulus a g l minor angulo a h m, ſed angulus o g l & p h m ſunt æquales, quælibet enim linea incidentiæ cum ſua perpendiculari continet angulos æquales propter æqualem diſtantiam punctorum b c d e ab inuicem, & à ſuperficie diafoni à qua fit refractio. Eſt ergo angulus p h a maior angulo o g a, & angulus q i a maior angulo p h a. Eſt autem eadem diſpoſitio medii in quo fit refractio formarum punctorum c & d, à punctis g & h patet ergo quod maior fit refractio à puncto h remotiore ad uiſum a, quàm à puncto g, propinquiore uiſui illo puncto h. Similiter quoq; patet per eundem modum de puncto i, reſpectu puncti h, fit enim ſecundum præmiſſa angulus a i n maior angulo a h m, eſt ergo maior refractio puncti i, quàm puncti h, ergo eſt maior quàm puncti g, patet ergo uniuerſaliter quod proponebatur. In omnibus enim pũctis & ſuperficiebus à quibus fit refractio eſt eadem demonſtratio.





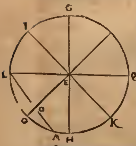
XV.

Locus imaginis refractæ cuiuslibet puncti rei per refractionem uiſæ eſt in communi ſectione lineæ refractionis per quam peruenit forma ad uiſum, & catheti incidentiæ exeuntis ab illo pũcto rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis diafoni uiſum contingentis, ex quo patet quod locus imaginis formæ puncti rei uiſæ exiſtentis in medio ſecundi diafoni denſioris primo approximat uiſui, in rariore uero elongatur.

Verbi gratia, ſit punctus rei uiſæ per medium ſecundi diafoni a, & ſuperficies ſecundi diafoni ſit in qua eſt linea b c, & ſit b punctus refractionis, & centrum uiſus ſit d, perueniatq; forma puncti a ad uiſum d ſecundum lineam refractionis quæ ſit b d. Ducatur itaq; à puncto a, perpendicularis ſuper ſuperficiẽ b c, quæ ſit a e, dico quod in puncto quæ eſt communis ſectio lineæ perpendicularis a e, productæ d b, eſt locus imaginis refractæ, hoc autem patet, quoniam per 11. huius, forma refracta occurrit uiſui in linea d b, & per 12. huius, occurrit in linea perpẽdiculari quæ eſt a e, occurrit ergo in communi ipſorum ſectione quæ ſit punctum z, hoc autem fortius inſtrumentaliter demonſtrandum. Accipiatur

platur columna rotunda lignea, cuius baſis diameter ſit unius cubiti, & altitudo modica, utpote duorum uel trium digitorum, & planentur ſuperficies baſium eius, & in uno baſi um ſuarum inuento per primam tertij, centro, quod ſit e, ducantur diametri quæcunq; placuerint, & ſint duo, quæ g h & i k, oblique ſe ſecantes, quæ profundentur ferro ut ap pareant uiſui, & impleantur profunditates ipſarũ ceruſa diſtemperata cũ lacte uel cũ a- lio albo liq̃re aut albo alio colore quocunq;, pũctũ uero centri quod eſt e, ſit nigrũ. Dein de accipiatur uas magnũ profundum habens oras erectas, & ponatur in loco luminoſo. Infundaturq; in uas aqua tanta, quod cum immiſſa fuerit columna in aquam erectam taliter, ut eius ſuperficies planæ perpendicularis ſint ſuper fundum uaſis, tunc ipſa aqua excedit punctum e, centrum circuli baſis columnæ ad aliquot digitos, expecteturq; donec aqua quieſcat in ipſo uaſe, moueatur itaq; columna donec g h, diameter baſis ſit perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ, declinetur quoq; uiſus extra ora uaſis, quouſq; appropinquet æquediſtantiæ ſuperficiei aquæ in tantum, ut poſsit uideri punctum e, cen trum circuli, & diameter g h, & inuenietur centrum circuli e, in rectitudine illius diame- tri, deinde intueatur uiſus diametrum i k, decliuem ſuper ſuperficiem aquæ, & inuenietur incuruari & frangi apud ſuperficiem aquæ. Eritq; pars eius intra aquam cum parte eius extra aquam continens angulum obtuſum reſpectu uiſus, cum tamen diameter g h extra aquam & intra aquam remaneat, linea una recta ſine refractione, uel continen- tiæ anguli, ex quo patet quod forma puncti centralis quod eſt e, quam uiſus comprehen dit, non eſt apud centrum circuli baſis, quia tunc eſſet etiam in rectitudine diametri de- cliuis quæ eſt i k, quia ſecundum ueritatem ille eſt eius ſitus. Cum ergo uiſus comprehen dit illud punctum extra rectitudinem diametri decliuis quæ eſt i k, & angulus quem con- tinent partes diametri decliuis i k, ſequentur perpendicularem g h, patet quod punctus in quo uidetur forma centri e, eſt eleuatus à centro baſis columnæ, & quia uiſus hoc pun ctum comprehendit in rectitudine diametri g h, patet quod forma centri f, eſt eleuata à uero loco centri ſecundum rectitudinem diametri perpendiculariter quæ eſt g h, patet etiam ex diametri decliuis i k, incuruatione apud ſuperficiem aquæ & ex rectitudine & continuitatis partis ſuæ intra aquam, quod omne punctum partis diametri i k, quod eſt intra aquã eſt eleuatum à ſuo loco. Deinde reuoluatur circulus baſis columnæ quouſq; diameter i k, fiat perpendicularis ſuper ſuperficiem aquæ, erit ergo tunc g h, diameter de cliuis ſuper ſuperficiem aquæ, & tunc uidebitur forma puncti f, in rectitudine diametri i k, & extra rectitudinem diametri g h, quoniam illa uidebitur frangi & incuruari ſuper ſuperficiem aquæ, & angulus incuruationis obtuſus erit reſpiciens uiſum & diametrum i k, perpendicularem ſuper aquæ ſuperficiem. Idem quoq; accidet ſi plures ſint diametri ſignati in ſuperficie baſis columnæ, ſemper enim forma centri f, uidebitur in rectitudine diametri perpendicularis, & diameter decliuis uidetur incuruari apud ſuperficiem aquæ & continet angulũ obtuſum cũ parte ſui quæ eſt intra aquã, quæ pars intra aquã ſemper uidebitur cõtinua & recta. Ex hoc itaq; patet quod forma cuiuslibet puncti a, uiſi in cor pore diafonitatis groſsioris, quàm ſit aeris diafonitas, uidetur extra locum ſuum eleuata in rectitudine perpendicularis exeuntis ab illo pũcto ſuperficiei corporis diafoni, cum li nea d b, continuans d, centrum uiſus cum puncto refractionis b, non fuerit perpendicula ris ſuper ſuperficiem corporis diafoni, & quia ſicut inſtrumentaliter & per rationem o- ſtenſum eſt per 11. huius, omne punctum comprehenditur à uiſu in ipſius uiſus oppoſitio ne & rectitudine lineæ per quam extenditur forma ad uiſum, puncta ergo quæ uiſus cõ prehendit per refractionẽ, quia ſunt in oppoſitione uiſus ſecundũ lineam rectam in com muni ſectione perpendicularis a e, & lineæ d a, productæ ad perpendicularem, neceſſa- rio uidentur. Eſt ergo punctus ille in quo illæ lineæ duæ ſecant ſe locus imaginis refra- ctæ, q̃d ſi fiat refractio formæ puncti uiſi à corpore diafono ſubtiliori ad groſsius, adhuc illud accidit quod in præmiſsis, quoniã adhuc locus imaginis refractæ erit in cõmuni ſe- ctione lineæ refractionis per quã forma peruenit ad uiſum, & lineæ perpendicularis du- ctæ à puncto rei uiſæ ſuper ſuperficiẽ corporis à qua fit refractio. Aſſumatur enim uitrũ ſuperficierum planarum & æquediſtantiũ, cuius longitudo ſit octo digitorum, latitudo & ſpiſsitu

& ſpiſsitudo ſit æqualis quælibet quatuor digitorum. Deinde baſi columnæ ligneæ prædictæ prius inſcribatur linea decem digitorum per 1.quarti, quæ ſit l m. Eritqꝫ medietas lineæ l m, quinqꝫ digitorum, diuidaturqꝫ in duo æqualia in puncto n, & à centro baſis quod eſt f, ducatur linea f n, & producatur illa linea ex utraqꝫ parte ad periferiam ut fiat diameter o n f p. Erit itaqꝫ per 3 tertij, linea f n, perpendicularis ſuper lineam l m, & ducatur linea f l, & compleatur diameter l q, hæ itaqꝫ duæ diametri o p & l q, profundentur cultro, & impleatur diametri p o, concauitas colore albo, & diametri l q, concauitas colore alio. Deinde ponatur uitrum ſuper baſem columnæ, taliter ut altera extremitas lõgitudinis ſuperponatur medietati lineæ quæ eſt n l, & quia uitrũ eſt in lõgitudine octo digitorum, & linea l n quinqꝫ digitorum, patet quod longitudo uitri excedit quantitatẽ lineæ l n, in tribus digitis, & diſtinguantur de uitro tres digiti, de quibus duo erunt ex parte diametri l q, decliuis extra circulũ, & remanebit de longitudine uitri unus digitus ultra diametrum p o, perpendicularem ſuper lineam l m, ſitqꝫ corpus uitri ex parte centri f, ſcilicet inter lineam l m, & centrum f, & ſic applicetur uitrũ tabulæ per glutinum, erit itaqꝫ perpendicularis p o, erecta ſuper extremitates uitri quæ ſunt ſuperficies duæ æquediſtãtes, & diameter l q erit obliqua ſuper illas duas ſuperficies. Ponatur itaqꝫ periferia circuli cui ſupereminet extremitas uitri ex parte uiſus experimentantis, & ponatur alter uiſuum in dicta communi circumferentiæ baſis & extremitatis uitri, hoc eſt in pũcto l, quod eſt extremitas diametri decliuis, quæ eſt l q, & applicetur taliter uitro, ita quod nihil uideatur cum illo oculo, niſi ſolus punctus l, reliquus uero uiſus ſit in parte, in qua eſt uitrũ & circulus, & cooperiatur illud quod opponitur ei ex ſuperficie uitri cum panno linteo, uel bombacæ, applicata taliter ſuperficiei columnæ, ut non uideatur niſi ſola diameter decliuis l q, & per unum uiſum contingentem uitrum, diameter uero p o, perpendicularis alba uideatur utroqꝫ uiſu. Sic itaqꝫ diſpoſito uiſu & inſtrumento, centrum circuli f, inuenietur in rectitudine diametri p o, albæ, quæ eſt erecta ſuper ſuperficiem uitri, & inuenietur diameter decliuis quæ eſt l q, incuruata in ſuperficie uitri, quæ eſt ex parte centri f, cadetqꝫ angulus incuruationis ex parte circumferentiæ, ſed uiſus comprehendit partem diametri l q, quæ eſt ſub uitro in rectitudine, & quoniam uiſus tangit ſuperficiem uitri, & diametri perpendicularis quæ eſt p o, aliqua pars eſt ſub uitro, & alia extra uitrum ex parte extremitatis diametri, ut eſt eius pars quæ o n, pars illa quæ eſt ſub uitro comprehenditur à uiſu exiſtente extra uitrum ſecundum refractionem, & pars o n, quæ eſt ex parte extremitatis diametri comprehenditur à uiſu extra uitrum exiſtente recte & ſine refractione, pars autem quæ eſt ex parte centri comprehenditur ab utroqꝫ uiſu per refractionem, nam lineæ exeuntes à centro uiſus contingentis uitrum & extenſæ in corpore uitri peruenientes ad ſuperficiem uitri, quæ eſt ex parte centri, omnes fiunt decliues ſuper ſuperficiem uitri, pars ergo perpendicularis diametri p o, illa quæ eſt ex parte centri comprehenditur à uiſu contingente uitrum per refractionem, lineæ uero exeuntes à reliquo uiſu ad ſuperiorem uitri ſuperficiem erunt decliues ſuper ſuperiorem uitri ſuperficiem, cum ergo extenduntur ad ſuperficiem uitri, reliquam quæ eſt ex parte centri f, erunt etiam decliues ſuper illam, ut patet per 23. primi huius, illæ enim ſuperficies uitri ſunt æquediſtantes ex hypotheſi, uiſus itaqꝫ ille comprehendet etiam partem diametri p o, quæ eſt uerſus centrum f, duabus refractionibus, partem uero quæ eſt ſub uitro una ſola refractione, partem uero ſuperiorem quæ eſt p o, comprehendet abſqꝫ refractione, uterqꝫ tamen uiſuum comprehendit hanc diametrum p o rectam, & ſi experimentator cooperto altero uiſu aſpiciat ſolum per uiſum qui poſitus eſt ſuper uitrum, comprehendet perpendicularem p o rectam, & ſi eleuauerit uiſum à ſuperficie uitri, & intueatur diametrum p o ultra uitrum, comprehendet tamen ipſam lineam rectam, quamuis comprehendat ipſam ſecundũ refractionem, quoniã quilibet pũctus diametri p o, & ſi non comprehendatur à uiſu in ſuo loco, cõprehẽditur tamẽ in rectitudine perpendicularis q̃ exit à



puncto

puncto illo ſuper ſuperficiem uitri, hæc autem eſt ſola ipſa linea p o, per 20. primi huius, quoniam ab uno puncto ſuper unamquanq; ſuperficiem unam tantum perpendicularē duci eſt poſsibile. Hæc autem linea quæ eſt p o, à quolibet ſui puncto procedit perpendiculariter ſuper ſuperficiem uitri. Omnis ergo refractio ſuorum punctorum fit ſuper ipſam eandem. forma itaq; centri f, quando uiſus tangit uitrum, comprehenditur in rectitudine diametri p o, exeuntis perpendiculariter à centro f, ſuper ſuperficiem uitri, & diametri decliuis l q, pars extra uitrum exiſtens uerſus centrum f, comprehenditur non in ſuo loco, ideo quia punctus centri f, non conprehenditur à uiſu, niſi præter ſuum locum, & cum angulus incuruationis fuerit ex parte circumferentiæ, tunc forma centri f, uidetur ſub centro baſis columnæ, quia ergo forma cuiuslibet puncti comprehenſi à uiſu in ſecundo medio rarioris diafoni illo diafono in quo eſt uiſus, eſt in rectitudine perpendicularis productæ ab illo puncto ſuper ſuperficiem corporis diafoni, quod eſt contingens uiſum, & eſt remotior à ſuperficie eiuſdem diafoni quàm ipſum punctum, cuius uidetur forma, & quoniam omne punctum comprehenſum à uiſu per undecimam huius, eſt in rectitudine lineæ per quam forma peruenit ad uiſum, patet quod forma cuiuslibet puncti in quibuſcunq; diafonis taliter ſituatis comprehenditur in puncto, qui eſt communis ſectio lineæ per quam forma peruenit ad uiſum, & lineæ perpendicularis exeuntis à puncto rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis diafoni quod eſt contingens uiſum, & patet ex præmiſsis correlarium, locus enim formæ puncti rei uiſæ per refractionem quando fit illa refractio in medio ſecundi diafoni denſiore primo, tunc locus imaginis approximant ipſi uiſui, ut patet in experimentatione prima de centro f, cum ipſum uidetur ſub aqua, cum uero fit refractio à ſuperficie alterius diafoni rarioris primo diafono contingente uiſum, tunc locus imaginis elongatur à uiſu, ut patet in experimentatione ſecunda de centro f, uiſo ſub uitro approximato uiſibus, cuius forma per medium rarius uitro quod eſt aer diffunditur ad uitri ſuperficiem. & per uitrum refringitur ad uiſum, ut enim exempla riter patet in prima figura præſentis propoſitionis, punctum x, propinquius eſt uiſui exiſtenti in puncto d, quàm punctum z, patet itaq; propoſitum.

XVI.

Formæ puncti rei uiſæ per refractionē exiſtentis in medio ſecundi diafoni, locus imaginis quādoq; eſt in ipſo ſecūdo corpore diafono, quādoq; in eius ſuperficie, ut in ipſo puncto refractionis, quandoq; eſt inter uiſum & illud corpus diafonum, quandoq; retro uiſum, quandoq; in ipſa ſuperficie uiſus.

Quia enim oſtenſum eſt per præmiſſam, quod locus imaginis refractæ cuiuslibet puncti rei per refractionem uiſæ, eſt in communi ſectione lineæ, per quam forma peruenit ad uiſum, & lineæ perpendicularis exeuntis ab illo puncto rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis diafoni uiſum contingentis, cum illæ lineæ neceſſario coucurrant, aut æquediſtant. Si concurrunt, patet quod ubicunq; illæ lineæ ſe interſecauerint, ſiue hoc ſit intra corpus diafonum, in quo eſt punctus rei uiſæ, ſiue fuerit extra illud corpus, inter uiſum & ſuperficiem illius corporis, ſiue hoc fuerit in centro uiſus, ſiue retro uiſum, ibi ſemper erit locus imaginis formæ puncti rei uiſæ. Si uero illa linea per quam forma peruenit ad uiſum fuerit æquediſtans illi perpendiculari, tunc non erit aliqua certitudo propria loci illius imaginis niſi ſolum ipſum punctum refractionis, in illo ergo uidebitur imago illius formæ, ſicut etiam accidit idem, quando linea refractionis & ducta perpendicularis in ipſo puncto refractionis ſe interſecant, nec indigent hæc alia demonſtratione niſi illa quã in 12. octaui huius, in ſpeculis ſphæricis concauis poſuimus, hæc enim refractio, ut patet per 7. huius, quandoq; fit à ſuperficie concaua corporis diafoni, quod corpus eſt ex parte uiſus contingens conuexum corporis diafoni quod eſt ex parte rei uiſæ, unde eſt omnimoda demonſtrationis ſimilitudo faciendæ hinc & inde, patet ergo propoſitum, diuerſantur enim illæ perpendiculares ſecundum diuerſitatem ſuperficierum corporum, à quibus fit refractio.

XVII.

In refractione formarum à ſuperficiebus corporum alterius diafonitatis ad uiſum, ſemper fit deceptio in ſitu.

Quoniam enim ſecundum omnes lineas per quas forma extenditur ad uiſum ſemper fit refractio in ſuperficie corporis alterius diafoniatis, ut linea per quam forma extenditur in medio unius diafoni angulum contineat cum linea illa per quam in ſecundo diafono forma peruenit ad uiſum, ſola uero perpendicularis ducta à puncto uiſo ſuper ſuperficiem corporis diafoni non refrangitur, & omnis imaginis refractæ locus eſt in communi ſectione lineæ ſecũdæ per quam forma refracta extenditur ad uiſum, & lineæ perpendicularis exeuntis à puncto rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis diafoni uiſum contingentis per 14. huius, hæc autem ſectio ſemper eſt extra locum uerum puncti uiſi, quoniam ſola linea incidentiæ concurrit cum illa perpendiculari in ipſo puncto rei uiſæ, à quo ambæ illæ lineæ producuntur, palam ergo quia uiſus nunquam uidet formam rei uiſæ per refractionem uiſi ab alio loco & ſitu quàm ſit ipſa res uiſa, erit itaq; poſitio formæ comprehenſæ à uiſu alia à puncto rei uiſæ, & ſimiliter eſt de remotione, hæc autem ſunt quædam ſitus, punctus enim communis ſectionis dictarum linearum faciens locum imaginis in refractione ex diafono denſiore ad ſubtilius ſe eleuat approximando uiſui, & in refractione ex diafono rariori ad denſius ſe deprimit, remouendo ſe à cẽtro uiſus, ut patuit per corrolarium 14. huius, patet itaq; quod locus imaginis ſemper ſe uariat, & ſecundum hoc decipitur uiſus ſecundum ſitum imaginis alium locum rei uiſæ, & ſituationem aliam accipiens ſecundum illud, patet ergo propoſitum.

XVIII.

Omnis forma rei uiſæ per refractionem comprehenditur ac ſi res illius formæ ſit in loco imaginis conſtituta.

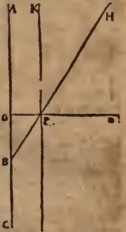
Sicut enim in 12. huius, dictum eſt, forma exiſtens in puncto refractionis peruenit ad ipſum uiſum per motum formæ quæ mouetur ſuper lineam perpẽdicularem ſuper ſuperficiem corporis diafoni ductam à puncto rei uiſæ. Deinde transfertur ad hanc perpendicularem per motum in rectitudine lineæ per quam forma peruenit ad uiſum, forma itaq; quæ eſt ſuper lineam perpendiculariter incidentem ſuperficiei corporis diafoni, & deinde mouetur in rectitudine lineæ, per quam forma extenditur ad uiſum, eſt forma quæ extenditur à puncto uiſo in rectitudine perpendicularis exeuntis ex ipſo ſuper ſuperficiem corporis diafoni donec perueniat ad punctum ſectionis, inter hanc perpendicularem & lineam per quam forma extenditur ad uiſum, forma itaq; quam uiſus comprehendit refracta ultra corpus diafonum eſt per motum formæ, quæ peruenit ad uiſum à loco imaginis, comprehendit autem uiſus hanc formam in loco imaginis, ſicut alia quæ in ſuo loco comprehẽdit ſine refractione per medium unius diafoni & directe, uidetur itaq; res diſtans tantum à centro uiſus, quantum punctus imaginis diſtat ab eodem centro uiſus, quoniam ſitus loci imaginis in reſpectu uiſus, & ſitus formæ quæ eſt in loco imaginis unde propter refractionem forma rei uiſæ comprehenditur in loco imaginis, patet ergo propoſitum.

XIX.

Communi ſectione ſuperficiei refractionis & ſuperficiei corporis diafoni in qua fit refractio exiſtente linea recta, punctoq; rei uiſæ exiſtente in perpendiculari ducta à centro uiſus ſuper ſuperficiem corporis diafoni qualiſcunque à nullo puncto illius ſuperficiei fiet refractio, & una tantum imago uiſui concurret.

Eſto centrum uiſus a, & punctus rei uiſæ b, ſitq; g, aliquod punctum ſuperficiei corporis in quo fit refractio, quod ſit groſsioris uel rarioris diafonitatis quàm corpus quod eſt contingens uiſum, ducaturq; à puncto a, centro uiſus linea a g c, quæ ſit perpendicularis

ris ſuper ſuperficiem corporis ſecundi diafoni per 11. undecimi, ſit'q; punctus rei uiſæ, qui eſt b, in linea g c, palam ergo per 3. huius, quoniam uiſus a comprehendet formam puncti b, recte ſine omni refractione, quia forma puncti b in rectitudine extenditur per lineam b g, ad ſuperficiem corporis diafoni quod eſt cõtingens uiſum in puncto a, & quia linea l g eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diafoni contingentis uiſum, cõprehendet ergo uiſus a punctum b in ſuo loco ſecundum rectitudinem lineæ a g b, non eſt itaq; poſsibile ut punctum b, extra lineam b g a refrangatur ad uiſum a. Si autem detur hoc eſſe poſsibile, ſit ſuperficiei illius diafoni in qua eſt punctus refractionis b, alter punctus refractionis qui ſit p, extra lineam a g b, & refrangatur forma puncti b ad a centrum uiſus à puncto p, imaginemur itaq; ſuperficiem refractionis in qua ſit linea perpendicularis quæ a g b, tranſire per punctum p, & ſit communis ſectio huius ſuperficiei, & ſuperficiei corporis diafoni in qua fit refractio linea recta, quæ eſt g p d, per 3. undecimi, & à puncto p, extrahatur perpendicularis ſuper lineam g d, per 11. primi, quæ ſit k p l, & ſit linea k p l, producta ſecãs ipſum corpus diafonum, in cuius ſuperficie fit refractio formæ puncti b ad uiſum a. Eſt ergo linea k l p, perpendicularis ſuper ſuperficiem illius corporis diafoni, ducatur itaq; linea b p, & producatur ultra corpus diafonum uſq; ad punctum h Erit ergo angulus k p h, contentus à linea p h, per quam extenditur forma, & linea k p, perpendiculari exeunte à pũcto refractionis quod eſt p, ſuper ſuperficiem corporis diefoni, quia itaq; corpus diafonũ, quod eſt ex parte uiſus a, eſt ſubtilius illo quod eſt ex parte ipſius b, puncti rei uiſæ, tunc enim forma pũncti b, peruenerit ad p, pũctum refractionis, palam per quartam huius, quia refrangetur ad partem contrariam illi parti in qua eſt perpendicularis k l, non ergo peruenit forma refracta ad lineam a b, ergo neq; ad punctum a, quod eſt centrum uiſus, ſed datum eſt ipſum refrangi à puncto p ad punctum a, accidit igitur impoſsibile cõtra hypotheſim, & quocunq; alio puncto dato idem accidit impoſsibile, non ergo refrangitur forma puncti b ad uiſum a, ex aliquo puncto ſuperficiei illius corporis diafoni dato extra lineam a g b, ſed ſolum forma illa puncti b, ſecundum rectitudinem peruenit ad uiſum a, quod ſi corpus diafonum contingẽs ſuperficiem uiſus ſit denſius diafono illo corpore quod eſt continens punctum rei uiſæ, tunc idem linea p h refrangetur ad partem perpendicularem p k, propter denſitatem diafoni ſecundi, nec tamen concurret unquam cum perpendiculari p k, ergo neq; cum linea a b æquediſtante ipſi p k, per ſextam undecimi, quoniam ambæ lineæ a b & k l, ſunt erectæ ſuper ſuperficiem corporis diafoni in qua eſt linea g p d, qualecunq; ergo fuerit diafonum ſecundum, ſcilicet rarius uel denſius primo diafono, ſemper puncto rei uiſæ ſic diſpoſito à nullo puncto illius ſuperficiei diafoni fiet refractio ad uiſum, ſed uidebitur res in ipſa linea perpendiculari ducta à centro uiſus ad punctum rei uiſæ ſecante ſuperficiem corporis ſecundi diafoni in uno tantum puncto g, forma ergo illius puncti non comprehenditur, niſi ex uno tantum puncto ſuperficiei illius corporis diafoni, habet ergo tantum unicam imaginem non refractam, quod eſt propoſitum.

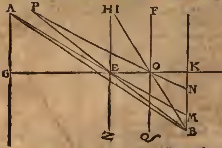


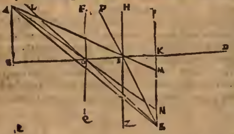
XX.

Communi ſectione ſuperficiei refractionis, & ſuperficiei corporis diafoni in qua fit refractio exiſtente linea recta; punctoq; uiſo exiſtente extra

perpendicularem ductam à centro uiſus ſuper ſuperficiem corporis diafoni denſioris diafono uiſum contingente, ab uno tantum puncto fiet refractio,& uidebitur unica imago.

Remaneat diſpoſitio, quæ eſt in proxima præcedente, & ſit punctus b, extra lineam perpendicularem ductam à centro uiſus a, ſuper ſuperficiem ſecundi diafoni, quæ eſt à g c, educatur quoq; ſuperficies plana per lineam a g c, & per punctum b, hæc itaq; erit perpendicularis ſuper ſuperficiem ſecundi corporis diafoni per decimamoctauam undecimi,& ſecabit ſuperficiem corporis diafoni ſecundum lineam rectam per tertiam undecimi, quæ ſit g d, non ergo refrangetur per ſecundam huius, forma puncti b ad uiſum a, niſi ab aliquo puncto ſuperficiei in qua eſt linea g d, non enim trãſiit per duo puncta a & b, ſuperficies perpendicularis ſuper ſuperficiem ſecundi corporis diafoni, niſi ſolum ſuperficies tranſiens perpendicularem a c ſed perpendicularem a c,& per punctũ b, non tranſit aliqua ſuperficies plana, niſi una ſola, tantum forma ergo puncti b, refrangitur ad punctum a, centrũ uiſus ab aliquo puncto lineæ g d, quæ ſit e, ducanturq; duæ lineæ b e & e a, & extrahatur à puncto e, linea perpendicularis ſuper ſuperficiem g e d, per duo decimam undecimi, quæ ſit h e z, quæ per primam huius, erit in illa ſuperficie refractionis, erit ergo linea h e z, perpendicularis ſuper duas ſuperficies illorum duorum corporum diafonorum, quia ducta eſt perpendiculariter in ſuperficie erecta ſuper illas ambas ſuperficies, producatur itaq; linea b e, in continuum & directum,& ſit linea b e p, erit ergo linea e p, cadens inter duas lineas e h & e a, per quartam huius, nam corpus diafonum quod eſt ex parte a, centri uiſus, eſt ſubtilius corpore diafono quod eſt ex parte b, ergo per eandẽ quartam huius forma puncti b, quæ extenditur per lineam b e, cum peruenit ad e, punctum datum refractionis refrangitur ad partem contrariam puncti perpendicularis quæ eſt z e h, erit ergo linea e p, inter duas lineas e b & e a, ducatur itaq; à puncto uiſo b, linea perpendicularis ſuper lineam g d, per duodecimam primi, quæ ſit b k, erit ergo linea b k, perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diafoni, quod eſt ex parte b, quia ducta eſt perpendiculariter in ſuperficie a b g, erecta ſuper illam, educatur itaque linea a e, in continuum, hæc itaque reſecabit ab angulo b e k, angulum æqualem angulo p e a, per decimã quintam primi. Secabit ergo per uigeſimam nonam primi huius, et lineam b k, illi angulo ſubtenſam Secet ipſa itaq; lineam b k in puncto m, palam itaq; per decimamquartam huius, quoniam punctus m, eſt locus imaginis formæ puncti b,& angulus p e a, eſt angulus refractionis. Dico itaq; quod punctus b, non habebit aliam imaginem, præter quam illam quæ eſt in puncto m, nec forma eius refrangetur ad uiſum in punctum a, ab alio puncto ſuperficiei corporis diafoni, quàm à puncto e, nec enim poteſt forma puncti b comprehendi à uiſu, niſi ſecundum perpendicularem



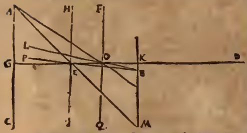


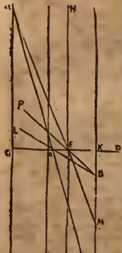
dicularem b k, per 12. huius. Si itaq; punctus b, aliam habuerit imaginẽ q̃ in puncto m, erit ille punctus in linea b k, & inter duo puncta b & k, per 14. huius, quia corpus qđ eſt ex parte b pũcti uiſi eſt groſsioris diafonitatis illo corpore q̃d eſt ex parte uiſus a. Sit itaq; ſi poſsibile eſt illa alia imago formæ puncti b, in puncto lineæ b k qđ ſit n, erit itaq; punctus n, aut inter duo puncta m k, aut inter duo puncta m b, ducatur quoq; linea a n à centro uiſus ad punctum n, hæc itaq; ſecabit lineam g d, per 1. undecimi, ſunt enim puncta a b k, in eadẽ ſuperficie cũ linea g d, ut patet ex præmiſsis. Secet ergo linea a n, lineã g d, in puncto o, ducatur'q; linea b o, quæ producta ultra punctũ o, ſignetur ad punctũ b, erit itaq; punctũ o, punctũ refractionis formæ puncti b, ad uiſum in punctũ a, quia b o l eſt linea per quã extenditur forma, & eſt angulus l o a, angulus refractionis, ducatur itaq; à puncto o linea perpẽdicularis ſuper lineam g d, per 11. primi, quæ ſit linea f o q, erit itaq; linea f o q, perpendicularis ſuper ſuperficiẽ corporis diaphoni per 27. primi, & per 8. undecimi, & erit angulus l o f, æqualis angulo o b n, cõtẽto à perpẽdiculari f q, & à linea b o, per quã extẽditur forma ad locũ refractiõis per 29. primi, quoniã ut patet per 6. undecimi, lineæ b k & f o q ſunt æquediſtãtes, ſi itaq; punctus n, fuerit inter duo pũcta m & k, tũc pũctus o erit inter duo puncta e & k, ſecans lineã e k, per 32. primi huius, erit itaq; angulus e b k, maior angulo o b k, per 29. primi huius, q̃a omne totũ eſt maius ſua parte, & quia angulus p e h, eſt æqualis angulo e b k, per 29. primi, & angulus l e f, æqualis angulo o b k, per eandẽ 29. primi, quoniã lineæ h 3 & f q, & b k, ſunt inter ſe æquediſtantes, erit ergo angulus p e h, maior angulo l o f, & angulus p e a, eſt angulus refractionis ex angulo incidentiæ qui eſt p e h, & angulus l o a, eſt angulus refractiõis ex angulo incidẽtiæ, qui eſt l o f, angulus ergo p e a, eſt maior angulo l o a, per 8. huius, oſtẽſum eſt enim in corollario qđ præcedit tabulas ibi poſitas, cuius ueritas patet ex præcedẽti experimẽtatione, quoniã anguli refractionũ in medio ſecundi diaphoni groſsioris quibus differũt anguli incidẽtiæ ab angulis refractis cõtentis ſub linea perpẽdiculari ducta à puncto refractionis ſuper ſuperficiẽ diaphoni, & à lineis refractis ad uiſum in maioribus angulis incidentiæ ſunt maiores, & in minoribus ſunt minores, ergo angulus a e h eſt minor angulo a o f qđ eſt impoſsibile, quoniã enim p 21. primi, angulus a e g eſt maior angulo a o g, & anguli h e g & f o g ſunt æquales p 29. primi, & quia ſunt recti, patet ergo angulus a o f, eſt maior angulo a e h, cum ergo ſequatur impoſsibile ex datis, patet quod punctum n, non cadit inter puncta m & k. Similiter quoq; ſequitur ex illis datis, ut angulus e b, ſit maior angulo a o b quod eſt impoſsibile, & cõtra 21. primi, producta linea a b, quæ ambobus illis angulis ſubtenditur, & à cuius punctis terminalibus illæ lineæ producũtur. Si enim angulus p e a, ſit maior angulo l o a, ergo per 13. primi, angulus a e b eſt maior angulo a o b. Eſt enim uterq; illorũ ſuper angulũ ſuæ refractionis reſiduũ duorũ punctorũ, quod ſi punctus n, qui datus eſt eſſe locus ſecundæ imaginis formæ puncti b, fuerit inter duo puncta m & b, linea b k, tunc punctus e, erit inter duo puncta o & k, per 32. primi huius, quod poteſt oſtendi ut prius, & erit angulus e b k, minor angulo o b k, erit ergo ut prius, angulus p e h minor angulo l o f, & erit angulus p e a, qui eſt angulus refractiõis minor angulo l o a, qui eſt etiam angulus refractionis, angulus ergo a e b eſt maior angulo a o b, qđ eſt impoſsibile ut prius per 21. primi, ducta linea a b. Impoſsibile eſt ergo quod punctus n, ſit locus imaginis formæ puncti b, ergo neq; aliquod aliud punctum lineæ b k, præter punctum m, punctus itaq; b, exiſtens in propoſito ſitu non habebit alium locum imaginis reſpectu uiſus a, niſi ſolum pũctum m, nec refrangitur ab alio puncto ſuperficiei corporis diaphoni ad uiſum a, niſi à ſolo puncto e, quod eſt propoſitum.

XXI.

Communi ſectione ſuperficiei refractionis & ſuperficiei corporis diafoni, in quo fit refractio exiſtente linea recta, punctoq; uiſo exiſtente extra perpendicularem ductam à centro uiſus per ſuperficiem corporis diafoni rarioris corpore diafono uiſum contingente, ab uno tantum puncto fiet refractio & unica uidebitur imago.

Remaneat omnis diſpoſitio ut in præcedentibus, niſi quod corpus diafonum in cuius ſuperficie eſt linea g d, & perpendicularis g c, quod eſt ex parte uiſus a, ſit groſsioris diafonitatis illo corpore, quod eſt ex parte b, puncti rei uiſæ, & illud quod eſt ex parte puncti b, ſit rarius, & ſit linea b k, ducta à puncto rei, per 11. undecimi, perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diafoni, fiatq́ refractio formæ puncti b, ad uiſum a, ex puncto ſuperficiei illius corporis quod ſit e, & ducãtur lineæ b e & e a protrahaturq́ linea l e, uſq ad punctum p, ultra ſuperficiem corporis in qua eſt linea g ſ, & à puncto refractionis quod eſt e, ducatur linea h e, perpendiculariter ſuper lineam g k, cadet ergo linea a e, media inter duas lineas a p & e b, nam prima linea per quam extenditur forma ad locum refractionis eſt linea b e p, ſit autem refractio ad partem perpendicularis e h, per quartam huius, nam corpus quod eſt ex parte uiſus a, eſt groſsioris diafonitatis corpore quod eſt ad partem rei uiſæ b, ut patet ex hypotheſi, protrahatur itaq linea a e, ultra punctum e, quouſq concurrat cum linea k b, concurret autem cum illa per ſecundam primi huius, ſecat enim eius æquediſtantẽ lineam h e 3. Secet ergo lineã k b in puncto m. Eſt itaq per 14. primi huius, punctus m, locus imaginis formæ puncti b, & profundabitur ſub puncto b, ultra ſitum rei, cuius ipſum habet formam, nam corpus quod eſt ex parte b, eſt ſubtilius illo corpore q̃d eſt ex parte uiſus a, dico itaq quod forma puncti b non refrangitur ad uiſum a, niſi à ſolo puncto e, & quod non habet imaginem, niſi in ſolo pũcto m, ſi enim hoc ſit poſsibile, ut plures habeat imagines q̃ illa quæ eſt in puncto m, ſit ut habeat imaginem in puncto alio q̃d ſit n, erit itaq punctus n, in linea perpendiculari b k, ꝑ 12. huius & infra punctũ b ꝑ 14. huius, propter corporũ diafonorũ mediorũ propoſitam diuerſitatẽ, aut igitur erit punctus n, inter duo puncta m & b, aut ſub puncto m. ſit primo inter duo puncta b & m, ducaturq́ linea a n, quæ ſecabit lineam e k, per 32. primi huius, quia ipſa producta à pũcto lateris m e, ſecat latus k m, trigoni e k m, remotius à puncto a, qđ eſt latus k m, & etiam ideo quia puncta a & b, ſunt in cadẽ ſuperficie, & linea e d eſt iacẽs inter illa puncta. Secet ergo ipſum in puncto o, eſt itaq o punctus refractionis, & ducatur linea b o, quæ tranſeat uſq ad punctũ l, & ex pũcto o extrahatur linea f o q, perpendiculariter ſuper lineã g o d ꝑ 11. primi, linea itaq b o eſt illa linea ꝑ q̃ linea pũcti b, extẽditur ad pũctũ refractiõis q̃d eſt o, linea q̃q o a, erit inter duas lineas o l & o f, q̃m in tali diſpoſitiõe mediorũ diafonorũ ſemper fit refractio ad ꝑpẽdicularẽ ꝑ 4. huius. Si itaq pũctus n, fuerit inter duo pũcta m & b, erit ꝑ 32. primi huius, pũctũ o, inter duo pũcta e & k, ergo ut in p̃miſſa ꝑ 29. primi huius, angulus o b k, erit minor angulo e b k, q̃m pars eſt minor ſuo toto, ſed per 29. primi, angulus l o f, eſt æqualis angulo o b k, & angulus p e h, eſt æqualis angulo e b k, ideo quod lineæ h e & f o, & k b ſunt æquediſtantes, eſt ergo angulus l o f, minor angulo p e h, angulus itaque l o a, qui eſt locus refractionis per corollarium 8. huius, eſt minor angulo p e a, qui eſt etiam angulus refractionis, ergo angulus a o f, qui remanet de angulo l o f, ſuper angulum refractionis qui eſt l o a, eſt maior angulo a e h, qui remanet de angulo p e h ſuꝑ angulũ refractionis qui eſt p e a, ꝑ eandẽ 8. huius, ſed angulus a o f, eſt æqualis angulo



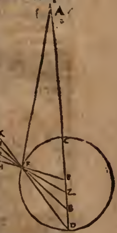


gulo a n k, per 29. primi, & angulus a e h, eſt æqualis angulo a m k, per eandem 29. primi angulus itaq; a n k, eſt minor angulo a m k, quod eſt impoſsibile, & contra 16. primi. Si autẽ punctus n, fuerit infra punctum m, tunc ut prius in proxima huius, deductiõe facta punctus e, cadet intra punctum o & k, & erit angulus o b k, maior angulo e b k, per 29. primi huius, & quia totũ eſt maius parte, angulus ergo l o f, erit maior angulo p e h, per 29. primi, ergo angulus l o a, eſt maior angulo p e a, & angulus a o f eſt maior angulo a e h, per 8. huius, ut prius, ergo angulus a n k, per 29. primi, eſt maior angulo a m k, quod eſt impoſsibile, & contra 16 primi, non eſt ergo imago formæ puncti b, in puncto n, nec en aliquo alio puncto lineæ m k b, præter quàm in puncto m, quoniam idem impoſsibile accidit in omnibus datis punctis, ab unico ergo puncto in hac diſpoſitione fiet refractio, & unica uiſui occurrit imago, patet ergo propoſitum.

XXII.

Communi ſectione ſuperficiei refractionis & ſuperficiei corporis diafoni in quo fit refractio exiſtente circulo, punctoq; uiſo exiſtente in perpendiculari ducta à centro uiſus ſuper conuexam ſuperficiem corporis diafoni, formæ rei uiſæ à nullo puncto fiet refractio, & una tantum uidebitur imago.

Sit centrũ uiſus punctũ a, ſitq; b punctus rei uiſæ ultra corpus diafonũ groſsius illo corpore diafono, quod eſt circa uiſum, & ſit ſuperficies illius corporis diaphoni, q̃ eſt ex parte b, ſuperficies conuexa illa quæ eſt ex parte uiſus a, ſitq; cõmunis ſectio ſuperficiei refractionis & ſuperficiei illius corporis diafoni per 69. primi huius, circulus c d e, cuius cẽtrum ſit pũctus 3. & ducatur linea a c 3 d, qui neceſſario erit perpẽdicularis ſuper ſuperficiem corporis diafoni per 72. primi huius, quoniã tranſit p punctũ 3, centrũ eius, ſitq; b pũctus rei uiſæ in ppẽdiculari linea quæ eſt a d, tũc itaq; uiſus a cõprehẽdet formã pũcti b, ſine aliqua refractiõe, nã forma quæ extẽditur ſecũdũ lineã d a, extẽditur recte in corpore diafono quod eſt ex parte uiſus a, p 3. huius, ideo q̃d linea d a eſt perpendicularis ſuper ſuperficiẽ corporis diafoni quod eſt ex parte uiſus comprehẽdet itaq; uiſus a, forma puncti b, in ſuo loco & recte, ſed & in hac diſpoſitiõe forma puncti b, nunq; refringitur ad a uiſum. Aut enim pũctus rei uiſæ qui eſt b, erit in centro corporis diafoni quod eſt 3, aut extra illud, ſi fuerit in centro 3, tunc nulla linea per q̃ extenditur forma pũcti b, ad circumferentiam circuli c d e, refrangitur ad uiſum a, quoniam omnes illæ ſunt ſemidiametri perpendiculares ſuper ſuperficiem conuexam corporis diafoni, & quia ſola linea 3 a, exit à cẽtro circuli c d e ad uiſum, patet quod forma puncti b, non refrangitur ad uiſum a, cũ punctus b, fuerit in centro 3, quod ſi punctus b, fuerit in linea e d extra centrum 3, aut igitur erit in linea d 3, aut in linea 3 c, ſi ſit in linea 3 c, adhuc nulla ſui fiet refractio ad uiſum a. Quod ſi fuerit poſsibile, eſto quod refrangatur ex puncto e, & ducatur linea b e, & protrahatur extra circulum ad punctum h, & protrahatur linea 3 e, extra circulum ad pũctũ p erit itaq; linea 3 p, perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diafoni quod eſt ex parte uiſus. Cum itaq; corpus diafonum quod eſt circa uiſum, fuerit rarius corpore diafono, quod eſt circa rem uiſam, & circa punctum b, patet per 4. huius, quod forma puncti b, quando extẽditur



per lineam b e, refrangitur in puncto e, ad partẽ cõtrariã illi parti in qua eſt perpendicularis 3 p, non ergo refrangitur tunc forma puncti b, ad uiſum a, qđ ſi punctum b, ſit in linea d 3 adhuc non refrangitur forma puncti b, ad uiſum a. Si enim hoc eſt poſsibile ſicut refrangatur ex puncto e, & producatur linea b e ad pũctũ k, & ptrahatur linea 3 e, ad pũctũ p, ſitq; ut forma pũcti b refrãgatur ad uiſum a, ex pũcto e, per lineam e a, palam itaq; quoniã angulus r e a, eſt angulus refractionis, & angulus k e p eſt contentus à linea b e r, per quam extenditur forma puncti b, & à perpendiculari exeunte a b e, pũcto refractiõis ſup ſuperficiẽ corporis diafoni à qua fit refractio, ergo per correlarium 8. huius angulus

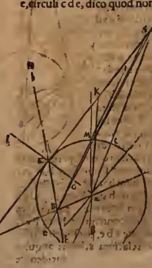
incidentiæ

incidentiæ qui eſt r e a, eſt minor angulo refracto qui eſt r e p, & linea b e z, aut eſt minor ꝙ linea z e, aut æqualis ei, quia punctus b, aut eſt inter duo puncta d & z, aut in pũcto d. Eſt itaq; per 19. & per 5. primi, angulus e b z, aut maior angulo b e z, aut æqualis ei, ſed angulus a e r, per 16. primi, maior eſt angulo e b z, ergo & angulus b e z, & angulus r e p per 15. primi, eſt æqualis angulo b e z. Erit ergo angulus a e r, maior angulo r e p quod eſt cõtra præoſtenſa & impoſsibile, forma ergo puncti b, non refrangitur ad uiſum a, ex puncto e, ſed nec ex alio puncto circuli c d e, nec ex alia circumferentia alicuius circulorum in ſuperficie corporis diafoni, in quo eſt punctũ b exiſtentiũ, ut patet p 1. huius, palã ergo quia exiſtente pũcto b, in linea g d, nõ cõprehenditur forma eius à uiſu a, per refractione ex aliquo pũcto ſuperficiei corporis denſioris, & non cõprehenditur, niſi ſolũ unum punctũ, quoniam linea perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diafoni denſioris nõ ſecat illius corporis ſuperficiẽ niſi in uno tantũ puncto, unica ergo tantũ uidetur imago. Similiter quoq; demonſtrandũ ſi corpus diafonum quod eſt circa centrum uiſus pũctum a, ſi erit denſius corpore diafono, quod eſt circa pũctũ rei uiſæ, quod eſt b, tũc enim ſemper fiat refractio ad perpendicularẽ ductã à dato pũcto refractionis, & nunquam fiet ad centrũ uiſus punctũ a, ſiue punctũ rei uiſæ fuerit in linea c z, uel in linea z b, & ſequuntur maiora impoſsibilia ꝙ prius, & ſi fuerit in centro z, patet quod non refrangitur, ſed uidetur directe forma eius, & unica eſt eius imago, patet itaq; propoſitũ ſecundũ omnes eius modos.

XXIII.

Communi ſectione ſuperficiei refractionis & ſuperficiei corporis diafoni in quo fit refractio exiſtente circulo punctoq; uiſo iacente extra perpendicularem ductam à centro uiſus ſuper ſuperficiem conuexam corporis diafoni groſsioris corpore diafono uiſum contingente ab uno tantum puncto fiet refractio, & unica uidebitur imago, loco tamen imaginis diuerſificato ſecundũ diuerſitatem loci puncti uiſi uel centri uiſus.

Eſto diſpoſitio quæ in proxima præmiſſa, niſi quod punctus rei uiſæ qui eſt b, ſit extra lineam a c d, tamẽ intra circulũ c d e, & quia forma puncti b, nõ refrangitur ad uiſum a, niſi in circũferentia circuli c d e, quæ eſt in ſuperficie refractionis, ut patet p 1. huius, & ex hypotheſi, ſitq; illa refractio à concauitate corporis diafoni, quod eſt ex parte uiſus contingens conuexũ corporis diafoni ex parte rei uiſæ, ſit ut refrangatur ad uiſum a, ex pũcto e, circuli c d e, dico quod non poteſt ex alio puncto ſuperficiei corporis illius refrangi ad uiſum. Sit enim, ſi poſsibile, ut refrangatur ex puncto alio circuli c d e, ꝙ ex puncto e, qui ſit punctus m, & ducantur lineæ b e, a e, b m, a m, z e, z m, ſit quoq; ut lineæ z e, & b m, cum ſint in ſuperficie circuli c d e, ſecent ſe in puncto, quod ſit g, & producatur linea b e, extra circulum uſq; ad punctum h, & linea b m uſq; ad pũctum n, & linea z e, uſq; ad punctum n, & linea z e uſq; ad pũctũ p, & linea z m uſq; ad punctũ l, erit itaq; angulus h e p, per 15. primi, æqualis angulo incidentiæ, quoniam uterq; illorum eſt contentus ſub linea e b, per quã extenditur forma, & ſub perpendiculari e p, exeunte à loco refractionis quæ eſt e, ſuper ſuperficiem corporis, à quo fit refractio, eritq; angulus h e a, angulus refractionis, & erit angulus l m n, æqualis angulo incidentiæ contentus ſub linea n m, per quam extenditur forma, & ſub perpendiculari l m, exeunte à loco refractionis quæ eſt z m, & angulus n m a, eſt angulus refractionis, erit itaque angulus h e p, aut æqualis angulo n m l, aut maior aut minor, ſi ſit æqualis, tunc per 8. huius, erit angulus h e a, refractiõis æqualis angulo n m a, qui eſt ſimiliter angulus refractionis, & quoniã uterq; ipſorũ cũ ſuo cõpari ualet duos re



ctos

ctos per 13.primi,erit tunc angulus a m b,æqualis angulo a e b,quod ꝑducta linea a b, patet eſſe impoſsibile,& contra 21.primi.Si aũt angulus h e p,ſit minor angulo l m n, erit angulus h e a,minor angulo n m a,per 8.huius,erit ergo per 13.primi,angulus a m b minor angulo a e b,quod iterum eſt contra 21.primi,& impoſsibile.Si uero angulus h e p,ſit maior angulo l m n,extrahatur linea e b,in partem pũcti b,ad punctũ circũferentiæ qui ſit f,& extrahatur linea m b, ultra pũctũ b,ad punctũ circumferentiæ qui ſit o,angulus itaqꝫ e b m,erit per 54.primi huius,æqualis angulo qui eſt apud circũferentiam cadẽs in arcum æqualem duobus arcubus e m & f o,& cũ angulus h e p,ex hypotheſi,ſit maior angulo n m l.erit angulus 3 e b.per 15.primi,maior angulo n m l,ergo & angulus b m 3 per eundem 15.cũ ergo angulus 3 e b,ſit maior angulo b m 3,erit exceſſus anguli m 3 e, ſuper angulum e b m,æqualis exceſſui anguli 3 e b,ſuper angulum b m 3,per 21. primi, cũ enim in trigonis e b g & m g 3,anguli interſectiõis ad punctũ g,ſint æquales,ut patet per 15.primi,& glibet reliquorũ duorũ cũ ſuo tertio ualeant duos rectos,patet ꝙ duo anguli reliqui unius trigoni ſunt æquales duobus reliquis angulis alterius trigoni, in quãto ergo angulus 3 e b,eſt maior angulo b m 3,in tanto angulus m 3 e, eſt maior angulo e b m,arcus uero reſpiciens angulum m e 3,cum fuerit apud circumferẽtiam,erit duplus ad arcum m e.per 19.tertij,& per ultimam ſexti. Si ergo angulus m 3 e,fuerit maior angulo m b e,tunc arcus m e duplicatus erit maior duobus arcubus m e & f o,& erit exceſſus arcus a x,duplicati ſuper duos arcus m e & f o,æqualis exceſſui arcus m e, ſuper arcum f o,q̃niam arcus m e,utriqꝫ eſt cõmunis,q̃ ablato remanet idẽ exceſſus,& ſi uarietur proportio Geometrica,nõ tamẽ uariatur ꝑportio Arithmetica.exceſſus ergo anguli m 3 e, ſuper angulum e b m,eſt ille qui reſpicit apud circũferentiam exceſſus arcus m e, ſuper arcum f o,ſed exceſſus arcus m e, ſuper arcum f o,eſt minor duobus arcubus m e & f o, quoniã eſt pars arcus m e.ergo exceſſus anguli a m e.ſuper angulũ m b e,eſt minor angulo m b e,per ultimam ſexti,& ut patet ex præmiſsis,exceſſus itaqꝫ anguli 3 e b,ſuꝑ angulũ 3 m b,eſt minor angulo m b e,ergo ut ſupra patet ꝑ 15.primi,exceſſus anguli h e p,ſuper angulũ n m l,eſt minor angulo m b e,ergo exceſſus anguli refractionis h e a, ſuꝑ angulũ refractionis,quæ eſt n m a,eſt multo minor angulo m b e, per 8.huius,ſed exceſſus anguli h e a,ſuper angulũ n m a,eſt exceſſus anguli a m b.ſuꝑ angulũ a e b,per 13,primi, exceſſus itaqꝫ anguli a m b,ſuper angulũ a e b,eſt minor angulo m b e,exceſſus uero anguli a m b,ſuper angulũ a e b,& duo anguli m a e & m b e, quod patet per 33. primi huius,ꝑducta linea a b,duo itaqꝫ anguli m a e & m b e,ſunt minores angulo m b e, totũ ſua parte,quod eſt impoſsibile,forma itaqꝫ puncti b nõ refrangitur ad uiſum a, ex alio puncto circuli c d e,quàm ex pũcto e,unica ergo habebit imaginẽ,& hoc eſt propoſitum primũ.Sed & locus imaginis diuerſatur ſecundũ diuerſitatẽ loci in quo eſt punctũ uiſum q̃d eſt b,producatur enim linea b 3,ultra puncta b & 3,ad utramqꝫ partẽ trans circuli c d e, quæ autẽ concurret cũ linea e a,aut erit æquediſtans ei.Si cõcurrat, tunc concurſus aut erit ad partẽ diametri ad quam eſt b,,propinquior periferiæ ut in puncto k,aut cõcurrẽt in puncto aliquo alio ad partem uiſus,ut in puncto r,ſi itaqꝫ concurſus fuerit in puncto k tunc per 14.huius,erit imago ante uiſum,& erit forma manifeſte cõprehenſa à uiſu,quoniam eſt in perpendiculari 3 k,producta à cẽtro corporis diafoni ſuper ſuperficiẽ corporis diafoni,q̃d ſi concurſus fuerit in puncto r,erit imago pũcti r,& tunc forma cõprehenditur à uiſu in eius oppoſitione,ſed non manifeſte,quia comprehenditur à uiſu extra ſuũ locũ,ſcilicet extra ſuperficiem corporis diafoni inter uiſum & illam ſuperficiẽ.Si uero linea b 3,fuerit æquediſtans lineæ e a,tũc erit linea b 3,media inter duas lineas h b 3 & b 3 r,per 14.primi huius,& tunc imago uidetur indeterminata,& forma comprehenditur in loco refractionis,ut patet per 15.libri huius,& hoc eſt propoſitũ. Ex his itaqꝫ patet,quod re cuius forma cõprehenditur à uiſu exiſtente ultra corpus diafonũ groſsius corpore diafono quod eſt ex parte uiſus.non fit refractio niſi ab uno tantum ſuperficiei illius corporis puncto,& res illa non habet niſi imaginem unicam,neqꝫ comprehenditur niſi unum tantum.Hæc enim refractio eſt à concauitate totius diafoni,quod eſt ex parte uiſus, cõtingentis conuexum corporis diafoni,quod eſt ex parte rei uiſæ, patet etiam quod ſecun

dum diuerſitatem ſituationis puncti a, qui eſt centrum uiſus, ſit diuerſitas locorum imaginum formæ puncti b, non tranſmutati ſecundum ſitum, quoniam eadem eſt huius cum præmiſſo modo alio declaratio, niſi quod tunc puncta refractionum diuerſificantur.

XXIIII.

Communi ſectione ſuperficiei refractionis & ſuperficiei corporis diafoni in quo fit refractio exiſtente circulo, punctoq́ uiſo iacente extra perpendicularem ductam à centro uiſus ſuper ſuperficiem corporis diafoni rarioris diafono uiſum contingente, ab uno tantum puncto fiet refractio, & unica refracta uidebitur imago, loco tantum imaginis diuerſificato ſecundum diuerſitatem loci puncti uiſi uel centri uiſus.

Eſto omnis diſpoſitio, ut in præcedente, niſi quod punctum b, nunc ponimus eſſe centrum uiſus, & punctum a, punctũ rei uiſæ, refrangatur itaq; forma puncti a, ad uiſum b, à puncto e. & erit linea refractionis a e b, forma itaq; extentenſa per lineam a e, refrangitur per lineam e b, ſicut in præcedenti propoſitione forma extenſa per lineã e b, refrangitur per lineam e a. Si itaq; forma puncti a, refrangitur ad uiſum b, ex alio puncto circuli c d e, quàm ex puncto e, tunc utiq; forma puncti b, refrangitur ad uiſum a, ex eodẽ puncto, ut oſtenſum eſt in 9. huius, ſed iam in præcedẽti declaratũ eſt hoc eſſe impoſsibile; forma enim extẽſa per lineã b c, & refracta per lineam e a, per præcedentẽ proximã, non poteſt refrangi ad uiſum exiſtentem in puncto a, ab alio puncto circuli c d e, neq; ex alio pũcto ſuperficiei corporis diafoni, quoniã in ſuperficie refractionis ſolus cadit ille circulus, non ergo refrangetur forma puncti a, ad uiſum exiſtentẽ in puncto b, ex alio puncto circuli c d e, niſi ex puncto e, & unica tantum uidebitur imago, de diuerſitate quoq; locorum imaginum eſt idem, ſicut in præmiſſa declarandum, patet ergo propoſitum.

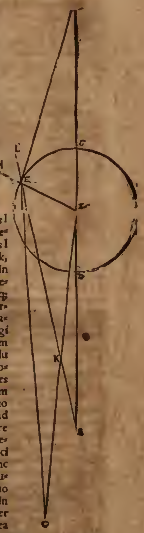
XXV.

Cum ſuperficies ſphærica conuexa corporis diafoni denſioris aere fuerit oppoſita uiſui exiſtenti extra circulorum communis ſectiõis ſuperficiei refractionis & corporis ſphærici diafoni denſioris, poſsibile eſt lineam rectam taliter ſiſti, ut aliquis ipſius punctus directe & diuerſa puncta eiuſdem lineæ uideantur refracte, totaq; forma illius lineæ refrangatur à portione ſuperficiei corporis illius terminata circulo non magno, & locus imaginis ſuæ ſit in centro uiſus.

Eſto cõmunis ſectio ſuperficiei refractionis & corporis ſphærici conuexi deſſioris diafoni q̃ eſt aer, circulus g e d, cuius centrum ſit 3, ducaturq́; ſemidiameter 3 e, ſuper cuius terminũ e, fiat per 23. primi, angulus 3 e k, æqualis maximo angulo incidentiæ quem cõtinet linea extenſionis formæ puncti rei exiſtentis ſub illo diafono ad uiſum exiſtentem extra illud diafonũ in aere, uel in alio diafono rariori cum linea perpendiculari ducta à puncto e, ſuper ſuperficiẽ illius corporis, in qua fit refractio, fiatq́; angulus k e c, per eandem 23. primi, æqualis medietati maximi anguli refractionis, qui poteſt fieri inter corpora diafona quæcunq; data, ut inter aquam & aerem, uel econuerſo, hoc autem eſt poſsibile, quoniã omnes iſti anguli per 8. huius, ſunt noti, & à puncto 3, centro corporis groſsioris ducatur linea æquediſtans lineæ e t, per 31. primi, quæ ꝑducta ex utraq; ad circumferentiam ſit g 3 d, & linea e 3, ex parte puncti e, protrahatur extra corpus illud uſq; ad h punctum, cum itaq; ut patet ex præmiſsis, proportio anguli 3 e k, ad duplum anguli k e c, ſit maxima ꝓportio, q̃m angulus incidentiæ quẽ continet linea per quã extẽditur forma puncti rei uiſæ ad ſuperficiẽ corporis, à qua refrangitur, cũ linea ꝑpẽdiculari à pũcto refractionis ſup ſuperficiẽ illius corporis educta poſsit habere ad angulum refractionis, quẽ exigit ille angulus incidẽtiæ quo ad ſenſum, anguli eñ refractionis, qui fiunt inter duo corpora diuerſæ diafonitatis à luce tranſeunte per illa corpora diuerſantur, quorum diuerſitas quo ad ſenſum, habet finem, quem ſi angulus exceſſerit, tunc ſenſus non

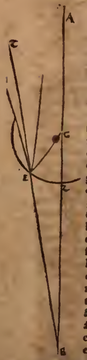
comprehen

comprehendet quantitatem refractionis, comprehendet enim directe centrum lucis tranſeuntis per illa duo corpora in rectitudine lineæ per quam extenditur, & hoc plenius experiri poteſt per inſtrumentum, quod ſuperius uſi ſumus, & quoniam, ut patet ex præmiſsis, angulus e 3 d, eſt maior angulo k e t, ponatur ergo angulus d 3 t, æqualis angulo k e t, per 27. primi huius, quia itaq; linea e k, concurrit cum linea e t, patet per ſecundam primi huius, quia concurrit cum linea a d, eius æquediſtante. Sic ut concurrat in puncto b. Similiter quoq; linea 3 t, concurret cum linea e t, ſit ut concurrat in puncto t, & quia lineæ e b & 3 e, ſunt inter duas lineas æquediſtantes, & in eadem ſuperficie, patet quod ipſæ ſe interſecant, ſit punctus ſectionis k, eritq; per 32. primi, angulus 3 k e, æqualis duobus angulis k 3 b & k b 3, ſed angulus k b 3, eſt per 29. primi, æqualis angulo k e t, angulus ergo 3 k e, eſt æqualis duplo anguli k e t, ergo per ſeptimā quinti, erit proportio anguli 3 e k, ad angulum 3 k e, maxima proportio, quæ eſt poſsibilis inueniri inter angulum incidentiæ, quem continet linea per quam extenditur forma & perpendicularis inter angulum refractionis, quem exigit ille angulus incidentiæ. Item à puncto e, per 31. primi, ducatur linea æquediſtans lineæ t 3, quæ per ſecundam primi huius, concurret cum linea 3 g, uerſus punctum g, ſit itaq; punctus concurſus a, & extrahatur linea b e, extra circulum g e d, uſq; ad punctum b, erit ergo angulus l e a, æqualis angulo 3 k e, per 29. primi, & angulus l e h, æqualis eſt angulo 3 e k, p 15. primi. Erit ergo ut patet ex præmiſsis, angulus l e a, angulus ille refractionis quem exigit angulus l e h, quoniam per 15. primi, angulus l e h, eſt æqualis angulo 3 e k, qui acceptus eſt talis, ut proponitur Si itaq; centrum uiſus fuerit in puncto aliquo ſcilicet puncto aeris, & corpus diafonum denſius aere, cuius conuexum eſt ex parte uiſus a, fuerit continuatum uſq; ad punctum b, & non fuerit diſtinctū apud circulum g d e, ex parte b, ita ut diuerſitas alterius diafoni non impediat naturam refractionis, tunc forma puncti b, extenditur per lineam b e, & refrangitur per lineam e a & comprehenditur à uiſu in puncto a, per lineam e a, & quoniam angulus refractionis, qui eſt a e h, poteſt diuidi pluribus portionibus earum quæ poſſunt eſſe inter angulos refractionis & angulos incidentiæ, quos continent ductæ perpendiculares cum lineis per quas incidunt formæ corporibus diafonis à quarum ſuperficie refranguntur. In linea itaq; d b, erunt plura puncta quorum formæ extenduntur ad arcum g e, & refranguntur ab illo ad unum a, & forma totius lineæ d b, in qua ſunt omnia illa puncta, refranguntur ad uiſum a, ex arcu g e. Si itaq; figatur linea a g b, & reuoluatur trigonum a e b, in circuitu lineæ a b fixæ, & pars ſuperficiei corporis diafoni, quæ eſt ex parte rei uiſæ fuerit ſphærica, tunc punctum e, quod eſt punctum refractionis ſignabit motu ſuo in ſuperficie corporis ſphærica conuexa circulum ex parte uiſus a, à quo tota refrangetur forma puncti b, ad uiſum a, ſed locus imaginis in tota periferia circuli refractionis erit unus, quoniam ut patet per 14. huius, locus imaginis eſt centrum uiſus, in quo concurrit linea extenſionis formæ quæ eſt e a, & perpendicularis b 3 a. Similiterq; formæ omnium punctorum lineæ d b, excepto puncto d, refranguntur ab aliquo puncto arcus e g, ſecundum quod præmiſſum eſt, & locus imaginis omnium illorum punctorum ſemper erit in centro uiſus, & ſic tota imago illius rei uiſæ eſt una, comprehen-



ditur itaq; forma huius rei uiſæ ab ipſo uiſu formæ circularis apud circulum refractionis, & unicus eius punctus ſuperior, tunc punctum d, uidetur in rectitudine perpendicularis tranſeuntis per centrum uiſus & rem uiſam. Cum ergo centrum uiſus fuerit in uno corpore diafono, & res uiſa fuerit in alio diafono denſiori, & ſuperficies corporis diafoni denſioris, quæ eſt ex parte uiſus fuerit ſphærica conuexa, fueritq; uiſus extra circulũ, cuius conuexum eſt ex parte uiſus, fueritq; ille circulus remotior à uiſu, quam punctum remotius formæ, cuius fit refractio, ut eſt in propoſito punctum b, diſtans fuerit à duobus punctis ſectionis factæ inter perpendiculares & circumferentiam, & cum corpus diafonum denſius, quod eſt à parte rei uiſæ fuerit totum continuum uſq; ad locum, in quo eſt res uiſa, nec fuerit in aliquo puncto medium interciſum, tunc uiſus comprehendet formam illius rei uiſæ, & uere & refractæ, & locus imaginis illius rei erit in centro uiſus, ut debitur autem in ſuperficie uiſus, quod eſt propoſitum. Si uero ſic accidat, ut perpendicularis ducta à re uiſa ſuper ſuperficiem corporis, à qua fit refractio, æquediſtet alicui illarum linearum per quas forma peruenit ad uiſum, & alicui non, poſsibile erit, ut forma rei uideatur partim in ſuperficie corporis à quo fit refractio, & partim in ſuperficie uiſus & hoc erit ut monſtruoſum, huiuſmodi quoq; infinita accidunt ſecundum diuerſitatem lineæ perpendicularis reſpectu lineæ extenſionis ipſius formæ, eodem quoq; modo demonſtrandum eſt, ſi punctus rei uiſæ fuerit in diafono rariori, & centrum uiſus in diafono denſiori, diſpoſita figura ſecundum diſpoſitionem illorum angulorum, quæ tali pertinent refractionem.

XXVI.



Communi ſectione ſuperficiei refractionis & ſuperficiei corporis diafoni, in quo fit refractio exiſtente circulo punctoq; rei uiſæ exiſtente in perpendiculari ducta à centro uiſus ſuper concauam ſuperficiem corporis diafoni oppoſitam uiſui forma rei uiſæ recte occurret uiſui, & à nullo puncto fiet refractio, una quoq; tantum uidebitur imago.

Sit a centrum uiſus, & ſit b punctus rei uiſæ ultra corpus diafonum, quod ſit exempli cauſa, groſsius illo in quo eſt centrum uiſus a, ſitq; corpus groſsioris ſuperficies quæ eſt ex parte uiſus ſphærica concaua, cuius ſit centrum g, dico quod punctus a & b, exiſtentibus in una linea perpendiculari ſuper ſuperficiem illius corporis concaui, tunc b punctus rei uiſæ unam ſolam habebit imaginem, & unam tantum formam apud centrum uiſus a, ducatur enim linea a g & extrahatur recte uſq; ad punctum 3. Erit ergo per 72. primi huius, linea a 3, perpendicularis ſuper ſuperficiem concauam corporis diafoni. Sitq; punctus b in linea a 3, uiſus itaq; a, comprehendet formam puncti b, in rectitudine lineæ a b, quoniam linea a b, eſt perpendicularis ſuper concauam ſuperficiem illius corporis, quod eſt diafonum groſsius, neq; ab aliquo puncto ipſam poterit comprehendere refractam. Cuius contrarium ſi detur eſſe poſsibile. Eſto ut forma puncti b, refrangatur ad a, uiſum à puncto corporis e, & ducantur lineæ b e & g e, eritq; linea g e perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis à qua fit refractio, & extrahatur linea b e, uſq; ad punctum r, angulus itaq; t e g, eſt angulus incidentiæ contentus à linea per quam extenditur forma, & à linea perpendiculari exeunte à loco refractionis ſuper ſuperficiem corporis, à qua fit refractio, & quia corpus quod eſt ex parte uiſus a, ſubtilius eſt illo quod eſt ex parte rei uiſæ in qua eſt punctum b, palam per quartam huius, quoniam erit refractio ad partem contrariam illi parti in qua eſt perpendicularis quæ e g, & linea e t, non concurrit cum linea b a aliquo modo, forma ergo puncti b, non refrangitur ad uiſum a, non ergo comprehendet uiſus ipſam refracte ſed ſolum recte,

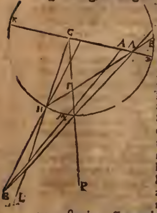
cte,non ergo habebit apud uiſum a,punctum b,niſi unam ſolam formam, & unam imaginem. Si uero corpus in quo eſt res uiſa,fuerit rarius corpore in quo eſt centrũ uiſus, ad huc eadem eſt demonſtratio,nec enim ad huc peruenit refractio ad cẽtrum uiſus, patet ergo propoſitum.

XXVII.

Communi ſectione ſuperficiei refractionis & ſuperficiei corporis diafoni, in quo fit refractio exiſtente circulo punctoq́ uiſo iacente extra perpendicularem ductam à centro uiſus ſuper ſuperficiem concauam oppoſitam uiſui groſsioris corporis diafono contingente uiſum ab uno tantum puncto fiet refractio, & unica refracta uidebitur imago, loco imaginis diuerſificato ſecundum diuerſitatem loci puncti uiſi.

Eſto diſpoſitio quæ in præcedenti,& ſit punctus b,extra lineam a z,& quoniã ut patet per ſecundam huius, omnis ſuperficies refractionis perpendicularis eſt ſuper ſuperficiem corporis, à quo fit refractio,ſit per 69.primi huius,communis ſectio ſuperficiei refractionis, & ſuperficiei concauæ corporis diafoni à quo fit refractio circulus h d k, cuius centrum ſit g, & ſit punctus refractionis formæ puncti b, ad uiſum a,punctum h,dico quod non fiet refractio formæ puncti b,ad uiſum a,ex alio puncto circuli h d k, quàm ex puncto h. Si enim hoc ſit poſsibile, ſit idem aliud punctum refractionis m, & ducantur lineæ a h,b h,g h,a m,b m,g m,ſeceţq́ linea h a,lineam m g in puncto f,& protrahatur linea b h,intra corpus diafonum reliquũ ad pũctum c,& linea b m,ad punctum n, & linea g h,ad punctum l,& linea g m ad punctũ p,ſecet linea a g,protracta ultra punctũ g, circumferentiam circuli in puncto k,aut igitur centrũ uiſus a,erit in linea k d, quæ eſt diameter circuli, aut extra illam ultra punctum k. Si uiſus a fuerit in linea k d,tunc aut erit in centro g aut in altera duarũ linearum g k uel g d,ſi ergo fuerit a centrum uiſus in centro g, tunc forma puncti b,non refrangetur ad uiſum a,per præmiſſam proximam propoſitionem,lineæ enim continuantes corpus diafonũ ſphæricũ cum centro g,per 72.primi huius,ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiem corporis quod eſt ex parte uiſus,non fiat autem aliqua reflexio formarũ incidentium ſecundum lineas perpendiculares, ut ibi oſtenſum eſt,forma itaq; puncti b,non refrangitur ad uiſum a,in centro corporis diafoni exiſtente. Quod ſi uiſus a,fuerit in linea g d,tũc linea h c,erit inter duas lineas h a & h g,& ſimiliter linea n m,erit inter duas lineas m a & m g,quoniam per 4.huius, & ex hypotheſi refractio fit ad partem contrariam parti ambarum perpendicularium quæ ſunt h g & m g,corpus enim diafonum quod eſt ex parte uiſus a,eſt ſubtilius illo corpore diafono quod eſt ex parte rei uiſæ. Si autem linea h c, fuerit inter duas lineas h a & h g, & a centrum uiſus fuerit in linea g d,tunc angulus b h a,erit ex parte puncti d,ſcilicet reſpiciens punctum d, & ſimiliter angulus b m a,erit ex parte puncti d,& erit punctum b, ultra lineam g h l,uerſus pũctum k,quod patet per 15.primi. Si enim linea h c, cadit inter lineas h a & h g,tunc oportet quod linea h b,cadat inter lineas h l & g k,& erit angulus e h g angulus incidentiæ contentus à linea per quam extenditur forma, & à perpendiculari g h,& ſimiliter erit angulus n m g, angulus incidentiæ, & erit angulus c h a, angulus refractionis, & ſimiliter angulus n m a, angulus uero n m g,aut erit æqualis angulo c h g, aut maior aut minor,ſi æquales, ergo & angulus n m a erit æqualis angulo c h a, per 8.huius.& angulus b m a,erit æqualis angulo b h a.per 13.primi,hoc autem impoſsibile, & contra 33.primi huius,& 21.primi,ut patet ducta linea b a. Si autem angulus n m g, ſit maior angulo c h g,erit quoq; per 8.huius, angulus n m a maior angulo c h a, & ſic angulus b m a erit minor angulo b h a,quod eſt iterũ impoſsibile,ut prius,quod ſi angulus n m g,ſit minor angulo c h g,tunc angulus n m a,per octauam huius, erit minor angulo c h a.& ſic totus angulus refractus, qui eſt a m g,erit minor toto angulo refracto, qui eſt a b g,& erit diminutio anguli refractionis, qui eſt n m a,ab angulo refractionis qui eſt c b a, minor quàm diminutio anguli a m g,ab angulo a h g,qui ambo ſunt angu-

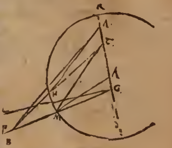
li refracti, in maiori enim quantitate, & ſi quãdoq; in eadẽ proportione excedit angulus refractus maior minorem, q̃ illorum angulorum refractionis maior minorem, ut patet per 8. huius, & ex tabulis. Si diminutio anguli a m g, ab angulo a h g eſt æqualis diminutioni anguli h g m, ab angulo h a m, ideo quia duo anguli compoſiti, qui ſunt ad punctũ ſ, punctum ſcilicet ſectionis linearũ k a & m g ſunt æquales, per 15. primi, & reliqui duo anguli trigonorum g f h & a f m, cuiuslibet cum ſuo tertio ualent duos rectos, per 31. primi. Diminutio itaq; anguli refractionis, qui n m a ab angulo refractionis a h c eſt minor quàm diminutio anguli h g m ab angulo h a m. Educantur itaq; duæ lineæ h a & m a, ad circumferentiam circuli, & incidat linea a h puncto e, & linea m a puncto o, erit ergo angulus h a m, ille angulus quem reſpiciunt in circumferentia circuli h d k, duo arcus h m & o e, per 54. primi huius, & angulum h g m, reſpicit in circumferentia arcus h m, duplicatus per 19. tertij, & quoniam angulus h m g eſt minor angulo h a m, ideo quia ut patet ex præmiſsis, angulus a h g eſt maior angulo a m g, patet per ultimam ſexti, quia arcus duplicatus h m eſt minor duobus arcubus h m & e o, & erit diminutio arcus duplicati h m, à duobus arcubus h m & e o, diminutio arcus h m ab arcu e o, quoniam arcus h m, utrobiq; eſt cõmunis, ergo diminutio anguli n m a ab angulo c h a, erit minor angulo quẽ reſpicit apud circumferentiam diminutio arcus h m ab arcu e o, ſed angulus quem reſpicit apud circumferentiam diminutio arcus h m ab arcu e o, eſt minor angulo h a m, ut patet ex præmiſsis. ergo diminutio anguli n m a ab angulo c h a, erit minor angulo h a m ergo per 13. primi, exceſſus anguli b m a ſuper angulum b h a, eſt minor angulo h a m, ſed exceſſus anguli b m a ſuper angulum b h a, per 33. primi huius, ſunt duo anguli h a m & h b m, ergo illi duo anguli ſunt minores angulo h a m, totum ſua parte, quod eſt impoſsibile. Quod ſi centrum uiſus a, fuerit in linea g k, tunc ſicut prius oſtenſum eſt, linea h c, erit inter duas lineas h g & h a, & linea m n, erit inter duas lineas m g & m a, erit ergo angulus b h a, ex parte puncti k, & ſimiliter angulus b m a, erit ex parte puncti k, & erit punctum rei uiſæ quod eſt b, infra lineam g m p, ex parte d, & item ut prius anguli c h g & n m g, ſunt anguli incidentiæ contenti à lineis per quas extenditur forma & à perpendicularibus exeuntibus à punctis refractionis, & anguli c h a, & c a h, & n a m, ſunt anguli refractionis.



Si itaq; angulus c h g fuerit æqualis angulo n m g, tunc erit ut prius per octauã huius, angulus c h a æqualis angulo n m a, & ſic item per 13 primi, angulus b h a, erit æqualis angulo b m a, quod eſt impoſsibile, & contra 21. primi, ducta linea b a, ut ſupra. Si uero angulus c h g, eſt maior angulo n m g, tunc per octauam huius, angulus c h a, erit maior angulo n m a, & ſic iterum, angulus b h a, erit minor angulo b m a, quod eſt impoſsibile, ut ſupra, quod ſi angulus c h g fuerit minor angulo n m g, tunc angulus c h a, eſt maior angulo n m a, & ſic totus angulus g h a, erit minor totali angulo g m a, eritq; tunc modo præoſtenſo angulus h g m minor angulo h a m, ergo diminutio anguli h g m ab angulo h a m, erit minor quàm angulus g m a, & diminutio anguli c h a ab angulo n m a, eſt minor quàm diminutio anguli g h a, ab angulo g m a, eſt ergo minor quàm diminutio anguli h g m, ab angulo h a m, ergo diminutio anguli c h a, ab angulo n m a, eſt minor q̃ angulus g m a, ſed diminutio auguli c h a ab angulo n m a, eſt exceſſus anguli b h a ſuper angulũ b m a, exceſſus uero anguli b h a ſuper angulum b m a, ſunt duo anguli h a m & h b m, per 33. primi huius, ergo iſti duo anguli ſimul ſumpti ſunt minores angulo h a m, totũ ſua parte quod eſt poſsibile. Si uero centrũ uiſus a, fuerit extra diametrum k d. hoc erit ad partem k, quæ reſpicit partem concauam ſuperficiei ſphæræ diafonæ, quoniam ad partem z, eſt conuexitas ſphæræ corporis diafoni, à cuius ſuperficie fit refractio. Sit itaq; tunc corpus diafonũ in quo eſt centrum uiſus a, fuerit continuũ ad uiſum a, ducantur duæ lineæ a h & a m, & quoniam illæ lineæ non ſunt contingentes

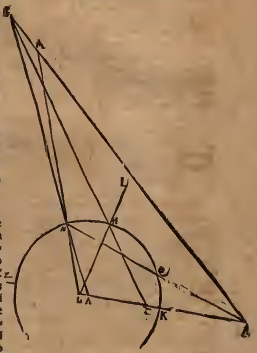
circulum

circulum d m k, palam per 57. primi huius, quoniam circulum ſecabunt, ſecetq́ ipſum linea a h in puncto q, & linea a m in puncto r, & producantur aliæ lineæ ut prius. Si itaq; angulus c h g fuerit æqualis angulo n m g, tunc angulus b h a eſt æqualis angulo b m a, quod eſt impoſsibile, ut prius, & ſi angulus c h g fuerit maior angulo n m g, & angulus c h a erit maior angulo n m a, erit ergo per 13. primi, angulus b h a minor angulo b m, quod item eſt impoſsibile, ut ſupra. Si uero angulus c h g fuerit minor angulo n g m, erit angulus c h a minor angulo n m a, & totus angulus g h a minor toto angulo d m a, ergo ut prius, erit angulus h g m minor angulo h a m, ſed angulus h g m, eſt ille quem apud circumferentiam reſpicit arcus h m duplicatus, & angulus h a m, eſt ille angulus quem reſpicit in circumferentia exceſſus arcus h m ſuper arcũ r q, ut patet per 55. primi huius, ergo arcus h m, duplicatus eſt minor exceſſu arcus h m ſuper arcum r q, quod eſt impoſsibile, quoniam ſic ſequitur totum eſſe minus ſua parte, ubicunq; ergo ſecundum hypotheſim præmiſſam ſit punctum rei uiſibilis, quod eſt b, extra perpendicularem ductam à centro uiſus a, ſuper ſuperficiem corporis diafoni ſuppoſiti uiſui, patet quia imago formæ puncti b, non refrangitur ad uiſum a, niſi ab uno tantum puncto, & erit una tantum imago refracta, diuerſificabitur quoq; locus imaginis ſemper ſecundum diuerſitatem concurſus perpendicularis ductæ à puncto b, rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis diafoni, à quo fit refractio, cum linea per quam extenditur forma ad centrum uiſus a, eritq́ locus imaginis quandoq; retro uiſum, quandoq; ante uiſum, quãdoq; in centro uiſus, & ſi illas lineas contingat fieri æquedistantes, ut non concurrant, erit locus imaginis in puncto refractionis, ſcilicet in ſuperficie corporis à qua fit refractio, ut hæc omnia declarata ſunt per 15. huius, patet ergo propoſitum.



XXVIII.

Communi ſectione ſuperficiei refractionis & ſuperficiei corporis diafoni in quo fit refractio exiſtente circulo punctoq́ rei uiſæ iacente extra perpendicularem ductam à centro uiſus ſuper concauam ſuperficiem oppoſitam uiſui corporis rarioris diafono continente uiſum ab uno tantum puncto fiet refractio, & unica refracta uidebitur imago.



Remaneat omnis diſpoſitio proximæ præcedentis, niſi quod punctum b, ſit centrum uiſus, & a ſit punctum rei uiſæ, refrangatur itaq; forma puncti a, à puncto ſuperficiei corporis diafoni quod eſt h, & erit linea refracta quæ a h b, forma itaq; extenſa per lineam a h, refrangatur per lineam h b, ſicut in præcedenti figuratione forma extenſa per lineam b h, refrangitur per lineam h a. Si itaq; forma puncti a, refrangitur ad uiſum b, ex alio puncto circuli

circuli h d k, quàm ex puncto h, tunc utiq; forma puncti b, refrangetur ad uiſum exiſtentem in pũcto a, ex eodem puncto, ut patet per 9. huius. Sed iam in præcedenti declaratũ eſt, hoc eſſe impoſsibile, forma enim extenſa per lineam bh, & refracta per lineam h a, non poteſt refrangi ad uiſum in punctum h, ab alio puncto circuli h d k, quàm ex puncto h, neq; ex aliquo alio puncto ſuperficiei corporis diafoni, quoniam in ſuperficie refractionis ſolus cadit ille circulus, non ergo refrangitur forma puncti a, ad uiſum exiſtentẽ in puncto b, ex alio puncto circuli h d k, niſi ex puncto h, & unica tantum uidebitur imago, & hoc eſt propoſitum.

XXIX.

Concaua ſuperficie corporis diafoni denſioris aere uiſui oppoſita poſsibile eſt lineam rectam taliter ſiſti, ut aliquis eius punctus directe, & diuerſa pũcta eiuſdem lineæ uideantur refracte, totaq; forma illius lineæ refrangatur à portione ſuperficiei illius corporis & locus imaginis ſuæ ſit in centro uiſus.

Eſto per modũ 23. huius, communis ſectio ſuperficiei refractionis, & corporis ſphærici concaui denſioris aere, ut uitri uel criſtalli per 72. primi huius, circulus g e d, cuius centrum ſit punctum z, ducaturq; ſemidiameter z e, ſuper cuius terminum punctum e, fiat per 23. primi, angulus z e k, æqualis maximo angulo incidentiæ quem continet linea extenſionis formæ puncti rei exiſtentis ſub illo diafono ad uiſum exiſtentem extra illud diafonum in aere, uel in alio diaphono rariori, cum linea perpendiculari ducta à puncto e, ſuper ſuperficiem illius corporis in qua fit refractio, fiatq; angulus k e c, per eandem 23. primi, æqualis medietati maximi anguli refractionis, qui poteſt fieri inter illa corpora diafona quæcũq; data, ut exempli cauſa inter uitrũ concauũ & aerem, hoc autẽ eſt poſsibile, quoniam iſti anguli per octauam huius, ſunt noti, & à puncto z, centri corporis concaui uitri uel criſtallini, ducatur linea æquediſtans lineæ e c, per 31. primi, quæ producta ex utraq; parte ad circumferẽtiam ſit g z d, & linea e z, ex parte puncti e, protrahatur extra corpus illud uſq; ad punctũ h, & ſit cõpleta totali figuratione & demonſtratiõe 23. huius, patet quod concaua ſuperficie corporis diafoni denſioris aere uiſui oppoſita poſsibile eſt lineam rectam taliter ſiſti, ut aliquis eius punctus uideatur directe, & diuerſa pũcta eiuſdem lineæ uideantur refracte, totaq; forma illius lineæ refrangitur ab una portione ſuperficiei illius corporis concaui uitri uel criſtallini terminata ad circulũ non magnum illius ſphæræ, & quoniam punctus d, uideatur ſecundum perpendicularem a d ſine refractione, omniũ uero aliorũ punctorũ lineæ d b, formæ refrangentur, perpendiculares quoq; omnium illorum punctorũ ſunt in linea b a, cõcurrentes cum lineis per quas ueniũt formæ ad uiſum in ipſo centro uiſus puncto a, patet itaq; propoſitum per 14. huius. Ex præmiſsis itaq; octo theorematibus patent paſsiones occurrentes uiſui propter medium ſecundi diafoni, in quo res eſt uiſa, cuius figura eſt ſphærica, ſiue ſit conuexa, ſiue concaua, & quandoq; corpore ſecundi diafoni exiſtente figuræ columnaris uel pyramidalis communis ſectio ſuperficiei refractionis eſt linea recta, tũc omnino uniformis paſsio accidit uiſui per illa, & ſicut accidit per corpora alia diafona planarum ſuperficierum, quarum communis ſectio & ſuperficiei refractionis eſt linea recta, eſt eodem modo demonſtrandum. Quando uero illa communis ſectio eſt circulus, tunc accidunt ea in corporibus diafonis columnaribus quæ accidunt in corporibus ſphæricis cõcauis uel conuexis, præter hæc quod à circumferentia unius circuli ſuperficiei corporis ſecundi diafoni non poteſt in talibus corporibus fieri refractio ad uiſum, ſicut oſtendimus in 23. huius, à corporibus ſphæricis conuexis fieri, in corporibus uero pyramidalibus diafonis concauis uel conuexis non poteſt communis ſectio ſuperficiei refractionis & ſuperficiei unius corporis eſſe circulus, ſicut oſtenſum eſt in ſuperficiebus reflexionum, per 27. & per 9. huius, & quoniam etiam omnes ſuperficies refractionum erectæ ſunt ſuper ſuperficies corporum, à quibus fit refractio, ut patet per ſecũdam huius, unde iſtæ paſsiones non pertinẽt ad illa, quod ſi cõmunis ſectio ſuperficiei corporis diafoni, & ſuperficiei refractionis in corporibus columnaribus uel pyramidalibus diafonis fuerit ſectio oxigonia, ab uno

tantum

tantum puncto fiet refractio, ſicut nunc oſtendimus in circulis uel conuexis uel concauis, & imago formæ rei uiſæ quandoq; uidebitur intra corpus diafonum, quandoq; inter uiſum & corpus diafonũ, quandoq; in ſuperficie corporis diafoni, quandoq; in ſuperficie ipſius uiſus, ſicut accidit lineam perpendicularem ductam à pũcto rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis diafoni concurrere uel æquediſtare lineæ extenſionis ipſius formæ ꝑ quam forma peruenit ad uiſum, unde non duximus talibus amplius immorandum.

XXX.

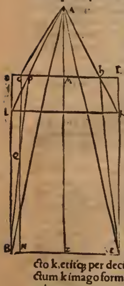
Superficiebus corporum diafonorum oppoſitorum uiſui diuerſarum figurarum uel ipſis corporibus diuerſæ diafonitatis exiſtentibus, loca imaginum formarum trans illa corpora uiſarum diuerſantur, & occurrunt uiſui formæ monſtruoſæ & imagines numeratæ.

Ex præmiſsis enim patet, quod in corporibus diafonis quæ ſunt unius figuræ & ſubſtantiæ, una tantum occurrit uiſui imago omnium corporum, quorum formæ trans illa corpora diafona ſe multiplicant ad uiſum. Si uero corpus diafonum per quod fit uiſio fuerit ſuperficiei compoſitæ ex diuerſis figuris, ut forte ex plana & ſphærica, & ex ſphærica & columnari, tunc cum ſuperficies oppoſita uiſui fuerit diuerſa ex diuerſis figuris cõpoſita, & natura perpendicularium & linearum extenſionis formarum ſecundum diuerſitatem figurarum ipſarum diuerſificetur, tunc patet per 15. huius, quod loca imaginum formarum uiſarum diuerſantur, & fortaſſe diuerſa erunt puncta refractionum formæ eiuſdem puncti rei uiſæ ad eundem uiſum, & diuerſæ lineæ extenſionis formarum, & diuerſæ perpendiculares, propter quod plures uidebuntur imagines eiuſdem rei uiſæ refractæ à ſuperficiebus talium corporum, unde ſi quis aſpexerit aliquod uiſibile exiſtens ultra corpus diafonum, cuius ſuperficies oppoſite uiſui ſit figuræ compoſitæ ex ſuperficie ſphæræ magnæ & paruæ, ut ſæpe accidit in criſtallis uel alijs lapidibus diafonis & uitijs, patet quod centrum illarum ſphærarum ſunt diuerſa per 81. primi huius, illæ enim ſphæræ ſe interſecant. Erunt ergo perpendiculares illæ ductæ ab uno puncto rei uiſæ ſuper ſuperficiem illius corporis magnam habentes diuerſitatem, & ſi figura ſuperficiei illorum corporũ fuerit cõpoſita ex ſuperficie ſphærica & columnari, patet ꝗd maior eſt diuerſitas pũctorũ refractionis & ꝑpendiculariũ ductarũ. Difformabitur ergo diſpoſitio imaginũ trans hęc corpora diafona, & forte illa forma uidebitur mõſtruoſa propter cõfluxũ diuerſarũ imaginũ ad conſtitutionẽ unius formæ, cũ puncta refractionũ fuerint ad inuicem propinqua, & interſectiones perpendiculariũ & linearũ extenſionis formarũ fuerint ad inuicẽ propinquæ. Si uero pũcta refractionũ uel prædictarũ ſectionũ fuerint ad inuicem ſenſibiliter diſtantia, tunc uidentur plures imagines eiuſdẽ rei uiſæ, quoniã illarũ refractio nõ eſt una neq; unitur, ſed remanet diuerſa, forma enim rei uiſæ extenditur ab ipſa re ad ſuperficies ſphæricas uel columnares uel alterius figuræ ipſius corporis diafoni, & refrangitur ab illis apud concauitatem aeris continentis illud corpus diafonum, & ita fit comprehenſio formarum eiuſdem rei ex diuerſis refractionibus, unde imagines diuerſæ fuerint numeratæ numero punctorũ refractionis. Idem quoq; accidit ſi corpus diafonum uniforme in ſuperficie fuerit diuerſæ diafonitatis, ſcilicet in una ſui parte denſius, & in alia parte rarius, tunc ſecundum unam ſui partem fit refractio ad partem perpendicularis, & in alia ſui parte ad partem contrariam, & ſic iterum aut formæ fiunt monſtruoſæ, aut forte aliter diuerſæ & numero differentes, patet ergo propoſitum.

XXXI.

Communi ſectione ſuperficiei refractionis & ſuperficiei corporis à quo fit refractio exiſtente linea recta, uiſu quoq; exiſtente in perpendiculari exeunte à medio puncto lineæ uiſæ ſuper planam ſuperficiem corporis diafoni à qua forma illius lineæ refrangitur ad uiſum, ſi linea uiſa æquediſtans fuerit ſuperficiei corporis diafoni cuiuſcunq; ſiue denſioris ſiue rarioris primo, imago refracta rei uiſæ comprehenditur maior re uiſa.

Eſto punctus a centrum uiſus,& ſit linea uiſa in medio ſecundi diafoni, quæ b c, cuius medius punctus ſit z,ſitqꝫ communis ſectio ſuperficiei refractionis & planæ ſuperficiei corporis diafoni linea d e,ducaturqꝫ à puncto z,quod eſt medius punctus lineæ b c,linea perpendicularis ſuper lineã d e,per 12.primi,qui ſit z m,quæ producatur ultra punctum m, & erit itaqꝫ linea z m perpendiculatiter erecta ſuper ſuperficiem corporis planam,In qua eſt linea d e, quoniam ſuperficies refractionis in qua producitur linea z m,& in qua eſt linea c d,erecta ſuper illam ſuperficiem corporis diafoni per ſecundã huius,ſitqꝫ linea b c æquediſtans lineæ d e,exiſtente itaqꝫ centro uiſus a, in linea z m, dico quod linea b c,uidetur maior quàm ſit ſecundum ueritatem,nec enim tranſit per centrũ uiſus quod eſt a,& per aliquod punctũ lineæ b c,præter punctum z,ſuperficies quæ ſit erecta ſuper ſuperficiem corporis diafoni,niſi ſola ſuperficies refractiõis in qua ſunt lineæ a z & b c,nõ enim tranſit per a,ſuperficies erecta ſuper ſuperficiem corporis diafoni, niſi illa quæ tranſit per lineam a z,quæ eſt linea perpẽdicularis ſuper ſuperficiem corporis diafoni,nec exit à puncto a,perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diafoni, niſi linea a z,per 27.primi huius,non ergo tranſit per punctũ a, aliqua ſuperficies perdendicularis ſuper ſuperficiem corporis diafoni,niſi ſolum illa,quæ tranſit per lineam a z, & non tranſit aliqua ſuperficies per aliquod punctũ lineæ b c,aliud à puncto z,& per lineam a z,niſi ſolum ſuperficies in qua ſunt duæ lineæ a z & b c, non tranſit ergo per uiſum a,& per aliquod punctũ lineæ b c,præter punctũ z,ſuperficies aliqua perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diafoni,niſi ſolum illa in qua ſunt lineæ a z & b c, non ergo refringitur forma alicuius punctorum quæ ſunt in linea b c,niſi ex aliquo punctorum lineæ d e.Ducantur itaqꝫ per 11.primi, ex prædictis punctis b & c, duæ perpendiculares ſuper lineam d e,quæ ut patet ex præmiſsis neceſſario cadunt in illam,& ſint lineæ b d & c e, & quoniam lineæ b c & d e,ſunt æquediſtantes ex hypotheſi.& lineæ b d & c e, ſunt æquediſtantes per 28.primi,patet quia quælibet illarũ linearũ quæ ſunt b d & c e æquediſtant lineæ a z, per eandem 28. primi.& patet quod nõ refrangetur forma puncti b ad uiſum a,ex puncto d, per 3 huius, neqꝫ forma puncti b à puncto e, quoniam lineæ c e & d b ſunt perpendiculares ſuper ſuperficiem corporis diafoni, nulla autẽ perpendicularis refrangitur in aliquo corpore medio,ſit itaqꝫ ut forma puncti b, refrangatur ad uiſum a, ex puncto p,& forma puncti c,ex puncto h,& ducantur lineæ b p,p a, c h.h a, & protrahatur linea a p ultra punctum p,ad perpendicularem b d, & quoniam linea p a concurrit cum linea z a,patet per 2.primi huius, quoniam ipſa concurret cum eius æquediſtante ſcilicet linea b d, ſit ergo concurſus in puncto l,& eadem ratione concurrat linea a h, cum linea e c in puncto k,eritqꝫ per decimamquartam huius,hoc punctum l imago formæ puncti b, & punctum k imago formæ puncti c,quia uero linea a z, eſt perpendicularis ſuper lineam b c, erit per quartam primi,linea c a æqualis lineæ b a, æqualiter ergo diſtant puncta b & c, à puncto a,puncta itaqꝫ refractionis quæ ſunt p & h,æqualiter diſtabũt à puncto a quoniam medium per quod fit illorum punctorũ formarum diffuſio eſt uniforma, & linea e d æquediſtat lineæ b c,linea itaqꝫ a p eſt æqualis lineæ a h,ergo per quintam primi, angulus a p h eſt æqualis angulo a h p,ergo per decimãquintã primi,erit angulus d p l æqualis angulo e h k,ſed duo anguli p d l & h e k ſunt recti, ergo angulus p l d,per 32.primi, eſt æqualis angulo h k e,ergo per 4.ſexti, latera iſtorum trigonorũ ſunt proportionalia quæ æquos angulos reſpiciunt,ſed linea p d eſt æqualis lineæ e h,quia linea p m eſt æqualis lineæ h m,per 4.ſexti,trigonorum enim a m p & a m h,anguli a d m ſunt recti,& anguli a h p & a p h ſunt æquales,& latus a m,commune æquale ſibĳpſi. Eſt ergo linea p m æqualis lineæ m h,hoc etiam patet per 31.primi huius,yſocheles enim eſt trigonus h a p, & perpendicularis, eſt linea a m, trigona ergo partialia, ſunt æquiangula. Eſt ergo



linea

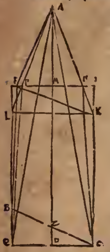
lineæ e h æqualis lineæ p d, patet ergo quoniā linea d l eſt æqualis lineæ e k, ducat̃ itaq; linea l k, erit ergo ꝑ 33. primi, linea k l æqualis & æquediſtās lineæ l c, angulus itaq; k a l, eſt maior angulo b a c, ꝑ 34. primi huius, & linea k l eſt diameter imaginis lineæ b c, nā omne pūctū lineæ b c, refrāgitur ad uiſum a, ab aliquo pūcto lineæ p h, ſicut enim forma pūcti b, refrāgitur à pūcto p, & punctū z, ꝑpendiculariter ſine refractiōe tranſiēs punctū m, peruenit ad uiſum a, ſic punctum ꝙd eſt inter b & z, refrangitur ab aliquo pūcto lineę p m, qd' eſt inter pūcta p & m, & ſicut forma pūcti c refrangitur ad uiſum a, à pūcto lineę e m, qd' eſt h, ſic omne pūctū lineæ c z, refrāgitur ab aliquo pūcto lineæ h m, & omne pūctū lineæ b z, ab aliquo pūcto lineæ p m, ut ſi ſuper lineā b z ſit punctū n. Si itaq; dicatur ꝙd forma pūcti n, refrangatur ab aliquo pūcto lineæ m d, extra linea m p, ex parte d, ut à pūcto g, ducatur linea n g. palā itaq; quoniā linea n g ſecabit lineā b p, & ſi, pūctus ſectionis q, forma itaq; pūcti q, perueniat ad uiſum a ex duobus pūctis refractiōis, ſcilicet p & g quod eſt cōtra 18. huius, & impoſsibile, forma itaq; pūcti n, nō refrangitur ad uiſum a, ex aliquo pūcto lineæ p m ꝙd eſt inter pūcta p & m, idē quoq; eſt de omni puncto lineæ z c, qd' eſt inter pūcta z & c, nullū enim illorū refrangitur ad uiſum a, niſi ex aliquo pūcto lineæ h m, qd' eſt inter pūcta h & m, & ꝗa in linea l k, oēs perpēdiculares ductæ à punctis lineę b & c, cū lineis refractiōis protractis ſe interſecāt, patet ꝗa linea k l eſt diameter imaginis lineæ b c, forma itaq; lineæ b c, uidetur in linea k l, maior q̃ ſecūdū ueritatē ſit linea b c, ꝑ 20. quarti huius. Sub maiori enim angulo uidetur, ꝗa angulus k a l eſt maior angulo b a c, ꝑ 34. primi huius, qd' eſt ꝓpoſitū, & huiuſmodi deceptio accidit uiſui ꝓpter debilitatem formæ reflexæ, ut patet ꝑ 10. huius, propter qd' aſsimilat ipſam uiſus formæ rei, q̃ uidetur à maiori remotiōe, maior enim diſtantia debilitat formā, cōprehendit itaq; uiſus formā lineæ b c, refractiue ex cōpoſitiōe anguli k a l maioris angulo b a c, ad diſtantiam maiorē q̃ ſit diſtantia lineæ b c, & ad poſitionē æqualē puncti b c, ſic itaq; quantitas lineæ b c, cōprehēditur refractæ maior propter magnitudinē anguli qd' facit propinquitas ad uiſum, & propter formæ debilitatē quæ cauſatur propter refractionē, & ſic uniuerſaliter cauſa quare linea b c, apparet maior, eſt refractio formæ ſuæ in medio ſecundi diafoni ad uiſum, & eſt ſemꝑ demōſtratio eadē, ſiue fiat refractio in ſuꝑficie ſecundi diafoni dēſioris ſiue rarioris primo, in quo eſt linea b c, nec enim eſt aliqua differētia ꝗ ad illud, ſi tamē fuerit poſsibile inueniri corpora diafona taliter collocata, ut ſuperficies plana poſſit eſſe in corpore rariore cōtingente ipſum uiſum, ſicut accidit cum uitrum planum contingit uiſum, ita quod centrum foraminis uueæ in uitri plani ſuperficie collocatur.

XXXII.

Communi ſectione ſuperficiei refractionis & corporis à quo fit refractio exiſtente linea recta, uiſu quoq; exiſtente in perpendiculari exeunte à medio puncto lineæ uiſæ ſuper planam ſuperficiem corporis diafoni à qua forma eius refrangitur ad uiſum, ſi linea uiſa non fuerit æquediſtans ſuperficiei corporis diafoni, imago eius comprehenditur maior ipſa, & maior quàm ſi eſſet ſuperficiei corporis diafoni æquediſtans.

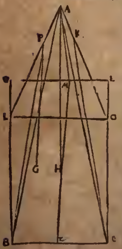
Sit diſpoſitio eadem quæ in præcedente, niſi quod linea b c, non ſit æquediſtans lineæ d e, ſed ſit punctus c, remotior à puncto a q̃ ſit punctus b, & à puncto c, ducatur linea æquediſtans & æqualis lineæ d e, per 31. primi, quæ ſit linea c q, cuius medius punctus ſit o, & à puncto o, per 11. undecimi, protrahatur linea perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diafoni ſecans lineam d e, in puncto m, & lineam b c in puncto z, & ſit centrum uiſus quod eſt a, in illa perpendiculari, quæ eſt o m, eritq; punctus z, in medio puncto lineę quæ eſt c b, quia enim linea b q eſt æquediſtans lineæ z o, eritq; per 2. ſexti, proportio lineæ q o ad o c, ſicut b z ad z c, ſed linea q o, ut patet ex præmiſsis, eſt æqualis lineæ o c. Erit ergo linea b z æqualis lineæ z c, eſt ergo punctum z in medio lineæ c b, punctus itaq; lineæ d e, à quo forma puncti q, refrangitur ad uiſum a, ſit p, & punctus à quo refrangitur forma puncti c, ſit h, ducanturq; lineæ a h & a p, & protrahatur linea a p ad l, punctum lineæ d b, & linea a h ad k, punctum lineæ e c, concurrent autem illæ lineæ per 2. primi huius,

ſus,ut oſtendimus in præmiſſa. Eritq; punctum k,locus imaginis formæ puncti c,& punctum l,formæ puncti q,ducaturq; linea l k,quæ erit diameter imaginis lineæ a q & a c. erit itaq; ut in præcedenti angulus k a l,maior angulo c a q,uiſus ergo comprehẽdet imaginẽ lineæ q c,maiorem ꝙ ſit linea q c,ut patet per præcedentẽ,& quia linea q p,ſecat lineam b c,ſit punctus ſectionis r,palam itaq; cũ punctus r ſit in linea q p, quoniam ipſe refrangetur ad uiſum a,ex puncto p. forma itaq; pũcti b, refrangetur ad uiſum a,ex aliquo pũcto lineæ p d,quod ſit inter puncta p & d,nã ſi daretur refrangi ex aliquo pũcto inter p & m,ſequeretur propter interſectionẽ lineæ incidẽtiæ formæ pũcti b,& lineæ r p,unius puncti formam refrangi ad uiſum à duobus pũctis lineæ d e,ꝗd eſt cõtra 18. huius,& impoſsibile,refrangatur itaq; forma pũcti b ad uiſum a ex f,puncto lineæ p d,& ducatur linea a f, quæ protracta ad lineam d e,ſecabit illam per 14. primi huius,ſecet ergo in puncto i. Eritq; per 14. huius punctus l,locus imaginis formæ puncti b, & ducatur linea i k,quæ erit diameter imaginis lineæ b c. Eritq; ſitus lineæ i k, reſpectu ſitus a,ſimilis ſitui lineæ b c,quia linea i k,aut erit æquediſtans lineæ b c,aut non,erit inter ipſarũ diſtantiam diuerſitas ſenſibilis mutans ſitum ipſarum reſpectu uiſus a,quia uero eſt inter diſtantiam lineæ b c,à uiſu grandis diuerſitas,declinatio enim lineæ i k, à linea æquediſtante lineæ b c,quæ exit à puncto k,erit ualde parua, angulus itaq; i a k,eſt maior angulo l a k,per 29 primi huius, & ſimiliter angulus i a k eſt maior angulo b a c, per 34. primi huius, uidetur itaq; linea i k maior quàm linea b c,& ſitus imaginis lineæ i k eſt ſimilis ſitui lineæ b c,& linea i k,comprehenditur quaſi remotior propter debilitatem formæ,quia itaq; linea i k eſt imago formæ lineæ b c, palã quod in hoc ſitu linea b c,uidetur maior quàm ſit ſecundum ueritatẽ & uidetur linea c q,minor quàm linea b c,quia ut præoſtenſum eſt,angulus i a k eſt maior angulo l a k,ſecundum quem uidetur imago lineæ q c,& hoc eſt propoſitum,nec eſt diuerſitas ſitus diuerſorum diafonorum attendenda.



XXXIII.

Centro uiſus exiſtente extra ſuperficiem perpendicularium à punctis rei uiſæ,ſub medio ſecundi diafoni planam habente ſuperficiem ſuper eandem ſuperficiem productarum,lineaq; uiſa ſuperficiei eiuſdem corporis æquediſtante, imago lineæ uiſæ comprehenditur maior ipſa.



Sit ut ſupra punctus a,centrum uiſus,& linea b c res uiſa, & ſuper ſuperficiem corporis à qua fit refractio educantur perpendiculares b d & c e,& continuetur linea d e,in ſuperficie ipſius corporis diafoni,per quod fit uiſio refracta, ſitq; linea b c æquediſtans lineæ d e,& ſit a centrum uiſus extra ſuperficiem,in qua ſunt lineæ b c & d e, & diuidatur linea b c in duo æqualia in puncto z, & ducatur linea z m,perpendiculariter ſuper illam b c,ſecetq; lineam d e in puncto m. & à centro uiſus a,ducatur perpendicularis ſuper ſuperficiem b c d e,per 11. undecimi quæ ſit a h, ita ut punctus h, imaginetur cadere in lineam m z,producaturq; linea a z,quæ per 22. primi huius,& ex præmiſsis erit perpendicularis ſuper lineam b c. Situatio itaq; puncti b uerſus a, centrum uiſus, eſt ſimilis ſituationi puncti c, reſpectu a,& diſtantia puncti d ad uiſum a,eſt æqualis diſtantiæ puncti b,ad a,refringatur itaq; forma puncti b ad uiſum a,ex puncto p, & forma puncti c,ex puncto k. Sintq; pũcta p & k,extra lineam d e æquediſtantia lineæ l c,in ſuperficie corporis diafoni,ſituatio itaq; & diſtantia puncti p ad uiſum,eſt ſicut ſituatio & diſtantia puncti b ad a uiſum, ducantur

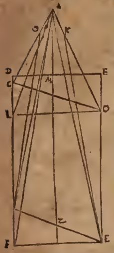
itaq; lineæ b p,p a,c k,k a. Eſt ergo ſuperficies in qua ſunt duæ lineæ a p & b d perpendicularis ſuper ſuperficiē corporis diafoni per 2. huius, cū ſit ſuperficies refractionis, ergo & linea b d, quæ eſt perpendicularis ſup ſupficiem corporis diafoni ducta à pūcto b, erit in hac ſuperficie, & ſimiliter ſupficies in qua ſunt lineæ a k & c k, eſt perpendicularis ſup ſuperficiē corporis diafoni, ergo & in illa ſuperficie eſt linea t e, quæ eſt perpendicularis ſup eandem ſuperficiē corporis ducta à puncto c, ptrahatur itaq; linea a p, ultra p pūctum, eſt palā per iam dicta, & per 2. primi huius, quoniam ipſa ſecabit lineam b d, quia ut patet per 28. primi, lineæ a 3 & b d, æquediſtant, qa ergo linea a p, ſecat lineam b d, ſecet ipſam in puncto l, ſecetq; per eandem linea k d, ptracta ultra puncta k, lineam t e in puncto o. Eſt ergo per 14. huius, punctū l locus imaginis formæ puncti b, & punctū o locus imaginis formæ puncti c, erit quoq; ſituatio lineæ a l, ſicut lineæ a o, & lineæ b l ſicut lineæ t o, ducatur etiam linea l o, hæc itaq; erit diameter imaginis lineæ b c, & æqualis eidem b c, per 32. primi, ducantur itaq; lineæ a b & a c, utraq; ergo ſuperficies a l b & a o c eſt erecta ſimiliter ſuper ſuperficiē corporis diafoni per 2. huius, tres itaq; ſupficies ſunt erectę ſup ſupficiem corporis diafoni, q̄ ſunt a l b, a o t, a m 3, & hæ ſuperficies neceſſario ſecāt ſe ſuper lineā perpendicularē, q̄ eſt a h, exeunte à pūcto a, ſuper ſuperficiem corporis diafoni per 19. undecimi, q̄niam cōmunis ſectio illarū neceſſario eſt perpendicularis ſup ſuperficiem, cui ſupſtat, & ab uno pūcto una tm̄ ppendicularis ſup ſuperficiē planam duci poteſt p 20. primi huius. Erit itaq; angulus b p l, p 15. primi, æqualis angulo refractionis, & linea b l d, eſt perpēdicularis ſup ſuperficiem corporis à qua fit refractio, ergo linea a l, eſt obliqua ſup ipſam per 13. undecimi, linea ergo a p, cōtinet cū perpendiculari ſuper eandem ſuperficiem exeūte à pūcto p, q̄ ſit p g, angulū acutū, qui eſt l p g, & erit perpendicularis p g, æquediſtans lineæ d l, per 6. undecimi, q̄niam ambæ lineæ p g & d l ſunt erectæ ſuper unam ſuperficiem, ergo per 29. primi, angulus p l d, eſt acutus, ergo per 13. primi, angulus a l b eſt obtuſus, ergo per 19. primi, linea a b, eſt longior q̄ linea a l, & ſimiliter patere poteſt, quod linea a o, minor eſt quàm linea a t, ſed lineæ a l & a o, ſunt æquales, & lineæ a l & a t ſunt æquales, & linea l o eſt æqualis lineæ l t, ergo per 34. primi huius, angulus l a o, eſt maior angulo b a t, & ſitus lineæ l o, eſt ſimilis ſitui lineæ b c, quia linea exiens à puncto a, ad medium lineæ l o, eſt perpendicularis ſuper lineam l o, per 22. primi huius, cum per 29. primi, linea l o ſit æquediſtans lineæ b c, & etiam quia linea b c, eſt perpēdicularis ſuper ſuperficiē, in qua ſunt lineæ a 3 & m 3, ſuper quam ſimiliter per 8. undecimi, perpendicularis eſt linea o l, ergo linea o l, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem continuantem centrum uiſus quod eſt punctum a, cum medio puncto lineæ l e. Situs ergo lineæ l o, reſpectu uiſus a, eſt ſicut lineæ b c, reſpectu eiuſdem uiſus a. Sed & linea l o, comprehenditur remotius propter debilitatem formæ, linea itaq; l o, uidetur maior quàm linea b c, ſed linea l o, eſt imago lineæ b c. palàm itaq;, quia linea b c, uidetur maior quàm ſit eius uera quantitas, & hoc eſt propoſitum, nec ad iſtud aliquid coadiuuat indiuerſitatem ipſa diuerſa ſituatio mediorum plus uel minus diafonorum.

XXXIIII.

Centro uiſus exiſtente extra ſuperficiem perpendicularium à punctis rei uiſæ ſub medio ſecundi diafoni planam habēte ſuperficiem ſuper eandem ſuperficiem productarum, lineaq; uiſa ſuperficiei eiuſdem corporis non æquediſtante, imago rei comprehenditur maior re uiſa, maior quoq; quàm ſi eſſet ſuperficiei corpori æquediſtans.

Remaneat diſpoſitio q̄ in præcedente, niſi q̄d linea b c, nō ſit æquediſtans lineæ d e, quæ eſt in ſuperficie corporis diafoni, & educatur à pūcto e, linea c f, æquediſtans lineæ d e, & cōtinuetur linea f l, ptrahendo lineā d b, perpendiculariter ſuper lineam c f, ſitq; prout in præmiſſa oſtenſum eſt p, punctū refractionis formæ puncti f, ad uiſum a, & punctū refractionis formæ puncti b, ad uiſum a, ſit punctum q, & ducatur linea a q, & protrahatur ad lineam d b, concurret aūt cum illa, ut in proxima oſtenſum eſt. Sit ergo punctus concurſus g, qui eſt altior q̄ punctus l, nam punctus b, eſt ultra lineam a f, linea itaq; a g,

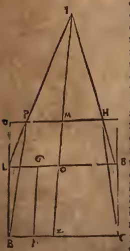
neceſſario erit ultra lineã a l. punctus ergo g, eſt altior puncto l, & ducatur linea q o. Erit ergo ſecũdũ præmiſſa linea g o, diameter imaginis lineæ b c, eritq́; linea g o maior ꝙ linea l o, per 19. primi, quõ angulus g l o eſt rectus, & linea a g, minor ꝙ linea a l, per eãdẽ 19. primi, q̃niã angulus a g l eſt obtuſus, ut ſupra patuit, & duæ lineæ a g & a o ſunt in duabus ſuperficiebus ſecantibus ſe, ſcilicet a g b & a o c, & differentia cõmunis iſtarũ duarũ ſuperficierum tranſit per a centrũ uiſus per 1. huius, quia ambæ illæ ſuperficies ſunt ſuperficies refractionis, & centrum uiſus ſemper oportet quod ſit in ſuperficie refractiõis, & quoniã ut patet per 2. huius, illæ ambæ ſuperficies ſunt erectæ ſuper ſuperficiẽ corpis diafoni, à quo fit refractio, patet p 19. undecimi, quoniã linea recta, q̃ eſt cõmunis ipſarũ differentia, eſt erecta ſuper illam ſuperficiẽ, ergo duæ lineæ exeuntes à puncto a, nõ perpẽdiculariter ſup illam corporis diafoni ſuperficiẽ ſunt extra hanc cõmunem differẽtiam in his duabus ſuperficiebus, q̃ lineæ ſunt a b & a t, ſuntq́; altiores duabus lineis a g & a o, cadunt enim ultra illas lineas, angulus itaq; g a o, eſt maior angulo b a c, p 34. primi huius, diuerſitas enim ſituũ linearũ, g o & b e, à uiſu a, non eſt magna, quia linea g o, aut eſt æquediſtans lineæ a c, aut nõ, eſt in hac differentia ſenſibilis. Eſt ergo ſitus lineæ g o, reſpectu uiſus a, ſicut linea b c, reſpectu eiuſdem uiſus a, uidebitur itaq; per 20. quarti huius, linea g o, maior ꝙ linea b c, ſed linea g o, eſt imago lineæ b c, palam ergo, quia linea b c, uidetur maior ꝙ ipſa ſit ſecundũ ueritatẽ & quia ſicut in præmiſſis patuit, angulus o a g, eſt maior angulo a l, uidebitur imago o g, maior imagine o l, quæ eſt imago lineæ c f, æquediſtantis lineæ c d, quæ eſt in ſuperficie corporis, à qua fit refractio, & hoc proponebatur.



XXXV.

In omnibus refractionibus factis à planis ſuperficiebus corporum diafonorum ad uiſum imagine apparente maiore ipſa re uiſa, & pars imaginis uidebitur maior parte rei uiſæ ſibi proportionali.

Sit diſpoſitio omnimoda quæ prius in 29. huius, & ſit linea a m 3, ſecans perpendiculariter lineam k l, in puncto o, erit itaq; linea l o, medietas lineæ l k, & forma puncti 3, uidebitur in puncto o, quia uidetur in perpendiculari 3 o, tota quoq; linea b c, uidebitur in linea l k, & linea b 3. eſt medietas lineæ b c, & linea l o, medietas lineæ l k, & linea l k, uidetur maior ꝙ linea b c, ergo & linea l o, uidebitur maior ꝙ linea b 3, & erit utriuſq; iſtorũ cauſa refractio, & quia centrũ uiſus a, eſt in perpẽdiculari a 3, exeunte à puncto 3, qui eſt extremitas lineæ b 3. ſuper ſuperficiem corporis diafoni, aut ſuper ſuperficiẽ tranſeuntẽ per extremitatẽ medietatis perpendicularis ſuper ſuperficiẽ corporis diafoni æquediſtanter ſuperficiei corporis diafoni per 23. primi huius, uiſus itaq; cõprehẽdit medietates uiſibiliũ maiores ꝙ ſint, nã pũctus o qui eſt medium imaginis k l, eſt in perpendiculari exeunte à puncto rei uiſæ, ſiue res uiſa ſit æquediſtans ſuperficiei corporis diafoni, ſiue non, ſit item linea b n, pars aliqua lineæ b 3, & à puncto n educatur linea n g, perpendiculariter ſuper lineam b 3. Seceтq́; lineam l o, in puncto g, erit ergo ſecũdũ præmiſſa linea l g, imago lineæ b n. Sit itaq; punctus g, imago puncti n, aut ergo punctus g, erit in linea l g, aut prope, quocũq; uero iſtorũ exiſtente erit linea l g, æqualis lineæ b n, aut ferè, & quia formarũ plus diſtantium à perpendiculari a 3, maior eſt refractio ꝙ minus diſtantium per 13. huius, erit refractio formæ lineæ b n ad uiſum a, maior quàm refractio lineæ 3 n,



ad

ad uiſum a. Si ergo minor refractio facit totã l o, imaginẽ lineę b 3, apparere uiſui maiorẽ ꝙ ſit linea b 3, ergo maior refractio faciet lineam l g, imaginẽ lineæ b n, uideri maiorẽ ꝙ ſit ipſa linea b n, cũ maiorẽ efficatiã habeat refractio maior reſpectu minoris, linea ergo l g, quæ eſt imago lineæ b n, cõprehẽditur maior ꝙ ſit ipſa linea b n, & ſi uiſus nõ cõprehendet lineã l g, imaginẽ lineæ b n maiorẽ, ipſa linea b n, nõ cõprehẽdet imagines partiũ lineæ b n, quæ ſunt ꝓpinquiores ad punctũ 3, maiores ipſis partibus, qa formæ illarũ partiũ ſunt minores refractiõis per 13. huius, ꝙ remotiores à puncto 3, ſed refractio eſt cauſa magnitudinis imaginis, uiſus ergo a, ſi nõ cõprehẽdet imaginẽ lineæ l g, maiorẽ ꝙ ſit linea b n, nec cõprehẽdet imaginẽ lineæ l o, maiorẽ ipſa linea b 3, nec totã lineã l k, maiorem tota linea b c, qđ eſt impoſsibile, & cõtra 29. huius, uiſus ergo cõprehẽdet lineã l g, quæ eſt imago lineæ b n, maiorẽ ipſa linea b n, & ita cõprehẽdit lineam b n, maiorem ꝙ ſit ſecundũ ueritatẽ. Eodẽ quoq; modo poteſt idem in alijs refractionibus declarari, ut cum per modũ 31. huius, fuerit centrum uiſus extra ſuperficiẽ perpendicularium illarũ productarũ, quoniã idẽ accidit in omnibus illis modis, qbus imago rei uidetur maior ꝙ ipſa re uiſa, ſemper enim pars imaginis uidebitur maior parte rei uiſæ, ſibi correſpõdente, ꝙd eſt ꝓpoſitũ, & quia cõmunis ſectio ſuperficiei refractiõis & ſuperficiei corporis diafoni, ut plurimũ, eſt p ſe in linea recta, quãdo illud corpus diafonũ fuerit groſsius aere, per accidens uero accidit quãdoq; cõtrarium ꝓpter uoluntariam ſituationem corporis denſioris plani iuxta uiſum, ut diximus in fine cõmenti 29. huius, patet euidenter ꝙd 5. proxime præmiſſa theoremata per ſe intelligenda ſunt, quando à ſuperficie corporis diafoni groſsioris aere fit refractio ad uiſum in aere exiſtentem, & per accidens econuerſo.

XXXVI.

Communi ſectione ſuperficiei refractionis & corporis ſphærici diafoni denſioris aere à quo fit refractio exiſtente circulo centroq; uiſus in eadem ſuperficie extra circulum in linea perpendiculari ſuper illius corporis ſuperficiem & re uiſa inter centrum corporis & uiſus exiſtentibus, ita quod extrema rei uiſæ æqualiter diſtent à centro corporis, imago uidebitur maior re uiſa.

Sit ſuperficies ſphærica corporis diafoni groſsioris aere, cuius conuexum ſit ex parte uiſus, cuius centrũ ſit a, ſitq; res uiſa b c, ſitq; centrũ corporis ſphęrici punctum d, qđ ſit ultra lineam b c, reſpectu uiſus a, ſitq; punctus 3, medius punctus lineæ b c, & ducantur lineæ d b, d 3, d c, & ꝓtrahantur quouſq; cõcurrãt cũ ſuperficie corporis diafoni ſphærici linea d b, in puncto e, & linea a 3, in puncto m, & linea d c in puncto n, & ſit uiſus a, in linea 3 m, quæ eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem illius diafoni corporis per 72. primi huius. Erit itaq; a m 3 linea recta, & quoniam linea b 3, eſt æqualis lineæ 3 c, & qa puncta b & c, quæ ſunt extrema rei uiſæ æqualiter diſtant à cẽtro d, ex hypotheſi. Erit etiam linea d b, æqualis lineæ d c. Erunt ergo trigona b d 3 & c d 3 æquilatera, qm̃ linea 3 d, eſt cõmunis ambobus illis trigonis, ergo per 8. primi, erunt anguli ad punctum d æquales, qui ſunt anguli 3 d b & 3 d c, & ſimiliter erunt anguli ad punctum 3 æquales, ſunt ergo recti. Eſt ergo per diffinitionem ꝑpendicularis lineã a 3, perpendicularis ſuper lineam b c, ducantur quoq; lineæ a b & a c, ergo per 4. primi, erunt trigona a 3 b & a 3 c æqualia, linea ergo a c, eſt æqualis lineæ a b, puncta ergo b c, æqualiter diſtant à centro uiſus a, habebunt itaq; b & c, æqualem reſpectum ad uiſum a, extrahatur quoq; ſuperficies plana in qua ſunt lineæ d e & d n & d m, hæc itaq; ſuperficies ſecabit ſuperficiẽ corporis ſphærici ſecundũ circulum magnum per 69. primi huius, cuius arcus oppoſitus uiſui ſit n m e, eritq; in illa ſuperficie centrũ uiſus a, & linea uiſa quæ eſt b c, erit ergo per 1. huius, illa ſuperficies ſuperficiei refractio



fractionis, quæ eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem ſphæricā, nec fit refractio formæ li-
neæ b c, ad uiſum a extra illam ſuperficiē, & linea a 3, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiē
ſphæricam corporis, dico itaq; quod imago lineæ b c, in hac diſpoſitione uidebitur ma-
ior ipſa linea b c, quia enim, ut patet ex præmiſsis, forma cuiuſcunq; partis lineæ b c, nō
refrangitur ad uiſum a, niſi ex aliquo puncto arcus e m n, ſit ergo ut forma puncti b, re-
frangatur ad uiſum a, ex puncto circuli h, & forma puncti c, ex puncto g, quia itaq; pun
cta b & e æqualiter diſtant à puncto a, centro uiſus, patet quod ipſorū erit uniformis re-
fractio ad uiſum, per 13. huius, puncta ergo h & g, æqualiter diſtabūt à puncto m, arcus
aūt e m & m n, ſunt æquales per 25. tertij, ideo quia anguli m d e & m d n ſunt ęquales, q̄d
patet ex pręmiſsis, tamē ergo diſtabit punctus refractionis, qui eſt h, à puncto c, quantū
punctus g, à puncto n, & erit punctorū iſtorū ſitus & reſpectus æqualis, ducātur itaq; li-
neę b h, a h, t h, a g, & ꝓducatur linea a h, ad lineā d e, ſitq; punctus ſectionis k, & ſimiliter
ꝓducatur linea a g, ad lineam d n, in punctū l, ducaturq; linea k l, quia itaq; in trigonis d
a k, & d a l, anguli a d k & a d l ſunt æquales, ut patet ſupra, angŭli q̄q; l a d & k a d ſunt
æquales, q̄d patet ductis lineis d h & d g, tunc enim cū arcus m g & m h ſunt æquales ex
præmiſsis, erūt per 26. tertij, anguli g n b, a d g, & a d h æquales, ergo per 4. primi, anguli
l a d & k a d ſunt æquales, ergo per 32. primi, trigona d a k & d a l ſunt æquiangula, ergo
per 4. ſexti, cum linea a d, ſit æqualis ſibiipſi, erit linea d l, æqualis lineæ d k, & linea a k æ-
qualis lineæ a l, eritq; linea l k, æquediſtans lineę b c, uidebiturq; per 20. quarti huius, ma
ior q̄ ſit linea b c, quoniā angulus k a l, ſecūdū quē uidetur linea l k, eſt maior angulo b
a c, & quia poſitio & ſitus lineæ k l, eſt cōſimilis poſitiōi, & ſitui b c lineæ, q̄d patet ex hoc
quod cum linea d l, ſit æqualis lineæ d k, & linea e d, æqualis lineæ d b, erit linea l c, æqua
lis lineæ k b, ergo per 7. quinti, & 2. ſexti, lineæ b c & l k ſunt æquediſtantes, ipſarū ergo ſi
tus reſpectu uiſus a, eſt conſimilis, & ſimiliter poſitio inter lineas k l & b c, non eſt diffe-
rentia in diſtantia quæ ſit ſenſibilis, palàm ergo quia linea k l, uidebitur maior q̄ ſit, quia
imago eius eſt maior ipſa, & hoc accidit etiam ideo, quia forma eius refracta eſt debilior
quàm uera forma, ut patet per 10. huius, patet ergo propoſitum.

XXXVII.

Communi ſectione ſuperficiei refractionis & corporis ſphærici diafoni denſioris aere à quo fit refractio exiſtente, circulo uiſuq; exiſtente in eadem ſuperficie extra circulum in linea perpendiculari ſuper illius corporis ſuperficiem, & re uiſa inter centrum corporis & uiſus exiſtētibus ita quod extrema rei uiſæ inæqualiter diſtent à centro, imago uidetur maior re uiſa.



Remaneat diſpoſitio præcedētis, niſi q̄d extremum lineæ b c, punctum c, ſit propinquius pūcto d. cētro corporis diafoni, & pūctum b, remotius ab illo, dico q̄d adhuc imago lineæ b c, uidebitur maior ipſa linea b c, ducat̄ enim à puncto c, linea c q, cuius extrema æqualiter diſtant à puncto d, q̄d poteſt fieri ſi à linea d e, abſcindatur per 3. primi, linea æqualis lineæ d c, quæ ſit d q, palā q̄ ꝑ ea quæ in demonſtratione p̄cedentis oſtenſa ſunt, q̄m imago lineæ c q, uidetur maior ipſa linea c q, ſit itaq; linea illa imago linea l p, & palā per 12. huius, q̄d pūctū b, illius imaginis quod eſt imago puncti q, neceſſario cadet in linea perpendiculari ducta à puncto q, ſuper ſuperficiem corporis diafoni, q̄ eſt linea d e, inter puncta d & e, quia punctū l, q̄d eſt imago pūcti c, erit in linea perpendiculari ducta à puncto e, ſuper ſuperficiem corporis diafoni q̄ eſt d n, & q̄a forma puncti c refrāgitur ad uiſum a, ex pūcto circuli g, ſit ut forma pūcti q, refrāgatur ad eūdē uiſum ex pūcto h, patet ꝑ hypotheſim, & ꝑ p̄cedētē, q̄m pūcta g & h, ęqualiter diſtabūt à puncto m, & quia punctū b, eſt remotius à centro corporis d, q̄

d, quàm punctum q, erit per ea quæ oſtendimus in 13. huius, punctum ſitæ refractionis remotius à puncto m, quàm punctum h, ſit itaque punctum illud f, & ducatur linea a, quæ cadet extra lineā a h. & hæc producta ad perpendicularemque d e, ſecet ipſam in pūcto k, caderque punctum k in linea p e, inter puncta p & e. Si enim caderet in punctum e, eſſet linea a k, contingens circulum in puncto e, & ſecans in puncto f, quod eſt impoſsibile, & ſi caderet in punctum p, uel circa illum, tunc linea a k ſecaret lineam a p, & punctus p, uel alter punctus illius ſectinnis refrangetur ad uiſum a, ex duobus pūctis h & f, quod eſt impoſsibile per 21. huius, cadet itaque punctum k inter duo puncta p & e. Eritque per 14. huius, pūctum k, imago formæ puncti b, ducatur itaque linea l k, quæ erit diameter imaginis formę lineæ b c. quia itaque linea l k. uidetur ſub angulo l a k, & linea b c, ſub angulo b a c. Eſt autem angulus l a k maior angulo b a c, ut manifeſtum eſt, quia totum eſt maius ſua parte, patet ergo per 20. quarti huius, quia linea l k, uidetur maior quàm linea b c, quod enim ſub maiori angulo uidetur, maius uidetur, & etiam quia ſitus & poſitio lineæ l k, reſpectu uiſus a, eſt cōſimilis ſitui & poſitioni lineæ b c, reſpectu eiuſdem uiſus a, patet quia lineæ b c & k l, aut ſunt æquediſtantes ſimpliciter, aut inter illarum æquediſtantiam non eſt diuerſitas ſenſibilis, ergo per 29. primi, & per 4. ſexti, linea k l, eſt maior quàm linea b c, & quia illarum linearum l k & b c, ab ipſo uiſu non eſt diſtantia ſenſibilis diuerſitatis in remotione, uidetur ergo linea l k maior quàm linea b c, quia eſt maior, ſed linea k l, eſt imago formæ lineæ b c, patet ergo propoſitum, comprehenditur etiam linea l k, quaſi maior à uiſu quàm linea b c, propter debilitatem formæ refractæ, quoniam ut patet per 10. huius, refractio debilitat omnes formas lucis & coloris.

XXXVIII.

Centro uiſus exiſtente extra ſuperficiē linearū perpendicularium à pūctis rei uiſæ ſub corpore ſphærico diafono denſiore aere ſuper eius cōuexā ſuperficiē oppoſitam uiſui productarū, lineaque uiſa ſecundū ſui extrema cētro corporis æquediſtante, imago lineæ uiſæ comprehenditur, maior ipſa linea uiſa.

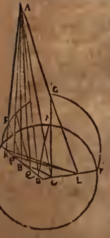
Eſto centrum uiſus punctū a, & linea uiſa per refractionem ſit b c, ſitque pūctus d, centrum corporis diafoni denſioris aere, ſitque ita ut linea b c, ſit intra illud corpus ſecundum ſui extrema b & c, æqualiter diſtans à centro d, à medio quoque puncto lineæ b c, quod ſit 3, à duobus extremis eius pūctis ducantur in eadem ſuperficie lineæ perpēdiculares ſuper ſuperficiem corporis, quæ productæ ad periferiam circuli ſint b e, 3 m, & c a, hæ itaque omnes per 72. primi huius, ſecabunt ſe in centro d. Erit ergo arcus n m e, in ſuperficie illius corporis diafoni reſpiciens centrū d, nō ſit autē centrum uiſus in aliqua iſtarum linearū, ſed ſit extra ſuperficiē in qua ſunt illæ lineæ, dico quod imago lineæ b c, uidebitur maior quàm ipſa linea b c, ducatur enim linea a 3, & à centro uiſus puncto a, ducatur perpendicularis linea ſuper ſuperficiē circuli n m e, per 11. undecimi, quæ ſit a x, & quia ut patet ex præmiſsis, & per 22. primi huius, eſt linea a 3, perpēdicularis ſup lineā b c, ſituatio itaque puncti b, uerſus uiſum a, eſt per 4. primi, & ex præmiſsis conſimilis ſituationi puncti c, uerſus eundē uiſum a, & illorū punctorū à uiſu a, diſtātia eſt æqualis, ſit itaque ut forma pūcti b, refrāgatur ad uiſum a, à puncto corporis diafoni quod ſit h, & forma puncti t, à pūcto g, ſuntque pūcta g & h, extra ſuperficiē circuli n m e, eritque illorū pūctorū h & g, à uiſu a, diſtantia æqualis, ducātur itaque lineæ b h, a h, t g, a g. Eritque ſuperficies in qua ſunt duæ lineæ a h & b h, erecta ſup ſuperficie corporis diafoni per 2. huius, quoniā ipſa eſt ſuperficies refractionis, ergo & linea b e, quæ eſt perpendicularis ſuper ſuperficiē corporis diafoni,



ducta à puncto b, erit in illa ſuperficie p 1. huius. Similiter quoq; ſuperficies in qua ſunt lineæ c g & a g, cum ſit ſuperficies refractionis, patet per 2. huius, quoniã ipſa eſt erecta ſuper ſuperficiẽ corporis diafoni, ergo & in illa ſuperficie eſt linea c n, quæ eſt perpẽdicularis ſuper eandẽ corporis ſuperficiẽ ducta à puncto c, protrahatur itaq; linea a h, ultra punctũ h, & palã per præmiſſa & per 14. primi huius, q̃d ipſa ſecabit lineã b e, ſit ergo ut ſecet in pũcto k. Similiter quoq; linea a g, producta ultra punctũ g, ſecet lineã d n in pũcto l, eritq; ſituatio lineæ a k, reſpectu uiſus a, ſicut lineæ a l, unde linea a k & a l, erunt æquales, & ſimiliter erit linea d k, æqualis lineæ d l, quæ omnia oſtendi ſecũdũ modũ quo præceſsimus in præmiſſa 34. huius, copuletur ergo linea l k, hæc itaq; erit diameter imaginis lineæ b c, & linea d k, æqualis lineæ d l, erit linea k b, æqualis lineæ l c, ergo p 7. quinti, & p 2. ſexti, lineæ l k & b c, æquediſtant, ergo per 29. primi, & per 4. ſexti, linea l k, eſt maior q̃ linea b c, [illegible] qa ſub maiori angulo uidetur apparet maior, & hoc eſt propoſitũ.

XXXIX.

Centro uiſus exiſtente extra ſuperficiem perpendicularium à puncto rei uiſæ ſub corpore ſphærico diafono denſiore aere ſuper eius conuexam ſuperficiem oppoſitam uiſui productarum lineæq; uiſæ extremis centro corporis inæqualiter approximatis, imago lineæ uiſæ comprehenditur maior ipſa linea uiſa.



Remaneat omnis diſpoſitio proximæ præmiſſæ, niſi quod extrema lineæ b c, inæqualiter diſtent à centro corporis diafoni, quod eſt d, ſitq; linea d b, maior q̃ linea d c, ſecetur ergo ex linea d b, per 3. primi, linea d q, æqualis lineæ d c, & copuletur linea c q, cuius extrema æqualiter diſtabũt à centro d. Eritq; per præmiſſam imago lineæ c q, quæ ſit l p, maior quàm linea e q, & quia puncta q & b ſunt in eadem linea perpendiculari ſuper ſuperficiem corporis diafoni, quæ eſt d e, patet quod ipſa ambo ſunt in eadẽ ſuperficie refractionis quæ eſt a d e, & refranguntur ad uiſum a, ex eodem arcu circuli, qui eſt cõmunis ſectio illius ſuperficiei, & ſuperficiei corporis diafoni. Sit itaq; ut forma pũcti q. refrangatur à pũcto illius arcus qui eſt h, conformiter ſe habente ad uiſum a, cum puncto g, à quo refrangitur forma puncti c, patet per 13. huius, quod punctum à quo refrangitur forma pũcti b, quod ſit f, erit baſsius puncto h, producta quoq; linea a f, intra corpu[illegible] fonum ad diametrum d e, in punctum k, patet quoq; ut in 36. h[illegible]s. quia punctum k, cadet inter puncta p & e, copulata quoq; [illegible] k, erit ipſa quaſi æquediſtans lineæ b c, & in eadem ſuperficie cum [illegible]a Erit ergo maior per 4. ſexti, & etiam quia ſub maiori angulo uidetur, maior uidetur, patet ergo propoſitum.

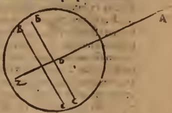
XL.

Lineæ refractæ uiſæ tranſeuntis per centrum corporis diafoni ſphærici denſioris aere non exiſtentis in perpendiculari ducta à centro uiſus ſuper illius corporis ſuperficiem, imago ſemper uidetur maior ipſa linea.

Sit a centrum uiſus extra corpus diafonum groſsius aere, cuius centrum ſit d, ſitq; linea uiſa b c, pertranſiens centrum d, ita tamẽ q̃d centrum uiſus non ſit in illa linea b c, utcunq; protracta, dico quod eius imago ſemper uidetur maior ipſa linea, quoniam enim perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis à quibuſcunq; punctis lineæ b c productæ, omnes continent lineam b c, uiſu quoq; in aere exiſtente fit refractio ſemper ad contrariam partem perpendicularis ductæ à puncto refractionis ſuper ſuperficiem corporis ut patet per 4. huius, ergo ſecundum præmiſſas demonſtrationes patet quod lineæ extenſionis formarum punctorum extremorum lineæ b c, quæ ſunt b & c, productæ intra

corpus

corpus diafonum, cuius ſuperficie fit refractio, interſecabunt perpendiculares punctorũ b & c, maior ergo ſemper uidebitur imago lineæ b c, quàm ipſa linea, quæ tũc fit pars ſuę propriæ imaginis ſecundum ueritatem, patet ergo propoſitum. Poſſet quoq; ampliari modus iſte demonſtrandi ad alios ſitus lineæ uiſæ, qui poſſent eſſe ultra centrum corporis diafoni denſioris aere uiſu exiſtente extra illud corpus in aere, & conuexitate corporis reſpiciente uiſum, uidetur enim & tunc imago quandoq; maior re uiſa præmiſſo modo, ſcilicet in alijs ſitibus ante centrum, ut cum linea uiſa fuerit propinqua centro corporis diaſoni, & ſi linea uiſa b c fuerit perpendicularis ſuper lineam a d ʒ, à centro uiſus per centrum corporis productam, & lineæ extenſionis formarum extremorum punctorum lineæ b c, ſecent corporis ſphærici diaſoni ſuperficiem, & ſecent lineas perpendiculares ductas à punctis b & c, ſuper ſuperficiẽ corporis diafoni intra corpus, tunc imago uidebitur minor re uiſa. Si uero lineæ extenſionis formarum punctorum b & c, fuerint contingentes circulum corporis diafoni in terminis perpendicularium ductarum à punctis c & b, ſuper ſuperficiẽ corporis, uel ſecantes circulũ in eiſdem terminis, tunc ſemper imago erit æqualis rei uiſæ per 15. primi, & per 25. & 28. tertij, & uidebitur imago lineæ b c, ſicut quædam chorda arcus illius circuli, & ſi lineas extenſionis formarum accideret contingere circulum corporis diafoni in duobus punctis medijs illius arcus, ut ſi uiſus ſit ualde propinquius ſuperficiei corporis diafoni, tunc illæ lineæ cõcurrent cum perpendicularibus extra corporis ſuperficiem, uidebiturq; imago lineæ b c, maior ipſa linea, & extra ſuperficiem corporis ſecundum ſui extrema extenſa, quod ſi linea uiſa b c, ſit extra corpus diafonum, contingens ipſum, uel diſtans ab ipſo, non exiſtens tamen pars lineæ a d, tunc imago eius uidebitur minor re uiſa, quãdo cõcurrit inter ipſum corpus diafonũ, uel ultra illud inter rem uiſam & ſuperficiẽ corporis. Sed in aſſuetis uiſibilibus nõ eſt aliquid tale, niſi forte, fuerit aliquod corpus diafonum uitreum, aut lapideum, & fuerit totum corpus ſolidum, & res uiſa fuerit inter ipſum, uel ſi res uiſa fuerit extra ſphæram criſtallinam aut uitream. Horum autem ſituum diuerſitatem ex præhabitis principijs demonſtrandum relinquimus ingenio perquirentis.



XLI.

In omnibus refractionibus factis à ſuperficiebus ſphęricis corporum diafonorum ad uiſum imagine apparente maiore re uiſa, pars imaginis uidebitur maior parti rei uiſæ ſibi proportionali.

Fiat diſpoſitio quæ in 34. huius, & ſicut linea d m, ſecet lineam k l, quæ eſt diameter imaginis in pũcto o. Erit ergo linea k o imago lineæ b ʒ, quoniam punctum ʒ, uidetur ſecundum perpendicularem a ʒ, per ʒ. huius, & erit angulus k a o, maior angulo b a ʒ & ſitus lineæ k o, reſpectu uiſus a, eſt ſimilis poſitioni lineæ b ʒ, reſpectu eiuſdem uiſus, & ambæ illæ lineæ æqualiter diſtant à cẽtro uiſus, uel ſi in hoc ſit aliqua differentia, illa non erit ſenſibilis reſpectu uiſus, imago itaq; k o, uidetur maior quàm linea b ʒ, & earum puncta ʒ & o, cadunt in linea ʒ a, quæ eſt ducta à centro uiſus, & cuius pars eſt linea ʒ m, exiens ab extremitate lineæ b ʒ. perpendiculariter ſuper ſuperficiem corporis diafoni, cadens in punctum m, quod ſi aſſumatur alia pars lineæ b ʒ, quę ſit b f, & ſit locus imaginis formæ puncti f, in puncto r, lineæ k o, tunc erit linea k r, imago lineæ b f, & ſicut ſupra oſtenſum eſt, patet quod linea k r uidebitur maior quàm linea b f, quoniam plus refractionis accidit li-



neæ b f, quàm lineæ f 3, per 13 huius, maior ergo ei debetur exceſſus imaginis quàm lineę f 3. Si uero punctum a, centrum uiſus ſit extra ſuperficiem, in qua ſunt omnes perpendiculares exeuntes à pūctis lineæ b c, ſuper ſuperficiem corporis diafoni, à qua fit refractio, nam linea a 3, quæ exit à puncto a, perpendiculariter ſuper medium punctum lineæ b c, quod eſt 3, non propter hoc eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis, in qua eſt linea b c, & quoniam linea b c & k l ſunt erectæ ſuper lineam a 3 d, & linea k o eſt imago lineæ b 3, & linea l o, eſt imago lineæ 3 c, & angulus quem reſpicit linea k o, apud centrum uiſus a, qui eſt angulus k a 3, eſt maior angulo b a 3, quàm quē reſpicit linea b 3, apud cētrum uiſus a, linea ergo k o, per 29. quarti huius, uidebitur maior quàm linea b 3, & ſimiliter linea k r, uidebitur maior quàm linea b f, & omnia hæc patēt ex illis quæ præmiſſa ſunt in 33. huius, ſiue ergo ſuperficies corporum diafonorum oppoſitæ uiſui fuerint planæ ſiue ſphæricæ conuexæ, accidit imaginem rei uiſæ uideri maiorem ipſa re uiſa, in hoc tamen eſt differētia, quia in corporibus diafonis planarū ſuperficierum exceſſus magnitudinis imaginis ſuper rem uiſam eſt ſolum in apparentia uiſus propter exceſſum angulorum ſecundum quos uidetur & imago & res ipſa uiſa, aliæ enim imagines ſecundum ueritatē ſunt æquales ipſis rebus uiſis, ſed in refractione facta à corporibus conuexis ſphæricis imago eſt ſecundum ueritatem maior ipſa re uiſa, & etiam ſecundum apparentiam in uiſu propter angulorum exceſſum uidetur maior, quoniam in hoc ſitu imago reſpicit maiorem angulum apud centrum uiſus quàm reſpiciat ipſa res uiſa, & ſunt utroq; modo partes imaginum maiores partibus rerum uiſarum ſibi proportionalium, patet ergo propoſitum.

XLII.

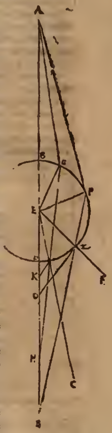
Omne corpus uiſum in aqua cōprehenditur maius ꝙ ſit ſecundū ueritatem.

Quod hic proponitur, patet ſatis ex præmiſsis, ſed & idem placuit experimentaliter declarare, & uniuerſalem cauſam particulariter exemplare, aſſumatur itaq; corpus columnare longitudinis unius cubiti, & aliquantæ groſsiciei, & ſit album, ut manifeſtius in aqua poſsit diſtingui. Sintq; ſuperficies eius baſis planæ, ita quod per ſe ſuper illas poſsit ſtare æqualiter ſuper ſuperficiem horizōtis, uel terræ, uel uaſis. Deinde infundatur aqua clara in uas aliquod, cuius ſuperficies baſis ſit plana, ita quod aqua non immergat totam corporis longitudinem, & erigatur corpus ſuper mediam baſem uaſis in aqua. Remanebit ergo aliqua pars eius extra aquam, quia profunditas aquæ eſt minor corporis longitudine, cum itaq; quieuerit aqua, uidebitur pars corporis intra aquam groſsior quàm illa quæ eſt extra aquam, patet ergo propoſitum per experimentum. Sed & idem patet, quoniam enim conuexum ſuperficiei aquæ, eſt figuræ ſphæricæ, & opponitur uiſui, & centrū ſuperficiei aquæ, quod eſt centrum uniuerſi, ut aliàs oſtendimus, ſemper eſt ultra omnia illa uiſibilia quæ comprehenduntur in aqua, & aqua eſt groſsior aere, ſiue extremitas rei uiſæ fuerit æqualiter diſtans à centro aquæ, ſiue inæqualiter, & ſiue uiſus fuerit in aliqua linearum perpendicularium exeuntium ab aliquo punctorum rei uiſæ ſuper ſuperficiem aquæ, ſiue omnes extra illas perpendiculres ſemper eſt neceſſarium, ut patet ex præmiſſis 6. propoſitionibus proximis, formam rei uiſæ uideri maiorem ipſa re uiſa exiſtente extra corpus aquæ. Sed forte ſi aqua fuerit clara ualde & pauca, quales aquas in loco ſubterraneo in concauitate montis, qui eſt inter ciuitates Paduam & Vincentiam, qui locus dicitur Cubalus, nos uidimus lucidas quaſi ut aerem, tunc forte non comprehendetur imago formæ rei uiſæ ſub aqua tali eſſe maior quàm ſi in aere uideretur, quia tunc non eſt differentia in quantitate iſtorum quo ad ſenſum, quoniam denſitas aquæ modicum addit ſuper aeris denſitatem, & ideo ſenſus tunc non diſtinguet quantitatis additioni, ſemper tamen ſecundum ueritatem imago fit maior ipſa re uiſa, licet illud quandoq; lateat ſenſum, patet ergo propoſitum, magis enim eſt hoc euidens in aquis groſsioribus, uel ſulphureis calidis, in quorum intuitu & mirabili tranſmutatione formarum primum nos amor huius ſtudij allexit.

XLIII.

Re uiſa ultra corpus diafonum ſphæricum groſsius aere exiſtente, ita quod centrum uiſus & res uiſa & centrum corporis ſphærici ſint in eadem ſu perficie linea recta, comprehenditur imago rei uiſæ figuræ armillaris multo maior re uiſa.

Sit centrum uiſus a, & corpus ſphæricum diafonum ſit b d z g, cuius centrum ſit e, & ducatur linea a e, quæ protracta ſecet ſuperficiem ſphæræ diafonæ in duobus punctis b & d, & protrahatur quoq; ultra punctum d uſq; ad punctum h, transeatq; per lineam a b d h, ſuperficies plana ſecans ſphæram, & ſit communis ſectio illius ſuperficie planæ, & ſu perficiei ſphæræ diafonæ per 69. primi huius, circulus b d z g. Iam autem oſtenſum eſt in 23. huius, quod in linea d h, ſunt plura puncta, quorum formæ refranguntur ad uiſum a, ex circumferentia circuli b d z g, & quod forma totius huius lineæ refrangitur ad uiſum a, ſi arcus b g z d, fuerit continuus unius ſcilicet diafonitatis continentis lineam u h l, & ſi forma puncti h refrangatur ad uiſum a, ex puncto corporis g, & forma puncti l, refrangatur ad uiſum a, ex puncto corporis p, manifeſtum eſt quod forma totius lineæ refran getur ad uiſum a, ex arcu g p, & ducantur lineæ g h, p l, g a, p a, ſecetq; linea g h, circumfe rentiam circuli in puncto m, & linea p l in puncto z, forma itaq; puncti h, extẽditur per lineã h g, & refrangitur per lineam g a, & forma puncti l, extenditur ad lineam l p, & refrangitur per lineam p a, & ducantur lineæ e m & e z, & extrahatur linea e m ad punctum c, & linea e z ad punctum f, forma ergo quæ extenditur per lineam a g, quoniam peruenit ad punctum g, refran gitur per lineam g h ad punctum h, & forma quæ extenditur per lineam a p, perueniens ad punctum p, per lineam p l, refrangitur & peruenit ad punctum l, & hoc ſi corpus diafonum fuerit continuum & unum uſq; ad punctum b. Si uero corpus ſphæricum fuerit ſignatum & terminatum apud circunferentiam ſphæricam citra lineam h l, tunc forma quæ extenditur per lineam a g, refrangitur per lineam g m, in partem perpendicularis e h, & cum forma peruenerit ad pũctum m, refrangetur ſecũdo in partem contrariam perpendicularis quæ eſt e m c, & concurret cũ perpendiculari e l, refrangatur ergo in punctũ k, perpendicularis e l, & ſimiliter forma extẽditur per lineam a p, refrangetur per lineam p z, & cum peruenerit ad punctũ z, refrangetur ſecundo ad partem contrariam perpendicularem e z f, in partem perpendicularis e h, & concurret cum illa perpendiculari h e, ſit punctum cõcurſus o, ſic ergo refractio formæ quæ eſt à puncto p, peruenit ad punctũ z, ab illo puncto z, refrangitur ad diametrum e l, per lineã z o, forma itaq; puncti k per nonam huius extenditur per lineam k m, & à puncto m, refrangitur per lineam m g in punctum g. Deinde ſecundo refrangitur à puncto g, per lineã g a ad uiſum a & ſimiliter forma pũcti e, extenditur per lineam o z, & à puncto z, refran gitur per lineam z p, & in pũctum p. Deinde refrangitur ab illo pũcto p per lineam p a ad uiſum a, forma ergo totius lineæ k o, refrangitur ad uiſum a, ex arcu g p, & ſi linea a k o, fuerit fixa, & imaginati fuerimus figuram k a g p, circumuolui circa lineam a k o fixam, tunc arcus g p, deſcribet figuram circularem, utpote armillam, à cuius totali ſuperficie refrangetur forma linea k o, ad uiſum a, & erũt centra uiſus a locus imaginis, forma ergo lineæ k o, uidebitur in tota ſuperficie circulari, quæ eſt locus refractionis, & eſt armillaris in ſuperficie ſphæræ, forma itaq; lineæ k o uidebitur multo maior ſeipſa, & erit figura formæ diuerſa à figura k o, hoc aũt poteſt ſic experimento declarari. Accipiatur ſphæra criſtallina aut uitrea perfectę rotunditatis, & accipiatur corpuſculum paruum, ut cæra nigra ſphærica, quæ ponatur in capite acus, ponaturq; ſphæra criſtallina in oppoſitiõe alterius uiſuũ, & claudatur reliquus. Eleuetur acus



ultra ſphæram,& aſpiciatur medium ſphæræ,& ſit cæra oppoſita medio ſphæræ in linea recta,uidebitur'q; in ſuperficie ſphæræ nigredo rotunda in figura armillæ,quod ſi non uideatur talis figura,moueatur cæra ante & retro,donec uideatur talis rotunditas, & tunc auferatur cæra,& recedet nigredo,quod ſi cæram reduxerit quis ad locum & ſitum priorem,reuertetur ſtatim nigredo rotunda armillaris. Sed & in his multa eſt diuerſitas quã relinquimus ſtudio perquirentis.

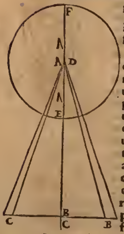
XLIIII.

Re uiſa trans corpus diafonum columnare denſius aere,itaq; centrum uiſus,& centrum alicuius circuli corporis æquediſtantis baſibus columnæ,& res uiſa ſint in eadem linea recta,imago rei uidebitur duplicata.

Sit in corpore columnari groſsioris diafonitatis q; ſit aer circulus b g d z,& ſit centrũ uiſus a,& cætera ut prius in præcedente,dico quod forma lineæ k o,uidebitur duplicata quoniam ipſa uidebitur apud arcum g p,& apud arcum ſibi æqualem, & ſibi correſpondentem ex arcu b d,in alia parte ſemichilindri,ſed hæc forma non erit circularis, quia figura a h p g,cum fuerit circumuoluta circa a k,lineam immotam fixam,nõ tranſibit per illam lineam arcus g p,per totam ſuperficiem columnarem,ſed reſtangetur forma ex aliquibus portionibus columnæ,erit continua in una parte,& ſimiliter in alia,nam ſuperficies in qua ſunt puncta l k,tranſiens per axem columnæ facit in ſuperficie columnæ, quæ eſt ex parte uiſus a,lineam rectam tranſeuntem per punctum b,& extenſam in longitudine columnæ,& non refrangetur formæ lineæ k o,ex illa linea recta,nam linea k l,erit perpendicularis ſuper illam lineam rectam.Non ergo erit forma rotunda corpore diafono exiſtente columnari,ſed erunt duæ formæ quarum altera refrangetur ſuper alteram uidebitur ergo linea k o,habens imagines duas,quarum utraq; eſt maior quàm linea k o, & erunt illæ duæ formæ eædem apud punctum a,quod eſt centrum uiſus, quoniam in illo puncto a,eſt locus ambarum illarum imaginum, ut patet per 14. huius, patet ergo propoſitum,non poteſt autem fieri huiuſmodi refractio à ſuperficie corporum pyramidalium,quoniam linea k a,non eſt perpendiculariter erecta ſuper ſuperficiem conicam talium corporum,uidelicet poteſt eſſe,ut ſuperficies refractionis ſecet huiuſmodi corpora ſecundum circulum,quemadmodum etiam de ſuperficiebus reflexionum,& de ſpeculis pyramidalibus conuexis uel concauis,oſtenſum eſt in præmiſsis libris.

XLV.

Centro uiſus exiſtente in diametro corporis diafoni ſphærici cõcaui denſioris aere,& re uiſa reſpiciẽte conuexum illius corporis,imago uidebitur quandoq; minor re uiſa,quandoq; maior ut cum ſit figuræ armillaris.



Sit centrum uiſus a,linea'q; uiſa ſit b c, & ſit corpus ſphæricũ concauum denſioris diafonitatis quàm ſit aer, cuius centrum ſit d, & diameter e d f, ſit'q; linea b c, extra conuexum illius corporis,& centrum uiſus a, ſit in diametro illius intra corpus concauum, dico quod ſemper imago rei uiſæ lineæ b c,erit minor ipſa re uiſa. Si enim centrum uiſus a, fuerit in centro corporis puncti d, palam per 72.primi huius, quoniam omnes lineæ extenſionis formarum punctorum lineæ b c ad uiſum a, erunt perpendiculares ſuper ſuperficiem corporis, quoniam tranſeunt centrum eius, locus ergo imaginis per 15. huius, erit ipſe arcus refractionis,uidebitur'q; imago curua minor re uiſa. Quod ſi a centrum uiſus fuerit in aliquo punctorum ſemidiametri e d, propinquioris rei uiſæ, uel in aliquo punctorum ſemidiametri d f remotioris, adhuc ſemper lineæ extenſionis formarum ad uiſum ſecabunt perpendiculares ductas à punctis rei uiſæ ſuper ſuperficiem corporis diafoni à qua fit refractio, in ipſis punctis refractionum, hoc eſt in punctis arcus à quo fit refractio uel circa illa puncta intra corpus diafonũ uel extra illud

uide bi-

uidebitur ergo imago quandoq; curua, quandoq; recta, quandoq; irregularis, ſed ſemper
minor re uiſa, quoniam ut patet chorda uel alia diameter imaginis eſt minor re uiſa, &
omnis linea cadens inter centrum uiſus punctum a, & inter lineam b c, eſt minor quàm
linea b c, cum ceciderit inter lineas a b & a c, ut hæc patere poſſunt per 29. primi, uel per
4. ſexti. Eſt itaq; in tali diſpoſitione ſemper imago minor ipſa re uiſa, eritq; eius imago
quandoq; maior, ut cum ſit figuræ armillaris. Si enim linea b c, ſituetur in diametro f d e
tunc formarum punctorum b & c, fiet refractio ab aliquibus duobus punctis unius ar=
cus circuli corporis & punctorum mediorum lineæ b c, fiet refractio à punctis medijs il=
lius arcus, & ſi linea a b c, remanente fixa imaginetur illa figura circumuolui quouſq; re
deat ad locum, unde motus accepit principium, deſcribetur per arcum refractionis quæ
dam ſuperficies armillaris in tota ſphærica ſuperficie corporis, à qua totali fiet refractio
ad uiſum. Eritq; locus imaginis in centro uiſus, qui applicans formam uiſam ipſi ſuperfi=
ciei refractionis, rē iudicat figuræ armillaris, ut hæc amplius omnia declarauimus in 41.
huius, patet ergo propoſitum. Sed in uiſibilibus nobis aſſuetis nihil comprehenditur à ui
ſu ultra corpus diafonum ſphæricum denſius aere, cuius concauitas ſit ex parte uiſus, niſi
forte tale corpus fiat artificialiter ex uitro uel criſtallo uel glacie aut aliquo illis ſimile,
refractio tamen quæ fit ad uiſum à ſuperficie concaua cœli ſimilis eſt iſti, niſi quod ſecun=
dum illam non fit refractio niſi formarum ſphæricarum, quarum naturam & modum in=
ferius duximus perſequendum.

XLVI.

Imago formæ cuiuslibet rei uiſæ figuratur diuerſimode ſecundum figurã
ſuperficiei corporis à qua fit refractio ad uiſum.

Quoniam enim locus imaginis refractæ eſt ſemper in cõmuni ſectione katheti inci=
dentiæ, qui eſt perpendicularis à puncto rei uiſæ productus ſuper ſuperficiem corporis
diafoni, in quo eſt res uiſa, & lineæ per quam forma peruenit ad uiſum, ut patet per 14.
huius. Si ergo imaginati fuerimus quod ab uno quoq; puncto rei uiſæ exeat kathetus in
cidentiæ qui eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis in quo eſt res uiſa, tunc habe
bimus quandam figuram columnarem uel corporalem exeuntem à ſuperficie totius uiſi
corporis ad ſuperficiem corporis diafoni, & hæc figura ſecat pyramidem radialem ſecun
dum quam fit uiſio refracta, cuius uertex eſt in centro uiſus per 8. quarti huius, & iſtarũ
duarum figurarum corporalium, columnaris ſcilicet & pyramidalis communis ſectio eſt
locus imaginis formæ rei uiſæ. Si itaq; ſuperficies corporis à qua fit refractio formæ rei
uiſæ fuerit plana, tunc corpus imaginatum continens omnes perpendiculares erit ſimi=
liter planæ ſuperficiei, quare illa imago erit æqualis, uel modico maior ꝙ ſit forma rei ui
ſæ uidebitur tamen ſemper multo maior re uiſa. Quod ſi corpus à quo fit refractio fuerit
ſphæricum, & conuexum eius ſit ex parte uiſus, fueritq; res uiſa in centro ipſius corporis
diafoni, uel inter illud centrum & uiſum, tunc imago rei uiſæ erit figuræ pyramidalis, quo=
niam omnes perpendiculares quæ ſunt katheti incidentiæ concurrunt in centro corpo=
ris diafoni per 72. primi huius, & hæc imago quanto magis extenditur uerſus ſuperficiem
conuexam corporis diafoni, tanto magis amplificatur, & ubicunq; locus imaginis fue=
rit inter rem uiſam & ſuperficiem corporis ſphæricam, ſemper imago erit amplior re ui=
ſa. Si autem locus imaginis fuerit ultra rem uiſam, tunc imago erit ſtrictior re uiſa. Si ue
ro res uiſa fuerit ultra ſuperficiem ſphæricam corporis diafoni uel ultra centrum eius, tũc
cum omnes katheti incidentiæ ſecent ſe in centro corporis, citra corpus imaginatũ, duæ
pyramides oppoſitæ, quarum uertices coniunguntur in centro corporis diafoni, & loca
imaginum tunc poſſunt eſſe diuerſa, & forte accidet quandoq; imaginem uideri maio=
rem re uiſa, quandoq; æqualem, & quandoq; minorem, quod ſi corpus diafoni ſphærici
concauitas fuerit à parte uiſus, & conuexitas ex parte rei uiſæ, tunc idem per rationem
qua prius corpus imaginatum erit pyramis, cuius uertex erit in centro corporis diafoni,
quanto ergo magis hoc corpus imaginatum extenditur uerſus centrum corporis diafo
ni, tanto magis confringitur, & quanto magis extenditur ad partem illam, tanto magis
dilata

dilatatur & amplificatur ſuperficies.unde ſecundum hoc locis imaginum diuerſificatis, diuerſificatur & quãtitas imaginum formarum,quia ſi locus imaginis fuerit propinquior centro corporis diafoni concaui ꝙ ipſa res uiſa,erit imago maior ipſa re uiſa,& ſi fuerit locus imaginis propinquior centro corporis diafoni cõcaui ꝙ ipſa res uiſa , erit imago minor ipſa re uiſa,& ſi fuerit locus imaginis remotior à centro corporis ꝙ res uiſa, erit imago maior ipſa re uiſa,& hoc exemplificauimus in corporibus diafonis ſphæricis conuexis & concauis,eodem modo in corporibus columnaribus & pyramidalibus conuexis & concauis poteſt intelligi,uniuerſaliter autem quando locus imaginis eſt ſuperficies corporis diafoni à qua fit refractio,tunc ſemper imago induit figuram ſuperficiei, à qua fit refractio, unde in conuexis ſuperficiebus fit conuexa,in concauis concaua,in columnaribus corporibus fit oblonga columnaris,& in pyramidalibus corporibus pyramidalis. Diuerſificantur etiam figuræ imaginum in eodem diafono ſecundum diuerſum ſitum eiuſdem rei uiſæ reſpectu uiſus,unde forma eiuſdem rei,ut pedis uel manus , quandoq; uidetur ſtricta & curta,quandoq; arta & longa,ſecundum quod perpendiculares à punctis illius rei ad ſuperficiem corporis diafoni productæ illi ſuperficiei incidunt diuerſimode,ſic enim uarie à lineis extenſionis formarum interſecantur,& uariatur multiformiter imago,ut patet per 14.& 15.huius,horum quoq; omnium cauſa ſufficienter patet ex præmiſsis,palam ergo eſt id quod proponebatur.

XLVII.

Vna imago refracta occurrit eiuſdem uidentis uiſibus ambobus.

Quoniam enim forma eiuſdem rei uiſæ refracta ab aliqua ſuperficie corporis diafoni,in quo eſt illa res,ſe offert ambobus uiſibus eiuſdem uidentis,tunc in ipſius uiſione nõ fit quantum ad actum uidendi,differentia à ſimplici uiſione,quam pertractauimus in tertio & quarto libro huius ſcientiæ,ubi diximus quod res ſecundum pyramidem uidetur, cuius uertex eſt in centro uiſus,& baſis in ſuperficie rei uiſæ, & oſtendimus quod tũc ab ambobus uiſibus uidetur una forma,unde idem hoc ſupponimus in formis refractis,ut in formis directe uiſis. Si enim homo comprehendit aliquid uiſibile in cœlo,aut in aqua,aut ſub uitro,uel criſtallo ambobus uiſibus,& claudat unum uiſuum,nihilominus comprehẽdet illud uiſibile,ambobus ergo uiſibus,& uno tantum uiſu comprehenditur eadem forma,& hoc eſt propoſitũ,nõ enim uidimus in talibus aliquid ulterioris moræ dignum.

XLVIII.

Criſtallo ſphærica ſoli oppoſita ignem poſsibile eſt accendi in re combuſtibili quæ poſt illam.

Sit centrum ſolis punctum a,ſitq; criſtallus ſibi oppoſita,cuius centrum b,ſitq; ut ſuperficies plana centra amborũ quæ ſunt a & b.pertranſiens,ſecet ipſam criſtallum ſphæricam ſecundum circulum per 69.primi huius,quæ ſit c d e f g,dico quod ſi aliquod combuſtibile ponatur poſt hanc criſtallum,ita quod criſtallus ſis media inter ſolem & rem cõbuſtibilem,ut ſtupam,uel aliquid conſimile,poſsibile eſt ut ignis in illo corpore accendatur. Imaginetur enim à centro ſolis a,uſq; ad centrum criſtalli,quod eſt b,diffundi radius qui ſit a b,cum itaq; radius iſte ſit perpendicularis ſuper corpus ſolis & ſuper corpus criſtalli,per 72.primi huius,quoniam tranſit per amborum centra,palam per 47. ſecundi huius,quia non refrangitur,ſed tranſit corpus criſtalli refractionis. Omnesq; radij ſoli ſuperficiei ſphæricæ criſtalli æquediſtanter medio a b incidentes,palam quoniam incidunt oblique,ergo per eandem 42.ſecundi huius,patet quoniam omnes illi radij refranguntur ad perpendicularem a b.quoniam quilibet illorum radiorum refrangitur ad perpendicularem à puncto refractionis ſuper ſuperficiem criſtalli,quæ perpendiculares omnes concurrunt cum diametro a b, in centro ſphæræ criſtalli,fit autem ad illas perpendiculares refractio,ideo quod corpus criſtalli denſius eſt corpore aeris per quod tranſeunt radij inter corpus ſolis & corpus criſtalli incidentes,& quoniam in diſtantia æquali à radio a b,alij radij à corpore ſolis præcedentes corpori criſtalli incidunt ſecundum angulos æquales per 43.primi huius,palam per octauam huius,quoniam ſecũdum æquales angulos refrangũtur,imaginetur itaq; radius a b,produci ultra corpus criſtalli,& pa-

tet

tet quoniam à quolibet circulo corporis criſtalli totius ſuperficiei ſolis oppoſitæ refran guntur radij ad unum punctum perpendicularis a b, ſicut & omnes perpendiculares con currunt in centro b, in aliquo itaq; illorum punctorum perpendicularis a b, retro corpus criſtalli poſito cõbuſtibili ignis accenditur in illo, ſi moram duxerit, omnes enim angu li refractionis ex aere ad ſuperficiem ſuperiorem criſtalli unius circuli, cuius polus pũ ctus eſt ſecundum quem linea a b, ſecat ſuperficiem criſtalli, ſunt æquales, & eorum radi orum anguli refractiõis à ſuperficie criſtalli ad aerem ſunt æquales, & quoniam quilibet illorum radiorum refrangitur à linea perpendiculari à puncto ſuæ refractionis ſuper ſu-perficiem criſtalli productæ, patet quod omnes illi radij æqualiter refracti concurrunt in uno puncto lineæ a b, productæ ultra ſuperficiem criſtalli, & quia illa pũcta naturalia latitudinem habent, patet quod ipſis radij plurimi concurrũt, poſſunt ergo rem combu-ſtilem ibi poſitam inflammare, quod eſt propoſitum, fore tamen portio ſphæræ criſtalli-næ minor hemiſphærio fortius inflammaret in loco centri ſui poſita re inflammabili, quo niam omnes radij totali illi ſuperficiei ſphæricæ perpendiculariter incidentes concurrent in centro per 72 primi huius. Sed in horum experimentatione eſt in maxima latitudo quæ relinquimus ad talia curioſis.

XLIX.

Stellas cœli & lunam ſecundum refractionem à uiſibus comprehendi in-ſtrumentaliter declaratur.

Inſtrumentum armillarũ ponatur in loco eminenti, unde appareat horizontis pars orientalis, ita quod armilla quæ eſt in loco circuli meridiei ſit poſita in ſuperficie circuli meridiei, & polus eius ſit exaltatus à ſuperficie terræ ſecundum eleuationem poli mundi ſuper illius habitabilis horizonta, & in nocte obſeruetur aliqua ſtellarum fixarum ma-gnarum, quæ tamen peruenit ad circulum meridianum ſic tranſiens per centrum capitis experimentatis aut prope, & conſideretur illa in ortu ſuo dum eleuatur ſuper ſuperficiem horizontis, & tunc reuoluatur armilla reuolubilis in circuitu poli mundi, qui eſt plus æ-quinoctialis, donec fiat æquediſtãs circulo magno cœli tranſeunte per polos æquinoctio nalis, & per centrum corporis illius ſtellæ, & certificetur locus ſtellæ ex armilla, ita ut ha beatur diſtantia ſtellæ à polo mundi. Deinde obſeruetur ſtella donec ueniat ad circulũ meridiei, moueaturq; armilla mobilis donec fiat æquediſtans circulo ſtellæ, ut prius, & ſit in ſuperficie circuli meridiani. & tunc iterum habebitur diſtantia ſtellæ à polo mundi cum ſtella fuerit in zenith capitis aut prope, inuenieturq; diſtantia ſtellæ à polo mundi in tempore ortus & eleuationis ſtellæ minor ipſius diſtãtia ab eodem polo tempore quo eſt in zenith capitis uel prope, patet itaq; ex iſtis quia uiſus comprehendit formas ſtel-larum orientium reflexæ & non rectæ, quoniam quælibet ſtellarum fixarum ſemper mo-uetur per eundem circulum, ex circulis æquediſtantibus æquinoctiali, niſi forte ſecundũ motum latitudinis uarietur parum in tempore longo, de quo alibi plenius dicemus. Si itaq; uiſus comprehenderet ſtellas recte non refracte, tunc uiſus comprehenderet quam libet ſtellarum in ſuo loco, & eſſet omni hora noctis eiuſdem ſtellæ à polo mundi eadem diſtantia in uiſu, cuius contrarium accidit uiſui per inſtrumentum. Similiter quoq; ac-cidit in luna, ſi enim aliquis per tabulas æquauerit locum lunæ in aliqua hora prope or-tum eius, & habeat latitudinem eius & diſtantiam à polo mundi notam, & item æquet ipſam pro tempore mediæ noctis, & ſciat latitudinem eius & diſtantiam à polo mundi. Si itaq; inueniatur locus lunæ per armillas tempore ortus ſui non accidet diuerſitas inter computationem per tabulas & experimentationem per inſtrumentum, inuento uero lo co lunæ per armillas dum eſt in meridiano circulo, erit diſtantia linea zenith capitis in-uenta per inſtrumentum, cum latitudo lunæ eſt meridiana maior, & cum eſt ſeptentrio-nalis minor uera diſtantia eius ad zenit capitis inuenta per computationem tabula-rum, patet ergo quod lux lunæ non peruenit ad uiſum recte, ſed refrangitur in aliquo medio corpore ſecundi diafoni, quia niſi refrangeretur eadẽ eius eſſet diſtantia à zenith capitis per inſtrumentum & per tabularum computationem, ut accidit cum eſſet in ho-rizõte nũc aũt differt, palã eſt ergo propoſitũ, quia omnes ſtellæ uidẽtur per refractionẽ.

L.

Diaſonitas corporis cœleſtis rarior eſt aeris & ignis diaſonitate.

Diſpoſito enim inſtrumento armillaris ut ſupra, inuenienda eſt diſtantia alicuius ſtellarum à zenith capitis, & in loco experimentationis ſit circulus meridiei a b g, & ſit zenit capitis punctum b, & polus mundi ſit punctum d, centrum quoq; mundi ſit punctus e, & ducatur ſemidiameter meridiani circuli quę ſit e b, pertranſiens centrū uiſus experimentantis, quæ ſit punctus z, ſitq; circulus h c, æquediſtans circulo æquinoctiali, & polo ipſius qui eſt d. Eritq; polus illius circuli h c, pūctus d, per 68. primi huius, propter diſtantiam illorum circulorum. Sitq; circuli h c diſtantia à puncto d, polo mundi, illa in qua inuenitur ſtella in hora certificationis diſtantiæ primæ, quæ eſt in ipſo pūcto ſui ortus, & ſit locus ſtellæ in illa hora punctus h, ſitq; circulus alter qui k b g, æquediſtans æquinoctiali circulo, & etiam circulo h c, cuius diſtantia à polo mundi, quæ eſt d, ſit illa, in qua inuenitur ſtella in ſecunda hora cōſiderationis, quæ ſit ſtella exiſtente iuxta zenith capitis in circulo meridiano quæ eſt a b g. Eritq; circulus k b g æquediſtans polo mundi, qui eſt d, & ualde propinquus ipſi zenith capitis, aut tranſiens per punctum b, quod eſt zenith capitis. Ille ergo circulus k b g, eſt in quo ceſſat obliquitas refractionis, nam cum ſtella fuerit in zenith capitis in puncto b, aut ualde prope, tunc uiſus comprehendet eius formam recte, nam linea e z b à centro mundi e, per centrum uiſus z, ad zenith capitis b pertingens, eſt perpendicularis ſuper concauum ſphæræ cœleſtis, & ſuper conuexū ſphæræ aeris per 72. primi huius, quoniam tranſit per centrum utriuſq; illarum ſphærarum, uiſus itaq; propter perpendicularitatem lineæ z b, ſuper ſphæras aeris & cœli, comprehendet ſtellam exiſtentem ſuper hanc lineam recte, ſiue corpus cœli & aeris ſint eiuſdem diaſonitatis ſiue diuerſæ, quoniam ut ſupra oſtenſum eſt per tertiam huius, perpendicularis linea radialis non refrangitur in medio ſecundi diaſoni, forma itaq; ſtellæ apparentis in puncto b, ſine omni refractione peruenit ad uiſum per medium corpus cœleſte & ignis & aeris, quorum in hoc loco acceptio eſt uniformis, quoniam ignis plus diſonus eſt aere, & ex lucibus cœleſtibus nihil ad nos peruenit, uel ad noſtros uiſus, niſi per medias ſphæras ignis & aeris, quæ quantum ad illud ſunt ſphæra, quaſi una, ſtellam itaq; exiſtē tem in zenith capitis aut prope illud, comprehendet uiſus in ſuo uere circulo æquediſtante circulo æquinoctiali ſuper quem mouebatur ab initio noctis quouſq; peruenit ad circulum meridianum. Cum in circulo itaq; k b g, fuerit ſtella in prima experimentatione, ſi autem circulus altitudinis tranſitus per ſtellam in prima hora experimentationis circulus b h k. Seceтq; iſte circulus circulum k b g, in ambobus punctis, ſcilicet in puncto k, qui eſt in parte orientis, & in puncto g, illi directe oppoſitæ, ſecetq; circulum h c, ſcilicet in puncto h, in quo corpus ſtellæ uidetur eſſe in tempore primæ conſiderationis, & quia diſtantia ſtellæ ſecundum uiſum à polo mundi fuit in prima experimentatione minor quàm in ſecunda, patet quod circulus h c, eſt propinpuior polo d, quàm circulus k b g, punctus itaq; h, circuli altitudinis qui eſt b h k, propinquior eſt ipſi zenith capitis b, quàm pūctus k. Ducantur itaq; duæ lineæ h z & k z, ad centrum uiſus z, quia ergo ſtella comprehenditur à uiſu in prima hora experimentationis in puncto h, circuli b h k, & tunc erit in ſuperficie circuli b h k, & cum ſtella erit in illa hora ſecundum ueritatem in circumferentia circuli k b g, oportet neceſſario ut ſtella in illa hora fuerit ſecundum ueritatem in puncto communi illis duobus circulis, qui ſunt k b g & b h g, qui eſt punctus k, ſuper terram comprehenditur autem à uiſu in puncto h, per lineam z h, quia forma ſtellæ peruenit ad uiſum in rectitudine lineæ h z, & linea quæ eſt inter ſtellam & uiſum ſecundum ueritatem, eſt linea k z, palam ergo quod uiſus non comprehendet ſtellam quæ eſt in pūcto k recte, comprehendet ergo ipſam refracte, & quia in corpore cœleſti propter homogenei a-

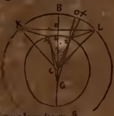


mogeneitatem ſuæ diafonitatis non poteſt fieri refractio, fiet ergo illa in aliquo puncto corporis ſibi propinqui. Sit itaq; locus refractionis factæ in medio ſecundi diafoni, quod eſt aer uel ignis, puncto m, & ducatur linea k m, & protrahatur à pūcto m, linea recta uſq; punctum z, centrum uiſus, quia ergo forma ſtellæ extenditur à ſtella per lineam k m, & refrangitur ad uiſum, per lineam k m z, formæ uero non refranguntur, niſi occurrerit corpus diuerſæ diafonitatis, ut oſtendimus in ſecundo libro huius, & in præmiſſis huius libri propoſitionibus, ergo corpus cœleſte in quo eſt ſtella, eſt differentis diafonitatis ab ignis diafonitate, & quia locus refractionis eſt apud ſuperficiem tranſeuntem inter duo corpora differentia in diafonitate, ut patet per 4. huius, punctus itaq; m, eſt in concauitate cœli, & ſi producatur linea e m, hoc ſecundum ueritatem erit ſemidiameter ſphæræ cœli, cuius concauum attingit conuexum ipſius ignis, eſt ergo perpendicularis ſuper ſuperficiem cœli concauam contingētem aerem uel ignem, & ſuper ſuperficiem aeris, uel ignis conuexam, & quia forma ſtellæ extenſa in corpore cœleſti per lineam k m, refrangitur in aere ad uiſum per lineam m z, linea uero k m, protracta ultra punctum m, ſecaret lineam z m, elongans ſe à puncto e, centro mundi, ideo quia oblique incidit concauæ ſuperficiei ipſius cœli, palam quia illa refractio eſt ad partem in qua eſt perpēdicularis e m, tranſiens per punctum refractionis perpendiculariter ſuper conuexam ſuperficiem aeris, & quoniam neq; in cœlo, neq; in terra, neq; in aere eſt aliquod corpus denſum politum, à quo poſſit fieri reflectio, ut à ſpeculo, patet quia illa diuerſitas accidit propter refractionem formæ in medio ſecundi diafoni corpus itaq; aeris eſt groſſius corpore cœli, ut patet per 4. huius, & hoc eſt propoſitum.

LI.

Diametri omnium ſtellarum & lineæ determinantes diſtantias quarumlibet duarum ſtellarum in zenith capitis, uel circa exiſtentium, minores comprehenduntur per refractionem quam ſi directe uiderentur.

Sit circulus meridianus in aliquo horizonte b f k, & communis ſectio ſuperficiei huius circuli, & ſuperficiei cōuexitatis ſphæræ cœli [illegible] per 6 [illegible] huius, ſit circulus m e z, erūt ergo iſti duo circuli in eadē ſuperficie & concentrici. Sit ergo centrum ipſorū quod eſt centrū mundi punctū g, ſitq; centrū uiſus punctū c & ducatur à centro mundi g, ad cētrū uiſus c, linea g c, & extrahatur linea g c in partes, donec occurret circulo meridiei in puncto b, ſeceťq; circulū qui eſt in ſuperficie cœli concaua in pūcto e, erit itaq; pūctus b, zenith capitis quo ad uiſum, ſit itaq; k l, arcus cuius chorda k l ſit diameter alicuius ſtellæ aut diſtantia inter aliquas duas ſtellas, & linea c b, tranſeat per mediū arcū k l punctū b, & ſecet chordā l k in pūcto p, arcus itaq; k b eſt æqualis arcui b l, & ducātur duæ lineæ c k & c l. Erit ergo angulus k c l, q [illegible] angulus ſecundū [illegible] uiſus c cōprehēdit arcū x l, [illegible] do ipſum recte cōprehendit. Sit [illegible] forma pūcti k refrangatur ad uiſum c, a pūcto m, circuli m e z, qui eſt ſignatus in cōcaua ſuperficie ipſius cœli in m, ut præaſſumptum eſt, & forma pūcti l, refrangatur ad uiſum c, ex pūcto z, ducantur lineæ g m & g z, à centro mūdi ad loca refractionū ducātur quoq; lineæ k m, l z, z c, forma itaq; pūcti k, extenditur per lineā k m refrangitur ad uiſum c per lineā m c, & quoniam linea g m, exit a centro ad circūferentiā, palam per 72. primi huius, quod ipſa eſt perpendicularis ſup ſuperficiem ſphæræ cœli [illegible] pūcto m [illegible] eſt pūctū refractionis, & [illegible] per pr**æ**miſſam corpus cœli [illegible] eſt z m, eſt rarioris diafonitatis q̄ corpus aeris, in quo eſt uiſus, palam per 4 huius, quia refractio quæ fit ſecundū lineā m c erit ad parte perpendicularis lineæ quæ eſt m g. Erit itaq; punctus m, inter duas lineas c b & c k, quia ſi pūctus m eſſet ultra lineam c k, tunc perpendicularis exiens à pūcto g ad punctū m, eſſet etiam ultra punctū k, & ita cū forma pūcti k refrangitur ad partē perpendicularis m g, & nō perueniret ad perpendicularē g [illegible] ergo nō perueniret ad uiſum c, palam itaq; q̄ nūm punctus m, eſt inter duas lineas c k & c b, & eodem modo declarari poteſt quod punctum z, eſt inter duas lineas c b & c l, extrahatur itaq; linea c m ad [illegible] punctū circuli meridiani



diani, & linea c z ad punctũ r, eiuſdẽ circuli meridiani. Erit itaq; arcus q k æqualis arcui k r, & angulus q c r erit minor angulo k c l, qm̃ eſt pars eius. Sed angulus q c r eſt angulus ꝑ quẽ uiſus c, cõprehendit arcũ c k l refracte, & angulus k c l per quẽ uiſus c, cõprehenderet arcũ k l recte, ſi ipſum recte poſſet cõprehendere, ſed remotio arcus k l, à uiſu eſt m... qua propter quãtitas eius uera certificatur, uiſus itaq; per exiſtimationẽ nõ per certitudinẽ accipit remotionẽ arcus k l, ſed exiſtimatio uiſus quãdo cõprehendit refracte, nõ differt ab exiſtimatione eius quãdo cõprehendit recte, niſi in hoc ſolũ, quod putat ſe recte cõprehendere quãdo cõprehendit refracte, uiſus itaq; c, cõprehendit arcũ k l, refracte ex angulo minori, ꝙ ille angulus quo ipſum cõprehendit recte, & ſecundũ coparationẽ ad illam eandẽ remotionẽ, ad quã cõparat ſi ipſam recte cõprehenderet. Sed uiſus c comprehendit magnitudinem ex quantitate anguli reſpectu remotionis puncti c, quod eſt centrum uiſus a, à ſuperficie rei uiſæ per 20. quarti huius, ergo comprehendit quantitatẽ arcus k l, refracte minorẽ ꝙ ſi comprehẽderet illam recte, & ſi figura in qua ſunt puncta k l r b imaginetur circũuolui linea c b, exiſtente immobili, deſcribetur circulus ſecans meridianũ circulũ in duobus punctis, cuius circuli polus erit punctũ b, zenith capitis, & erunt omnes anguli qui ſunt apud uiſum c, contẽti duabus lineis ſimilibus lineis c k & c l inter ſe qualibet ſuæ compari æqualis, uiſus ergo c cõprehendit formam arcus k l, refracte in omni ſitu in reſpectu circuli meridiei, cũ fuerit in uertice capitis minorẽ, ꝙ comprehenderet ipſam recte, & ſi linea c b, ſecuerit arcũ k l in duo æqualia, tunc duo puncta q & r erunt inter duo puncta k & l. Eritq; angulus q c r minor angulo k c l, & erit omnis angulus æqualis angulo q c r, exiens à pũcto c, ſecans ſtellam & linea exiens à centro uiſus c, in ſuperficie illius circuli ſecabit circulũ minorẽ ipſius ſtellæ, & comprehẽditur quantitas eius minor ꝙ ſit, & ſic tota ſtella uidebitur maior ꝙ ſit, omnis ergo ſtella uidetur minor cũ eſt in zenith capitis ꝙ ſi uideretur directe, & ſimiliter eſt de omni diſtãtia inter quaslibet duas ſtellas, cũ zenith capitis fuerit inter duas extremitates illius diſtãtia, cõprehẽdetur ... in omnibus ſuis poſitionibus minor, ꝙ ſi directe comprehẽderetur ſine refractione. Omnis itaq; ſtella in uertice capitis aſpiciẽtis exiſtens uidetur minor ꝙ in alio loco cœli, & quanto magis remouetur à uertice capitis, tanto ſemper apparet maior, itaq; in horizõte apparet maior ꝙ in alio loco, & hoc eſt cõmune omnibus ſtellis, planetis ſcilicet & fixis, quod in zenith capitis uel prope illud ſemper ſunt minores, & hoc ſimiliter apparet in lineis determinantibus ſtellarum diſtantias hoc eſt in ipſis ſtellarũ diſtantijs, ut ſpaciorum cœli quæ ſunt inter ſtellas magis ꝙ in quantitatibus ſtellarum, nam quantitas ſtellæ quo ad uiſum eſt res parua, & exceſſus ſuæ quantitatis res parua, ſed magis comprehenditur diuerſitas & exceſſus diſtantiarum, patet ergo propoſitum.

LII.

Diametri ſtellarũ uel lineæ ſtellarũ diſtantiam determinantes, exiſtentes in horizõte aut inter horizõta & circulũ meridiei, taliter ut æquediſtent horizonti, uidebũtur propter refractionẽ minores ꝙ ſi directe uiderentur.

Sit item circulus meridianus qui p b, cuius centrũ quod eſt centrũ mũdi ſit punctus m, & ſit cẽtrum uiſus a, & zenith capitis punctũ b, & ducatur linea a b, & ſit diameter ſtellæ aut diſtantia inter aliquas duas ſtellas linea d e, æquediſtans horizõti, & ſit circulus altitudinis tranſiẽs ꝑ unã extremitatẽ diametri ſtellæ, aut diſtantiæ inter duas ſtellas circulus b d, & alius circulus altitudinis tranſiens per alteram extremitatẽ diametri ſtellæ aut diſtantiæ ſit circulus b d, & alius circulus altitudinis tranſiens extremitatẽ diametri ſtellæ aut diſtantiæ ſit circulus b e, cõmunes quoq; ſectiones ſuperficierum iſtorum duorũ circulorum & ſuperficiei concauæ cœli infimi ſint duo circuli g h & g z, forma itaq; pũcti z, refrangitur ad uiſum a, in ſuperficie circuli g h, eſto ut hoc fiat in pũcto h, & forma puncti e, refrangitur ad uiſum a, in ſuperficie circuli ... ſic item in puncto z, ducantur lineæ a d, a e, a h, a z, m z, m ...



præ du-

producatur linea m ʒ,ad arcum b e,in punctum n,& linea m h,producatur ad arcum b d in punctũ f,& quoniam linea d e,æquediſtat horizonti,cũ ſit quædam pars circuli æque diſtantis circulo horizontis,ut alicuius illorũ circulorũ qui Arabice dicatur Almucantara,palam per 68.primi huius,quoniam zenith capitis quod eſt pũctus b,eſt polus circuli d e,quoniam ipſe eſt polus horizontis,arcus itaq; b d,eſt æqualis arcui b e,per 27. tertij,chordæ enim illorũ arcuũ ſunt æquales per 65.primi,linea itaq; m h, eſt perpendicularis ſuper ſuperficiem corporis diaphoni cœleſtis per 72.primi huius,quoniam exit à centro mundi,linea itaq; h a,refrangitur à puncto h,ad uiſum a,& erit eius refractio ad partẽ diametri h m.p 4.huius,aer enĩ eſt denſior corpore cœleſti ut patet per 48.huius,refringetur ergo ad partẽ cõtrariã illi,in qua eſt pars reliq; ꝑpẽdicularis quæ h f ergo h pũctũ refractiõis eſt altius ꝙ linea a d,& ſimiliter declarabitur ꝗd ʒ punctus refractiõis eſt altior ꝙ linea a e,duo ergo puncta f & n,quæ ſunt termini duarũ linearũ perpendicularium f & m n,ſunt inter duo puncta d & e,& zenith capitis quod eſt b,ita quod punctum f, eſt inter duo puncta e & b,& angulus refractionis qui eſt apud punctũ h,eſt æqualis angulo refractionis qui eſt apud punctũ ʒ.per 13.huius,quoniã ſitus duorũ punctorũ d & e,reſpectu uiſus a,eſt cõſimilis ex hypotheſi,tantũ ergo diſtat punctus f,à pũcto d,quantum punctus n,à puncto e,extrahatur itaq; linea a h,ad punctũ t,& lineam a ʒ ad pũctũ k,diſtabit itaq; punctus t,à puncto d tantũ,quantum punctus k à puncto e.& ducatur linea t k,qui neceſſario erit æquediſtans lineæ d e,per 88.primi huius,quoniam arcus e k, eſt æqualis arcui d t,ergo linea t k,minor ꝙ linea d e,per eandẽ 88.primi huius,& lineæ a t,a k,a d,a e,ſunt æquales,quia punctum a,centrũ uiſus eſt quaſi centrũ mundi. & omnium arcuum ſignatorum ut b d & b e,duæ lineæ a t & a k ſunt æquales duabus lineis a d & a e,& baſis t k, trigoni a t k eſt minor ꝙ baſis d e, trigoni a d e,ergo per 25.primi erit angulus t a k,minor angulo d a e,ſed angulus t a k,eſt angulus ſecundũ quem linea d e, comprehenditur refracte,& angulus d a e,eſt angulus ſecundũ quem linea d e,comprehẽditur recte,patet itaq; illud quod proponebatur,ſiue linea d e,ſit diameter alicuius ſtellarum,ſiue ipſa ſit linea determinans diſtantiam inter ſtellas.

LIII.

Diametri ſtellarum aut lineæ determinantes diſtantiam ſtellarum in aliquo circulo altitudinis ſuper horizonta erectæ, per refractionem uidentur minores quàm ſi directe uiderentur.

Remaneat diſpoſitio quæ ſupra,& ſit diameter alicuius ſtellarũ uel diſtantia aliquarũ duarũ ſtellarũ linea d e,quæ ſit erecta in aliq circulo altitudinis tranſeũte per zenith capitis,ꝗd eſt punctũ b,q circulus altitudinis ſit b d e,ſitq; cõmunis ſectio ſuꝑficiei circuli b d e,& ſuperficiei cõcauitatis ſphæræ infimæ cœleſtis circulus a h ʒ,per 69.primi huius, & ducantur lineæ a d & a e,& refrangatur forma puncti d,ad uiſum a,ex pũcto h,& forma puncti e,ex puncto ʒ,copuletur quoq; lineæ d h,quæ producatur ultra punctũ h,in punctũ n,& e ʒ,q̃ producatur ultra punctũ ʒ,in punctũ o,patet ergo ut in præcedẽte proxima,ꝗd punctũ h,eſt altius ꝙ linea a d,& ꝗd punctũ ʒ,eſt altius ꝙ linea a e,ducãtur itaq; lineæ a h,h d,a ʒ,ʒ e,m h,m ʒ,& protrahatur linea m h,ultra punctũ h,ad circulũ altitudinis in punctũ t,& linea m ʒ ultra punctũ ʒ,in puncto k,erit ergo angulus refractiõis qui fit ex refractione formæ puncti e,ad uiſum a,qui eſt angulus a ʒ m,ualde paruus,quoniã linea a m,qui eſt ſemidiameter terræ reſpectu tantæ diſtantiæ,non eſt alicuius ſenſibilis quantitatis,ut aliis declarauimus in ſcientia motuũ cœleſtium, & angulus refractionis eius erit paruus ſequẽs modũ illius anguli a ʒ m,quoniã cũ aer ſit denſior corpore cœleſti,ut patet p 48.huius, palã p 4.huius,qm̃ fit refractio ad ꝑpendicularẽ quæ eſt ʒ m. Erit ergo p 8.huius,angulus e ʒ m,& ſimiliter angulus b h t,acutus, ergo angulorũ a h d & a e ʒ,uterq; erit obtuſus per 13.primi. Pũctũ itaq; ʒ,aut erit in ſuperficie horizontis,aut altius,ſi erit in ſuperficie horizontis,erit ergo in extremitate perpẽdicularis exeuntis à centro uiſus, quod eſt a, ſuper lineam b a,perpendiculariter ſuperficiei horizontis inſiſtentem, quæ perpendicularis imaginatur eſſe ducta in ſuperficie horizontis, aut ſi fuerit

altius horizonte,erit altius illa linea perpẽdiculari,& punctū h,erit ſemper altius puncto 3,angulus ergo a h m,eſt minor angulo a 3 m,q̃d patet ſi ſuper punctū m terminū lineæ a m,fiat per 23 primi angulus æqualis angulo a m 3,qui ſit a m p,ducta linea m p ad periferiam circuli g h 3,facto quoq; angulo q a g,æquali angulo h a g,ita ut per 4.tertij linea a q ſit æqualis lineæ a h,copuletur linea h p,in trigono erao h m p,duo anguli m h p & m p h ſunt æquales per 5.primi,ſed in trigono h a p,latus a p,eſt maius latere a h,quod eſt maius latere a q,per 7.tertij,eſt ergo per 19.primi,angulus a h p,maior angulo h p a Relinqtur ergo angulus a p m,maior angulo a h m,eſt autẽ per 4.primi,angulus a p m, æqualis angulo a 3 m,eſt ergo angulus a h m,minor angulo a 3 m,ergo per 8.huius, angulus formæ incidẽtiæ pũcti d,qui eſt angulus b h r,eſt minor angulo incidentiæ formæ pũcti e,q eſt angulus e 3 k,ergo angulus a h d,eſt maior angulo a 3 e,per 13.primi,quia per 8.huius,minores anguli incidẽtiç minores habẽt angulos refractionū,& ita angulus n h a,ek minor angulo o 3 a,relinquitur ergo angulus a h d,maior angulo a 3 e & duæ lineæ m t & m k ſunt ſemidiametri circuli b d e,& duæ lineæ m h & m 3 ſunt ſemidiametri circuli g h 3,linea itaq; m t,eſt æqualis lineæ m k, & linea m h,eſt æqualis lineæ m 3,per diffinitionem circuli,linea itaq; h t,eſt æqualis lineæ 3 k q̃niã ſunt remanẽtiæ linearū æqualiū ablatis æqualibus,& angulus d h t,eſt minor angulo e 3 k,ergo linea h d,eſt minor q̃ linea o 3,q̃niã linea continẽs cū linea t h,angulū æqualẽ angulo k 3 e, qui eſt maior angulo d h r,erit maior q̃ linea d h per 7.tertij,linea ergo d h,eſt minor q̃ linea e 3, & duæ lineæ a d & a o ſunt æquales,ſimiliter duæ lineæ a h & a 3 ſunt æquales,quia punctū a centrū uiſus,eſt centrū circulorū b d e & g h 3,triangulum ergo a h d,eſt minor triangulo a 3 e q̃m illorū duorū trigonorū duobus lateribus exiſtentibus æqualibus tertiū eſt inæquale,ergo circulus cõtinens trigonū a h d,eſt maior circulo continẽte trigonū a 3 e,quia angulus a h d eſt maior angulo a 3 e,& linea h d,eſt minor q̃ linea 3 e,linea itaq; h d diſtinguit de circulo minore cõtinẽte triangulū a h d,arcū minorẽ arcui ſimili illi arcui quẽ reſecat linea 3 e,ex circulo minore cotinẽte triangulū a e 3, angulus ergo h a d,eſt minor angulo 3 a e,ſit ergo angulus 3 a d,cõmunis illis ambobus angulus,erit ergo angulus h a 3,minor angulo d a e angulus uero h a 3,eſt angulus ſecundū quẽ uiſus a,cõprehendit lineã d e,per refractionẽ,& angulus d a e,eſt angulus ſecundum quem comprehenderetur forma lineæ d e,recte ſi hoc poſſet fieri, uiſus itaq; a comprehendit lineam d e,reflexe minorem quàm recte per 20.qarti huius,quoniam ſub maiori angulo comprehendit ipſum reflexe quàm recte, patet ergo propoſitum.



L I I I.

Omnes ſtellæ uidẽtur rotundæ maiores in horizõte q̃ in medio cœli,niſi quandoq; contrarium accidat propter interpoſitos uapores uiſibus & ſtellis.

Omnes ſtellæ cõprehẽduntur rotundæ,q̃m uterq; diametrorū ſuarū, ſcilicet longitudinis & latitudinis cõprehẽditur æqualiter minor q̃ ſi cõprehẽderetur recte, quilibet ergo ſuarū diametrorū decliuiū cõprehenditur æqualiter minor per refractionẽ q̃ ſi cõprehẽderetur recte,ſtella ergo cõprehẽditur rotunda in omni ſuo ſitu,omnes quoq; ſtellæ cõprehẽduntur minores per refractionẽ,q̃ ſi directe uiderẽtur,q̃m ipſarū diametri cõprehẽduntur minores,ut patet ex ꝓpoſitionibus præmiſſis,& hoc uerū eſt,quantū à parte refractionis,quæ fit in medio ſecũdi diafoni q̃d eſt aer,q eſt denſius cœlo per 48. huius,in cœleſti itaq; concaua ſuperficie fit refractio ad perpendicularem exeuntem à puncto refractionis ſuper illam ſuperficiem, hoc eſt ad lineam, quæ eſt ſemidiameter mundi per 4. huius. Diuerſitas uero refractionis quæ fit ſecundū diſtantiã ſtellarū à polo mundi

uenitur parua, q̄m illi anguli refractiōis ſunt parui, unde ſecūdū ipſos non diuerſificatur
ſenſibiliter quātitas ſtellæ, ſed magnitudo ſtellarū & quātitas diſtātiæ ipſarū ab inuicem
multū differūt, cū ſunt in horizōte, & cū ſunt iuxta zenith capitū, uel in medio cœli pro-
pter ſenſibilē diuerſitatē ſuæ refractiōis, & hic eſt error ꝑpetuus, quia cauſa eius eſt ꝑpetua
ſcilicet uictoria raritatis corꝑis cœleſtis ſuꝑ aeris raritatē, accidit tamē quandoq; uideri
ſtellas maiores una uice ꝗ alia, ut ſi uapor groſſus ſit inter uiſum & ſtellas, tūc enim pro-
pter refractionē lineaꝝ extēſionis formaꝝ ſtellarū in illo uapore ad perpendicularē, & ꝓ-
pter refractionē à ſuꝑficie illius uaporis factā iterū ad aerē, in quo eſt uiſus, q̄ refractio fit
ab illa ꝑpendiculari, diſperſior occurrit forma uiſui, & ſub angulis maioribus uidētur for-
mæ ſtellaꝝ, ſicut etiā accidit de denario ſub aqua uiſo, q uidetur maior ꝗ ſi in aere uide-
retur, huius autē quantitas uiſiōis ſtellarū maxime accidit cū ſtellæ ſunt in horizōte, aut
ꝓpe illū, & ſic duæ refractiōes ſubſequētes primā, q ſit in cōcaua ſuꝑficie ipſius cœli & ſit
ſemꝑ in omni ſtellaꝝ uiſione, faciūt nouas immutatiōes circa ſtellarū uiſionē, uapor eñ
ille groſſus cū fuerit in horizōte, aut ꝓpe, & nō fuerit cōtinuus uſq; ad mediū cœli, erit ꝓ-
portio cuiuſdam ſphæræ cōcentrice mūdo, & erit ſuꝑficies eius quę eſt ex parte uiſus pla-
na, ꝓpter quod formæ aut diſtantiæ ſtellaꝝ, quæ ſunt ultra illū uaporē uidebūtur maiores
ꝗ ſi ſine illo uapore uiderētur, in illo eñ loco cōcauitatis cœli ex quo refrangitur forma
ſtellæ ad uiſum, eſt forma ſtellæ, & ex ipſo extēditur ad uiſum ſi nō interuenerit uapor
groſſus, quod ſi uapor groſſus uiſibus & ſtellis interuenerit, tunc extēditur forma ſtellæ ad
ſuperficiē uaporis ſupremā, & refrangitur in illa ad perpēdicularē. Deinde extēditur ad
ſuꝑficiē infimā uaporis, & refrangitur ab illa ad aerē purum cōtinentē uiſum, & fit illa re-
fractio ad partē cōtrariam ꝑpendicularis exeuntis à puncto refractionis ſuꝑ planam ſuꝑ-
ficiē uaporis, ſic ergo forma ſtellæ & earū diſtantia uidetur maior ꝗ ſi uideretur poſt re-
fractionē factam in concauo cœli à ſupremo corporis elementaris, nulla facta refractio-
ne in ſuꝑficie uaporis ad aerē, q eſt ſub uapore & ſub denſiore corpore rarior exiſtens, &
continēs ipſum uiſum. Cauſa uero propter quam omni uapore medio excluſo uidentur
ſtellæ & ſtellaꝝ diſtantiæ maiores in horizōte ꝗ in medio cœli aut prope, coadiuuatur
plurimū per exiſtimationē uidētis, quoniā exiſtimat ſtellas plus diſtare à uiſu in horizō-
te ꝗ in medio cœli, exiſtimans ipſum partē cœli, quæ eſt iuxta zenit capitis propinquio-
rem ſibi ꝗ eam quæ eſt inter horizōtē, ut oſtendimus per 14. huius, cōprehendit ergo ui-
ſus quantitatē ſtellæ, & quantitatem diſtantiæ, quæ eſt inter ſtellas cum fuerit in horizō-
te aute prope, ex cōpoſitione anguli ſub quo fit uiſio ad diſtantiā remotam, & cū fuerit in
medio cœli aut prope illud cōprehendit ipſarū quantitatē ex cōpoſitione anguli æqua-
lis primo aut ferè ad diſtantiam propinquam, inter quam & diſtantiam horizontis uide-
tur diuerſitas maxima, & ſic iudicat ſtellarū quantitatē ſecundū modū quo diiudicat quan-
titatē uiſibiliū conſuetorū, quæ enim à remotiori ſub eodē angulo uidentur quo alia pro-
pinquiora, illa remotiora iudicantur à uidētibus eſſe maiora, ut oſtendimus hoc 4. libro
Hæc eñ cauſa uiſionis ſtellarū eſt perpetua & immutabilis omnibus uidentibus cōmu-
nis, & eodē modo accidit uidentibus in cōprehenſione diſtātiarū ipſarū ſtellarū, nam for-
mæ harum diſtātiarum nō diuerſantur apud uiſum in diuerſis temporibus, ſed ſunt ſem-
per eodem modo ſe habentes, & uiſus aſsimilat ipſas diſtantijs rerum aſſuetarum, quæ
maxime diſtānt à uiſu ſuper ſuperficiem terræ ipſius, patet ergo propoſitum.

L V.

Scintillatio accidit ſemper omnibus ſtellis fixis propter diuaricationem
formæ in loco imaginis ex motu ſubiecti corporis accedentem.

Quoniā enim ut patet ex p̄miſsis 5. theorematibus, locus imaginis formæ cuiuslibet
ſtellarū erit in conuexo aeris uel ignis ſub concauo cœli infimi ignem continentis. Hoꝝ
aūt elementorū quodlibet mobile eſt ſe per motu recto, utpote ſurſum ꝓpter leuitatem,
quæ eſt in illis, mouetur aūt ꝑ accidens motu circulari unà cū motu diurno cœli, ꝓpter
formā ſtellarū ipſis incidentē neceſſe eſt diuaricari & diſtrahi, ſicut ipſa forma uidetur
aliqualiter locū mutare ꝓpter motū corꝑis in quo uidetur, nec eſt diuerſitas in iſto ſiue lu-
men ſtellarū per ſe ipſum diffundatur, ſiue fiat hoc propter reflexionem luminis ſolaris à

ſtellis

ſtellis. Semper enim tam lumẽ per diffuſum à corpore luminoſo, quàm lumen ab alijs corporibus diffuſum, quãdo per, refractionẽ uidetur fit debilius per 10. huius, unde cum habet locum imaginis in corpore mobili diuerſis motibus, aut uno motu forti neceſſe eſt formam illam debilitatã diuaricatã & diſtinctã uideri propter motũ corporis ſubiecti in quo uidetur, unde in his talis refractio luminis nõ eſt cauſa, & huius ſimile eſt in aqua uelociter currẽte, à cuius ſuperficie formæ ſtellarũ reflexæ uidẽtur plus ſcintillare quàm in ipſo loco ſuæ imaginis refractæ per aerẽ uideãtur, quoniã propter motũ aquæ diſtrahitur forma reflexa, & mutatur locus imaginis reflexæ, propter quod & ſtellarũ formæ plus moueri uidẽtur & ideo apparẽt amplius ſcintillantes. Similiter quoque formæ ſtellarũ in loco ſuæ imaginis tempore uẽtorũ propter maiorẽ motũ corporis medij plus ſcintillant. In planetis uero nõ ſemper accidit ſcintillatio, quoniã licet plus ſcintillant, & in eis fit idẽ locus imaginis, & ipſorum formæ propter refractionẽ debilitẽtur, tamẽ propter propinquitatẽ ad nos uidẽtes non accidit eis multa debilitas, quia minor fit in eis refractio per 13. huius, perueniũt ergo formæ ipſorũ fortes ad uiſum, unde & locũ imaginis ſuæ, quamuis corpus ſubiectũ moueatur, penetrẽt immote & ſine omni diuaricatione, niſi forte aliquod corpus groſsius aere uiſibus & planetarũ formis interponatur, utpote uapor aquaticus groſſus, tunc etenim propter incertitudinẽ motus illius uaporis. præſertim cũ à uentis agitatur, formæ planetarũ quaſi ſcintillantes perueniunt ad uiſum, & ex hac cauſa aliquando & ipſam ſolẽ uidemus ſcintillantem in mane cum fuerit in ortu ſuo uiſibilis ſecũdũ ſpirituũ uiſibiliũ reſolutionẽ, propter quorũ reſolutionẽ & motũ, ſol ſemper aliquãdiu aſpectus uidetur ſcintillare & moueri forma eius, quoniã recipitur in ſpiritibus motis, qui propter uictoriã luminis cũ fuerint in fine ſuæ corruptionis ab actu uiſionis mutati, rarificãtur ſuper ſuæ naturæ cõſiſtentiam, unde mouetur motu ſibi improportio nato & inſolito, fiuntque cauſa motus formæ uiſæ, & tũc uidetur forma rei uiſæ ſcintillare, ſicut etiã accidit cũ à corporibus politis fit fortis reflexio luminis ad uiſum, tũc enim propter improportionẽ illius luminis ad ſpiritus uiſibiles fit motus illorũ ſpirituũ, & uidentur formæ illorũ corporũ ſcintillantes & motæ, quia recipiũtur in corpore cõmoto. Sic itaque ſcintillatio ſemper accidit omnibus ſtellis fixis, quoniam cauſa illius eſt perpetua, ſcilicet diuaricatio formæ ſuæ in loco imaginis accidens ex motu ſubiecti corporis. In planetis uero ſcintillatio accidit ut raro, quia cauſa eius eſt euẽiẽs ut raro. In alijs uero corporũ formis, quarũ excellentia corrumpit ſenſum, non eſt propriè ſcintillatio, ſiue illa corruptio fiat per ſimplicẽ luminis immiſsionẽ, uel per reflexionẽ à corporibus politis, quia illa ſcintillatio nõ accidit ſenſui ut eſt ſuæ propriæ diſpoſitiõis, ſed ut eſt infimæ ſuæ corruptiõis, etenim ſi habẽtibus in oculis formam rei motæ, aut etiam mouẽtibus, omnia moueri uideantur propter motũ ſpirituũ, ſine regimine animæ diſcurrentiũ non propter hoc differunt formæ rerum omnium ſcintillare, patet ergo propoſitũ Et quia ſecundum præmiſſos refractionum modos paſsiões uiſibilium infimorum & ſupremorum tranſcurrimus, reſtat ut refractiones, quæ in medijs accidunt corporibus aliqualiter pertractemus, utpote illas quæ in uaporibus medijs occurrunt.

LVI.

Non aggregatis radijs corporis luminoſi in corpore non luminoſo plus quàm in medio lumine ſenſibilius fieri eſt impoſsibile.

Quod hic proponitur patet, quia lato lumine per aliquam partẽ medij, uniformis erit extenſio radij ſecundum lineam rectam per 1. huius ſecũdi, unde ſi nõ aggregentur radij in corpore aliquo occurrente ipſis radijs luminis, non erit plus ſenſibile lumen in illo corpore quàm fuerit in alia parte medij, per quam ferebatur ſecundũ extenſionẽ ad motũ linearum rectarum, lumine enim inæqualiter lato per unũ corpus, & aliud, niſi fiat aliqua diuerſitas ipſius luminis, nõ magis in uno quàm in alio corpore ſentietur, alijs circumſtantijs in uiſu & remotione exiſtẽtibus æqualibus, quod ſi fiat diuerſitas luminis in radijs reſpectu diuerſorũ corporũ, ut patet per 4. huius, tũc in eo corpore in quo magis radij diſgregantur minus luminis apparet. Si ergo ĩ aliquo corpore plus luminis apparebit, neceſſe eſt in illo corpore radios plus aggregari, patet ergo quod nõ aggregatis radijs corporis luminoſi in cor-

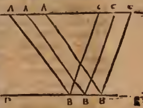
pore

pore non luminoſo plus quàm in medio lumen ſenſibilius fieri in aliquo corpore quàm ſit in medio unius diafoni impoſsibile eſt. Ex quo patet, quod ſi radij in aliquo corpore plus aggregentur quàm in medio, quod in illo corpore lumen ſenſibilius ꝙ in medio apparebit, & ſecundum quantitatem aggregationis radiorum lumen uidebitur intendi.

LVII.

Radios corporis luminoſi per reflexionem uel refractionem aggregari palam eſt.

Iſtud patet per hoc, quoniam cū radius reuerberatur uel reflectitur ab aliquo corpore, tunc quia per 20. quinti huius, angulus incidentiæ eſt æqualis angulo reflexionis, & radius incidens & reflexus ſunt in eadem ſuperficie, ut patet per 25. quinti huius. In ſuperficie ergo eadem radij duo ad æquales angulos incidentes reflectuntur & uniuntur ſic ut fiant unum, aggregantur ergo, quia duo obtinent unum locū, imò minus unum. Verbi gratia, ſit ut in ſuperficie una reflexionis quæ ſit a b c, incidant duo radij à diuerſis partibus diametri corporis luminoſi, ſcilicet a & c, ad unum punctum corporis in quo fit reflexio, quod ſit b, & ſint anguli incidentiæ æquales, producta ergo à puncto b, linea in dicta ſuperficie ad utramqꝫ partem, ſcilicet ea quæ eſt communis ſectio ſuperficiei reflexionis, & ſuperficiei corporis à quo fit reflexio, quæ ſit d b e, erit angulus incidentiæ qui eſt a b d, æqualis angulo reflexionis, qui eſt c b e, per 20. quinti huius, ſed & ſecundum angulum incidentiæ qui eſt c b e, fit reflexio radij c b, ergo radius b a reflexus, radius c b incidens, efficiuntur unus radius, & radius b c reflexus, radius quoqꝫ a b, incidens efficiuntur unus. Sic autem eſt de alijs omnibus qui incidunt ſecundum pyramidem, cuius conus eſt in aliquo puncto corporis, à quo fit reflexio, & baſis in corpore luminoſo, patet ergo quod ad minus omnes illi radij in ſe duplicātur, unde cum ipſi ſint infiniti, quoniā ſolum ſunt entes in potentia in continuo, & tales pyramides ſunt tot, quot ſint puncta in corpore, à quo fit reflexio, patet quod ipſi per reflexionē aggregantur. Sed & per refractionem in medio ſecūdi diafoni lumen aggregari per experientiam ſenſibiliter adhibitam patere poteſt. Cum enim oſtenſum ſit quod in medio ſecundi diafoni denſiori aere à parte oppoſita ſuperficie incidentiæ ſemper fit radiorum aggregatio, imò concurſus in punctum unum, & ibi lumen & calorem generant, imò quod ignitionem efficiunt in corpore inflammabili cui immorantur, patet per 46. huius. Refractio itaqꝫ lumen generat, quoniam adunat radios. Sed & in ſuperficie à quo fit refractio in profundum corporis denſioris diafoni radius incidens & refractus, qui in medio unius diafoni producti, eſſent linea una, angulum refractionis conſtituunt. Suntqꝫ per 46. ſecundi huius, in una ſuperficie quæ dicitur ſuperficies refractionis, eſt ſemper orthogonalis ſuper ſuperficiem corporis in quo fit refractio per 2. huius, unde tales radij omnes ſic ſibijpſis incidentibus quando ſunt refracti uicinantur & aggregantur ſecundum diafoni ſecundi diſpoſitionem angulo refractionis ad angulum incidentiæ ſuæ uariato. In groſsiori enim uel denſiori diafono radius non perpendicularis magis debilitatur, unde ad perpendicularem uehementius refrangitur & in uiciniorem punctum axis cadit, angulus ergo fit acutior angulo incidentiæ ſuæ reſpectu eius, ſi ſecundū idem punctum radius ſubtilioris diafoni incidiſſet, & ob hoc, qnīā angulus ex omnibus refractis radijs cum linea, quæ eſt communis ſectio ſuperficiei refractionis, & ſuperficiei corporis in quo fit refractio, eſt minor in corporibus denſioris diafoni quàm minus denſi, patet quod in corporibus denſioribus & radij plus aggregantur quàm in minus denſis, per 8. huius, fit itaqꝫ illorum radiorum aggregatio quandoqꝫ propter lucis reflexionem ad punctum unum Mathematicum uel naturalem, ut in 9 libro huius ſcientiæ per ſpecula cōburentia oſtendimus fieri aggregationem radiorum, & in alijs libris, ubi de talibus ſermo fuit. Fit etiam hæc aggregatio quandoqꝫ per refractionem, quoniam radij ſecundum æquales angulos incidentes per 8. huius, ſecundum æquales angulos refranguntur, & quandoqꝫ cōcurrunt in puncto uno, ut patet per 46. huius, ſemper aūt in talibus & radij reflexi & refra



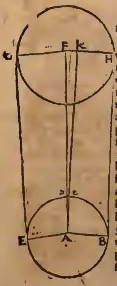
ctí quodammodo in eadem parte medij ſe duplicant,unde faciunt maius lumen, aggregatis autē per refractionem radijs,ut patet ex præmiſsis,tunc uiſu exiſtente in loco aggregationis lumen generatur,& quandoq; in corporibus diafonis ſuperficiē leuem habētibus denſioribus acre propter leuitatem ſuperficiei lumen incidens ab ipſis reflectitur, ut oſtendimus per 1.quinti huius,tunc propter reflexionem lumen aggregatur, & item quia in illis corporibus propter diuerſitatem denſioris diafoni fit luminis refractio ad perpendicularem intra corpus,ut patet per 4.huius, tunc in periferia cuiuslibet ſuperficiei refractionis propter acutum angulum refractionis ipſis ad inuicem radijs uicinatis fortificatur ſenſibilitas luminis,quando ergo ſuperficies talium corporum ſunt leues ut politæ per naturam,tunc licet in ipſis fiat refractio,ab eorum tamen ſuperficie fit etiam reflexio radiorum,licet debiliter,& propter hoc duabus his cauſis concurrentibus in ſuperficie corporum talium lumen aggregatur,& apparent corpora plurimum luminoſa,quãuis magis denſa magis appareant luminoſa.Non ſunt autem modi alij aggregationis radiorum quàm reflexio & refractio,ad hos enim ut ad primos, ſi qui alij modi apparuerint,radialiter reducuntur,patet ergo propoſitum.

LVIII.

Sine oppoſitione corporis denſioris quàm ſit medium proximum radijs corporis luminoſi ipſorum radiorum reflexionem uel refractionem uel maiorem ſenſibilitatem impoſsibile eſt fieri.

Iſtud patet per hypotheſim,qm̃ radij cuiuslibet corporis radioſi ſunt in ſe ſemper luminoſi & uniformes,ſi ergo medium per quod feruntur ſit uniforme,nunq; reflectuntur uel refrangentur,ſed ſemper ferentur in continuum & directum,ut patet per 1. ſecundi huius,nec lumen propter eorum diſperſionem aggregabitur ut uincat lumen quod ex æquali diffuſione luminis receptum eſt in oculo uidentis,nec etiam ad uiſum fiet reflexio nec refractio in partem oppoſitam ad axem pyramidis uiſualis,nec lumen uel ſenſibilitas luminis maior efficietur,patet ergo propoſitum,quoniam ſine oppoſitione corporis denſioris q̃ ſit primum medium per quod fertur radius corporis luminoſi,ipſorum radiorum reflexionem uel refractionem fieri non eſt poſsibile, quoniam omnis reflexio uel refractio ſemper fit ab aliquo talium corporum,ut eſt habitum ex præmiſsis.

LIX.



Quantitatem arcus circuli magni terræ ſecundum quē illuminatur à ſole poſsibile eſt declarari.

Suppoſito ex his quæ alibi declarata ſunt per antiquos, & nos quod corpus ſolis ſit maius corpore terræ,palam per 27.ſecundi huius,qm̃ ſol aſpicit terram ſecundum ſuperficiem terræ maiorem medietate ſuperficiei ipſius terræ. Sit itaq; circulus ſecundum quem terra illuminatur à Sole, qui b c d e, cuius centrum ſit a, & ſit circulus maior ſolaris corporis, qui g h, cuius centrum ſit f, ducanturq; lineæ contingentes utramq; horum circulorum qui ſint b h & e g, proportio itaq; b c d e,terræ, eſt illuminata à ſole, qui eſt maior hemiſphærio,ducantur itaq; lineæ a b & f h,quæ erunt æquediſtantes per 28.primi,quoniam utraq; ipſarum eſt perpendicularis ſuper lineam b h,utroſq; circulos contingentem per 17. tertij, & quoniam linea h f,eſt maior q̃ linea b a,ut patet ex ſuppoſitis, reſecetur à linea f h, æqualis lineæ a b,per 3. primi, ſitq; h k æqualis ipſi a b, & ducatur linea a k, eritq; per 33.primi,linea a k æquediſtans lineæ h b, ergo linea a k eſt perpendicularis ſuper lineam f h, & quia linea f h, eſt 5. partes, & medietas partis ferè ſecundum quod linea a b eſt pars una,ut demonſtratum eſt in Aſtronomicis, remanet linea k f, 4. partes, & media. Per eandem quoque uiam Aſtronomicam oſtenſum eſt, quod ſecundum quantitatem qua ſemidiameter terræ eſt

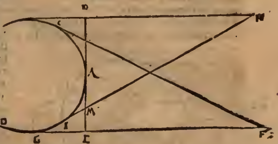
pars

pars una, linea a f, eſt partes 1210. cum ſit diſtantia ſolis à terra in medijs longitudinibus
eius. Si ergo ſecundum quantitatem quã linea a f eſt 1210. partes, linea f k eſt 4. partes,
& medietas partis, erit ſecundum quantitatem qua linea a f eſt 120. partes, linea f k, 29.
minuta, 12. ſecunda, & ſecũdum quantitatem qua linea a f eſt 60. partes, linea f k eſt 14.
minuta, & 36. ſecũda, circumſcripto ergo circulo in trigono orthogonio, qui eſt f k a per
5. quarti, erit arcus quem ſubtendit chorda f k, quaſi 13. minuta, & 56. ſecunda, ergo per
ultimam ſexti, erit angulus b a f, 13. minuta, & 56. ſecunda, ſecundum quod angulus re-
ctus eſt 90. partes, arcus ergo c d 13. minuta, & 56. ſecunda, ſecundum quod arcus b c eſt
partes 90. per ultimam ſexti, quoniam angulus b a c eſt rectus per 34. primi, angulus e-
nim k h b, eſt rectus, totus ergo arcus b d, erit 90. partes, 13. minuta, & 56. ſecunda. Sed
arcus d e eſt æqualis arcui d b, totus ergo arcus b c d e, eſt 180. partes, 27. minuta, & 52.
ſecunda, quod quærebamus.

LX.

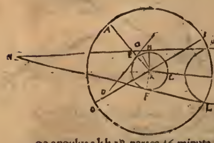
Summorum uaporum conſiſtentiam ad quantum poſsint eleuati pertin-
gere, poſsibile eſt inueniri.

Ad hoc quod hic proponitur demonſtrandum, utemur conſuetis in ſcientia aſtrorum
ut in præcedenti. Sit itaq; per 69. primi huius, circulus ſecundum quem ſuperficies plana
tranſiens centrum ſolis & terræ, ſecat terram circulus a b c, & ſit locus uiſus a. & ſit linea
d a e, contingens circulum, & quoniam angulus contingentiæ eſt indiuiſibilis, quia eſt
minimus acutorum per 15. tertij, tunc patet quod uiſus non cadet ſub linea d a c, ſed tan-
tum ſuper illam, & quoniam, ut patet per 27. ſecundi huius, umbra terræ eſt pyrami da-
lis. Sit illa pyramis umbræ terræ, ante crepuſculum matutinum, quando primo uidetur
aer albeſcere in mane, c f e g, cuius uertex ſit f, aer itaq; cadens intra hanc pyramidem nõ
illuminatur à Sole, ſed radius ſolaris
cadit ſuper omnem aerem, qui eſt ex
tra hanc pyramidem, quoniam illũ
non impedit per obſtaculum terræ,
non tamen uidetur uiſui illumina-
tum hoc quod eſt extra hanc pyrami
dem, quoniam ut patet per 54 & per
56. huius non fit luminis reflexio ab
aere puro & ſubtili. Tria ſunt ergo
quæ in hac diſpoſitione res faciunt
non uideri, ut ſi cadant ſub linea con
tingente, & per uiſum tranſeunte,
uel ſi cadent intra ſuperficiem coni-
cam pyramidis umbræ terræ, uel ſi



tanta ſit ſubtilitas materiæ corporum mediorum ut ab ipſis non fiat reflexio ad uiſum.
ſit quoq; ut linea e a d contingens terram in puncto a, centro uiſus, ſecet ſuperficiem py-
ramidis illius umbræ in puncto extra pyramidem, quod ſit punctum e, ut propinquum
umbræ, aer ergo qui eſt apud punctum e, eſt inuiſibilis, non quod cadat ſub linea terram
contingente, quoniam ille aer eſt in ſuperficie horizontis nec quod cadat intra ſuperfici-
em pyramidis umbræ terræ, quoniam eſt extra illam, ſed manet inuiſibilis propter ſubti
litatem materiæ ſuæ, quia non habet mixtionem uaporis denſioris aer à quo reflectatur
lumen ſolis ad uiſum, ut patet per 56. huius, imaginemur ergo moueri ſolem uſq; ad prin
cipium crepuſculi matutini, & quoniam uertex pyramidis umbræ terræ ad locum nadir
ſolis ſemper procedit, ut patet per 27. ſecundi huius, & ex cauſa eclypſium lunarium pa-
tet quod illa pyramis omne corpus medium habet neceſſario tranſire. Sit ergo tunc pyra
mis umbræ terræ h i k, cuius uertex ſit h, quæ interſecet lineam e d, quæ eſt diameter ho-
rizontis in pũcto m. In hoc itaq; puncto m, ex ſignificato ipſius nominis crepuſculi pri-
mo uidebitur reflexum lumen ſolis, ut fiat ſenſibile, hoc autem neceſſe eſt accidere ex den

ſitate aeris inſpiſſati per naturam uaporum, quia ab aere ſimplici non fit reflexio, ut patet ex præmiſsis huius libri propoſitionibus, & per 1. ſecundi huius, punctum ergo m, eſt punctum altiſsimum in quo conſiſtit eleuatio uaporum aerem inſpiſſantium. Deſcribatur quoq; conſequenter circulus altitudinis pertranſiens centrum ſolis in hora diei crepuſculi, qui ſit a b c d, qui per 69. primi huius, ſecabit ſphæram terræ ſecundum circulum, qui ſit e f g h, cuius centrum ſit k. Sitq; linea à centro terræ ad zenith capitum ducta quæ ſit a e k, ſitq; linea b k d perpendicularis ſuper lineam a k, ſemidiametrum circuli altitudinis. Eritq; linea b k d, diameter cuiuſdam circuli, cuius ſuperficies per 18. undecimi, erit erecta ſuper ſuperficiem altitudinis ſecans ſphæram terræ in duo hemiſphæria, nec eſt differentia ſenſibilis ſuperficiei huius circuli à ſuperficie circuli horizontis. Sit itaq; corporis ſolis centrum in puncto c, eritq; per attentionem Aſtronomicam, ſcilicet inſtrumentalem armillarum, uel Aſtrolabij, uel Tabularum, totalis arcus b c, quo diſtat centrum ſolis ab ipſa ſuperficie horizontis ferè 19. partes, ſecundum quod circulus altitudinis eſt 360. & quoniam diameter ſolis eſt quintuplus diametro terræ & eius continens medietatem, fiat circa centrum c, circulus l m, ſecundum diametrum quintuplam & medietatem continentem lineæ e k, quæ eſt ſemidiameter terræ. Erit quoq; ut patet ex præmiſsis circulis l m, maximus circulorum corporis ſolaris, producaturq; linea c k, à centro ſolis ad centrum terræ ſecans ſuperficiem terræ in puncto g, & quoniam longior radius à corpore ſolis exiens, & ad terram pertingens quaſi linea contingens eſt per 16. ſecundi huius, ducantur duæ lineæ contingentes ambos circulos, ſolis ſcilicet & terræ, qui ſunt l f n & m h n, ſecundum quas lineas per 27. ſecundi huius, continetur illuminatio ſolis & umbra terræ, producatur quoq; linea contingens circulum terræ in puncto e, quæ ſit p o, ſecetq; linea m h n, lineam p o, in puncto q. Eritq; punctum q, locus luminoſus in tempore crepuſculi, & quoniam punctus n, qui eſt uertex pyramidis umbræ, quia ſemper eſt in nadair ſolis, ſecundum motum ſolis declinat, & partibus ſuæ baſis uicinius uelocius mouetur, patet quod primum in quod radius ſolis cadit extra pyramidem, eſt ſummitas uapor eleuatorum à terra & aqua, producatur ergo linea k r q, à centro terræ ad ſummitatem uaporum, ſigneturq; punctus r, in ſuperficie terræ, & ducatur linea k f,



Eritq; arcus f g h, pars terræ illuminata, cuius quantitas, ut patet per præmiſſam, eſt 180. partium, 27. minutorum, & 52. ſecundorũ, ſecundũ quod totus circulus e f g h, eſt 360. partes, erit medietas ipſius quæ eſt f g, partes 90. & 13. minuta, & 56. ſecunda, hæc eſt ergo quantitas anguli f k g, ſecũdum quod 4. recti ſunt 360. partes, ſed angulus b k c, ex præmiſsis, & per ultimam ſexti, eſt 19. partes, quoniam eſt angulus crepuſcularis. Remanet ergo angulus e k h, 18. partes, 46. minuta, 4. ſecunda. & quoniam linea q c, eſt æqualis lineæ q l, per 58. primi huius, quoniã ab uno pũcto ducãtur eundẽ circulũ cõtingentes, erit per 8. primi, angulus q k e. æqualis angulo q k h, erit ergo angulus q k e, 9. partes, 23 minuta & 2. ſecũda, & qm̃ angulus k q e eſt rectus per 17. tertij, erit angulus k q e, per 32. primi, cõplementũ unius recti, hoc eſt 80. partes, 36. minuta, & 58. ſecũda, put 4. recti ualet 360 partes, & ſecũdũ q̃d duo recti ualẽt 360. partes. Erit ergo angulus k q e. 161. partes, 13. minuta, & 56. ſecũda, circũſcripto ergo circulo ipſi trigono q e k, erit arcus quẽ ſubtẽdit linea k e, 161 partes, 13. minuta & 56. ſecũda, chorda ergo eius quæ eſt linea k e, erit 118, partes, 23. minuta, & 30. ſecũda, 18. tertia, ſecundũ quantitatẽ qua diameter q k, erit 120, partes, & ſecundũ quantitatẽ qua diameter q k eſt 60. erit chorda k e, 59. partes, 11. minuta, 40. ſecũda, 9. tertia, ergo ſecũdũ quãtitatẽ qua linea k e. eſt 60; erit linea k q, 60. partes & 48. minuta, & quinquaginta ſecũda, ablata itaq; à linea k q. paribus ſexaginta, quæ eſt quantitas lineæ q r, ſemidiameter terræ, remanet linea k q, quæ eſt ſumma uaporum eleuatio

uatió 48.minuta,50.ſecunda,ſecũdum illam quantitatem qua diameter terræ eſt 120. partes,& quoniam ſecundum Coſmographos maximus circulus terræ ſecundum milia ria eſt notus,ergo ſecundum illum quantitas diametri eſt nota,ergo & linea r q eſt nota & hoc eſt propoſitum. Eſt autem ſecundum computationem Abbomadi ex miliaribus, quibus terræ circumferentia eſt 24000. miliaria, linea r q,51. miliarium,47.minuta,& 34.ſecunda,& 31.tertium ſunt ferè.Summa ergo ad quod eleuantur uapores ſecundum ipſorum conſiſtentiam minus.ꝗ 52.milia paſſuum,ut patere poteſt perquirenti.

LXI.

Ab aqua & aere denſo & uapore rorido reflexionem radiorum corporis luminoſi fieri manifeſtum eſt.

Iſtud in politis corporibus, & ut in ſpeculis & ſimilibus ſenſus comperit, noſqꝫ in pluribus præmiſsis huius ſcientiæ libris iſtud ſumus cum amplitudine ſtudij perſequuti. In aqua uero ſoli expoſita patet, quia radius in parte ſoli oppoſita uidetur,& maxime ſi locus oppoſitus ſit obſcurus,hoc autem fit per reflexionem. In aere etiam aliqualiter den ſiori idem euenit,ut quando inſpiſſatus eſt & conſiſtens quaſi in nubem,tunc enim ab ipſo fit luminis reflexio,ut apparet in crepuſculis ſerotinis & matutinis. Huic etiam attre ſtatur quod tempore pluuiali radij ſolis ſæpe in aere diſperguntur,& uix tenuiter ad terram pertingit propter humiditatem & groſsiciem aeris contrapoſiti ipſi ſoli, hoc etiam patet, quoniam in aere modicæ denſitatis in hyeme maxime flante auſtro circa lucernas frequenter uidetur lumen reflectio ſecũdum formam circularem,& maxime uiſibus humidis ad quos de facili fit luminis reflexi & formarum,cum uirtus uiſiua propter debilitatem organi debilitatur,ſic quod non poteſt denſitatem modicam aeris penetrare, ſed ad uiſum forma rei uiſæ refrangitur ab aere modicæ denſitatis,ſicut ad uiſus fortes re frangitur ſolum ab aliquo ſolido peruietatem non habente,unde etiam in uiſu aliquis debilitatus,& non acute uidens propter ophtalmiam,uel propter aliud, uidet quandoqꝫ imaginem ſuam in aere groſſo ante ſe,ſicut in ſpeculo,ſtantem contra ſe,& ambulantem cum ipſo quando ipſe ambulat,& reſpicientem ad ipſum,& ſic quidam notus meus poſt plurium noctium uigilias cum compulſus nocte ſequenti equitaret,formam ſuam, hoc eſt uirum alium ſecum equitantem uidit,cum tranſiret quandam aquam,circa quã groſſus fuit aer,& cũ ſtaret ſtetit,& ille alius,& omnia opera ipſius faciebat, cũ autẽ ad aerẽ ſerenum uenit ille notus meus,tunc ſocius eius diſparuit,quia non fuerat niſi forma ſua. Et ſic uiſui debili error accidit,nec mirum,quia & quandoqꝫ ſanis uiſibus hoc accidit ab aere ſpiſſo & longe diſtante, ſicut etiam auxilio ſpeculorum,ut in ultima ſeptimi huius, oſtendimus,poſſet fieri,quod aliquis imaginem propriam uel aliam nõ in ſpeculo,ſed extra ſpeculũ uideret in aere in loco imaginis,qui per induſtriam poſſet ad locum certum uariari. In uapore etiam rorido fit reuerberatio luminis, quando incipit uapor aqueus diſſolui in guttas,quia quælibet ſuarum partium fit quaſi ſpeculum,& ob hoc lumen refle ctitur ab ipſo,& iſtud apparet in aqua guttatim ſparſa,quoniam ab illa lumen etiam ad partem oppoſitam reflectitur,& ſic poſt reflexionem coloretur,patet ergo propoſitum.

LXII.

A ſuperficie aquæ & aeris denſi,& uaporis roridi, & ſimilibus refractionem fieri ad perpendicularem patens eſt.

Quod hic declarandum proponitur,patet per 4. huius ſed etiam experimentis cõprobatur,& hoc eſt uniuerſale,quando forma rei uel radius per mediũ rarius ad denſius diafonum procedit,tunc enim ſemper in medio ſecundi diafoni fit refractio ad perpendicularem,uerbi gratia,expoſita aqua in uaſe ſoli in fundo uaſis uidebuntur radij aggregati, luceſcente etiam ſole ſuper aerem denſum uiſui & ſoli interpoſiti,quandoqꝫ lux aggregatur,& maior calor peruenit in nobis,quamuis multa pars luminis ſuperius ad nubes uicinas reflectitur, & hoc fit maxime in tempore præcedente tempus pluuiarum, unde poſt talem improportionatum tempori calorem & lumen inſolitũ ſæpius pluuia deſcen dit

refolata refractio fit radiorum in ipſo

dit. Ex quo patet, quia nube in uaporem roridum reſoluta refractio fit radiorum in ipſo uapore rorido, & ad nos perueniunt radij ſolis aggregati per refractionem, patet ergo quod in aqua & in aere denſo & uapore rorido, quandoq; forma uel lumen eſt in rariori diafono & incidit illis diafonis denſioribus, diafonum quoq; in quo eſt uiſus non multū differt à diafono in quo fit refractio, tunc fiet refractio ſenſibilis ad perpendicularem, & ſi forma uel lumen ſit in denſiori diafono, uel ultra denſius diafonum uideatur, tunc fiet refractio à perpendiculari, & ob hoc omnia talia uiſui apparent maiora ſua certa quantitati, ut patet per 40. huius, & ob hoc accidit quod ſummitates rerum in mari uiſarum uetracte uidentur, eo quod forma ipſarum diſpergitur à perpendiculari in ſecūdo diafono ſubtiliori ſcilicet in aere, & uidētur formæ illorum in concurſu lineæ refractæ cum perpendiculari ducta à re uiſa ad ſuperficiem aquæ, ut patet per 14. huius, & denarius uidetur poſitus in uaſe ſub aqua in ea diſtantia, in qua uiſus propter altitudinem periferiæ uaſis ſine aqua ipſum denarium directe non uideret, & tunc uidetur etiam maior, quoniam ſub maiori angulo uidetur. In aere etiam denſo, utpote quando Euri flant, & aer humidus fit, & ingroſſatur, omnium rerum uidentur magnitudines maiores, Sol quoq; & omnia aſtra orientia & occidentia propter caliginem aut aerem uaporibus terræ ingroſſatum illis uiſibus interpoſitum, uidentur maiora, quàm in medio cœli exiſtentia, ut patet 52. huius, & hæc eſt cauſa temporalis, alia uero eſt perpetua, quam diximus ibidem, ex hoc etiam peruenit quod ſi in loco imaginis, uel inter imaginem & uiſum ponatur uitrū clarū uel criſtallus, ita ut imago reflexa à ſpeculo ad certum locum aeris uideatur per uitrum, tunc enim imago maior uidebitur, & ſecundum quod media diafona multiplicata à denſiori in rarius fuerint, forma ſe uiſibus ita uicinante, quod ultimo ipſa per aerem uideatur, tunc forma maxima uidebitur, cuius ratio patet ex præmiſsis pluribus theorematibus huius libri. In iſtis enim corporibus medijs omnibus ſic diſpoſitis fit refractio à perpendiculari ducta à centro rei uiſæ ad ſuperficiem corporis diafoni rem ipſam uel formā refractam continentis. His ergo modis fit in propoſitis corporibus uel ſimilibus ſibi ad uiſum refractio, inter hæc uero maxime fit in aqua, magis autem fit in uapore rorido incipiente aquam fieri quàm fiat ab aere, nec mirum, quia uapor roridus qui fit tempore tranſmutationis nubium ex uapore continuo inguttatum ſperſam aquam eſt groſsior aere, unde in ipſa facta refractio plus ſentitur, non poteſt autem tunc figura rei uiſæ cuius forma refrangitur diſtincte ad uiſum peruenire propter refractionum multitudinē, ſed peruenit uiſui tantum aliqua forma rei, ſicut patet etiam quod in ſpeculis paruarum partium uel ſuperficierum refractarum alterius ſuper alteram eleuatarum, & ſi modicæ præeminentiæ ſint, ita tamen quod ſuperficies ipſorum ſpeculorum non ſint in eadem linea recta uel curua, tunc non apparet rei propria quantitas uel figura, ſed apparet recte color ipſius rei uiſæ, cuius forma reflectitur ab ipſis, per quod manifeſte patet quod forma corporis luminoſi, quæ ab aqua uel aere groſſo integre, ſcilicet quo ad figuram & lucem & colorem reflectitur ad uiſum à uapore rorido, ſine figura & quantitate certa, ſed tantum cum ſuo colore uel lumine, & ita cum à uapore rorido fit reflexio ad uiſum luminis ſolaris uel ſtellarum, non uidentur formarum reflexarum figuræ propriæ, ſed tantū formæ luminis reflexi, patet ergo propoſitum.

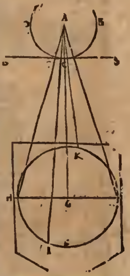
LXIII.

Omnis corporis ſphærici luminoſi irradiationem in corpore cuius ſuperficies æquediſtat ſuperficiei contingenti corpus radioſum ſphæricum in puncto ubi perpendicularis ducta à centro corporis ſphærici ſuper ſuperficiem corporis illuminandi ſecat ſuperficiem corporis ſphærici, poſsibile eſt fieri ſecundum pyramidem rotundam, cuius baſis eſt in corpore irradiato, uertex uero in centro corporis luminoſi, ex quo patet omnem huiuſmodi irradiationem fieri ſecundùm angulos incidentiæ æquales.

Sit corpus radioſum ſphæricum, in quo ſit circulus magnus qui b c d, & eius centrum

ſit

ſit punctum a, contingatq́ ipſum ſuperficies plana, quæ ſit ſ p, in puncto c, & ſit ſuperficies corporis illuminandi à corpore ſphærico ſuperficies g, quæ ſit ex hypotheſi æquediſtans ſupeꝛficiei a p, & ſit linea a c g, ducta à centro corporis ſphærici perpendicularis ſuper ducti corporis ſuperficiem, dico quod irradiationem illius corporis poſsibile eſt fieri ſecundum pyramidem rotundam, cuius baſis eſt in ſuperficie corporis g, uertex uero in puncto a, centro corporis luminoſi. Si enim perpendicularis a g, in centro uel in media ſuperficiei g, non ceciderit, ducatur ad ipſius ſuperficiem g, breuius extremum linea a f, ſuper cuius terminum in puncto a, conſtituatur angulus ex 23. primi, æqualis angulo g a f, quæ ſit g a h. producaturq́ linea a h ad ſuperficiem g, & producantur in ſuperficie, g, lineæ g f, & quoniam duorum triangulorum a g f & a g h, anguli a g f, & a g h, q ſunt ad baſem, ſunt æquales, ex diffinitione lineæ erectæ ſuper ſuperficiem, & anguli g a f & g a h ſunt æquales, & latus a g commune, patet ex 26. primi, quia latus a f erit æquale lateri a h & f h æquale g h, ſimiliter etiam facto alio angulo æquali g a f & g a h, angulus triangulorum qui ſit g a k, productisq́ lineis a k & g k, erit ſicut in præcedentibus, linea a k æqualis lineæ a f uel a ij, & erit linea g k æqualis lineæ g f uel g h, cum ergo ex puncto g, exeant tres lineæ æquales & in eadem ſuperficie, patet ex 9. tertij, lineam f h k ſecundũ quantitatem lineæ g f à puncto g. productam eſſe circularem, quia itaq́ irradiatio fit ſecundum has lineas, ſcilicet a f, a h, a k, & ſecundũ alias omnes ducibiles angulos æquales cum linea a g, prædictorum triangulorum angulis qui ſunt ad punctum a, continentes, ut eſt linea a l, & aliæ, patet ex diffinitione pyramidis rotundæ, qm̃ fit irradiatio ſecundum pyramidem rotundam, fit enim ſecundum figuram quæ deſcribi poſsit per triangulum d g f, orthogoniũ, latere a g, fixo manente, & a f & g f, lateribus reuolutis ad locũ unde incœperant moueri, & ex præmiſsis patet, quoniam huius irradiatio ſemper fit ſecundum angulos incidentiæ æquales, patet ergo propoſitum. Si dicatur quod etiam fit irradiatio extra hanc pyramidem, hoc eſt uerum, ſed quia natura lucis eſt ſemper æqualiter diffundi, ut patet per 20. ſecundi huius, tunc fiet ad omnem partem ſuperficiei g, ſecundum pyramidem uel ſecundum partem pyramidis in ipſa receptam parte alia pyramidis ad ſuperficiem corporis non illuminabilis protenſam, unde ſi pars illuminata extra ſignatam pyramidem modica fuerit, non fiet in ea ſenſibilis irradiatio propter radiorum paucitatem, qui ſi magna fuerit cum ipſa ad æquales angulos, multi radij conueniant, tunc irradiatio ſenſibilis erit propter multorum radiorum concurſum & æqualitatem angulorum, & ſic eſt poſsibile propter lucis unigenitatem irradiationem fieri ſecundum lineam circularem quæ ſit terminus baſis pyramidis uel parti baſis. Eodem autem modo demonſtrandum, ſi ſuperficies g æquediſtet ſuperficiei g p, contingenti corpus luminoſum in b d, punctis, uel in alijs punctis ſignatis. Vniuerſaliter autem corporum quæ ſplendorem ſenſibilem à corpore aliquo luminoſo accipiunt, oportet quod ſit talis aſpectus ad corpus luminoſum, ut theorema ſupponit, ſcilicet æquediſtantia ad ſuperficiem planam contingentem corpus luminoſum in puncto ubi perpendicularis ducta à centro corporis radioſi ad ſuperficiem corporis illuminandi ſecat ſuperficiem corporis luminoſi, & huius ſignum eſt irradiatio lunæ, quæ nunquam niſi in parte ſoli oppoſita illuminatur, & ſemper medietas illius, ea ſcilicet quæ ſolem reſpicit eſt illuminata neceſſario propter naturam præmiſsi aſpectus, aliam uero partem irradiatio ſolis niſi forte per refractionẽ nullatenus attingit, & quoniam pyramides uerticem habentes in centro corporis luminoſi, ad infinitas baſes in corpore irradiando una baſe alteri inſcripta applicantur, ideo tata ſuperficies irradiati corporis corpus luminoſum aſpiciens multiformiter irradiatur, & augmentatur irradiatio, quoniã



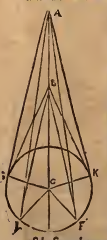
oportet

oportet ut tale corpus ſit denſius medio per quod lumē uenit ad ipſum, oportet enim q̄d tale corpus habeat aliquid denſitatis, unde ſi lumē nihil haberet reſiſtentiæ tranſiret nec corpus pertranſitū irradiaret, aut etiam in ipſo nō fieret reflexio uel refractio per 56 huius, & quoniam per reflexionē radij aggregantur, & ſimiliter per refractionem ex 55. huius, tunc per 54. huius, radijs non aggregatis plus ſenſibilis non fieret irradiatio q̄ in medio, nunc autem irradiatio in theoremate ſupponitur, patet ergo quod oportet corpus irradiatū eſſe denſius q̄ ſit corpus propinquū corpori luminoſo, & exemplariter uero hic declarari poteſt per hoc q̄d in 37. ſecūdi huius, oſtendimus, quia ſi per foramē rotūdū penetret radius ſolis, ſtatim in corpore oppoſito ad baſem applicatur, & in formā pyramidis lumē figuratur. Signū ergo eſt quod in quolibet radio corporis luminoſi idē fiat, qui cū ſint naturæ homogeneæ, eadem eſt natura in toto & in parte, & ad minus ſi illud nō ſit neceſſarium ſemper fieri, eſt tamē poſsibile fieri ut proponitur, patet ergo intentum.

LXIIII.

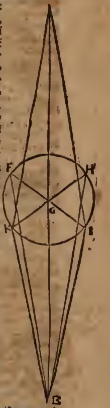
Si ad idem centrum uiſus ab aliqua ſuperficie fiat luminis refractio uel reflexio, neceſſe eſt extremum illius luminis ſuperficiei uiſus circulariter ſecūdum rotundam pyramidem incidere, ex quo patet tunc centrum corporis irradiantis, & centrum uiſus centrumq́ꝫ circuli baſis pyramidis irradiationis refractæ uel reflexæ in eadem recta linea conſiſtere oportere.

Suppoſito quod aliquod corpus irradiatum ſit inter uiſum & inter corpus luminoſum irradians & ſit illud medium corpus diafonum, ita quod radij refracti in centro uiſus ualeant aggregari, aliter enim non uideretur irradiatio. Sit quoq; centrum corporis irradiantis a, ſuperficiesq́ꝫ corporis irradiati ſit f h i k, perpendicularis ducta à centro corporis luminoſi ſuper illam ſuperficiem ſit a g, & ducantur lineæ a f, a h, a i, a k, & lineæ g f, g h, g i, g k, & ſit centrum uiſus b, ducāturq́ꝫ lineæ b f, b h, b z, b k, b g, quoniam itaq; ut patet ex hypotheſi lumen corporis irradiantis per refractionem uidetur in puncto b, & per tertiam huius, perpendicularis non refrangitur, ſed tranſit ad angulos rectos ut incidebant ad lineas f g, h g, i g, k g, & in uno puncto, ut in centro oculi cōcurrunt plures radij refracti, qui oblique incidunt illi ſuperficiei ex hypotheſi, qua autē ratione aliquis radius refractus peruenit ad centrum uiſus, eadem ratione omnes radij incidentes ſuperficiei corporis f h i k, ſecundum circulum, cuius centrum eſt punctum g, refracte perueniunt ad centrum uiſus, ut patet in 46. huius, ſunt enim illi anguli incidentiæ omnes æquales, ut patet per præmiſſam, ergo & anguli refractionis omnes erunt æquales per 8. huius, in centro ergo unius uiſus nulli radij extremi cōcurrunt, niſi qui refranguntur ſecundum angulos æquales, ſic ergo ut ſit illa refractio ſecundum aliquos angulos extremos qui ſint b f g & b h g, & b k g, & b i g erunt ergo illi anguli æquales, ſed & anguli ad punctū ſub linea b g, & ſub lineis f g, h g, i g, k g, ſunt æquales, q̄a ſunt recti, ſunt ergo trigona b g k, b g h, b g k, b g i, æquiangula per 32. primi, ergo per 4. ſexti, ipſorum latera ſunt proportionalia, ſed latus b g eſt æquale ſibijpſi, cum omnibus ſit illis trigonis commune, latera ergo b f, b h, b k, b i, ſunt æqualia inter ſe, & latera g f, g h, g k, g i ſunt inter ſe æqualia, ergo per nonam tertij linea h f i k, eſt periferia circuli cuius centrum eſt punctum g, & ſic deſcribitur in oculi ſuperficie, ſit ergo pyramis refracta cuius uertex eſt in puncto b, à centro uiſus, & eius baſis eſt in illuminata ſuperficie, eſtq́ꝫ alia pyramis illuminationis, cuius uertex eſt in puncto a, centro uiſus, & eius baſis eſt etiam circulus f h i k, patet ergo quod iſtarum duarum pyramidum lineæ g f, g h, g i g k, ſunt in eadem ſuperficie ut prius, quoniam ab eiſdem lineis in quas radius incidit etiam refrangitur, una eſt ergo ſuperficies communis terminans iſtas duas pyramides quæ eſt circulus f h i k, & eſt baſis ambarum illarum pyramidum, patet etiam hoc ex 5. undecimi, quia illæ lineæ



ſecundum

ſecundum unũ punctũ qui eſt g, cũ linea b a, angulos rectos faciunt, angulus eñ f g b eſt
æqualis angulo f g a, quoniã uterq; ipſorũ eſt rectus, ex eo quod ſuppoſitũ eſt angulum
a g f, eſſe rectũ, eritq; ſuperficies in qua ſunt lineæ f g, h g, i g, orthogonaliter ſuper ſuper-
ficies omnis refractionis, patet ergo unũ propoſitorum. Quod ſi centrũ uiſus fuerit inter
corpus irradiatũ, & corpus irradians conſtitutũ, tunc eadẽ diſpoſitione manente, niſi ſo-
le puncto b, inter a & g, puncta conſtituto, patet propoſitũ, ex eo quod tunc corpus irra-
diatũ non uidetur, niſi per reflexionẽ luminis recepti à corpore luminoſo, & ſemper an-
gulus incidẽtiæ erit æqualis angulo reflexionis per 20. quinti huius, quia angulus extrin
ſecus angulo a g f, in triangulo a g f, pyramidis illuminationis, erit æqualis angulo b f g,
qui fit ad baſem trianguli b f g, pyramidis reflexionis, nec erit poſsibilis uiſio irradiatio-
nis, niſi in puncto axis pyramidis illuminationis, ubi ſecundũ æquales angulos reflexi ra-
dij à tota ſuperficie illuminati corporis cõcurrunt. Eruntq; omnes anguli triangulorũ py
ramidis reflexionis, qui ſunt ad baſem æquales inter ſe per 20. quinti huius, quoniam an
guli extrinſeci pyramidis irradiationis, qui ſunt anguli incidentiæ, omnes ſunt æquales
inter ſe, omnes itaq; radij ad uiſum reflexi qui ſunt in eadẽ ſuperficie per 6. primi, erunt
æquales, & quoniã lineæ f g, h g, i g, k g, ſunt æquales, patet per 9. tertij, lineam f h i k, eſſe
periferiã circuli quod eſt ſecundũ propoſitũ, & quoniam linea b g, quæ eſt
perpendicularis ſuper illam ſuperficiẽ, omnibus illis trigonis eſt cõmunis,
& angulus cuiuslibet triangulorũ qui ſunt ad baſem æqualis eſt, alterius ſibi
correſpondenti per 106. primi huius, cũ lineæ f g, h g, i g, k g, ſunt adinuicẽ
æquales, ut declaratũ eſt prius, & ab ipſis fiet reflexio ad uiſum, quia erit per
radios ad ipſis reflexos pyramis inſcripta pyramidi ad eandẽ baſem, ſed di-
uerſæ altitudinis, quoniã punctũ b, qui eſt centrũ uiſus, poſitus eſt eſſe inter
corpus irradians & corpus irradiatũ, & erit illa baſis cõmunis duabus pyra-
midibus, ſcilicet pyramidi irradiationis & pyramidi reflexionis orthogona
lis ſuper omnes ſuperficies reflexionis, patet ergo quod correlarie propone-
batur per 107. primi huius. Viſum eſt etiam quibuſdã ad propoſitam uiſorũ
circulationẽ coadunare circulationẽ foraminis uneæ, ac ſi ad periferiã fora-
minis ſolũ radij incidant, & ſic in ſuperficie uiſus rotundentur, quod & ſi ſit
aliquando poſsibile, nõ tamen eſt uniuerſaliter neceſſariũ, quia etiã cuicũq;
parti ſuperficiei uiſus radij incidant ſecundũ angulos æquales, ſemper acci-
dit neceſſario figuram uideri circularẽ, per 73. quarti huius. Ex iſtis itaq; ma
nifeſte patet, quia & ſi tota ſuperficies alicuius corporis irregularis uel regu-
laris rectilinea uel circularis ſit irradiata, non tamen uidebitur niſi circula-
ris pars irradiata, quando per reflexionẽ uel refractionẽ uidetur, quia opor
tet ad hoc quod uiſus ipſum iudicet irradiatũ, radios plures in centro oculi
aggregari: non autẽ concurrũt niſi illi qui incidentes ad ſuperficiẽ corporis
irradiati & reflexi ad centrũ oculi omnes æquales angulos conſtituunt, ta-
les autẽ incidunt ſecundum circulũ, faciunt enim pyramidẽ, ut patet ex præ-
miſſa, & reflectũtur uel refranguntur neceſſario ſecundũ circulũ eundem,
ergo ſuperficies illius corporis ſemper uidebitur circulariter irradiata, nec ui
debit uiſus illam irradiationem, niſi fuerit in puncto concurſus linearũ tali-
ter reflexarum conſtitutus, & propter hoc in eadem ſuperficie irradiati cor
poris diuerſis uiſibus diuerſi apparebunt circuli, quia eædem lineæ in diuer-
ſis punctis non concurrunt, ſed in uno tantũ, & remotioribus maiores appa
rebunt circuli, ſcilicet illi quibus ad maiores angulos incidebant radij, & ad
maiores reflectuntur uel refranguntur, & ſunt exteriores in periferia baſis.
Sic ergo pyramis interior, ſcilicet reflexionis uel refractionis inſcribitur py
ramidi alteri reflexionis uel refractionis minorem exterius ambienti, cen-
trumq; uiſus propinquius ſuperficiei irradiatæ minorem uidebit circulũ q̃ uiſus remoti-
tior, quoniam radij in minori circulo ſecundũ angulos minores incidunt, & ſecundũ an
gulos minores reflectuntur per 20. quinti huius, uel ſecundũ minores angulos refran-
guntur per 8. huius, patet autem per 106. primi huius, quia ſecundũ quod angulus refra-



c cc ctionis

ctionis uel reflexionis plus minuitur, ſecundum hoc angulus in uiſu contentus augmentatur, & quia angulus refractionis uel reflectionis ſemper eſt acutus rectilineus diuiſibilis, propter hoc angulus ad axem ſemper fit rectus per 89. primi huius. Ex præmiſsis quoq; patet corporum perpulchrum auxilium 12. huius; quoniam enim in pyramide orthogonia centrum circuli baſis, & conus ſemper ſunt in eadem linea, ut in axe in propoſito erũt a & g, in axe a g, ſed eadem ratione erunt b & g in eadem linea, linea uero l g & g a, coniunctæ ſunt in linea una, eo quod f g, à termino ipſarum exiens cum ambabus facit angulos rectos, quomodocunq; ergo ſe habeat uiſus ad corpus irradiatum, dummodo ad ipſum fiat reflexio uel refractio, patet propoſitum, quoniam ſemper centrum corporis irradiantis & centrum oculi, & centrum circuli baſis utriuſq; pyramidis irradiationis, ſcilicet & uiſionis ſunt in eadem linea, ſcilicet axe pyramidis irradiationis, nec aliter eſt poſſibile uideri irradiationem.

LXV.

Iridẽ ex reflexiõe & refractiõe radiorũ corporis luminoſi uideri neceſſe eſt.

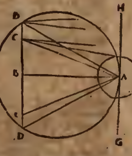
Locuturi de iride, de illa principaliter intendamus, quæ interſecans horizontem ad diuerſas partes mundi protenditur, quamuis etiam de alijs quæ illi iridi ſimilia uidentur intentionem non principaliter facturi ſimus. Quoniam uero iris fit ex multitudine luminis corporis luminoſi in uiſu recepti, hoc patet ſenſui: quod autem non aggregatis radijs corporis luminoſi lumen ſenſibilius poſsit fieri in corpore non luminoſo quàm in medio per quod prius lumen ferebatur, oſtenſum eſt per 54. huius impoſsibile eſſe, unde patet ex hoc quod lumen uigoratur ex aggregatione radiorum corporis luminoſi, ut ſenſibilius fiat in aliquo corpore quàm in medio, quia uero aggregatio radiorum corporis luminoſi fiat per reflexionem uel per refractionem quæ fit in corpore denſioris diafoni quàm medium, per quod antea ferebatur, declaratum eſt per 55. huius, patet itaq; generaliter quod luminis maior ſenſibilitas per reflexionem uel per refractiõem in omnibus uiſibilibus cauſatur. Quod uero iris ſpecialiter ex reflexione fiat, patet per hoc, quia lumen eius ſenſibile peruenit ad uiſum ut ſuppoſitum eſt in principio libri huius, oſtenſum eſt quoq; per 20. quinti huius, quod omne quod uidetur per reflexionem, ſic uidetur, quod angulus ſecundum quem forma ſpeculo uel alteri corpori polito incidit, fit æqualis angulo ſecundum quem illa forma reflectitur ad uiſum, quod etiam patet per 26. quinti huius, ducta perpendiculari à puncto incidentiæ ſuper ſuperficiem corporis politi ad quam reflexionis anguli referuntur, continet enim radius incidens & radius reflexus cum eadem perpendiculari angulos æquales, ſi itaq; forma iridis fiat in uiſu, patet iridem per reflexionem radiorum corporis luminoſi ad uiſum cauſari. Quod uero iris per refractionem etiam radiorum corporis luminoſi fiat, patet per hoc, quia non generatur iris, niſi in aliqua diafona materia exiſtente in medio, & prohibente tranſitum luminis. Iam quoq; dictum eſt in 4. huius, quod in corporibus diafonis denſioribus primo diafono, & ſi ab ipſorum ſuperficie fiat reflexio ſemper tamen fit refractio ad perpendicularem, & ſic lumen taliũ corporum ſuperficiebus oblique incidens quaſi ſecundũ unã lineã ad duas partes oppoſitas diuiſum protenditur, fit itaq; per refractionem in talibus corporibus luminis aggregatio quæ uiſui offertur, ſicut & quodlibet aliud uiſibile, & ſicut nubes alba, & lumen ab illorum corporũ ſuperficie ad uiſum reflexum coadiuuat, ut actum minoris ſenſibilitatis faciat in uiſum, ſicut uidemus quod à corporibus albis quæ plus habent luminis ſenſibilior fit reflexio q̃ à corporibus medio colore coloratis, hoc etiã patet per luminis profundationẽ in iridis generatione, cũ enim ea quæ ſolũ reflexionem luminis habent tantũ in ſuperficie irradietur. Materia iridis ſenſibiliter inuenitur in ꝓfundo irradiata, & ob hoc cõperit Philippus ſodalis Platonis, & ut quottidie quoq; circa iridẽ deambulãtibus contingit, & nos ipſi experimento hoc didicimus, iris mutatur ſecundũ mutationẽ uidentis, ſequitur enim fugientẽ ab ea, & illũ qui progreditur ad eam fugiens antecedit, & ſi quis ad dextrũ uel ſiniſtrũ latus progreſſus fuerit, iris ad idem latus uidebitur moueri, ſed ſecundum reflexionẽ ſolũ uiſa fugiunt fugientẽ & occurrunt accedenti, uidentur enim talia ſemꝑ in cõcurſu lineæ reflexionis ad uiſum progredictis, cũ perpendiculari ducta à pũcto rei uiſæ ſuꝑ ſuperficiẽ corporis à qua fit reflexio formæ uiſæ, ut patet per 37. quinti huius

ſtrius, iris ergo non ſolũ uidetur ꝑ reflexionẽ, ſed etiã ꝑ refractionẽ luminis intra corpus à q̃ reflectitur, quãuis accedenti ad iridẽ uel ab ipſo elongato ab alijs & alijs ſupficiebus corporũ lumini obuiãtiũ fiat reflexio luminis ad uiſum, q̃m fuga iridis ꝓgredięti ad eã & ſequutio fugiẽtis ab ea, accedit ꝓpter diuerſas reflexiões, quę fiũt ad uiſum à diuerſis partibus materiæ iridis, ſcilicet ſecundũ q̃d uiſus mutat pũcta, in q̃bus ab angulis baſis unius pyramidis oẽs radij in cẽtro ipſius occuli cõcurrũt, & q̃a tales baſes ſunt infinitæ, & puncta in q̃bus eorũ radij reflexi in axe colligũtur ſunt infinita, patet etiã quod ꝑ reflexionẽ multifariã uidẽtur irides infinitæ ſecundũ infinitatẽ punctorũ in axe pyramidis occurrentis accedẽti uel recedẽti ſecũdũ lineã eiuſdẽ axi, uel etiã à latere exeũti ſecundũ mutationẽ axis à centro corporis luminoſi per aliũ punctũ ſuæ ſuperficiei exeũtis, q̃ per illũ quo primus axis exiebat, fit enim uiſus ad latera ſic mutãti noua pyramis & noua baſis, aliudq́ eſt punctũ ſuperficiei corporis luminoſi, per quod uenit radius perpẽdicularis ad ſuperficiem materiæ iridis, qui in ipſum cadẽte centro oculi fit axis pyramidis utriuſq́, uidẽtur itaq́ hoc modo irides infinitæ ad quamcunq́ differentiã poſitiõis quis uidentiũ motus fuerit, dũ modo cõtra corpus luminoſum nõ moueatur, quod etiam ſi uerũ ſit per reflexionis naturã poſſe fieri, refractio tamen radiorũ corporis luminoſi ſemper augmẽtat lumẽ, ut uideri ualeat ſenſibilius à uiſu, patet enim quod refractio radiorũ corporis luminoſi aggregat lumẽ, ut fiat magis uiſibile, q̃m propter refractionẽ radiorũ circa eandẽ partẽ medij radius duplicatur. Similiterq́ ipſorũ radiorũ reflexio lumẽ aggregat & ad uiſum ſenſibiliter reducit, iris uero non fit niſi ex aggregato lumine, nec fit ex illo, niſi occurrat uiſui, ergo ad generationem iridis refractio radiorũ corporis luminoſi & reflexio eorundẽ neceſſario exiſtunt, & hoc eſt quod in præſenti theoremate perquirere uolebamus.

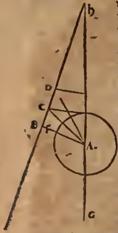
LXVI.

In uapore rorido iridem generari neceſſarium eſt.

Quod hic proponitur patet, q̃a cũ iris nõ fiat ſine lumine, immo luminis multitudine, lumẽ aũt nõ aggregatur niſi ex reflexiõe aut refractiõe radiorũ corporis luminoſi, ut patet per 5. q̃nti huius, hæc aũt nõ fiant, niſi tantũ fiat obiectio corporis denſioris aere puro ꝑ 65. huius, ergo in loco generatiõis iridũ nõ erit ipſius generatio ſine corpore irradiali, à cuius ſupficie poſsit fieri reflexio & refractio luminis incidẽtis, aliq̃d uero ſolidorũ planorũ ibi eſſe eſt impoſsibile, ſed neq́ aquã, q̃m hæc curreret ſubito ad inferiorẽ locorũ ſibi poſsibilẽ, iris uero aliquo t̃pe manet, nec tamẽ poſſet in aqua cõtinua figura iridis generari, q̃m lumẽ integrũ reflecteretur à ſupficie aquæ ꝓpter cõtinuitatẽ ipſius aquæ. Iris quæ fit in aqua diffuſa ꝑ remos, fit ꝓpter aquæ diſperſionẽ q̃a tũc remone ꝓ manu utitur nauta aquã rorans, & ob hoc cũ aqua ſic fuerit fuſa in ipſa colores iridis apparẽt, nõ etiã poteſt eſſe q̃ ſit aer groſſus in q̃ iris generatur, q̃m impreſsio luminis in aere nõ efficeret colores iridis, ſed faceret quandã albedinẽ, ut apparet in crepuſculis matutinis in ipſarũ principijs & etiã terminis crepuſculorũ ſerotinorũ & uniuerſaliter in ſimilibus q̃buſcũq́. Non etiã poteſt eſſe uapor cõtinuus, ſiue ſit eleuatus ad generationẽ nubis, ſiue ſit in nubẽ cõdẽſatus. Eſto eñi q̃d ſit poſsibile à uapore cõtinuo nubẽ generari, ponatur ergo corpus radioſum, cuius centrũ ſit a, in circulo horizõtis, ſeceturq́ ipſum ſupficies orthogonaliter erecta ſup ſupficiẽ horizõtis ꝑ cẽtrũ ipſius corporis, & ducatur in illa ſupficie ſecante ꝑ centrum corporis luminoſi linea h g. Huic itaq́ ſupficiei ſecanti aut æq̃diſtat uapor cõtinuus irradialis aut nõ. Si æq̃diſtat, ſit linea eius ſupficiei b c d æq̃diſtans lineæ h g. Incidãtq́ ſibi radij a b, a c, a d & ſit linea a b ꝑpendicularis ſup ſupficiẽ uaporis quæ in ſe reflectetur per 21. quinti huius, & reflectẽtur etiam lineæ a c, a d, q̃a non ſunt ꝑpendiculares q̃m aũt angulus a c b eſt acutus ꝑ 32. primi, cũ angulus a b c ſit rectus, patet ꝑ 13. primi, q̃d angulus d c a eſt obtuſus, ꝑpẽdicularis ergo extracta à pũcto c, nõ cõcurret cũ axe a b ergo nec radius reflexus, cũ ergo centrũ uiſus ex 62. huius, neceſſario ſit ſitũ in linea a b, quæ eſt in ſuperficie horizõtis, & centrũ uiſus ſit centrũ horizõtis, quæ ſit punctus f, patet



quod lumen ſit reflexū centrū uiſus nullatenus attinget, niſi forte radius ille reflexus ſuperficiei alterius corporis plani incidens reflecteretur ad uiſum, ergo uapore taliter diſpoſito iris nō uidebitur, q̄d ſi uaporis continui ſuperficies ſuperficiei ſecantis corpus luminoſum nō æquediſtet, ſed cū ipſa cōcurrat, ſi illæ ſuperficies ſub horizonte cōcurrant, idē accidit impoſsibile, & eodē modo deducendū, q̄a & ſi hoc modo radios aliquos de ſub horizōte ad uiſum reflecti ſit poſſibile, nō tamē uiſus illorū paſsionē aliquā iudicabit, nō eñ uidētur ea quæ ſub horizōte, cū horizon ſit circulus, q eſt terminator uiſus, & cū ſuperficies horizōtis ſit obliqua ſuper ſuperficiē uaporis, patet q̄d radius à cētro corporis luminoſi perpēdiculariter incidens ſuperficiei uaporis cadit ſub horizōte, oēsq; radij nō perpēdiculariter ſuperficiei uaporis ultra ſuperficiē horizōtis incidentes reflectūtur ad partē cōtrariam cētro uiſus in centro horizōtis cōſtituti, nō ergo uidebitur iris cētro uiſus & ſuperficiei illius uaporis taliter adinuicē diſpoſitis, q̄d ſi non ſub horizōte, ſed ſuper horizontē cōcurrant illæ duæ ſuperficies, una uaporis, & alia ſecans luminoſum corpus, tūc iterū lumen ad uiſum reflecti nō eſt poſsibile, ex cauſis prius dictis. Semper enim angulus a c d, cū ſit extrinſecus angulo a b c, in angulo orthogonio a b c, erit minor recto p 16. primi. ergo reflexio nunq; fiet ad uiſum qui eſt in centro horizōtis. Sed etiā dato q̄d in aliqua præmiſſarū diſpoſitionē fiat reflexio ad uiſum, q̄d tamē eſt impoſsibile, nō propter hoc iris uidebitur, q̄m ꝑpter cōtinuitatē fiet luminis multa in ſuperficie uaporis generatio, & erit lumen cōtinuū quo ad uiſum reflexū ipſum debilitabit, nec in profundū uaporis ipſum permittet inſpicere, & dicit uulgus q̄ꝺ tale lumen eſt Sol aqueus, nec habet diſtinctionē aliquā colorū, & etiam ſi dictæ ſuperficies ſup horizontē cōcurrēt, tūc iris reflexa uideretur ad zenith capitis ſenſibilis ſecundū gibbū circuli quo uidetur, q̄ꝺ totū ſenſui eſt cōtrariū, nec apparet uiſui. In tali ergo uapore non eſt conueniens iridem cauſari. Sed inter uaporē aqueū continuū, & inter aquā depluentē à nubibus eſt quoddā mediū q̄ꝺ dicitur uapor roridus, & fit quādo frigus cōdenſare incipit uaporē aqueū in formā propriā, ſcilicet aquæ reducere, tūc enim cōdenſantur raræ partes uaporis, & fit partiū uaporis diſtantia quæ rotundari incipiūt, nō dū tamē propter debilitatē agentis reducūtur ad formā propriam quæ ſibi det motū ad inferius, & tūc illæ uaporis particulæ ſunt quaſi quædā parua ſpecula in quibus ſolū apparet color corporis radioſi ſine quantitate & figura ut diximus in 59. huius. Si ergo ad talia corpuſcula incipientia rotūdari propter æqualē ex omni parte uirtutis cōdenſantis actionē quouſq; materiā condenſet, incidat lumē corporis luminoſi, refrangitur ad poſterius ipſius quilibet radiorū ſibi incidētium ad lineā perpēdicularē à pūcto incidētiæ ſup ſuperficiē illius corporis ꝑductam per 4. huius, & q̄m per 72. primi huius, illa perpēdicularis tranſit centrū illius corporis ſphærici, patet quod radius refractus oblique cadet ſup ſuperficiē illius corporis oppoſitā corpori luminoſo, & aggregabitur lumē in ꝑfundo totius conſiſtētis iſtorū corpuſculorū propter refractionē factam in quolibet ipſorū ſicut uidemus in criſtallo rotūdo, q̄m ultra ſuperficiē illius poſteriorē fit aggregatio radiorū in aere ad punctū unum, ut patet p 46. huius, in quolibet autē iſtorū corpuſculorū ſiue ipſa ſint maiora guttis ex ipſis poſtmodū uia condenſationis generatis, ut quādoq; poſsibile eſt fieri ſiue per modū aggregationis ex pluribus corpuſculis fiat gutta. In hoc enim quo ad iridis generationem nō eſt diuerſitas, quoniā in





quolibet

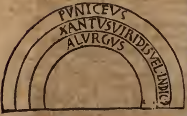
quolibet corpuſculorũ taliũ ſemper incidunt radij infiniti,quoniam etiam reflectuntur à ſuperficie ipſorũ corpuſculorũ ſecundũ angulos incidentiæ ſuæ,quos faciunt cũ lineis maiores circulorũ dictorum corpuſculorũ in puncto ſuæ incidentiæ contingentibus,qui anguli diuerſi ſunt,etiam ob hoc anguli reflexionis efficiuntur diuerſi, ut patet per totũ ſextum librũ huius ſcientiæ,& radij incidentes facientes angulos cũ lineis contingentibus corpuſcula prædicta cũ lineis ſignatis in ſuperficie corpus luminoſum ſecante concurrentibus ſuperius horizonte,& interſecantibus axem pyramidis illuminationis ultra punctũ b,remotus à corpore luminoſo,ut in punctom,quia anguli tales inter pyramidem obtuſi ſunt,ideo per 33.quinti huius,illi radij ſic incidentes ad uiſum reflectuntur,& in pũcto ubi talium radiorum plurimorum fit concurſus in axe inter corpus luminoſum & uaporem uiſu poſito uidetur lumen,& quoniam iſtorũ corpuſculorũ quædam ſunt in quo ſecundum æquales angulos,ut dictum eſt,radij incidunt à centro corporis luminoſi,tales autem radij ex omni parte nubis diſperſi ſunt infiniti,cũ enim tota conſiſtentia uaporis ſit plena talibus corpuſculis,infiniti ſunt tales radij in ſuperficie nubis uel uaporis roridi concurrente,uel etiam æquediſtante ſuperficiei ſecanti corpus luminoſum ſecundum q̃d reſpicit uaporis cõſiſtentiam,& in illorũ irradiatione pyramis figuratur,cuius uertex eſt in centro corporis luminoſi,baſis uero in conſiſtentia uaporis roridi,& lineæ longitudinis illius pyramidis terminantur ad diuerſas partes diuerſorum corpuſculorũ, qui cũ ſecundũ ſimiles angulos ſuæ incidentiæ reflectuntur ad uiſum aliam faciunt pyramidẽ,cuius uertex eſt in centro uiſus,baſis uero eadem cũ baſe pyramidis prioris, & eſt circulus ut oſtenſum eſt uniuerſaliter in 62.huius,uidetur autẽ illud lumen reflexũ continuũ propter uicinitatẽ partiũ uaporis,& eorũ diſtantiæ inſenſibilitatẽ à uiſu,qui protenſus ab illis fallitur propter ſui debilitatem,& ob hoc uiſus aggregatum ab omnibus illis corpuſculis reflexum lumen ſine cognitione uel perceptione diſtantiæ partium recipit, & iudicat tanquam unum,patet itaq; ex præmiſsis,quod licet tota conſiſtentia uaporis ſit radioſa,& forte tota irradiata ſuperficies ſit multilatera,tamen ſemper uidetur circularis,cuius ratio eſt,quia non uidetur niſi quod de ipſo ſecundũ æquales agulos ad unum punctũ axis pyramidis radialis eſt reflexum,quando uero anguli ad baſem ſunt æquales, latera æquos angulos continentia ſunt æqualia per 6.primi,ergo per 56.primi huius, centrum uiſus eſt polus,& ſuperficies ad quam illæ æquales lineæ terminantur eſt circulus, & ita uidetur iris circularis. Poteſt etiam exempli cauſa idem aliter declarari, ut ſi ductis tribus lineis uel pluribus à punctis reflexionis orthogonaliter ſuper lineam ipſi totali conſiſtentiæ uaporis à centro luminoſi corporis perpendiculariter incidentem, illæ enim erũt in eadem ſuperficie ex 5.undecimi,eruntq; æquales ex 32.& ex 26.primi,ergo in pũcto concurſus earum in axe,eſt centrum circuli ex 9.tertij,& quia totius radij partes non ad æquales angulos reflectuntur,non uidetur totus circulus radioſus,quamuis in tota nubis conſiſtentia ubiq; lumen exiſtat, radij enim qui ad maiores angulos reflectuntur q̃ ſint anguli radiorum ad uiſum reflexorum ultra punctum uiſus ad aliũ locum axis reflectuntur,radij autem qui ad minores angulos eis qui ad uiſum perueniunt reflectuntur, ad locum alium axis intra centrum uiſus concurrunt,& ſic neutri uidentur,niſi forte ab alijs uiſibus in locis ſuorum concurſuum exiſtentiũ,& propter hoc accidit moto homine in ante uel retro,aliam & aliã iridem uideri,qm̃ ſemper uiius ꝓgredientis uel recedentis incidit in pũcta aggregationis diuerſorũ radiorũ,ſicut etiã accidit in hominibus diuerſis magis uel minus à centro ſolis ſecundũ diuerſam zenith capitis elongationem diſpoſitionis, ſub eodẽ tamẽ exiſtẽtibus circulo meridiano,uel alio circulo altitudinis. Iris itaq; ꝓpter has cauſas uidetur circularis concaua,quia nec exteriores nec interiores radij incidentes ſuperficiei totius conſiſtentiæ roridæ in eodem puncto concurrunt ad uiſum,unde uiſus partes uaporis alias iudicat lumine priuatas,& ſignum huius eſt, q̃d accidit in ſuperficie plana aquæ,in qua in quolibet puncto eſt forma ſolis uel lunæ,uel ſtellarũ nõ tamẽ uidetur niſi in puncto uel loco uno, à quo eſt poſsibilis reuerberatio ad uiſum, & mutato uidente ulterius alia iterum forma corporis luminoſi uidetur à loco alio,à quo eſt ad uiſum poſsibilis reflecti,& idem uidetur de candela uel lumine aliquo diſtincto in cultello nouo uel ferreo polito,uel alio,quia ſemper re immobili exiſtẽte mutatur forma uiſa,

uiſu mutato ſecundū motū quo poſsibile eſt ad oculū reflecti,& in puncto alio nō uide-
tur,aliud etiā ſignū huius eſt,quia ſcilicet ſi aliquo exiſtēte radio ſolis per aliū qui eſt ex-
tra radiū tranſuerſaliter ſpergatur ore uel aliquo alio artificio aqua roratim in radiū,ui-
ſus eius qui eſt in radio forte nō uidebit niſi colorē albū,cū tamē ſpargēs cui opponitur
uapor directus uideat lumen & colores iridis.ſed cōfuſos.niſi diſpoſitio corpuſculorū ra
diorum ſic diſponatur,ut poſsit fieri certa reflexio ad uiſum in medio radij exiſtentē.Pa
tet itaq; ex præmiſsis,qm̄ iris in uapore rorido generatur.Signū aūt illius eſt quia modi-
cū ſtat iris,eo qđ uapor talis cū ſit ex materia graui,iam ad formā grauis accedente ſta-
re nō poteſt ſup ſuperficiē horizōtis,niſi moueatur ad centrū grauiū,quod eſt centrū mū
di ſecundū quod ei eſt poſsibile,& ob hoc etiam poſt apparitionē iridis quando operatio
ne agentis cōdenſatur materia,& reducitur ad formā potentē mouere,ſicut pluuia,& ex
corpuſculorū quolibet in uapore prius ſeparatorū fit per condenſationē materiæ gutta
aquea deſcendēs.Signū etiam eius eſt quod dictū eſt prius,qm̄ aqua uaporoſe ſperſa ore
manu uel remo,ut apud nautas,in radio ſolari apparet iris,& iridis colores,& diuerſi aſpi
cientes uident illud,quia radij incidentes guttulis diuerſimode reflectūtur,patet ergo pro
poſitum,quod eſt iridem in uapore rorido generari.Si autē dicatur,quia partes corpu-
ſculorum in materia iridis non ſunt omnes omnino ſphæricę,non eſt uim faciens inſtan
tia,quia idem accidit omnino in non ſphæricis,quod nunc dictū eſt de ſphæricis,nunq̄
enim fiet iris niſi multi congregati radij ad uiſum uniformiter reflectantur.

LXVII.

Tricolor eſt omnis iris.

Dubitatū propter ſui difficultatē ab antiquis hoc theorema proponitur,multis enim
Mathematicorū patuit figura & quantitas iridis,& ſunt hæc ab ipſis naturalis philoſophi
æ inquiſitoribus ſuppoſita,color tamē quē uidimus nondū cōuenienter ab aliquo eſt per
tractatus niſi per diſtinctionē materiæ iridis ſecundō aduſti,indigeſti & opaci naturam,
quod ſi hoc motō & poſsibilitatē rerum naturaliū ſeruet & ſeruare ualeat intellectū eorū
qui ſcripſerunt talia duximus relinquendū.Colores aūt iridis ſecundū uerum,quod ſe no
bis poſt multos cogitatus & experientias obtulit,ſic poſſunt declarari,quia enim totus
uapor roridus,qui eſt materia iridis in ſuperficie & profundo eſt irradiatus,& ipſius eſt
multa profunditas,patet quia ipſe in aſpectū uiſui ad ſolem ſerenius & immixtius habet lu
men mixtū,tamē cū colore uaporis qui niger eſt,ut in aquoſis uaporibus euidēs eſt,ſunt
enim omnes nigri,natura aūt lucis eſt immiſcere ſe coloribus rerum ad quas reflectitur.
Eſt enim in principio ſecūdi huius ſuppoſitū,lucē res coloratas tranſeuntē illarū colori-
bus colorari,hoc enim patet ſenſui,unde etiā lumen reflexū ſecū defert colorē rei à qua re-
flectitur ad uiſum,ſicut patet in radio tranſeunte per uitrū coloratū,cū itaq; lumē de na
tura ſua fulgidū ſit,ut patet,& recipiatur in generatione iridis in uapore nigro aqueo,ne
ceſſe eſt ipſum per 15.quarti huius,uiſui colorē præſentare puniceū,& iridē in parte illa
ſecundū uiſum colorē habere puniceū propter fortitudinē uiſus & plurimā ad ipſum in
loco uicino reflexionē fortiorū radiorū propter uicinitatē corporis luminoſi à quo fit im
preſsio lucis reflexæ ſecūdū lineā breuiorē,& quoniam
tota nubes eſt luminoſa,& lumē ſemper ſecundū æqua
les angulos reflexū à diuerſis ſuperficiebus in profundo
nubis æquediſtantibus baſi pyramidis primo illumina
tionis ad eundē reflectitur uiſum per ſuperficiē prioris
pyramidis uicinioris uiſui,quoniā ut patet per 68.pri-
mi huius,circuli æquediſtantes in eadē axe ſuos habēt
polos,& idē punctus eſt polus diuerſorū circulorū.pa-
tet,quia etiam lumen quod eſt in profundo nubis uide
tur,quoniā uero illud lumē,eſt lumē refractum debile
multo colori nubis qui niger eſt admixtū,& qm̄ uide-
tur per pyramidē uiſualē inſcriptam ab eodē uertice,ut



pote à centro oculi ipſi primæ pyramidi uiſuali ſecūdū quā uiciniores radij,qui punicei
apparent

apparent ad uiſum reflectuntur, quæ ad minorem baſem inſcribitur, patet per 106. pri-
mi huius, quoniam anguli qui ad baſem inſcriptæ pyramidis fiunt, maiores erunt anguli
qui fiunt ad baſem primæ pyramidis, lumen ergo ab illo loco in radijs ſub maiori angulo
ad uiſum reflectitur, unde radij minus lumini uniti ſunt, & debilius uiſui offeruntur, an-
guli etiam quos in centro uiſus faciunt, ſunt minores, ut patet per eandem 106. primi hu
ius, quoniam anguli qui fiunt per radios primæ pyramidis in centro uiſus, ſub minori er-
go angulo uidetur lumen in corpore nubis, quàm in ſuperficie, quod autem ſub minori
angulo uidetur minus uidetur, ut patet per uigeſimam quarti huius, hoc autẽ patet expe-
rimentanti in lumine ſtellæ uel candelæ, quód enim prius uiſum eſt aperto oculo fulgi-
dum, claudendo plane oculis amittit fulgorem, & incipit nigreſcere. Item quoniam à re
motiori uidetur tale lumen, ideo debilius uidetur, remotio enim ſiue protenſio uiſibilis à
uiſu eſt cauſa debilitatis uiſus, ut patet per 15. 8. quarti huius. Item quia uapor remoti-
or à corpore luminoſo groſsior eſt & nigrior, & magis aqueus, unde nigredo uaporis lu
mini incorporatum plus denigrat, & magis ipſum uiſui obfuſcatum præſentat, & hoc
quidem in coloribus iridis aliquam cauſalitatem habent, totalis uero cauſa omnibus hu-
ius coloribus uniuerſalis immixto umbrarũ ipſi fulgori luminis, quoniã em̃ ut patet per
premiſſam, uapor roridus eſt materia iridis, à cuius corpuſculis fit reflexio luminis ad ui
ſum per undecimam ſecũdi huius, omnia corpora dẽſa in parte luminoſo corpori aduer
ſam umbram proijciunt, patet quod radij reflexi à remotiorum corpuſculorum ſuperfi-
ciebus, umbrarum anteriorum corpuſculorum nigredini ſe immiſcent, & ſic permixti
colore nigro umbrarum perueniunt reflexi ad uiſum, & ſecundum quod plus uel minus
umbrarum nigredine permiſcentur, ſecundum hoc diuerſificant actum ſuæ luminoſita-
tis, in uarios colores, & huius rei ſignum eſt in coloribus ſimilibus iridi, qui obducto ui-
ſu ipſa manu uel alio umbroſo, de ſub manu in feneſtrarum periferijs uidentur. Siguum
quoq; huius eſt magnitudo maris, quæ propter umbrarum multiplicationem accidit in
maribus aquarum limpidarum, in quas lumen ſe profundat, cum ex turbulentis aquis
marium, quos lux non penetrat ut umbras efficiat, ipſis maribus non nigredo ſed uiridi-
tas accedit, & obductis palpebris uiſui reſpectu luminis ex umbris pilorum ipſarum pal
pebrarum colores iridis uidẽtur. Singula quoq; particularia in quibus colores iridis ap
parent, ad hanc umbrarum cauſam, ut ad quoddam uniuocum reducuntur, ut patet in
collis anatum & pauonum, quæ ſecundum diuerſam diſpoſitionem diuerſimode coloran
tur, criſpitudo enim ſuarum pennarum alias hinc & inde proijcit umbras, quæ permi-
xte lumini diuerſos hinc & inde procreant colores, ut patet intuenti, nec enim alias præ-
miſſorum cauſas noſtro potuimus indagare ingenio, exiſtentibus enim tantum 22. uiſi-
bilibus, nullum aliorum uiſibilium præter umbram, & lumen horum colorum apparen
tium uiſui uidetur eſſe cauſa, unde & hunc colorum iridis æſtimauimus proximam eſſe
cauſam, nullum tamen uidimus quem intellectus ſuus in hoc modicum intelligibile dire
xerit. Sed huius rei facilis omnes alij difficiles uiſi ſunt dare cauſas. Nos tamen hac cau-
ſa ut uniuoca & conuertibili erimus contenti, alia quæ præmiſimus ponentes, ut quædã
adminiculãtia huic cauſæ. Iſtis itaq; præmiſsis cauſis uel omnibus, uel pluribus, uel aliqd
ſenſibiliter concurrentibus interſectione pyramidum reflexionis baſium æquediſtantiũ
tunc deficit iudiciũ uiſus, & lumẽ magis mixtũ uaporis nigredini minusq; refractũ, ſub
maiori quoq; angulo reflexũ & ſub angulo maiori uiſum, & in minori diſtãtia à ſe ipſo
poſitũ, & in materia groſsiori radiatũ, & umbris pluribus ꝑmixtũ uiſus iudicat magis ab
albo recedere ꝙ puniceũ, uideturq; illud lumen reflexũ ſibi iride ſeu praſsium, & ſecundũ
colorem praſsium plurimũ pyramidũ facta reflexiõe cũ dictæ ſenſibiliter à prius entibus
conditionibus uariantur, uidetur lumen plus nigro accedere, & fit uiſui color Alurgus
ſiue laſurus, qui uaporis magnitudine umbriſq; pluribus magis permixtus eſt ꝙ praſ-
ſius, & demum cum ſecũdum hunc colorem alurgum plurimum pyramidum uiſis circũ
ferentis baſiũ ſenſibiliter incipiunt prædictæ conditiones uariari, & cũ lumẽ amplius ad
uiſum ſit diſpoſitũ nõ reflectitur, fit nigrũ, quod amplius permixtũ lumen non uidetur.

Signum uero prædictarũ eſt, quia cũ aliquis poſtq̃ ſolem uel aliqđ corpus fulgidũ aſpexerit, claudit oculos ſubito & fortiter, primo quiden obducto oculo pelle, quod prius uidit fulgidũ, uidebit puniceũ, deinde praſsiũ, deinde purpureũ, poſt in nigrũ colorẽ forma lucis decidens exterminatur, & ſic facto motu in uiſu de albo ipſo paulatim exterminato ſemper in propinquius nigro fit reſolutio. Patet itaq; ex præmiſsis, qm̃ iris fit tricolor, quorum colorũ ſupremus eſt puniceus, & color uiridis ſub puniceo cõtinetur, qm̃ color circumferentiarũ baſium uiridiũ ſub colore baſiũ circumferentiarũ puniceaũ fertur ad uiſum, & ſimiliter color alurgus ſub uiridi continetur eadẽ ratione, & ſic uidetur unus arcus coloratus ſub alio arcu cõtinuo colorato. Color uero xantus qui inter colorẽ uiridem & colorem puniceũ uidetur, in iride nõ eſt color diſtinctus ab aliis, ſed ex cõmixtione uiridis & rubei uiſibus occurrit. Puniceus enim color iuxta praſsinũ uiſus albus uidetur, qa & purpureus color iuxta nigrũ albus uidetur, uiride eñ per mixtũ eſt albo, & ob hoc color xanticus, quia propinquior eſt nigro q̃ puniceus, inter puniceũ & uiridẽ uidetur, unde etiã facta iride in nube nigerrima, color ſuperior nõ eſt puniceus, ſed xanticus uidetur, propter multã nigredinis uaporis cũ lumine ꝑmixtionẽ, & reſoluta nube ꝗd prius uidebatur puniceũ, demũ albũ uidetur, praſsiũ quoq; uidetur tendere ad xantũ colorẽ, & alurgũ ad uiridẽ, & iam uidit quidã uir experiẽtiæ iridẽ totam albã, ꝗd accidit propter materiæ raritatẽ, & luminis claritatẽ, & uiſus optimã diſpoſitionẽ in ſe, & in diſtantia ꝓportionata ad rẽ uiſam, uel forte ꝓpter uaporis plurimã groſsiciẽ & denſitatẽ, in quo non potuit lumen penetrare in profundũ, ſed fiebat á ſupficie uaporis reflexio, & ꝓpter hoc lumẽ non recepat colorẽ á colore corpis ſibi cõmixto, nec miſcebatur nigredini umbraꝝ, unde reflexio faciẽs iridẽ in forma luminis reflectebatur ſine admixtiõe nigredinis & umbrarũ. Signũ uero diuerſæ apparitionis colorũ eſt ꝗd uidet̃ in texturis purpurarũ, in qbus colores iuxta alios poſiti plurimã faciũt differentiã & mixtionẽ in uiſu, nõ eñ idẽ uidetur purpureũ iuxta poſitũ albo & nigro, aut alicui alteri colori, & ex hoc ꝓpter claritatẽ aliqualem quẽ color accipit á uicino ſibi colore aliquæ fantaſiæ colorũ in uiſibus oriũtur. Sicut etiã accidit operãtibus ad lucernã decipi in coloribus ꝓpter admixtionem impuri luminis, & accidit eos peccare, & alius colores pro aliis accipere, colorũ alietate ex immixtiõe ipſius luminis generata, & ſic nõ inconueniẽter dici poſsit, ꝗd medii colores iridis, á mediis pyramidibus ſecundũ dictas circũſtantias & diuerſarũ umbrarũ permixtionem cũ lumine generẽtur. Numerũ aũt colorũ iridis ſecũdũ antiqs in ternario decreuimus, extendũt eñ in tantum colorum nomina, aut color medius illius extrem coloris non habeat cum quo niger participat in natura, & ſic iridẽ tantũ tricolorẽ eſſe neceſſario cõprobatur, nec poſſunt pictores tales colores plenarie ſimulare. De coloribus q apparẽt in iride generata ex uapore aqueo ſparſo ore uel ſubtili artificio manu uel remo, tota cauſa dicta eſt cũ eñ lumẽ ad talia corpuſcula incidit, & ab eis reflectitur ad uiſum in radio poſitũ, uel in feneſtra per q̃ incidit radius uerſo occipite directe ad cẽtrũ ſolis, tũc lumẽ ꝓpinquius reflexũ tanti eſt luminis, qđ remotius reflexũ lumẽ ꝓpter admixtionẽ umbrarũ ſuperiorũ corpuſculorũ ꝓpinquiorũ uiſibus & corpori luminoſo magis & magis obtenebratur ſecũdum modos prius dictos, uidebiturq; ſic cõſtituto uiſu iris ex cauſis prius dictis rotũdata, taliter aũt uiſu diſpoſito ad radiũ uidebũtur ꝓpter inordinatã reflexionẽ ad uiſum colores iridis inordinati, qm̃ illa reflexio cũ nõ fiat ſecundũ angulos æquales ad figuram iridis rotundam nõ ꝑtingit, & ſecundũ qđ lumẽ corpuſcula rorida cõtingit, ſic ſecundũ aliquam reflexionẽ perceptam lumẽ colores uarios uiſui inducit, ſed quanto remotiores ſunt radii á principio ſub aggregatiõis in feneſtra, tanto colores magis efficiũt opacos ꝓpter plurimam umbrarũ immixtionem ipſi lumini reflexo. Inuenimus & nos diebus æſtiuis circa horam ueſpertinã, uel modicũ ante circa. Viterbiũ in quodam præcipitio apud balneum, quod dicitur Scopuli, aquam uehementer præcipitari, deſcendentesq; ad uidendum quid in ipſo poſſet accidere ſoli ſibi oppoſito, uidimus iridem perpetuam ſole circa aſpectum illi debitum exiſtente, & multas ex proprietatibus iridis notauimus, unde quia ea quæ prius ſcripta de iride fuerant, nobis non per omnia ſufficere uidebantur, excepto eo quod inuolute ſcripſerat Ariſtotelis, illud nobis principium cogitationis fuit, ut præſenti negocio ſtudium applicaremus, patet itaq; propoſitum.

Corona

LXVIII.

Corona fit ex refractione luminis Solis uel Lunæ uel ſtellarum primæ magnitudinis à uapore humido circulariter ad uiſum.

Impreſsio, quæ græcè dicitur halo, & Arabicè Alileti, Latine dicitur corona, fit autem hæc impreſsio in uiſu ex incorporatione luminis in aliqua conſiſtẽtia uaporis. Cum enim ut patet per 54. huius, non aggregatis radijs corporis luminoſi in corpore non luminoſo plus ꝙ in medio lumen ſenſibilius fieri ſit impoſsibile, patet quod ad generationem halo neceſſarium eſt aliquẽ uaporem corpori luminoſo & uiſibus interponi. Cum ergo aliquis uapor humidus communis interponitur uiſibus, & corpori luminoſo non potente illum uaporem cito diſſoluere uel diſgregare, tunc fit ad uiſum refractio luminis ſecundum circulum per 62. huius, lumen enim ſecundum æquales angulos illi uapori per ignẽ & aerem incidens ſecundum æquales angulos refrangitur ad uiſum per 8. huius, uidetur itaq; lumen circulare propter æqualem refractionem luminis aggregati ad uiſum, quoniam propter refractionem luminis, ut patet per 14. huius, aggregantur radij in profundo uaporis. Cum enim lineæ radiales frangantur ad angulos, tunc lumen uiſui quaſi duplicatur, & peruenit uehementius ad uiſum, & ſi forte uapor ille ſit roridus diſtinctus per corpuſcula, tunc plures fiunt refractiones & augetur lumen, & quoniam idem radius incidens ſuperficiei uaporis, in corpore uaporis refrangitur ad perpendicularem à puncto ſuæ incidentiæ ſuper ſuperficiem corporis, à quo refrangitur productam, & ſecundum extenſionem lineæ incidentiæ umbra protenditur per 11. ſecundi huius, & quoniam radius incidens & refractus non ſunt linea una, ſed angulum continent. Ideo patet quia radius refractus refrangit umbram proiectam à corpore cui incidebat, quæ tamen eſt modica, quia ut plurimum corona uidetur in uapore raro leuiter condenſato, ueruntamen quia retro uaporis illius conſiſtentiam fit noua refractio in aere medio inter uaporem & uiſum, qui fit à perpendiculari per 4. huius, patet quod lumen refractum perueniens ad centrum uiſus non eſt umbrarum nigredine permixtum, ſed liberum ab illis, & propter hoc ſemper uidetur album uel forte modico, & indiſtincto colore aliqualiter rubeo ſecundum ſe totum coloratum, iris uero quia fit per reflexionem radiorum umbras protractas penetrantium ideo illi radij ſub actu coloris perueniunt ad uiſum, fitq; diſtinctio colorum ſecundum modum diuerſitatis luminis & umbrarum. Videtur itaq; corona ex refractione luminis quandoq; ſolaris, ſed raro accidit hoc propter fortitudinem & uehementiam illius luminis, uaporem quæ eſt materia coronæ ſubito diſſoluentis. Sæpe tamen accidit hoc ex lumine lunæ uel ſtellarum primæ magnitudinis, quorum lumen illam conſiſtentiam uaporum diſſoluere non poteſt, à minoribus uero ſtellis non accidit halo propter ſui luminis debilitatem, quod tantum effectum imprimere non poteſt. In circuitu quoq; luminis candelarum quandoq; accidit uideri coronam in aere groſſo, ut plurimum flante Euro, & tunc quandoq; propter raritatem aeris umbram proijcientis partium ſuperiorum ſuper infimas accidit uiſibus colorem purpureum à tali refracto uel reflexo lumine præſentari, patet itaq; propoſitum.

LXIX.

Iridem in parte mundi meridionali à ſeptentrionalibus uiſibus nõn eſt poſſibile uideri.

Quod per 107. primi huius, patet in pyramidibus purè Mathematicis ſibi ad inuicem inſcriptis, idem patet per 62. huius, de pyramidibus reflexis iridem cauſantibus, quæ naturam Mathematicorum pyramidum conſequentur, ſemper enim oportet ut centrũ uiſus ſit inter centrum corporis luminoſi & centrum iridis, ad hoc ut illa impreſsio uideatur, quam proprie iridem nominamus, licet aliæ impreſsiones colores iridis ſimulantes quandoq; per modos alios uideri ualeant, ut inferius patebit. Quod autem iris meridiana à uiſibus ſeptentrionalibus uideri non ualeat, ſatis patet ex alijs, quæ diximus in generatione colorum iridis, qui propter reflexionem luminis & umbrarum lumini admixtionẽ per ſe cauſantur, poteſt etiam occaſionaliter id patere per hoc quod materia iri-

dis in approximatione corporis luminoſi de facili reſoluitur in aquam, uel ſubtiliatur in aerem lucidum, à cuius ſuperficiei non poſſunt fieri reflexiones, quæ etſi fierent tamē tenderent in partem in qua eſt ſol, nec ad uiſum peruenirent, & etiam quia colores iridis, qui fiunt propter debilitatem reflexæ lucis non poſſunt in tali loco cauſari, quia circa corpus luminoſum cum ſemper magis ſit luminis, radij reflexi non debilitantur, ſed magis uiſibiles efficiuntur. In talibus tamen locis facta radiorum refractione ad uiſum per uaporem uel aerem denſum aliquod lumen aggregatum uideri poteſt in uapore uel aerē condenſato, ut diximus de generatione in præmiſſa coronæ, quæ fit ex refractione luminis ſolis quandoq;, & tamen raro, propter luminis illius fortitudinem. Sæpe uero ex lumine lunæ & ſtellarum primæ & principalis magnitudinis generatur iris, ergo quando debet generari, oportet quod radij ad oculum reflectantur, & quod retro uaporem roridum, qui eſt materia iridis, per 64. huius, non ſit lumen aliud irradians, unde etiam corona groſſa apparente uiſui, ſcilicet in groſſa materia & ſpiſſa ſiue denſa à forti lumine cauſata eſt poſsibile, ut in ipſo aliqui colores iridis appareant uiſu poſito inter corpus luminoſum & uaporem, tunc enim omnes conditiones & cauſæ colorum iridis in loco tali cōcurrēt, & materia ſubeſt, iris ergo ſic poterit apparerè, fortè accidit quod materia in qua plus meridionalis à uapore rorido iris uidetur reflexa, tunc hominibus plus ſeptentrionalibus ab eodem uapore, ita quod uapor idem eodem tempore utriſq; habitatoribus appareat, & ſecundum eundem circulum altitudinis uideatur, corona propter luminis refractionem, & idem erit in quolibet circulo altitudinis prædicto modo quibuslibet uidentibus conſtitutis. Ex quolibet his quæ dicta ſunt patere poteſt, quia quandoq; ex fortibus ſolis radijs reflexis à nube aquoſa integra ad locum in quo eſt uapor roridus à latere ſolis aliquo poſſunt colores iridis generari in plenis circulis uel circulorum portionibus incompletis, ut quando corporis ſolis nubes ſolida aquoſa diametraliter componitur, & in ipſam incidens radius reflectitur, & reflexo radio nubes rorida obſiſtit, in qua fit radiorum refractio & reflexio perueniens ad uiſum, tunc enim colores iridis apparent ſiue recti, ut cum uapor recte opponitur uiſui, & tales colores ſunt in uapore raro aqueo permixto, quandoq; uero apparent circulares, & fiunt quaſi irides, oportet autem ad hoc ut talis iris uideatur, quod nubes ad quam fit radiorum ſolis reflexio ad oppoſitum uaporem, & uapor roridus ad quem & à quo ad uiſum fit luminis reflexio, & uiſus ad quem fit reflexio in eadem recta linea conſiſtant, & quod ſuperficies nubis à qua fit reflexio & ſuperficies uaporis à qua & ad quam fit reflexio productis ſuper horizontem quaſi in ſuperiori hemiſphærio concurrant aliter enim uix fieret ſenſibilis reflexio ad uiſum poſteriorem nube, à qua fit reflexio, fieret autem modica propter naturam reflexionis à corpuſculis paruis, de quibus ſermo fit in 64. huius. Nos enim per huius concurſum ſuperficierum intelligimus concurſum linearum contingentium corpuſcula uaporis roridi in ipſo pūcto reflexionis. Sed etiam quod nubes aquea reuerberans lumen uicina ſit circa ſolem, ubi radij ſolares fortes exiſtunt, & talem iridem non unam nec duas tantum, ſed 4. ſimul uidimus Paduæ ſole iam ad ueſperam declinantem, & non erant irides in diſtantia 10. graduum à ſole, & omnes circulorum completorum & in ſuperficiebus diuerſis, & erant quædam quaſi ſe extrinſecus contingentes. Eas autem irides, quæ fiunt ex radijs corporis luminoſi non ab alia nube reflexis ad uaporem, ſed ab ipſa uapore ad uiſum reflexum, nō eſt poſsibile fieri, niſi in oppoſitione corporis luminoſi ad uaporem uiſu in medio exiſtente, unde in noſtro habitabili non poteſt uideri iris ad meridiem, quia nō interponitur ibi uiſui uapor & corpori luminoſo, curſus enim ſtellarum erraticarum terminantur ſecundum partem qua extremitas zodiaci terminatur, qui in noſtra habitabili ſeptentrionalis fieri non poteſt, & hoc eſt quod proponebatur.

LXX.

Ex radijs ſolaribus & lunaribus tantum irides generantur.

Quoniam enim tantum horum duorum corporum radij ſecundum mundi diametri

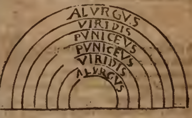
enſſ

ſenſibiliter extenduntur,ſolis utpote,quia eſt corpus maximum quantitate omnium luminoſorum corporum & puriſsimæ ſubſtantiæ,lunæ uero,quia ipſa terræ eſt uicinior,unde eius radij uiſui ſenſibilius offeruntur,ab aliorum uero corporum luminis ſenſibilitatẽ excuſat uiſum paruitas ipſorum corporum reſpectu ſolis,& magna à nobis diſtantia reſpectu lunæ. A ſole autem iridem fieri cognitum eſt ſenſui,ex radijs etiam lunæ iridem fieri eſt poſsibile,& hoc eſt ſæpe uiſum maxime apud plus ſeptentrionales,quibus ſæpe offertur materia,unde uiderunt lunæ iridem obſeruatores nocturni in Alemania bis in uno anno,& forte pluries uideretur ſecundum quod ſe offerunt agens & materia,apud mẽridionales uero rarius uidetur,quia non offert ſe totiens materia,& ſi agens ſemper ſit diſpoſitum ad diffuſionem luminis,ut in omni plenilunio uel circa illud, unde Ariſtoteles non conſiderauit fieri iridem lunæ in loco ſuæ habitationis niſi bis in 50. annis,fiunt autẽ irides lunæ plures in crepuſculis luna plena uel gibberoſa magna exiſtente poſita circa orientem ſuper horizonta ſic, ne radij ſolis uideantur, fiunt etiam in nocte, ſemper tamen in oppoſito lunæ,habetq; iris lunæ formam & materiam quam & iris ſolis,ſimiliter & colorum diſtinctiones,qui tamẽ ſunt albiores coloribus iridis ſolis,cuius cauſa eſt, quoniam in nube nigra & in nocte fit iridis lunæ apparitio,unde duplicato nigro,ſcilicet noctis & nubis,album quod fit ex radijs lunæ, magis uidetur album, & quia puniceum eſt debiliter album,ideo puniceum magis album tunc uidebitur comparatione plus nigri, & ſimiliter de unoquoq; aliorum colorum,quilibet enim illorum colorum albior uidetur,& ſic tota iris lunæ albior uidetur quàm iris ſolis,umbræ enim radijs lunæ accidentes non ſunt tam nigræ ut umbræ ſolis,& huius cauſæ ſunt diuerſæ,ut dictum eſt, lumen enim lunę eſt pallidius lumine ſolis,unde colores ex commixtione ſui informati inficiuntur,nec accedunt ad ſummum formæ ſibi propriæ,ſicut etiam accidit propter palloreꝫ luminis candelæ uariari plurimos colores & alios pro alijs accipi per ſenſum. Sic ergò patet à quorum corporum radijs irides generantur,quoniam ex radijs ſolis & lunæ tantum,non autem ex aliarum ſtellarum radijs quarumcunq;,quod eſt propoſitum.

LXXI.

Non plures duabus iridibus ſitu colorum differentibus poſsibile eſt uideri.

Verbi gratia, cum non ſint plures niſi tres colores iridis,ut patet per 65. huius, non eſt poſsibile diuerſificari colores iridis in ſitu,niſi ſecundum extremorum colorum, ſcilicet punicei & alurgi localem tranſpoſitionem, quia ſemper medius manet in cauſalitate media inter iſtos, & ob hoc patet quòd plures quàm duæ irides ſitu colorum differentes fieri non poſſunt,quia color medius non poteſt habere cauſam generationis alijs colòribus manentibus in forma propria, quamuis ſint tranſpoſiti in ſitu. Quod autem quãdoq; plures irides eiuſdem ſitus in coloribus uidentur una ſub alia,ut primo rubeum, deinde uiride,& deinde alurgum, & idem rubeũ, & idem uiride, & demum alurgum,hoc accidit propter diuerſitatem materiæ,in diuerſis ſuperficiebus,quarum una eſt ante aliam, & quos accidit ſub uno angulo uideri, unde uideatur quaſi ſint habitæ uel contiguæ, quod ſi in angulo ſit diuerſitas,ut quia exiens à uiſu, tranſiens per gibbum iridis unius ſcilicet inferioris,nõ tranſit per gibbum ſuperioris; tunc uidebuntur concurrentes, & inter alurgum ſuperioris & puniceum inferioris erit notabilis differentia, ſcilicet alba, quoniã ab illa parte nubis propinquioris uel remotioris ipſi uiſui quàm uidetur reflexionis ad uiſum illum conueniat, non fit reflexio luminis ad uiſum,quod non accideret quando ſub eodem an

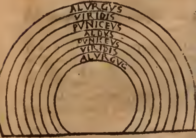


gulo uidentur. Sunt tamen huiuſmodi irides ſemper in diuerſis ſuperficiebus, & ab una pyramide inflexi luminis cauſantur, & ob hoc ipſorum eſt quaſi centrum unum, quod eſt centrum pyramidis irradiationis, & uidentur æquediſtantes in uiſu ipſorum periferiæ, & poſsibile eſt licet non ſæpe eueniat, quod plures tales irides una uidelicet intra aliã uiſui offerantur, & iſtud poterit probari duobus aquam in radio ſpargentibus, uno ſcilicet ſub reliquo, tunc enim iris ſub iride poterit uideri, ſed idem erit ordo in ſitu colorum iridis utriuſq;, neuter tamen alterius iridem uidebit, ſed cuicunq; ſua in eodem tempore uiſui occurrit. Impoſsibile autem eſt quod hic fiat in eandem ſuperficie, ſcilicet quod plures irides eiuſddm ſitus in coloribus appareant, quoniam ab illa ſola parte ſuperficiei fit reflexio, ubi ſecundum æquales angulos radij incidunt, & non ab alijs partibus eiuſdem ſuperficiei ſuperioribus uel inferioribus periferia prędicta, ut patet per 61. huius, colores autem iridis exterioris coloribus iridis interioris ſemper debiliores apparent, quoniam fiunt à radijs magis diſtantibus à perpendiculari & remotioribus à uiſu, unde lumen per eos reflexum debilius uidetur reſpectu eius, quod ex interioribus radijs cauſatur.

LXXII.

In iride exteriori quandoq; colores interioris iridis contrapoſiti & debiliores uidentur.

Colores iridis contrapoſitos dicimus, quando ſicut iridis interioris color eſt puniceus qui eſt in exteriori circumferentia ipſius, ſicut exterioris iridis color eſt puniceus, qui eſt in interiori periferia ipſius iridis, mediusq; utriuſq; iridis color eſt praſsinus. Interiorq; color interioris iridis eſt alurgus, ſicut exterior color iridis exterioris. Sic autem diſpoſitis duabus iridibus, tunc omnes colores exterioris iridis ſunt debiliores quàm interioris iridis colores. Huius quoq; cauſa aliqua eſſe poſſet ſi illi colores omnes in una nubis ſuperficie uiderẽtur, quia tunc colores exterioris iridis per magnã diſtantiam uiſui apparerent, ſicut & interiores periferiæ iridis interioris. Ad quod intelligendũ ponamus exempli cauſa ſolem ſuper horizonta 20. gradibus eleuatum, & quoniam patuit prius in 62. huius, quod centrum baſis pyramidis irradiationis & centrum uiſus, & centrum corporis radioſi, quod eſt ſol ſunt ſemper in eadem linea. Centrumq; baſis pyramidis irradiationis & pyramidis uiſionis eſt unum punctum centro ſolis diametraliter oppoſitum, unde ipſum eſt nadir ſolis, & mouetur ſemper ſecundum motum ſolis, motuq; ſuo ſimilem circulum deſcribit, circulo motus ſolis ſcilicet ei paralello quem ſol motu ſuo diurno deſcribit ſuper horizonta, talem enim dictum centrum iridis deſcribit, quod eſt centrum baſis pyramidis illuminationis ſub horizonte, & ſicut cum ſol fuerit in puncto horizontis orientali, centrum fuit in parte horizontis occidentali, centrum illud fit in parte orientali, & quoniam lineæ ductæ à centro ſolis ad circumferentiam baſis pyramidis illuminationis ſunt æquales per 89. primi huius, palam quod ſuperficies baſis prædictæ pyramidis ſic horizonta interſecat, quod ipſa cum ſuperficie ſecante ſolem orthogonaliter inſiſtente horizonti concurret ſub horizonte, ergo facit angulum ſuper horizontem obtuſum reſpectu uiſus, nec mirum quoniam horizon cum tranſeat per unum polorum circuli ut per centrum uiſus, qui eſt polus illius circuli per 65. primi huius, patet quod per polum alterũ illius circuli non tranſit, quælibet ergo pars ſuperficiei uaporis in qua fit iris exterior illa pars quæ eſt ſuper circulum iridis in parte altiori plus à uiſu elongatur



tur, & ſi ab ipſa reflecti accidat radios ad uiſum, neceſſe eſt ſuperiores nigriores uiſui apparere, reſpectu eorum radiorum, qui à partibus eiuſdem ſuperficiei in ſuperioribus illis ad uiſum reflectuntur, ut patet per penultimã & ultimam quarti huius, & fit ſuperioris iridis inferioris periferiæ, quæ uicinior eſt uiſui colores puniceos, mediæ uero praſſinos, ſupremæ uero Alurgos neceſſe eſt uideri, & uincit quantitas diſtantiæ in magnitudine exceſſus elongationis quantitatem angulorum reflexionis, & quantitatem angulorum uiſionis, & ob hoc colores iridis ſuperioris contrapoſiti quandoque uidentur coloribus iridis interioris, in qua ſuperior periferia ſemper uidetur punicea, quoniam quando ad uiſum ab illa parte ſuperficiei fit reflexio improportionata reflexionibus diſtantia, tunc radij inferiores eiuſdem ſuperficiei in eadem diſtantia ad uiſum reflecti non poſſunt, eo quod in proximitate debitam diſtantiam excedunt, ſunt enim tali uiſui proportionata reflexioni diſtantia uiciniores quod ergo uiſui de proximo uapore irradiatum apparere poteſt, puniceum apparet propter unitatem & alias cauſas in 65. huius, prius dictas, uiſui uero profundato ulterius in uapore ſecundum modum diſtantiæ fulgor luminis umbrarum nigredine permiſcentur, & uariantur colores ſecundum prius dicta. Sic ergo in uapore irradiato fit quædam gibboſitas quo ad uiſum, & ob hoc forte dictum eſt à quibuſdam, nubem fore concauam, in qua iris generatur, quamuis ea quæ uidentur nubis concauitati non oporteat adſcribi, quia uapor quo ad conſiſtentiam ſui totius eſt integer plenus corpuſculis diſtinctis, ſicut uidentur athomi totum ſolis radium implere, & eſt talis uapor à parte poſteriori à ſole groſsior quàm à parte anteriori ſolem aſpiciente. Quod ſi centrum ſolis in periferia horizontis poſitum fuerit, ſic ut baſis pyramidis illuminationis ſit orthogonaliter horizonti inſiſtens, adhuc radij exteriores ad uiſum reflexum, ſunt longiores reſpectu eorum, qui ab interioribus periferijs reflectuntur per decimamnonam primi. In eodem enim triangulo ad uiſum terminato maiori angulo opponuntur. Sic ergo patet, quod corpore ſolis ubicunque poſito exterioris iridis colores reſpectu colorum iridis interioris poſsibe eſt contrapoſitos apparere. Omnes autem colores ſecundæ iridis ſunt debiliores neceſſario coloribus primæ iridis, quoniam fiunt à radijs magnis diſtantibus à perpendiculari, & ſecundum maiores angulos ad uiſum reflexis, propter quod iſti radij cum radijs incidentibus minus aggregantur, unde minus efficiunt luminis & coloris. Nos autem eo quod nunc præmiſimus utimur pro principio ad propoſitum declarandum diſponente, & ſi ipſum non ſit circa cauſam, manifeſtum eſt enim quod illi radij cũ ſint extra periferiam proportionatam reflexioni ad illum uiſum, ſcilicet ultra puniceam interioris iridis, quoniam non reflectentur ad uiſum cum lumine, niſi propter reflexos radios ab interiori prima iride ad reflexionem diſponatur, & niſi lumen eorum innatum uiſibilitatis per aggregationem luminis illorum radiorum cum ipſis ad uiſum reflexorum producatur, & huius ſignum eſt albedo, quæ circulariter apparet in nube inter periferiam ſuperiorem iridis inferioris puniceam, & inferiorem iridis ſuperioris puniceam, & quia hæc albedo fit per lumen nubem irradians ad uiſum non reflexum, cum enim radiorum ab eadem ſuperficie reflexibilium qui ad uiſum in aliquo uno loco diſpoſitũ reflecti poſſunt. Sint hij, qui ab ultima periferia inferioris iridis reflectuntur, nullus ſuperior radiorum reflectetur ad illum uiſum, ſed nubes alba ex commixtione luminis non reflexi per modum uiſionis ſimplicis illi uiſioni occurret, ex periferia uero punicea inferioris iridis, & ſi plurimi radij præter eos qui ad illum uiſum reflectuntur ad partes uicinas uaporis roridi ſe diffundant, lumen tamen ad illum uiſum ex eorum incidentia à uicino uapore reflecti non poteſt, quoniã cadunt illi radij in ſuperficiebus uaporis aqua, ſicut à ſuperficie improportionata adhuc uiſui non eſt cõueniens diſtantia reflexioni, hoc enim in principio periferiæ puniceæ incipit, ubi ſecundum angulos in illa pyramide acutiſsimos radij incidunt ipſi nubi, alij uero radij poſteriores his radijs in punicea periferia inferioris iridis ad maiores radios anguli incidũt quo ad uiſum, cũ ſint in profundiore ſuperficie à uiſu ad illam ſuperficiẽ ua-

poris in qua eſt inferior ſuperioris iridis periferia punicea reuertuntur,& ibi aggregati
cum radijs illi parti uaporis incidentibus à ſole illam partem ſuperficiei ex aggregatione
maioris luminis uiſibilem faciunt,radijs ad uiſum reflexis,qui prius propter luminis de-
bilitatem ſenſibiliter nō poterant reflecti,& quoniam radij ab inferiori parte ſurſum ad
alias partes uaporis roridi reflexi,ſiue uapor ad quem fit reflexio in eadem ſuperficie cū
prima iride ſiue in alia ſuperficie ſit conſiſtens cū radijs ab eadem periferia ad uiſum refle
xis in generatione primæ iridis,ut declaratum eſt in 64.huius.angulos conſtituunt,fiunt
trianguli,quorum anguli ſunt in centro uiſus,baſes uero ſunt lineæ interiacentes punice
am periferiam inferioris iridis,& puniceam ſuperioris,& quod ab illis baſibus nulla fit ui-
ſui ſenſibilis reflexio,tota ipſarum ſuperficies uidetur alba,niſi reflexo ab ipſa aliquo lu-
mine ad uiſum. Simili quoqꝫ modo fit reflexo ab alijs coloribus inferioris iridis ad iridē
ſupremam.& quoniam anguli incidentiæ radiorum illas partes iridis cauſantium ſunt
maiores,ut ſupra patuit per 106.primi huius;ideo per 20.quinti huius,& anguli refracti
onum ſunt maiores,altius ergo in uaporem ſuperiorem illi radij pertingunt , procrean-
tes ſibi ſimiles colores,quoniam illi radij propter admixtionem umbrarum aliorum cor-
puſculorum colorem participant,qui ad corpus oppoſitū mixtum cum lumine tranſmu
tatur per 2.quinti huius,& ſicut oſtenſum eſt per 55;quinti huius;quoniam propter refle
xionem dextra apparent ſiniſtra,& ſiniſtra dextra,ſic etiam accidit in ipſa reflexione co
loris iſtarum iridum contrapoſitos uiridi,colores quoqꝫ ſecundæ iridis debiliores uiden-
tur quàm primæ iridis,ſcilicet inferioris,quoniam radij remoti ab axe pyramidis irradia
tionis nubi incidētes ſunt debiles,& uiſui propter diſtantiam magnam inſenſibiles,ut pa-
tet per penultimam quarti huius,& etiam radij reflexi à primæ iridis refractis radijs ſunt
debiles,ut patet per 3.quinti huius,& per 10.huius. Sic ergo neceſſario ſecundæ iridis co
lores ſunt debiles nigri,quia nigredine umbrarum permiſcentur,neceſſario ergo reſpe-
ctu primæ iridis coloribus ſecundæ iridis colores debiliores apparent,nec fit aliqua ulte
rior reflexio ab illis ad partes ſuperiores roridi uaporis propter illorum radiorum debili
tatem,& forte ob hoc dixit Ariſtoteles,quod plures duabus iridibus non poſſunt uideri,
quoniam tantum duæ ſunt quæ ſitu colorum formaliter diſtinguuntur,quamuis plures
quandoqꝫ uideantur,ut in præmiſſa declaratur,patet ergo propoſitum.

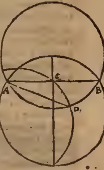
LXXIIII.

Omnem arcum ſenſibilem iridis per circulum ſuæ altitudinis in duo æqua
lia diuidi eſt neceſſe, unde manifeſtum eſt quemlibet uidentem propriam iri-
dem uidere.

Cum enim ex præcedentibus patet,quod quando ſuperficies horizontis interſecet ſu
perficiem circuli iridis,tunc eorum communis ſectio ex 37.undecimi,eſt linea recta, ſed
quia circulus altitudinis iridis ſemper tranſit per zenith capitis,quoniam ut patet per 62
huius,& declaratum eſt in præhabitis centrū uiſus eſt polus iridis,illius uero circuli alti-
tudinis centrum,eſt centrum mundi & horizontis,ergo ipſe tranſit per polos horizon-
tis,zenith enim capitis eſt polus ipſius horizontis,linea uero à polo ad centrum horizon
tis deducta eſt erecta ſuper ſuperficiem horizontis ex principio primi huius,ergo per 18
undecimi,circulus ille altitudinis iridis eſt erectus ſuper ſuperficiem horizontis, & ipſe
tranſit eius cētrum,quoniam cum ipſi ambo ſint circuli magnæ ſphæræ mūdi , patet quo
niam ipſorum eſt idem centrum quod eſt centrum mundi. Ille ergo circulus altitudinis ſe
cat horizontem per æqualia & orthogonaliter. Similiter autem & idem circulus altitu-
dinis cum per centrum uiſus tranſeat, & per centrum circuli iridis, & per centrum ſo-
lis hæc enim ſunt in eadem linea per 62.huius,tranſit ergo per polos circuli iridis,& ſe-
cundum præmiſſa ſecat eum per æqualia & orthogonaliter . Sed ſi horizonta & circulū
iridis altitudinis per æqualia ſecat & orthogonaliter , ergo illorum ſectionē per æqualia
ſecabit & orthogonaliter per decimamnonam undecimi. Sit ergo illa communis ſectio
linea a b,quæ productū circulum altitudinis diuidat per æqualia in puncto c, ducaturqꝫ
ſurſum in ſuperficie circuli altitudinis in puncto c,linea c d,quæ ſit communis ſectio ſup
ficierum illius circuli & iridis,& hæc linea c d,erit perpendicularis ſuper lineam a b , per

decimam

decimamnonam undecimi,eo quod circulus altitudinis erectus eſt ſuper ſuperficiem cuiuſq; duorum illorum circulorum,quorum eſt communis ſectio linea a b , ſitq; communis ſectio periferia circuli altitudinis & iridis punctus d angulus ergo d c a eſt rectus , & ſimiliter angulus d c b,ſubtendãtur ergo illis angulis lineæ a d & b d, & patet ex 4.primi, & ex præmiſsis quod ipſæ ſunt æquales,ergo p 27.tertij,arcus iridis qui eſt a d eſt æqualis ipſius arcui b d,pars ergo periferiæ iridis quæ eſt ſuper horizontem , quoniam illa ſola eſt ſenſibilis quæ per circulum altitudinis per æqualia eſt diuiſa,quod eſt propoſitum. Vnde manifeſtum eſt correlarium perpulchrum,ſcilicet quemlibet uidẽtem iridem propriam uidere,ex eo enim quod aliquo moto uidente ſecundum locum ſuper zenith capitis uariatur,patet enim quod diuerſorum diuerſa ſunt zenit,& diuerſi horizontes,nec eſt poſsibile aliquos duos eadem habere horizonta,quoniam ſemper oculos uidentis eſt cẽtrum horizontis,ſi ergo aliquorum diuerſitas ſit ſecũdum diſtantiam latitudinis uniuerſi tantum,tunc ab eorundem oculos diuerſimode radij reflexi à corpore nubis ſecundum diuerſa puncta aggregationis concurrent,& remotior ipſorum à uapore rorido maiorem iridem uidebit,propinquior minorem,ſi in eadem ſuperficie appareant irides, quæ ſi appareant in ſuperficiebus diuerſis æquediſtantibus,tunc ſecundum æquales circulus iridis uideri poterit , & ſequetur iris fugientem & fugiet ſequentem, ut diximus in 63.huius,eſt tamen eis idem circulus altitudinis, ſed non eodem modo ſe habens , quod ſi diuerſitas aliquorum ſit ſecundum longitudinem uniuerſi tantum, tunc erunt diuerſi circuli altitudinis,& quilibet illorum circulorum diuidit per præmiſſa arcum iridis qui eſt ſuper horizonta,in duo æqualia,ergo ipſa diuiſa ſicut & ipſa diuidẽtia ſunt diuerſa,quilibet ergo propriam iridem uidebit,quod ſi latitudo & longitudo uidentium differant,tunc per præmiſſa patet,quod nullo modo eandem iridem uidebunt,patet ergo quod intendebamus,& ſignum huius eſt,quod ſi aliquis ſtans in radio ſolis auerſa ſoli facie aquam ore ſpargat uidebit cum ambobus oculis ante frõtem ſuam colores iridis , & arcum æqualiter ab utroq; oculo diſtantem, quod ſi aquam ſecundo ſparſerit , & oculum dextrum clauſerit uel manu cooperiat,uidebit arcum æqualiter diſtantem à centro ſiniſtri oculi, arcum quoq; iridis dextrum oculum ſecantem, & econuerſo erit,ſi oculum ſiniſtrum clauſerit,tũc enim iterum uidebit arcum æquediſtantem à centro dextri oculi,ſiniſtrumq; oculum ſecantem,ex quo manifeſte patere poteſt,quod color iridis eſt paſsio uiſus,& quod mutatur iris ſecundum uidentium mutationem,& quod materia ſua eſt uapor roridus , & quod diſtinctio colorum nõ eſt ex qualitate materiæ,ſed ex reflexione luminis ad uiſum cui color eſſentialiter aduenit ex commixtione nigredinis umbrarum .



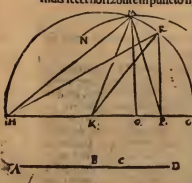
LXXIIII.

In aliquo puncto horizontis exiſtente centro corporis luminoſi , neceſſe eſt tantum ſemicirculum ab eo cauſatæ iridis uideri.

Quoniam enim non eſt poſsibile ſolis uel lunæ,quorum ſolummodo corporum ut in 68.huius diximus,radij iridem faciunt,centra in horizonte exiſtere,niſi in oriente uel occidente in noſtra terra,ſcilicet Poloniæ,habitabili,quæ eſt circa latitudinem 50. graduum,& quamuis in regionibus maximæ latitudinis,ſole exiſtente in capite capricorni, ut in his quæ ſunt 66.graduum & 9.minutorum ſol in meridiano exiſtens circulo uideatur in periferia horizontis,& in alijs regionibus diuerſificata latitudine regionis & declinatione ſolis in diuerſis circulis altitudinis quandoq; ſol uideatur in horizonte. Ponamus itaq; ſolem in oriente cuius centrum ſit a, fiatq; iris in parte ſibi oppoſita uiſui intermedio exiſtente, & erit illa iris ad occidẽtem per 67.huius,& ſit centrum iridis punctum b,ducaturq; diameter circuli iridis trans ſuperficiem horizõtis per centrum b,quod centrum tunc neceſſario erit in ſuperficie horizontis, qm̃ per 62.huius,oſtenſum eſt, quod centrum ſolis & centrum uiſus,& centrum iridis neceſſe eſt in eadem linea eſſe. Eiuſdem

uero

uero lineæ partem in eadem ſuperficie, partem in ſublimi eſſe eſt impoſſibile per primā undecimi. In ſuperficie uero horizontis eſt ex hypotheſi centrum ſolis & centrum uiſus & centrum horizontis, ergo & linea copulans illa centra erit in ſuperficie horizontis, & ſit diameter illa iridis quæ c d, & coniungantur lineæ a b, a c, a d, fientq́ꝫ duo trianguli a c b & a d b, & quoniam in his triangulis latus a c eſt æquale lateri a d, per 89. primi huius, quoniam ſunt lineæ longitudinis unius & eiuſdem pyramidis, & latus c b æquale eſt lateri d b, quia ſunt ſemidiametri circuli iridis, latus uero a b, commune eſt ambobus illis triangulis, patet ergo per octauā primi, & angulus c b a eſt æqualis angulo d b a, uterqꝫ itaqꝫ eſt rectus, patet per decimamoctauam undecimi, erit ſuperficies horizontis erecta ſuper ſuperficiem circuli iridis, tranſit autem per centrum iridis, palam ergo quoniam circulus horizontis diuidit circulum iridis per æqualia, communis enim ſectio illorū circulorum non poteſt eſſe niſi diameter circuli iridis quæ ſemper ſuum circulum diuidit ꝑ æqualia, per diametri diffinitionem. Quod autē de circulo iridis eſt ſuper horizonta hoc uidetur. Sic ergo poſito centro ſolis uel lunæ in puncto horizontis, ſemicirculus iridis uidetur, niſi forte tanto minus quantum eſt differentiæ, propter hoc, quod centrum uiſus non eſt uerum centrum uniuerſi. In hoc autem non eſt ſenſibilis differentia, & ſi ſit, non eſt in generatione iridis, ſed in uiſione ipſius, & hoc eſt quod hic proponitur demonſtrandum. Poteſt & idem aliter demonſtrari. Sit ergo ſecundum diſpoſitionem priorem centrum ſolis in aliquo puncto horizontis quod ſit punctum h, & ſit k centrum uiſus, quod eſt centrum horizontis, & ſit horizontis diameter linea h g, erigatur ergo ſemicirculus unius altitudinis ſuper horizontem orthogonaliter ex centro k, quæ ſit h m g, hunc quoque ſemicirculum altitudinis arcus iridis generatæ in oppoſitæ ſolis interpoſitione centro uiſus, ſecet in puncto m, & producatur linea k m, & quoniā lineæ h k, k m, & k g, omnes ſunt ex centro circuli altitudinis, omnes ergo ſunt æquales, & omnes notæ, quoniam mūdi ſemidiameter eſt nota, ut ſi ipſa ſupponatur eſſe 60. partiū, producatur itaqꝫ linea h m, & ſi notus eſt angulus h k m, tunc linea h m erit nota. Sciri autem poteſt angulus h k m, per hoc ut ſciatur arcus m g, qui eſt arcus altitudinis, qui ſciri poteſt per inſtrumentū ut per armilla uel per aſtrolabium, uel quadrantem, quo ſcito ſcitur angulus m k m, quæ ſi auferatur de duobus rectis, ſcitur angulus h k m, & ſic ſcitur linea h m, reſpectu ſemidiametri k m, operatione illa qua utimur in ſcientia aſtrorum, linea uero h m, cū ſit linea longitudinis pyramidis illuminationis, & per 89. primi huius, omnes lineæ longitudinis unius pyramidis ſint æquales, erunt tunc omnes lineæ longitudinis illius pyramidis notæ. circumducatur itaqꝫ circulus iridis ſuper ſuperficiem horizontis eam interſecans, quæ ut patet ex præmiſſis tranſeat punctum m, circuli altitudinis, ſit quoqꝫ ut ipſe circulus iridis ſecet horizontē in puncto n, duos itaqꝫ circulos contingent lineæ k m & h m in puncto m, in circulo altitudinis datum eſt, & lineæ h m & k m ſunt notæ, erit proportio lineæ h m ad lineam k m nota, & quoniam quæ eſt proportio alicuius lineæ primæ ad aliquam ſecundam, eadem eſt cuiuslibet tertiæ ad aliquam quartam, tunc per tertiam primi huius, eſto ut ſit proportio lineæ rectæ a b ad rectam b c, ſicut lineæ h m, ad lineam k m, & quoniam linea h m, eſt maior quām linea k m, per decimamnonam primi, eo quod maiori angulo opponitur in triangulo h m k, patet ergo quod linea a b eſt maior quām linea b c, producatur ergo linea b c ad punctum d, in tantū ut ſit proportio lineæ b d ad lineam a b, ſicut lineæ, a b ad lineam b c, & quia quæ eſt proportio lineæ h m ad lineam k m, eadem eſt linea a b, a d, b c, erit ergo per undecimā quinti, proportio lineæ h m ad lineam m k, ſicut lineæ b d ad lineam a b, & quia proportio lineæ h m, ad lineam k m, uel ad lineam h k, æquales per ſeptimā quinti, ex præmiſſis eſt nota, proportio ergo lineæ a b ad lineam



b c, erit nota, ergo ipſarum utraq; eſt nota ſecundum aliquam quantitatem ſuppoſitam in altera ipſarum, ſed & proportio lineæ b d ad lineam a b eſt nota, ergo & linea a b eſt nota, linea b d eſt nota, ſed linea b c fuit nota, ergo relinquitur ut linea c d ſit nota, ſed linea h k eſt nota, quia cum ipſa ſit diameter horizontis, erit ipſa partium 60. ergo proportio lineæ c d ad h k erit nota, quæ eſt ergo proportio lineæ c d ad lineam h k, eadem erit lineæ b c, notæ ad aliquam aliam per tertiam primi huius, quia nota eſt proportio a b ad b c, ſicut b d ad a b, & a b eſt maior quàm b c, ut patet ex præmiſsis, erit ergo b d maior ꝙ a b, relinquetur'q; c d maior ꝙ b c, hoc autem patet in numeris taliter diſpoſitis quibuſcunq;. Linea ergo proportionalis lineæ h k eſt linea c d, illa erit minor quàm linea h k, uel quàm linea k g, abſcindatur ergo per tertiam primi, æqualis illi lineæ k g, & ſit linea k p. Erit'q; linea k p, ſecundum præmiſſa nota, copuletur itaq; à puncto p, ad punctum m, linea in ſuperficie circuli altitudinis quæ ſit p m, erit'q; neceſſario, ut quæ eſt proportio lineæ c d ad h k, uel lineæ b c ad k p, eadem ſit proportio lineæ a b ad lineam p m. quod ſi dicatur hoc non eſt poſsibile, quæ eſt ergo proportio lineæ c d ad h k, uel b c ad k p, eadem erit lineæ a b ad aliquam aliam lineam maiorem uel minorem linea p m, per tertiam primi huius. Sit ergo nunc illa proportio lineæ a b ad quandam minorem lineam m p, quæ ſit p r, quæ eſt ergo proportio lineæ c d ad lineam h k, uel b c ad lineam k p eadem eſt lineæ a b ad lineam p r, quæ aũt eſt proportio lineæ c d ad lineam h k, eadem eſt lineæ b c ad lineam k p, ergo per decimamſextam quinti, quæ eſt proportio lineæ b c ad a b, eadẽ eſt lineæ k p ad p a, & ſic lineæ c d, b c, a b, proportionales erũt lineis h k, k p, p r, ſed quæ eſt proportio lineæ a b ad b c, eadem eſt lineæ b d ad a b, ergo & in ipſarũ proportionibus ſic erit, ꝙd ſicut ſe habet linea r p ad p k, ſic coniunctim ſe habebit tota p h ad lineam p r, ducãtur ergo lineæ h r & k r, fient'q; duo trianguli, quæ h r p & k r p, quarũ cõmunis eſt angulus r p h, & latera dictũ angulũ cõtinentia reſpectu diuerſorũ trigonorum ſunt proportionalia, quæ enim eſt proportio lineæ p r, lateris maioris trianguli ad lineã p k. latus minoris trianguli, eadẽ proportio lineæ h p, lateris maioris trigoni ad lineã p r. latus trigoni p r k minoris, ergo ꝑ 6. ſexti, illi trianguli ſunt æquianguli, ergo ꝑ 4 ſexti, latera ipſorũ æquos angulos reſpiciẽtia ſunt ꝓportionalia. Eſt ergo proportio lineæ h p ad lineã p r, & lineæ p r ad lineã p k, ſicut lineæ h r ad lineã k r, ſecũdũ ꝗ ꝓportionẽ habet linea h p ad lineã p r, hãc habet linea b d ad lineã a b, & ꝗ habet linea b d ad a b, hanc habet linea a b ad b c, & ꝙ a b ad b c, hanc habet linea h m ad k m ex hypotheſi, per 11. quinti patet. ergo ꝗ proportionẽ habet linea h r ad lineã k r, hãc habet linea h m ad lineã k m, hoc aũt eſt impoſsibile & cõtra 56. primi huius, ꝙniã in ſemicirculo ꝙcunq; duabus lineis ductis ad ꝙdcunq; punctũ periferiæ. ſ. una à termino diametri, & alia à cẽtro, ut ſunt in propoſito lineæ h m & k m, duas alias lineas ab eiſdẽ punctis ad aliũ punctũ circumferentiæ ꝙdcunq; duabus prioribus ꝓportionales ducere eſt impoſsibile. Eſt ergo impoſsibile lineã a b ad aliã minorẽ lineam ꝙ linea p m, eandẽ habere ꝓportionẽ ꝙ linea b d ad lineam h p, uel ꝙ linea c d ad h k, uel ꝙ linea b c ad k p, ſed neq; poteſt linea a b, habere illam ꝓportionẽ ad aliquã lineã maiorẽ linea p m, ꝙniã eadẽ eſt ratio, & eodẽ modo deducit̃ ad impoſsibile, ergo ꝗ eſt ꝓportio c d ad lineam h k, uel lineæ b c ad k p, eadẽ erit lineę a b ad p m, & ſeqtur repetita priori demõſtratiõe, ꝗ ducebat ad impoſsibile. ſ. ꝗ eſt ꝓportio lineæ h p ad p m, & lineæ m p ad p k, eadẽ ſit lineæ h m ad k m, ductis itaq; pluribus ſemicirculis altitudinis circa centrũ k, ſub horizõte, ꝓportionales lineæ ꝑdictis lineis h m & k m, ducant̃ ſecundũ modũ 65. primi huius. Si ergo linea m p, ſic ꝑpendiculariter inſiſtens diametro h g, tũc poſito cẽtro p, ſecundũ ſemidiametrũ p m, deſcribat̃ circulus, ꝙd ſi linea p m, nõ ſit ꝑpendicularis ſuꝑ diametrũ h g, polo itaq; exiſtẽte pũcto p, ꝑ 65. primi huius, ꝙniam ille punctus diſtabit æqualiter ab omnibus in illis ſemicirculis ſignatis punctis ſimilibus puncto m, ducatur circulus ſecũdum diſtantiã lineæ p m, qui attinget omnia dicta pũcta ſemicirculorũ altitudinis in quæ cadũt prædictæ proportionales lineæ ſiue anguli reflexionũ iridem cauſantes. Si em̃ dicatur ꝙd nõ attingat, accidet ſecundũ ꝓmiſſam cõtrariũ 65. primi huius, quod eſt impoſsibile, poteſt etiã ſic fieri, ut ſemicirculus h m g, ſit medietas horizontis, & facta diuiſione in pũcto m, intelligatur circũduci idem ſemicirculus, nihil enim refert ſemicirculos diuerſos deſcribere uel unum circumducere.

punctusq́ꝫ m, circumductus deſcribet circulum iridis, qui eſt n m, circa centrũ uel polum
p, ſecundum diſtantiam lineæ p m. Eruntq́ꝫ anguli à termino diametri, ſcilicet puncto h,
& à cẽtro k, ductarum ad circulum n m, omnes æquales in qualibet ſuperficie reflexio-
nis, quia triangulus h m k, in tota circumductione ſimiles ſibi triangulos cauſat in quali-
bet ſuperficie reflexionis, & ſimiliter triangulus h m p, motu ſuo deſcribet ſimiles triangu
los, & triangulus h m p ſimiliter ſimiles triangulos deſcribet. Si itaq́ꝫ linea m p, nõ ſit per
pendicularis ſuper diametrum h g, ducatur ergo perpendicularis à puncto m, per duode
cimam primi Euclidis, ſuper diametrum h g, cadetq́ꝫ illa perpendicularis per 29. primi
huius, inter puncta k & p, uel inter puncta p & g, quoniam linea m p, cum diametro h g,
ex aliqua ſui parte angulum acutum continet, ut patet ex præmiſsis, & ſimiliter linea
m k, quia iris non apparet ultra medium diametri horizontis, ut prius patuit, cadit ergo
illa perpendicularis in punctum o. Similiterq́ꝫ ad idem punctum diametri neceſſario ca
dent ab omnibus aliorum ſemicirculorum angulis lineæ perpendicularis, uel angulus k
o m, motu ſuo in omnibus ſuperficiebus reflexionum æquales angulos cauſabit, punctũ
ergo o, eſt centrum circuli reflexionis factæ ad uiſum, cum ergo centrum iridis ſit in ho-
rizontis diametro, medietas eius erit ſuper horizõtem, quæ eſt n m, & medietas ſub ho-
rizonte quam tunc communis ſectio ſuperficierum horizontis & iridis, eſt diameter iri-
dis. Idemq́ꝫ accideret ſi linea m p eſſet perpendicularis ſuper diametrũ, & hic eſt modus
quo Ariſtoteles propoſitum concluſit. Sed tamen non eſt nobis uiſa fore neceſſaria noti-
cia linearum, quia ſine illa idem & eodem modo declarari poteſt.

LXXV.

In aliquo circulo altitudinis ſuper horizontem exiſtente centro corporis
luminoſi ſecundum eius eleuationem, centrum circuli iridis ſub horizonte
deprimitur, & portio iridis minor ſemicirculo uidetur.

Eſto ſecundum diſpoſitionem proximæ, ſcilicet ut ſit horizon circulus h m g, cuius
diameter ſit linea m h, & centrum k, ſitq́ꝫ circulus altitudinis tranſiens per zenith capitis
& per centrum corporis luminoſi, qui eſt l m n h. & ſit centrum ſolis eleuatum ſuper ho-
rizontem in circulo altitudinis in puncto n, & quoniam per 62. huius, centrum corporis
luminoſi, & cẽtrum oculi, & centrum baſis pyramidis irradiationis ſemper ſunt in eadẽ
linea, cum centrum uiſus ſit centrum circuli altitudinis, ſi ducatur linea à centro lumino-
ſi corporis per centrum uiſus, illa neceſſario erit diameter circuli altitudinis, erit ergo il-
la linea à puncto n, producta per centrum k, neceſſario cadens in aliquo punctum circu
li altitudinis, qui ſit l, & erit ſemicirculus altitudinis eleuatus ſuper circulum horizontis,
qui eſt h n m æqualis ſemicirculo n m l, & quoniam ſunt medietates eiuſdem circuli, abla
to ergo communi arcu, qui eſt n m, erit arcus, qui eſt h n, æqualis arcui m l, ſed pũctum l
eſt locus centri circuli irradiationis, & punctum n, eſt locus centri ſolis, patet ergo quod
quantum centrum ſolis eleuatur ſuper horizonta, tantum centrum circuli baſis pyrami-
dis irradiationis deprimetur ſuper horizonta, & hoc eſt primum propoſitum. Cum au-
tem erit centrorum utrunq́ꝫ in circulo horizõtis, medietas circuli iridis uidetur, ut in pr
cedenti theoremate eſt oſtenſum, ergo cum centrum ſolis eleuatur, & centrum circuli de
primetur, minus ſemicirculo uidebitur, & hoc eſt quod ſecundo proponebatur. Quod au
tem nunc diximus exponentes propoſitum, ſole exiſtente in oriente, idem eſt, ſi ſit in hori
zontis parte occidentali, uel in quacunq́ꝫ parte ſit horizontis, ut eſt his quorum latitudo
eſt 66. graduum, & 9 minutorum, his enim eſt ſol in meridie in puncto tropici hyemalis
in horizõte, & ſic ſecundũ regiones diuerſas uniuerſale ſemper eſt propoſitũ theorema.

LXXVI.

Iridis nunquam uideri poſſe completum circulum manifeſtum eſt.

Quoniã enim ſi ſol eſt in horizõte, ſemicirculus tãtũ uidetur, ut patet ex 72. huius, &
ſi ſit ſuper horizonta in aliquo circulo altitudinis, patet ꝑ præmiſſam, qđ quantũ centrum
ſolis uel lunæ eleuatur ſuper horizonta, tantũ centrum iridis deprimitur ſub horizonte,
unde tũc ſuper horizontẽ ſemper pars iridis minor ſemicirculo uideť, ſicut patet in a[illegible]
paralle-

paralellis in ſphæra, per quorum centrũ non tranſit horizon. Hi enim in portiones in-
æquales ſub horizonte & ſuper horizõtem ſecantur, patet ergo cum corpus luminoſum
in tempore uiſionis iridis ſit, aut in horizõte, aut ſuper horizonta, quod nunquam com
pletus circulus iridis poterit uideri, niſi forte fiat ex reuerberatione luminis ſolis à nube
forti ad terram, uel ad aliam nubem, ubi ſit uapor roridus in medio, & uiſus inter uapo-
rem & nubem à qua fit reuerberatio, uel in eadem linea, ſic quod ad ipſum poſsit fieri re
flexio, tunc enim impoſsibile eſt integras irides uideri, ſed de talibus ſermo propoſitus
non intendit, diximus enim de talibus iridibus in 67. huius, patet ergo propoſitum.

LXXVII.

Datæ iridis ſemidiametrum inuenire.

Ad quantum enim ſummorum uaporum cõſiſtentia eleuari poſsit, iam oſtendimus
in 58. huius, ſed non ſecundum totam eleuationem illorum, poſsibile eſt iridem eleuari,
quoniam materia iridis eſt uapor roridus per 64. huius, qui non adeo eleuatur ut uapor
ſiccus. Si ergo datę iridis ſemidiametrum uolumus inuenire, data iris ſit ſemicircularis,
faciliter habetur propoſitum: Accipiatur enim altitudo ſua per inſtrumentum, circulíq;
altitudinis ſuæ portio, ſiue arcus interiacẽs horizonta & gibbum iridis duplicetur, & cũ
arcu duplicato intrentur tabulæ chordarum & arcuum prima dictione Almageſti poſita
rum, & extrahatur chorda arte conſueta, eritq; chorda inuenta diameter totius iridis, &
ea diuiſa per æqualia medietas ipſius erit ſemidiameter iridis, & ita ſummus circuli altitu
dinis erit ſemidiameter iridis, quæ ſub hoc ſitu in tali altitudine uidetur. Si dicatur quod
illa ſemidiameter non eſt iridis ſecundum cuiuſdam alterius circuli æquediſtantis iridi,
ſed maioris iride, hoc non obſtat, quod illi duo circuli in eundem angulum ſolidum ca-
dunt apud centrum mundi, quod tunc eſt centrũ uiſus, unde quod de uno dicitur de reli
quo poteſt intelligi, quo ad quãtitatẽ, & quia per taliũ diametrorũ ꝓportiones habetur
completa proportio iridis ad iridem, ideò talem diametrum, iridis diametrum appella-
mus. Si uero iris ſit proportio minor ſemicirculo, accipiatur ipſius altitudo, & quia ut pa
tet per 73. huius, tunc ſol eſt ſuper horizonta in eodem circulo, accipiatur altitudo ſolis,
quia ergo, ut in illa declaratum eſt, diſtantia cẽtri iridis ſub horizonte eſt æqualis eleua-
tioni ſolis ſuper horizontem, coniunganiur iſti duo arcus altitudinis, iridis, ſcilicet, & ſo-
lis, perueniétq; arcus interiacens punctum circuli altitudinis in quo incidit diameter du-
cta à centro corporis ſolis per centrum uiſus & per centrum iridis ad ipſum circulum al
titudinis, & hoc eſt nadair ſolis, & punctum ſuperiorem circuli altitudinis iridis, duplice
tur ergo ille arcus, & extrahatur chorda ut prius, diuidatúrq; per æqualia, & habetur in-
tentum, patet ergo propoſitum.

LXXVIII.

Iridis ſemicirculus uiſus eſt medietas circuli minoris, portio uero minor ſemicirculo uiſa eſt portio circuli maioris.

Huius propoſitæ rei cauſa patet ſecundum præmiſſa huius libri, quoniam enim ut pa-
tet per 63. huius, patet centrum ſolis & uiſus & iridis ſemper in eadem linea conſiſtunt,
quæ eſt axis pyramidis illuminationis uaporis roridi, propter quod patet in omni refle-
xione ex qua apparet iris, ſemper centrum uiſus eſt polus circuli iridis, palàm ergo quod
nullam facit diuerſitatem in uiſu erectio uel obliquatio ſuperficie iridis ſuper ſuperficiẽ
horizõtis, quoniã ſemper linea pertranſiens centrũ ſolis & uiſus eſt erecta ſuper ſuperfi
ciẽ iridis, & ſic periferia iridis ſemꝑ ſe habet uniformiter ad uiſum quãtum eſt de ſe, ut pa
ret per 65. primi huius. Quod tamẽ hic proponitur, cauſam habet nõ ex reflexiõe, ſed ex
refractione, quia ut in 8. huius, declarauimus, diuerſitas angulorũ refractionis cauſatur
ex diuerſitate diametris corporum diafonorum eiuſdem ſpeciei, maior enim fit refractio
ad punctum perpendicularem in aqua groſsiori, quàm in aqua ſubtiliori, quia itaq; ſole
exiſtente in periferia horizontis, aer eſt groſsior ſeipſo, poſtmodum per luminis ſolaris
præſentiam ſubtiliato, palàm quod in groſsiori illo aere minor fit refractio à perpendi-
culari, radij itaq; tunc refracti magis approximant perpendiculari quàm poſtmodum
aere ſubtiliato, ad propinquiorem ergo locum ſuperficiei iridis fit aggregatio radiorum

incidentium ſuperficiebus uiſuũ ibi exiſtentiũ, ꝙ fiat in aere rariori exiſtente, ſubtiliato uero aere fit ad eoſdẽ uiſus à partibus remotioribus ipſius uaporis reflexio, non enim fit à partibus propinquioribus, quoniam ab illis neq; prius fiebat. Sed neq; fit illa reflexio à partibus uaporis, à quibus fiebat prius, q̃m medio immutato eſt ipſa refractio immutata, p 8. huius, fit ergo neceſſario reflexio à partibus uaporis remotioribus ꝙ prius. Radij ergo reflexi ſunt longiores his qui prius reflectebantur, pyramidis ergo illuminationis eſt maior, ergo & baſis eius, quæ, ut patet ex præhabitis, eſt periferia iridis, erit maior. Exiſtente uero ſole in periferia horizontis, tunc tantum cauſatæ iridis ſemicirculus uidetur, ut patet per 72. huius, eleuato uero ſole ſuper horizonta, tunc portio iridis minor ſemicirculo uidetur, ut patet per 73. huius, manifeſtum eſt ergo propoſitum. Eſt autem quorundam experientia, quod altitudo iridis, & altitudo ſolis coniunctæ ſemper faciunt gradus 42. quod per præſens theorema impoſsibile eſſe oſtenditur. Si enim ſemidiameter circuli iridis ſit, quandoq; minor quandoq; maior, ſecundum mediorum diaſonorum & ſuarum reflexionum diuerſitatem, ut præoſtenſum eſt, tunc non poterit rationabiliter uideri alicui, quod omnes aliorum circulorum diuerſarum iridum ſemidiametri ſunt æquales, poſſet tamen eſſe modica differentia, quæ forte per inſtrumentum modicum improportionale circulo altitudinis non poſsit aliqualiter perpendi, & etiam eorum experientia eſt in proportionibus iridum minoribus ſemicirculo, quod patet per altitudinem ſolis, quod tales uerſo inſtrumento, uel mutato uiſu fixo inſtrumento accipiunt, quæ nulla eſt ſole exiſtente in periferia horizontis, & forte talium portionum uel ſuarum diametrorum non eſt ſenſibilis differentia, quia etiam Ariſtoteles de illa nihil ſcripſit, cum tamẽ de præſenti theoremate magnam fecerit mẽtionem, quamuis nec ipſe nec alius, cuius ſcripta uiderimus, ſuper hoc attulit declarationem. De differentia uero climatum nullus excuſationem afferat, quia quod in uno climate accidit, in omnibus climatibus euenire neceſſe eſt in iridis generatione, ſemper enim centrum ſolis, uiſus, & circuli iridis in eadem linea conſiſtunt, & arcus altitudinis ſub horizonte centri circuli iridis ſolis altitudini in omnibus climatibus eſt ęqualis, nec in hoc aliqs differentiam perpendet.

LXXIX.

In quibuſdam regionibus ſole exiſtente in meridie iris ſenſibilis non apparet.

Ad oſtendendum propoſitum ponatur primo centrum ſolis in aliqua regione in meridie in zenith capitis, & palàm ex præmiſsis, quod tunc baſis pyramidis irradiationis erit ſub horizonte æquediſtans horizonti, & quoniam tunc altitudo ſolis erit partium 90 ſole deſcendente, ſiue hoc ſit propter ipſum motum ſolis, ſiue propter altitudinem regionum diſtantium plus ab æquinoctiali, quàm regio in qua ſol fuit perpendicularis in meridie, ut ab ea quæ eſt directe ſub capite cancri, nunquam fiet iris in meridie, quamdiu ſinus circuli altitudinis ſolis in meridie fuerit maior diametro iridis, quam per 75. huius, diligens perquiſitor poterit inuenire, quantum aũt ſinus circuli altitudinis ſolis in meridie minuetur à diametro iridis, tantum apparebit uiſui in meridie de diametro iridis & de iride, & ob hoc in diebus æſtiualibus ab æquinoctio uernali aut autumnale in conſuetis nobis regionibus quæ ſunt ultra clima quartum uſq; ad finem notorum ſeptem climatum, in meridie iris non apparet, & ſi in alia parte anni appareat quãdoq;, totum autem hoc diximus propter regiones quæ ſunt extra climata, in quibus præmiſſa regula doctrinæ generali poterit cõmitti. In omnibus autem regionibus ſole exiſtente ſuper horizontem in qualibet hora diei iris poterit apparere, pręter quàm in meridie. In illis tamẽ horis in quibus ſinus circuli altitudinis ſolis maior eſt iridis diametro, & hęc ſufficiãt pro iridis intento, quia irim de cœlo miſit Saturnia Iuno.

LXXX.

Nubium apparens color fit ſecundum diſpoſitionem materiæ, & luminis incorporationem.

Quoniam enim nubium conſiſtẽtia ex duobus fit uaporibus, ſicco ſcilicet & humido,

ut

ut declaratum eſt in philoſophia naturali, tunc quando ſol agendo ex ſicco penitus extrahit humidum, aduritur ſiccum terreſtre, ita quod lumen in ipſum penetrare non poteſt, ideò fit tunc nubes nigra multæ nigredinis, & ſunt tales nubes materia uentorum. In uapore uero aqueo generatur nigredo ex condenſatione frigoris, propter quam in ipſum penetrare non poteſt radius ſolaris, uel ſtellarum, & non remanet nubes humida multum nigra. Ex uapore uero quocunque diſgregato ſubtili recipiente ingreſſum luminis ſolaris fit nubes alba, unde etiam aliquando uidetur nebula alba. Quando autem nubes habet in ſe humidum fumoſum ammixtum, aliquantulum terreſtre aduſto, tunc in ipſo recepto lumine fit nubes rubea, & alia purpurea, ut cum radij terminantur in inferiorem partem nubis humidæ in mane uel in ſero, & hæc ſignificant pluuiam futuram, & ſi quidem ſit in oriente in mane, defertur pluuia ſuper homines illius habitabilis. Si uero ſit in occaſu, tunc defertur pluuia in mundi inferius hemiſpherium ſub homines uidentes, & erit ibi pluuia in nocte, & redibit illa pars cœli forte ſpoliata nubibus in mane, & ſic ſignificat rubor nubium in ſero ſerenitatem in die ſequenti, quoniam uero nubes depreſſa habet ſuperius reſperſam purpureitatem obſcuram ualde, tunc illa rubedo eſt ex partibus terreis aduſtis, quæ iam incipiunt inflammari in uentre nubis, & ſunt nubes tales periculoſæ continentes materiam tonitrui, & ſimilium. Quod ſi nubes ſit rorans, & in fine ſuæ reſolutionis, tunc illa nubes in ſe recepto lumine, quandoque iridis acquirit colorem, & ſecundum ſui uarias diſpoſitiones fit multa uarietas colorũ lumine nubibus præſente, ſiue lumen nubi incidens refrangatur ad uiſum propter denſitatem ſecundi diafoni, ſiue reflectatur ad uiſum à ſuperficie ipſius nubis. Sed in his coloribus medijs nubium non modicum effectum habet admixtio umbrarum, cum nubes ſuperior per nubem ſubtilem umbroſam uiſibus occurrit, tunc enim uario colore coloratur nubes uiſa ſecundũ illarum umbrarum admixtionem, patet ergo propoſitum.

LXXXI.

Virgæ fiunt ex refractione radiorum ſolarium ad uiſum ab aliqua conſiſtentia nuboſa raritate & ſpiſsitudine inæqualiter diſtincta.

Virgæ dicimus extenſiones radiorum per nubes, quæ uulgo dicuntur funes tentorij, interpoſita enim nube aliqua aquoſa inter ſolem & uiſus noſtros fit refractio radiorum ſolarium ad uiſum, & hoc accidit in medio ſecundi diafoni, & ob hoc quandoque ibi uidentur iridis colores ſecundum quaſdam lineas rectas protenſæ, eo quod habeant quandam ſubtiliorem, & quandam groſsiorem conſiſtentiam, in quibus permixtum ſolis lumen fantaſiam coloris in ipſis facit, potior tamen in his cauſa eſt admixtio umbrarum, quę diuerſimode immixtæ lumini colores diuerſos uiſibus repræſentãt, & quia radius ſolis perpendicularis ſuper ſuperficiem nubis penetrat nubem, & ad uiſus non reflectitur, ideo nubes in medio alba & incolorata uidetur, & ſol per illã uiſus uidetur ſine figura, ſed in colore puniceus aut colorem alium habens uiſus. Sol enim per cõſiſtentiam nubis groſſiorem & caliginoſam alium, & alium præſentat uiſibus colorem. Non eſt autem in hoc differentia, ſiue ſol uideatur per nubem, ſic quod fiat ſuorum radiorum ad uiſus refractio, ſiue radij ſolis reflectantur ad uiſum, aſpicienti uero ad ſolis latera uidetur quandoque iridis color uirgatus, ut præmiſimus, quando nubes ſecundum aliquid eſt ſpiſſa, & ſecundũ aliquid rara, & ſecundum aliquam ſui partem plus aquoſa, & ſecundum aliquam minus, & quandoque uidetur aliqua pars punicea, alia uero uiridis aut flaua, uirgæ itaque fiunt propter irregularitatem diuerſi ſitus & quantitates ſpeculorum, non propter figuræ anomaliam. Sunt enim quædam ſpecula, quæ propter ſui anomaliam figuras anomalas permutatas uiſibus oſtendunt formarũ uiſarum per ipſa, de quibus in nono libro ſcientiæ huius aliquis ſermo fuit, unde & nubes figuram ſolis non oſtendit, quia ſpecula nubis non ſunt proprie oſtendentia figuram propter ſpeculorum paruitatem, ſed oſtendunt colorem, quod conuenit diafonitati ſpeculorum & nubis totius, & diſtinguuntur illi colores ſecundum diſpoſitionem, cui lux incorporatur, & ſecundum umbrarum immixtionem, patet ergo propoſitum.

LXXXII.

Pareliæ fiunt ex reflexione radiorum ſolarium ad uiſum ab æquali conſiſtentia nuboſa

Pareliæ dicimus quaſi paria ſoli, elios enim Græce ſol dicitur latine, & ſignificat ſoles aqueos, qui in nube uidentur, nube enim interpoſita ſoli & uiſibus exiſtente æquali ſecundum ſui ſpecula, neqꝫ denſiore, neqꝫ rariore, neqꝫ plus aquoſa, neqꝫ minus ſecundum ſuas partes, tunc radius ſolis illis incidens propter ſimilitudinem & æqualitatem ſpeculorum, & ipſorum regularitatem minus coloris fit fantaſia, albi autem uidetur coloris propter ſpiſsitudinem conſiſtentiæ & regularitatem ipſius nubis. Radij enim ad ipſam nubem ſic diſpoſitam incidentes, & ab ipſa refracti ad uiſus maxime nube illa non exiſtente aquoſa neqꝫ nigra, uicina tamen aqua ſine admixtione alicuius umbræ reflectuntur ad uiſum, propter quod proprium ſolis colorem, qui luminoſus & albus eſt, in tota nubis cõſiſtentia apparere faciunt uiſibus, fiuntqꝫ pareliæ albæ, ſicut etiã ab omni corpore polito reflectitur lumen ſolis ad uiſum propter ſpiſsitudinem conſiſtentiæ, ut oſtenſum eſt per primam quinti huius. Sunt autem pareliæ magis ſignum pluuiæ quàm uirgæ, quia æqualis nubium conſiſtentia, quæ eſt materia parelijs, ſignum eſt quod aer idoneæ habet ſe ad permutationem & ad generationem aquæ. Et quia Auſtralis aer facilius in aquam permutatur propter ſui facilitatem in paciendo, quàm aer Borealis, qui ſiccior eſt propter frigoris conſtrictionem, ideo pareliæ Auſtrales magis ſunt ſignum pluuiæ quàm Boreales. Fiunt autem pareliæ ſicut & uirgæ magis ſole exiſtente in oriente uel occidente quàm in meridie, quoniam ſol exiſtens in medio cœli ſoluit tales nubium conſiſtentias, & plurimum ſegregat illas, & neque fiunt deſuper ſolem, neque deſubtus, ſed à lateribus ſolis obliquis quæ ſunt ſecundum polos mundi, & neque fiunt multum prope ſolem, quia à propinquo cito diſſoluitur nubium conſiſtentia, neque fiunt multum longe à ſole, quia non eſt inde poſsibile reflexionem fieri ad uiſus. Reflexio enim facta à paruo ſpeculo ſubtilis eſt, unde longa protenſa debilitatur, & euaneſcit antequam perueniat ad uiſus, & ex eiſdem cauſis non fiunt hæ pareliæ ſuper ſolem, neque ſub ſole, quia prope ſolem exiſtentes conſiſtentiæ nubium ſoluuntur, remotæ uero diſtantes nõ perueniunt ſecundum ipſorum reflexionem ad uiſum, ſecundum lateralem uero ſolis ſitum eſt inuenire mediocrem diſtantiam, in qua conſiſtentia non ſoluitur, & tamen fit reflexio ad uiſum, & cum non eſt minus prope ad terram deſcendens illa nubis conſiſtentia, quando enim nubes ſunt nimis propinquè horizonti, tunc ab ipſis nubibus reflexi radij non pertingunt ad uiſus, propter diſtantiam minorem improportionatam reflexionem luminis, quoniam enim uiſus ſunt apud terram, patet quòd tunc luminis reflexio à nube non concurrit cum uiſibus. Sub ſole etiam non poteſt fieri parelia, quia & tunc nubes uicina terræ perpendicularem ſolis radium reſpiciens diſſoluitur cum radio ſolari remota uero nubes à uiſu nullam cauſat reflexionem uel refractionem ad uiſum propter longitudinem diſtantiæ, quia ſi in altera ſolis eſſet conſiſtentia nubis nimis alta, non accideret reflexionem luminis fieri ad uiſum, ne tunc apparent pareliæ ipſis uiſibus, patet ergo propoſitum.

LXXXIII.

Ex criſtallo exagona ſoli oppoſita colores iridis generantur.

Huiuſmodi enim colores generantur ex debilitatione luminis, propter refractionẽ ad perpendicularem ductam à centro corporis ſolis ad ſuperficiem unius parallelogrami ex lateribus criſtalli, & quoniam declarauimus in 27. ſecundi huius ſcientiæ, manifeſtum eſt, quod à ſole illuminatur magis medietate chilindri ſibi oppoſiti, ſi rotundum ſit chilindrum, hæc autem in chilindro angulato eſſe non poteſt angulis uenientibus in diametrum corporis baſem per æqualia diuidentis, tũc enim ſola medietas illuminatur propter radiorum incidentiam, ut diximus ibidem. Sed ſi corpus illud columnare diafonum fuerit, tunc enim alia medietas illius corporis illuminatur propter radiorum refractionem, Si itaqꝫ ſuperficies corporis diafoni ſoli oppoſita unica fuerit, ut in corporibus qua

drangulis

drangulis, tunc una fit luminis refractio fortis, & lumen ſub forma luminis tranſibit ad partem oppoſitam corporis, aggregabitur extra corpus ſub forma luminis, ſicut etiam hoc fortius euenit in corpore ſphærico diafono nō concauo, eo quod à ſuperficie maioris partis totius illius corporis ſphærici fit refractio ad radium, qui perpendiculariter incidit ſuper ſuperficiem corpus ſphæricum contingentem æquediſtantem ſuperficiei ſecanti corpus ſolis per centrum ſecundum aſpectum, quo ab ipſo reſpicitur corpus illuminandum, ut oſtendimus in 46. huius, ex tantorum ergo & tot radiorum aggregatione, & ſi non ad punctum unum, quoniam hoc eſt impoſsibile propter diuerſitatem ſuperficierum incidentiæ, ad locum tamen naturalem paruum fit luminis aggregatio ipſo lumine abſq; coloratione ſub forma luminis manente, & illud lumen aggregatum calefacit corpus oppoſitum, & incendit ex mora corpus inflammabile ſubito, ut ſtupam uel aliud potentiam actiuam in ſe habentem ad inflammationem. Si uero corpus diafonum ſoli oppoſitum ſit plurimum ſuperficierum quàm unius planæ, uel circularis, ſecundum eam, ſcilicet partem, qua ſoli opponitur, utpote ſi corpus quadrangulum ſecundum unū ſuorum angulorum ſoli opponitur, tunc fiet refractio radiorum incidentium uni ſuperficiei ad ambas ſuperficies oppoſitas, & ſimiliter radiorum incidentium alteri ſuperficiei, & tamen ex parte oppoſita lumini refracto aer, qui eſt corpus rarioris diafoni, occurrerit, refrangentur radij ab utraq; parte ſuperficiei ab illa perpendiculari, quæ ab angulo ad angulum ducta in corpore baſem ipſius per æqualia diuideret, uel alia ei æquediſtante, & in alio corpore denſo illi corpori diafoni ſubiecto, ut terra uel alio corpore quocunq;, tunc quandoq; apparebunt duo lumina clara, aliquando uero colorata, ut ſi corpus diafonum æqualium fuerit angulorum & ſuperficierum, & hoc patet experimentanti, eruntq; ibi duo colores confuſi, non plures, color, ſcilicet rubeus, & alius mixtus quaſi uiridis, qui ſecundum criſtalli uel alterius parui corporis diſpoſitionem magis ſunt intenſi uel remiſsi. Quod ſi ſuperficies corporis quo ad partem ſoli oppoſitam fuerint tres, ut ſunt in criſtallo exagona, tunc à qualibet ſuperficierum oppoſitarum ſoli, quæ ſunt 3. receptum lumen cuiuslibet ſuperiorum trium ſuperficierum redditur corpori oppoſito, ut terræ uel alteri corpori cuicunque fuerit, quæ tria lumina, quorum medium manet in ipſa perpendiculari columnæ criſtallinæ baſem ſuam per æqualia diuidente uel ipſi diuidenti æquediſtante, & fit uiſibile lumen, illud niſi lumen ſolis impediat. Alia uero 2. refranguntur à dicta perpendiculari propter naturam ſecundi diafoni rarioris, ſcilicet aeris, dictum enim eſt in 4. huius, quod in medio ſecundi diafoni rariore exiſtente refractio fit à perpendiculari, & eſt quaſi quædam diſperſio radiorum, apparent autem colores in iſtis luminibus ſi reflexis uel refractis propter mixtionem nigredinis coloris criſtallini cū lumine penetrante & propter ammixtiones umbrarum partium ipſius criſtalli præminentium ſecundum acumen ſuorum angulorum, qui per 11. ſecundi huius, proijciuntur ad partem oppoſitam incidentiæ radiorum in partē aduerſam corpori luminoſo, quarum umbrarum numerus facit diuerſitatem colorum, quando lumini permiſcentur, quoniam ubi radio luminis perpendiculari magis quo ad ſuperficiem incidentiæ circa quam in uiciniori multorū radiorū fit aggregatio, color criſtalli & umbræ commixtus reflectitur, quia ille radius magis eſt luminoſus, tunc fit color rubeus. In alijs uero radijs ſecundū ſui debilitatem coloris corporis luminoſi & umbrarū plurimum commixtionem alij colores medij generantur, fiūt autē tres colores, quoniā ex tribus ſuperficiebus ſuperioribus radij colligūtur ad quamlibet inferiorū ſuperficierū, & color rubeus ſemper ab illa parte uidebitur, ubi radius perpendicularis ſuper ſuperficiem criſtalli in contrario ſitu generatæ iridis oppoſitam ſoli aggregatis omnibus radijs ſuæ ſuperficiei incidit poſt reflectionem factam ex aeris intrapoſiti diafonitate, & tunc quoniā tres irides generantur propter triplicem naturā refractionis in medio 2. diafoni rariori, ut præmiſſum eſt. & quia ter tria faciūt quadratū, q eſt 9. erūt tunc 9. colorum indiuidua multiplicitatis trium ſuperficierum ſuperiorum, numero in numerum, trium inferiorum, tres uero erunt ſpecificæ differentiæ colorum, & fit iſtarum colorum per an-

gulos corporis ſenſibilis diſtincti, quoniam & à linea angulorum quæ actu eſt ind[illegible]ſibi-lis, reflexi uel refracti radij indiuiſibiles, nihil ſenſibile producunt. Non autem fiunt iſti colores iridis per criſtallum penitus per naturam colorum ueræ iridis, quorum diſtinctio formaliter eſt tantum in uiſu, ſed fiunt per naturam lucis reflexæ à figura dicti corporis, unde etiam cauſa ipſorum non eſt ad uiſum facta reflexio, non enim uidentur per modum reflexionis, ſed per modum ſimplicis uiſionis, ut alia uiſibilia, quæ uiſui offeruntur, & à quolibet in eodem loco uidentur, fit itaq; colorum diſtinctio à figura corporis, quoniam à qualibet alia criſtallo uel corpore peruio alterius figuræ colores uarij apparent, qui ſecundum ſitum colorum iridis non ſunt diſtincti, & iſtius ſignum eſt, quod ſi accipiatur criſtallus exagona, & duo eius ſuperficies cæra rubea, uel alia tegantur, ſic quod inter illas 2. tertia ſuperficies maneat non opaca, tunc & tribus alijs ſoli tranſeunti per foramen non magnum oppoſitis, ſi locus operationis non ſit aliás ualde luminoſus, & aliquod nigrum ſupponitur, tunc uidebitur etiam ex criſtallo modica iris maxima & pulcherrima, & coloris clariſsimi, quod fit propter aggregationem totius luminis ab omnibus ſuperficiebus ſuperioribus ad inferiores incidentis, quæ, ad locum uicinum unicum aggregantur. Si uero illæ ſuperficies 3. quæ nunc ſoli fiunt oppoſitæ inferiores fiunt, & econuerſo aliæ 3. ſuperiores, tunc iris quandoq; una, & quandoq; nulla apparebit, & qui ludum iſtum iocoſum reuoluerit, inueniet quæ hic ſcripſimus plura, quàm per nos in tali ſolatio ſunt inuenta, & ſi unam ex 6. ſuperficiebus dictis experimentans opacauerit, ille ſimilia per reuolutionem criſtalli ad diuerſos ſitus inueniet, & ſi criſtallum oculo oppoſuerit, ſic ut 3. non opacatæ ſuperficies ad oculum uertantur, & omnes 3. oculo oppoſitos illam cæram rubeam uidebit, & ſi reuoluerit criſtallum coram oculo, plures occurrent diuerſitates, quas generationibus colorum applicare quis poterit, ſemper conſiderans umbrarum immixtionem, quoniam eadem eſt natura reflexionis formarum ad uiſum, & luminis ad ea quibus incidit, non enim defertur color uel forma uiſibilis ad uiſum, niſi per naturam lucis quæ eſt in ipſo, poteritq; per experientiam his dictis multa addere diligẽs inquiſitor, patet itaq; propoſitum.

LXXXIIII.

Sub uaſe uitreo rotundo pleno aqua ſoli expoſito, colores ſimiles iridis coloribus uidentur.

Sit ut exponatur ſoli uas uitreum rotundum ad modum urinalis plenum aqua pura, dico quod uerum eſt quod proponitur, uidentur enim in ſuperficie corporis ſuppoſiti illi corpori, ut in terræ ſuperficie, uel in alia corpore, colores ſimiles iridis coloribus, quorũ generatio eſt propter uarias luminis ſolis refractiones, ut enim patet per 4. huius, fit una refractio ab aere ad uitrum, & alia à uitro ad aerem ſubiectum, quorum refractionum anguli ſunt diuerſi, ut patet per 8. huius, ſecundum hos itaq; refractionum modos cũ admixtione coloris ipſorum corporum diafonorum, & umbrarum proiectarum à corporibus, lumen penetrat, & circulariter diffuſum, uel forte irregulariter ſecundum corporum diafonorum conuexas, ſuperficies uarias uiſui præſentant colores diſtinctos ſecundum præmiſſas cauſas. Quod ſi uas illud extrinſecus aqua perfuſum fuerit, pulchriores uiſui præſentabit, quoniam tunc numerus refractionum aliqualiter augetur, & ſimiliter numerus umbrarum, non ſunt autem hi colores uere colores iridis, quoniam numerantur alio colorum numero quàm colores iridis, & non perueniunt ad uiſum per reflexionem quamcunq; colores iridis, ſed uidentur directe, ſicut & ipſum lumen & alij colores, patet itaq; propoſitum.

LXXXV.

Speculo quocunq; ſub aqua ſoli expoſito figura ſolis uidebitur quaſi duplicata.

In ſpeculo enim reſpectum lumen radiorum ſuper ſuperficiem aquæ perpendicularium, ſuperficiei uero ſpeculi oblique incidentium, reflectitur à ſuperficie ſpeculi ad uiſum in loco reflexionis exiſtente, & ſic offert uiſui figuram ſolis, lumen uero radiorum oblique ſuperficiei aquæ incidentium refrangitur in ſuperficie aquæ ad perpendicularē ductam à puncto incidentiæ ad ſuperficiem aquæ per 4. huius, cum itaq; illa forma refracta peruenit ad ſpeculi ſuperficiem, tunc ab illa ſuperficie, cui oblique incidit, reflectitur iterum ad uiſum, apparentq; duæ figuræ ſolis, una maior propter ſimplicem reflexionem, alia quoq; minor propter refractionem, quæ in medio denſiori minuit figuram poſtmodum reflexam, uideturq; illa ſecunda figura ſolis quaſi ſit corpus ſtellæ ſequentis corpus ſolis. Eſt autem & ipſa forma ſolis quod patet, quoniam & extra radium ſolis cum figura ſolis à ſuperficie ſpeculi per ſe non reflectitur, & hanc refractam formam accidit uideri, & ſi planè ſpeculum ſuper aquam deducatur in ſolis radium, tunc eadem numero forma, quæ prius ſub minori lumine fuit uiſa, uidebitur amplius quàm prius luminoſa, & ſecundum motum aquæ uidebitur moueri, circa reflexam figuram ſolis, patet ergo propoſitum. Et quoniam nos diuinæ gratiæ ſuffragante præſidio tres propoſitos uidendi modos ſecūdum omnem ipſorum quatenus potuimus diuerſitatem tranſcurrimus, nec condignum aliquid tantæ munificentiæ diuinæ bonitati reddere poſsibile nobis eſt, ad illas tamen quas poſſumus gratiarum actiones conſurgimus ei, qui uere trinus & unus eſt, ſoli nihil in rebus entibus conforme, nihil coæternum, nihil æquebonum æſtimantes, cui ſit honor & gloria per infinita ſecula, Amen.

Vitellionis Mathematici doctiſsimi περὶ ὀπτικῆς ſeu Perſpectiuæ libri decimi, & ſic totius operis continentis propoſitiones 805. finis.

A01 1444-4

XXXIII
F. 24